LYCEE SEYDINA LIMAMOULAYE GUEDIAWAYE — ANNEE SCOLAIRE
CELLULE DE SCIENCES PHYSIQUES — TS — 2024/2025

SERIE D'EXERCICES SUR P11 : OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES

EXERCICE 1:

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k = 18 $N.m^{-1}$, d'axe horizontal dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse m = 500g. L'autre extrémité du ressort est fixe. Le solide S peut se déplacer, sans frottement, sur un plan horizontal, le long de l'axe du ressort.

On écarte le solide de sa position d'équilibre de $x = 2$ cm, puis on le libère sans vitesse initiale.

1/ Schématiser l'oscillateur à un instant t quelconque; faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide à cet instant t puis représenter ces forces.

2/ Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton:

a/ Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide ponctuel S

b/ Vérifier que $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle.

c/ Rappeler la signification des paramètres de x(t) en donnant également leurs unités dans le système international.

d/ Donner l'expression numérique de x(t). Puis en déduire celles de $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$.

e/ Déterminer la période propre T_0 et la fréquence propre N_0 des oscillations mécaniques.

3/ Déterminer l'énergie mécanique E de cet oscillateur à l'instant t en fonction de k, m, x et $\dot{x}$ (x est l'abscisse du solide).**L'état de référence des énergies potentielles élastiques est choisi pour le ressort détendu.**

4/ Montrer que cette énergie mécanique E est constante. Exprimer sa valeur en fonction de m, ω_0 et X_m puis en fonction de k et X_m.

5/ Représenter sur le même graphe les allures des énergies (E ; E_c et E_p) en fonction du temps.

6/ Par la méthode énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement.

7/ On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de x_0 = 2 cm. Puis on le libère en le lançant vers les abscisses positives avec une vitesse $\vec{V}$ de norme V= 0,207 m/s. Des oscillations prennent alors naissance. Etablir l'équation différentielle du mouvement à un instant t puis l'expression numérique de la position du centre d'inertie G de S, dans le repère $(O, \vec{i})$ sous la forme $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$. L'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

EXERCICE 2

On dispose d'un pendule élastique horizontal constitué d'un solide (S) de masse m pouvant coulisser, sans frottement, sur une tige horizontale (T) et d'un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k. L'origine O des abscisses est confondue avec le centre de gravité (G) du solide (S) lorsqu'il est en équilibre (voir figure 1).

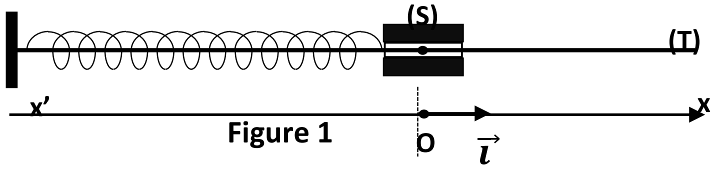


Figure 1

On comprime le ressort de **2 cm**, puis on communique au solide une vitesse initiale $\vec{V}_0$ de norme V_0 **= 0,35 $m.s^{-1}$** à l'instant de date t = 0s.

5-1/ Schématiser l'oscillateur à un instant t quelconque après le point O; puis représenter toutes les forces extérieures qui s'exercent sur le solide (S) à cet instant t.

5-2/ Par application du théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle vérifiée par x(t).

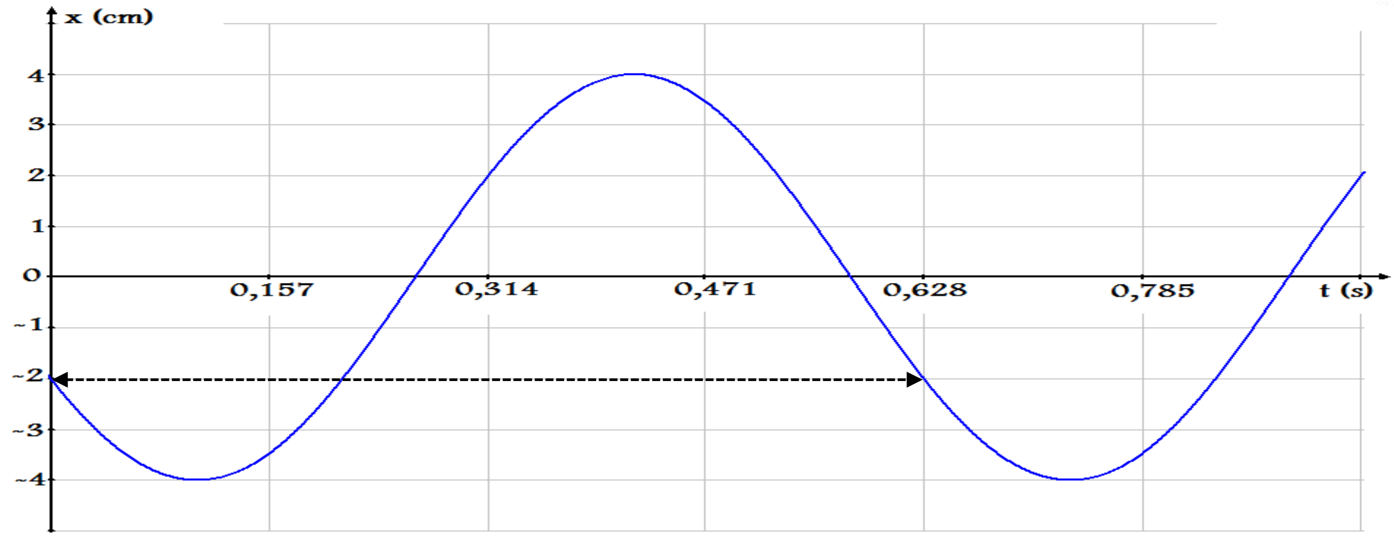
5-3/ Un dispositif approprié permet de tracer la courbe, de la figure 2 ci-dessous, de l'évolution au cours du temps de l'élongation x(t) de G suivant le repère R $(O,\vec{i})$.

5-3-1/ A partir de la courbe de la figure 2 dire dans quel sens le solide (S) se déplace-t-il juste après l'instant de date t = 0s.

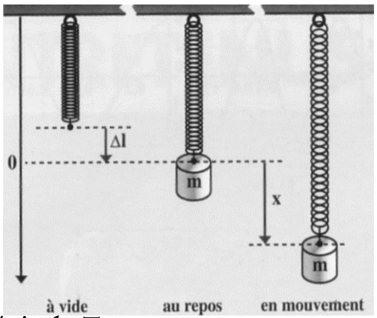
5-3-2/ Sachant que: $\mathbf{x(t) = X_m.\sin(\omega_0 t+\varphi)}$. Déduire l'expression numérique de x(t).

5-3-3/ Sachant que l'énergie totale du système est égale à **E = 9,6.10^{-3} J**, déterminer la constante de raideur k du ressort et la masse m du solide (S).

5-4/ Dessiner sur un même graphe, les allures des courbes des énergies (potentielle élastique, cinétique et mécanique) du système en fonction du temps, en respectant les conditions initiales de l'oscillateur étudié précédemment.



EXERCICE 3: Dans l'exercice on prendra comme valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 10\ m.s^{-2}$



Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort R de masse négligeable suspendu en un point fixe A et auquel est accroché un solide S de masse m = 200 g et d'inertie G.

1/ La longueur à vide du ressort est $l_0 = 20$ cm. On accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8 cm. Etablir la condition d'équilibre, puis calculer la constante de raideur k du ressort.

2/ On tire le solide S verticalement, vers le bas, en donnant un allongement supplémentaire de $X_0 = 1$ cm au ressort, puis on lâche le solide sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations que l'on supposera non amorties de période T_0.

a/ Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b/ Déterminer l'équation horaire x = f(t) en prenant comme origine des temps l'instant du lâcher et comme origine O des déplacements la position d'équilibre du ressort avec solide accroché. On choisira un axe Ox vertical orienté positivement vers le bas.

c/ Calculer la période propre T_0 des oscillations.

EXERCICE 4:

Le pendule élastique horizontal de la figure1 est constitué par solide (S) de masse m = 0,2 kg soudé à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives de masse négligeable et de constante de raideur K, l'autre extrémité est attaché à un support fixe. A l'équilibre le centre d'inertie (G) du solide (S) coïncide avec l'origine O d'un repère espace horizontal $(O,\vec{i})$.

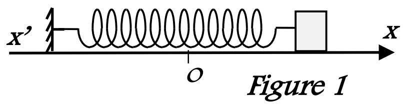


Figure 1

Partie A: A partir du point O, on écarte le solide (S) vers un point A d'abscisse x_A et à la date t = 0s, on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale. Au cours de son mouvement, le solide (S) se déplace sans frottement et son centre d'inertie (G) est repéré par l'élongation OG = x(t). Un système d'acquisition de données, enregistre les variations de l'élongation x au cours du temps (figure 2).

1/ En utilisant le graphe écrire la loi horaire x = f(t) de mouvement du solide.

2/ Déduire l'équation différentielle du mouvement ainsi que la constante de raideur K du ressort.

3/ L'énergie cinétique du solide varie au cours du temps selon une fonction sinusoïdale de période T. Etablir l'expression de E_C en fonction du temps. Donner la valeur de T.

4/ L'énergie mécanique du système {solide, ressort} est E.

a/ Montrer que cette énergie est constante.

b/ Comment apparait cette énergie aux instants $t_1 = 0s$; $t_2 = \frac{\pi}{16}$ s et $t_3 = \frac{\pi}{8}$ s.

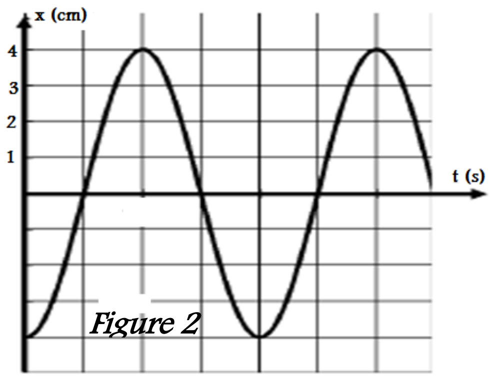


Figure 2

Partie B:

L'oscillateur est maintenant soumis à des forces de frottements visqueux équivalents à une force unique $\overrightarrow{f} = -h.\overrightarrow{v}$, avec h une constante positive.

1/ Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'élongation x de (G).
2/ Montrer que l'énergie totale du système {solide, ressort} diminue au cours du temps.
3/ A l'aide d'un dispositif approprié, on a enregistré le diagramme d'espace de mouvement du solide, le résultat est donné par le graphe de la figure 3.
a/ Quel est le nom du régime des oscillations ?
b/ Calculer ce travail entre les instants $t_1 = 0s$ et $t_2 = \frac{7\pi}{8}$ s.

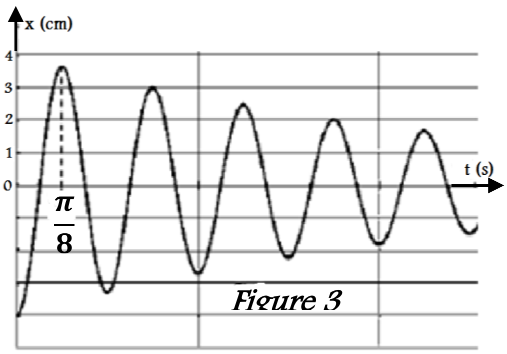


Figure 3

EXERCICE 5:

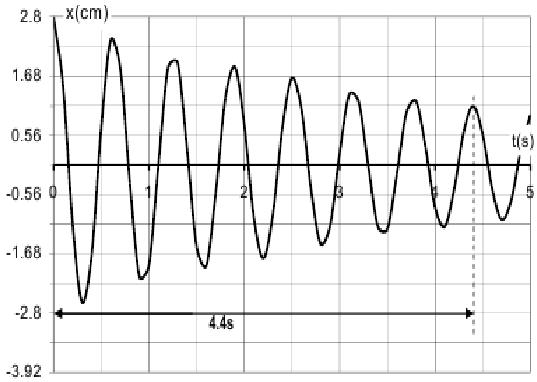
Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur $K = 20\ N.m^{-1}$ et d'un solide de masse m ; à l'instant t = 0, le centre d'inertie G du solide est lancé à partir de la position $x_0 = 2cm$ avec la vitesse initiale de $v_0 = 20\ cm.s^{-1}$.

Partie I, les frottements sont négligeables :

1. a/ Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation x du mouvement du centre d'inertie G.
b/ Donner la solution générale de cette équation différentielle et en déduire l'expression de la période propre de l'oscillateur.
c/ La durée de 20 oscillations est $\Delta t = 12{,}56s$. Montrer que la masse du solide vaut m = 200g.
2. a/ Calculer la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant du lancement.
b/ En déduire l'amplitude X_m des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.

Partie II: Les frottements ne sont plus négligeables.

Les frottements sont représentés par une force $\overrightarrow{f} = -h\overrightarrow{V}$, ou h désigne le coefficient de frottement du milieu, et V la mesure algébrique de la vitesse du centre d'inertie du solide.



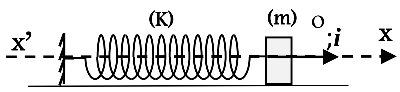
3/ La figure 2 donne l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du solide.
a/ Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier.
b/ Comment appelle-t-on le régime des oscillations du pendule ?
c/ Déterminer la pseudopériode T.
4/ L'équation différentielle régissant le mouvement du solide est

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10^2\ x = 0$$

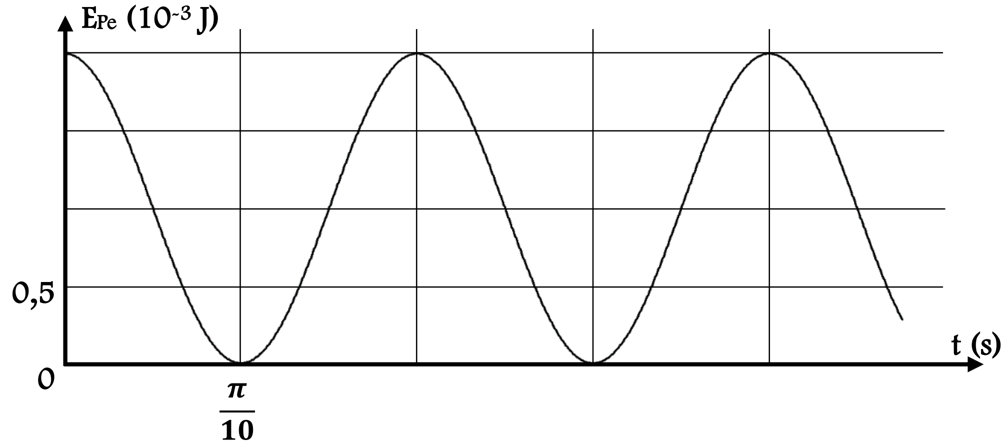
a/ Déduire la valeur de la pulsation propre et celle du coefficient de frottement h.
b/ Montrer que: $\frac{dE}{dt} = -\ hv^2$, ou E est l'énergie mécanique du système S = { solide + ressort}. Conclure quant à la conservation de l'énergie mécanique par le système S.

EXERCICE 6:

A/ Les frottements sont supposés négligeables:

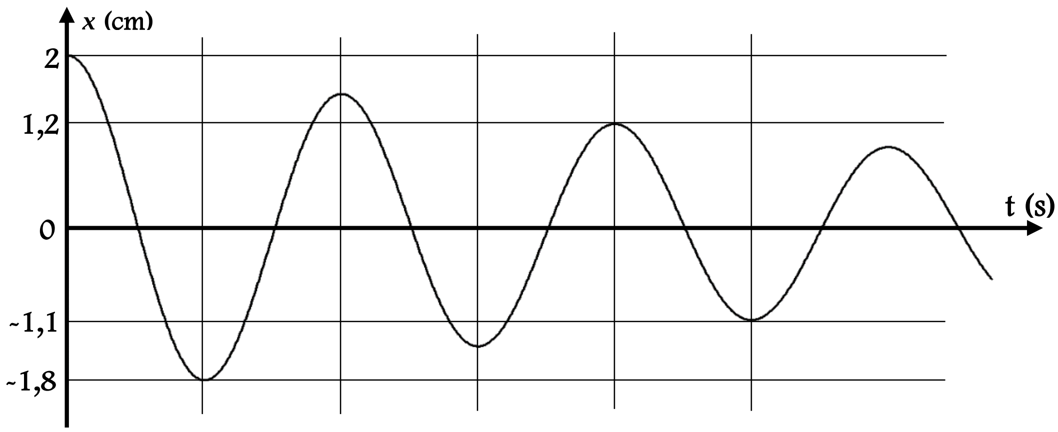


Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur $k = 10\ N.m^{-1}$ et de masse négligeable, enfilé à travers une tige, à l'extrémité duquel est soudé un solide ponctuel (S) de masse m = 400 g pouvant coulisser sans frottement.
A l'origine des dates, on écarte le solide (S) de x_0 à partir de sa position d'équilibre dans le sens positif puis on l'abandonne sans vitesse.
A un instant t quelconque, au cours des oscillations, l'élongation du solide est x et sa vitesse est v.
1/ Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations du solide (S) et déduire la nature de son mouvement.
2/ Calculer la période T_0 des oscillations.
3/ Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique $\mathbf{E_{Pe} = \frac{1}{4} kX^2_{max}\ [1+\cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x)]}$, sachant que la solution de l'équation différentielle est $x(t) = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi_x)$
4/ On donne la courbe ci-dessous de l'énergie potentielle élastique E_{pe} en fonction du temps.
a/ Comparer la période T des variations de l'énergie potentielle élastique et la période T_0 des oscillations.
b/ Déterminer l'amplitude X_{max} des oscillations et établir l'expression numérique de l'équation horaire du mouvement

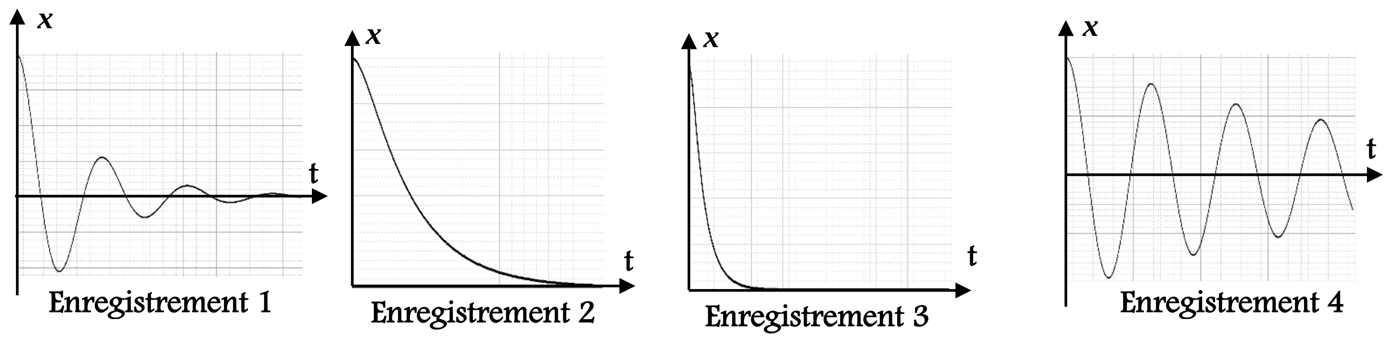


B/ Les frottements ne sont plus négligeables:

En réalité, le solide est soumis à des forces de frottement de types visqueux $\vec{f} = -h\vec{V}$ avec h une constante positive appelée coefficient de frottement. L'enregistrement de l'élongation du solide ponctuel (S) en fonction du temps a donné le graphe de la figure ci-dessous.



1/ Justifier que l'oscillateur subit une force de frottement.
2/ Montrer que l'énergie de l'oscillateur diminue au cours du temps.
3/ Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants de dates $t_1 = 0$ et $t_2 = 2T$.
4/ On a porté dans un ordre quelconque et à la même échelle 4 enregistrements mécaniques, traduisant les variations de x(t), avec différentes coefficient de frottement $h_1 = 0{,}16$; $h_2 = 0{,}4$; $h_3 = 3{,}2$; et $h_4 = 4$



Compléter le tableau, en précisant à quelle valeur h_i correspond au retour le plus rapide du solide (S) vers son état d'équilibre.

	h_i (i = 1, 2, 3, 4)	Nature du mouvement
Enregistrement 1		
Enregistrement 2		
Enregistrement 3		
Enregistrement 4		

<u>Fin de la série</u>