



NIVEAU: TS

SERIE D'EXERCICES HARMONISEE : OSCILLATIONS MECANQUES LIBRES

Exercice 1

Pour vérifier la constante de raideur d'un ressort, un groupe d'élèves réalise l'expérience suivante.

1. Ils accrochent respectivement des masses sur l'extrémité du ressort suspendu verticalement à une potence. Ils exercent ensuite un allongement maximal au ressort en tirant sur la masse vers le bas d'une distance $x = a = 5 \text{ cm}$ à partir de la position d'équilibre prise comme origine de l'axe vertical (ox) orienté vers le bas. Il libère ensuite la masse sans vitesse initiale

Ils notent sur un tableau la durée t de 10 oscillations pour chaque masse

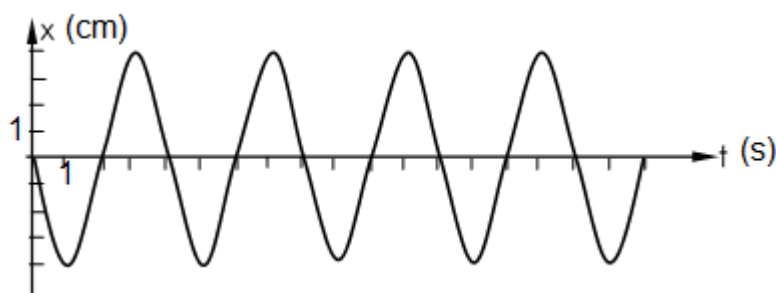
$t \text{ (s)}$	1,612	2,280	2,792	3,240	3,619
$T^2 \text{ (s}^2\text{)}$					
$m \text{ (Kg)}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

- 1.1 Faire un schéma et représenter les forces qui s'exercent sur une masse et compléter le tableau
- 1.2 Etablir l'expression de l'équation du mouvement en fonction de K et de m et en déduire sa nature.
- 1.3 Etablir l'expression de la période T du mouvement
- 1.4 Tracer le graphe $T^2 = f(m)$ (échelle 1 cm pour $0,013 \text{ s}^2$ et 1 cm pour $0,05 \text{ kg}$)
En déduire la valeur de la constante de raideur K du ressort 0,5 pt
- 1.5 Etablir l'équation horaire du mouvement en fonction de K et de m (l'instant initiale coïncide avec l'instant de la libération de la masse)
Calculer l'énergie mécanique du système
2. Les élèves reprennent la même expérience en introduisant le ressort dans un fluide qui occasionne des forces faibles mais non négligeable telles que $\vec{f} = -a \vec{V}$ de frottement sur le système.
 - 2.1 Quel sera le mouvement du système dans ce fluide. Justifier avec l'équation du mouvement
 - 2.2 Ebaucher la courbe et donner l'expression de la variation de l'énergie mécanique en fonction de a et V

Exercice2

On représente ci-dessous le diagramme de l'élongation d'un oscillateur mécanique linéaire.

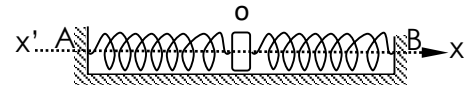
1. Ecrire l'équation horaire et l'équation différentielle du mouvement.
2. L'oscillateur est un pendule élastique horizontale. La masse du solide accroché à l'extrémité du ressort est $m=500\text{g}$. En déduire la raideur du ressort.

**Exercice3**

Deux ressorts identiques, de masse négligeable, sont accrochés à un solide autoporteur S qui repose sur une table horizontale. Les ressorts sont fixés en A et B aux extrémités de la table. On tire le solide suivant la direction AB d'une distance $d=12,5\text{cm}$ et on lâche sans vitesse.

On donne : masse du solide $M=560g$, longueur à vide des ressorts $l_0=15cm$, longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à S, A et B : $l=30cm$, raideur des ressorts $K=7,2N.m^{-1}$.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.
2. Calculer la période des oscillations du solide S.
3. Calculer la vitesse maximale du solide.
4. Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur. On prendra l'état de référence de l'énergie potentielle à la position d'équilibre.



Exercice 4

Un groupe d'élève utilise deux méthodes différentes pour déterminer la constante de raideur k d'un ressort à spire non jointives.

1. La méthode statique

L'extrémité supérieure du ressort est fixée. A son extrémité libre, sont suspendues successivement des masses de différentes valeurs (fig a). Pour chaque masse m l'allongement Δl du ressort est mesuré à l'aide d'une règle (non représenté sur la figure). Le tableau de valeurs suivant est obtenu :

$M(kg)$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\Delta l(cm)$	2,5	5,0	7,5	10	12,4	15,1	17,5	19,8

- 1.1. Tracer le graphe Δl en fonction de la masse m . En déduire la relation numérique entre Δl et m .
- 1.2. Sur le schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m . Traduire alors la condition d'équilibre et en déduire l'expression de k en fonction de m , Δl et l'intensité de la pesanteur g .
- 1.3. En déduire la valeur de la constante de raideur k . On prendra $g=9,81m.s^{-1}$.

2. La méthode dynamique

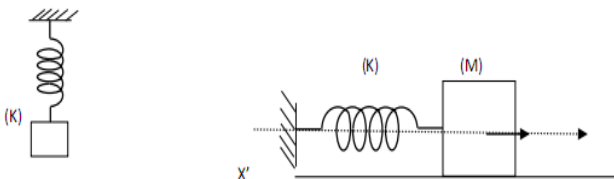
Dans cette partie le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur horizontal. Le solide de masse M , de valeur inconnue, solidement lié au ressort, se déplace sur un support horizontal (figb). Tous les frottements sont négligés. On utilise un axe $X'X$ horizontal orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse x sur cet axe. A l'équilibre le ressort n'est ni comprimé, ni allongé et l'abscisse x est nulle (le point G est confondu avec l'origine de l'axe $X'X$).

Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse M à un instant t donné et les représenter sur un schéma.

Par application du théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement.

La mesure de 10 oscillations donne 10,6s. Calculer T_0 .

L'objet précédent de masse M est surchargé d'une masse $m_1=20g$ fixée sur lui. Le système est à nouveau mis en oscillation comme précédemment. Cette fois la durée de 10 oscillations donne 10,7s.



Exprimer la nouvelle période T en fonction de k, m_1 et M .

En déduire l'expression de k en fonction de T_0 , T et m_1 .

Calculer k . Comparer avec le résultat obtenu par la méthode statique. Expliquer.

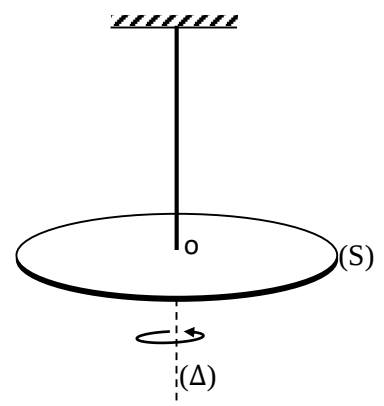
Exercice 5

On considère le dispositif représenté ci-dessous. Le fil vertical a pour constante de torsion $C=4,50.10^{-4}N.m.rad^{-1}$. Il est relié au centre O du

disque (S) horizontal, homogène, de moment d'inertie par rapport à l'axe $\Delta, J_{\Delta} = 3,8.10^{-3}kg.m^2$.

A la date $t=0$, le disque (S), en rotation autour de l'axe, passe à sa position d'équilibre caractérisée par l'angle de torsion $\theta = 0$, avec la vitesse angulaire $\dot{\theta} = 3,50.10^{-1}rad.s^{-1}$, dans le sens positif indiqué sur le schéma.

1. En négligeant tout frottement, établir l'équation différentielle du mouvement du disque (S).
2. En déduire l'équation horaire de ce mouvement.



Exercice 6

Le but de cet exercice est d'étudier les oscillations libres d'un oscillateur mécanique.

On dispose d'un mobile (A) de masse $m = 0,25 \text{ kg}$, fixé à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k = 10 \text{ N/m}$; l'autre extrémité du ressort est accrochée à un support fixe (C) (figure 1).

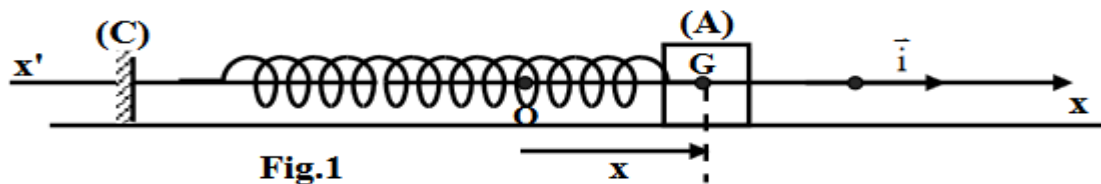


Fig.1

(A) peut glisser sur un rail horizontal et son centre d'inertie G peut alors se déplacer suivant un axe horizontal $x'Ox$. À l'équilibre, G coïncide avec l'origine O de l'axe $x'Ox$. À un instant t , la position de G est repérée, sur l'axe $(O, \vec{i})$, par son abscisse $x = OG$. Le plan horizontal contenant G est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

A- Étude théorique

Dans cette partie, on néglige toute force de frottement.

- 1) a) Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du système [(A), ressort, Terre] en fct° de k , m , x et v .
- b) Etablir l'équation différentielle en x qui régit le mouvement de G.

2) La solution de cette équation différentielle a pour expression $x = X_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$ où X_m et φ sont des constantes et T_0 la période propre de l'oscillateur.

- a) Déterminer l'expression de T_0 en fonction de m et k et calculer sa valeur.

- b) À la date $t_0 = 0$, G passe par le point d'abscisse $x_0 = 2 \text{ cm}$ avec une vitesse de valeur algébrique $V_0 = -0,2 \text{ m/s}$. Déterminer X_m et φ .

B- Étude expérimentale

Dans cette partie, la force de frottement est donnée par $\vec{f} = -\mu \vec{V}$ où μ est une constante positive.

Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe donnant les variations de $x = f(t)$ (figure 2) et les courbes donnant les variations de l'énergie cinétique $E_c(t)$ de G et de l'énergie potentielle élastique $E_p(t)$ du ressort (figure 3).

- 1) En se référant à la figure 2, donner la valeur de la pseudo-période T du mouvement de G. Comparer sa valeur à celle de la période propre T_0 .

- 2) En se référant aux figures 2 et 3, préciser parmi les courbes A et B celle qui représente $E_p(t)$. Justifier

- 3) a) Vérifier que le rapport $\frac{X_m(T)}{X_m(0)} = \frac{X_m(2T)}{X_m(T)} = a$ où a est une constante à déterminer.

Les valeurs seront prise a 1/10 près

- b) Sachant que $a = e^{\frac{-\mu T}{2m}}$, calculer, en SI, la valeur de μ

- 4) Sur la figure 3 sont repérés deux instants particuliers notés t_1 et t_2 .

- a) En se référant à la figure 3, indiquer, en le justifiant, à quel instant t_1 ou t_2 la valeur de la vitesse du mobile est :
- maximale
- nulle.

- b) Que peut-on conclure quant à la valeur de la force de frottement à chacun de ces instants ?

- c) Dédire autour de quel instant t_1 ou t_2 , la diminution de l'énergie mécanique est-elle la plus grande?

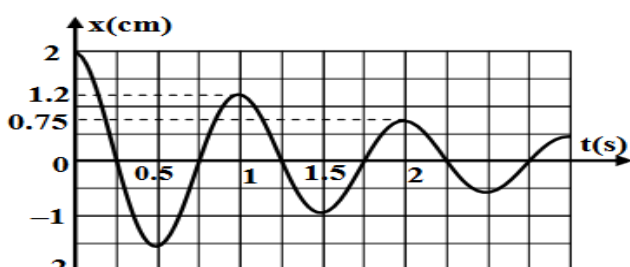


Fig.2

