Exercices sur la cinématique du point matériel

Exercice n°1

Les équations paramétriques du mouvement d'un point mobile M dans l'espace sont :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 4t^2 - 16t + 12 \quad \text{avec } 0 \le t \le 5s \\ z = 0 \end{cases}$$

1) Donner l'équation de la trajectoire ; préciser sa nature.
2) Déterminer pour ce mobile, les coordonnées du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération
3) Calculer la vitesse moyenne ainsi que l'accélération moyenne entre les dates t=0s et t=5s.
4) Calculer la valeur de la vitesse :
   a. A la date t=0s
   b. A la position x=1m
   c. Lorsqu'il passe au plan y=0
5) Sur quel intervalle de dates le mouvement est-il accéléré ?

Exercice n°2

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, un mobile M est lancé, à l'origine du temps. A la date t=0,5s il passe au point A(1,-3) avec une vitesse Å; $v = 2\vec{i} - 4\vec{j}$. Le vecteur accélération est $\vec{a} = 8\,\vec{j}$.

1°/ a- Déterminer l'expression du vecteur vitesse du mobile au cours du temps.

b-Déterminer les lois horaires du mouvement. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire. Représenter cette trajectoire selon l'échelle suivant : 1m → 1cm.

2°/a-Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse à l'instant t=1s. Représenter ce vecteur vitesse ainsi que le vecteur accélération sur la trajectoire. Préciser l'échelle choisie.

b-Calculer le rayon de courbure de la trajectoire à cet instant.

3°/a- Déterminer la position du mobile pour laquelle le vecteur vitesse fait un angle de 45° avec le vecteur accélération.

b-Calculer en cette position le rayon de courbure de la trajectoire.

4°/ Si le vecteur vitesse avec lequel est lancé le mobile à l'origine du temps est $\overrightarrow{v_0} = 2\vec{i} + V_{0y}\vec{j}$, quelle valeur doit avoir V_{0y} pour que le mobile passe par le point A (5 ; 0). Justifier la réponse.

Exercice n°3

Sur une autoroute d'axe (x'ox) et de repère (o, $\vec{i}$), une automobile en déplacement décrit une trajectoire rectiligne. A l'instant t_0 = 0 s, l'automobile démarre d'un point P_0 d'abscisse x_0 différent de zéro. A l'instant **t_1 = 4s**, elle passe par le point P_1 d'abscisse **x_1= 70m** à la vitesse **v_1= 10m.s^{-1}**. L'automobile arrive ensuite au point P_2 d'abscisse **x_2= 114,8m** à la vitesse **v_2=18m.s^{-1}**.

1) Sachant que le mouvement de l'automobile est rectiligne uniformément varié, calculer son accélération.
2) Déterminer la valeur de l'abscisse x_0 du point P_0 de départ.
3) Écrire l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
4) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point P_2 ?
5) A la date t =1s, une motocyclette se déplaçant sur la même autoroute à la vitesse constante **v= 20m.s^{-1}**, passe par le point P' d'abscisse **x=10m**.

a. Montrer qu'à l'instant t=0, la motocyclette se trouvait au point P d'abscisse **x= -10m**. Déduire l'équation horaire de son mouvement dans le repère (o, $\vec{\imath}$).

b. Déterminer les dates des dépassements

c. Déterminer l'abscisse du deuxième dépassement

Exercice n°4

1) Une automobile roule sur une route droite à la vitesse constante de **108km.h^{-1}**. Soudain le conducteur perçoit à **150m** devant lui un panneau de limitation de vitesse à **60km.h^{-1}**. Le conducteur actionne le frein et atteint le panneau avec la vitesse de **45km.h^{-1}**.

a) Donner les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur accélération supposé constant de l'automobile durant la phase de ralentissement.

b) Calculer le temps mis par le conducteur pour atteindre le panneau à partir du début de freinage.

2) Quelle devraient être l'accélération algébrique de l'automobile et la durée du freinage pour que le conducteur atteigne le panneau à la vitesse de **60 km.h^{-1}** ?

3) En réalité, le conducteur commence par freiner **0,8s** après avoir vu le panneau. Il impose à son automobile l'accélération **calculée au 1/a).** A quelle vitesse arrive-t-il au niveau du panneau ? Est-il en infraction ?

4) Le conducteur maintient constante après le panneau la vitesse précédemment calculée. A cette vitesse, il doit négocier un virage de rayon **R=150m**.

a) Déterminer les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur accélération pendant le virage.

b) Calculer la durée du virage si on l'assimile à un **quart de cercle**.

Exercice n°5

Un jeu est constitué d'une grande piste plane sans obstacle sur laquelle peut se déplacer deux voitures en miniatures supposées ponctuelles : une voiture M_1 (mobile M_1) et une autre M_2 (mobile M_2). On associe au plan le repère R (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

1. Le mobile M_1 a un mouvement rectiligne suivant l'axe des abscisses (OX). A un instant pris comme origine des dates il se trouve à l'origine des abscisses. L'étude du mouvement du mobile M_1 a permis de tracer les variations de sa vitesse algébrique en fonction du temps $V_{1x} = f(t)$ qu'on peut décomposer en plusieurs phases voir figure 1.

1.1. Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps pour t ∈ [0s ; 5s] et t ∈ [5s ; 9s]. En déduire la valeur de la date t_1.

1.2. Trouver la valeur algébrique de l'accélération de M_1 pour t ∈ [0s ; 5s] puis pour et t ∈ [5s ; 9s].

1.3. En déduire le sens et la nature du mouvement pour chacun des intervalles suivants : t ∈ [0s ; t_1]; t ∈ [t_1 ; 5s] et t ∈ [5s ; 9s].

1.4. Etablir les équations horaires du mouvement du mobile M_1 pour t ∈ [0s ; 5s] puis pour t ∈ [5s ; 9s].

2. Le mobile M_2 a un mouvement rectiligne uniforme suivant la droite (AB)avec un vecteur vitesse $\vec{V_2}$. A la date t= 2,2 s il se trouve au point A, d'abscisse x_A et d'ordonnée y_A, et se dirige vers le point B situé sur l'axe des abscisses voir figure 2.

Les composantes de sa vitesse $\vec{V_2}$ sont $\begin{cases} \boldsymbol{V_{2x} = inconnue} \\ \boldsymbol{V_{2y} = -2m.s^{-1}} \end{cases}$

On souhaite que le mobile M_2 arrive en B au moment où le mobile M_1 y arrive et s'y arrête.

2.1. Montrer que $V_{2x} = 5m.s^{-1}$ puis établir les équations horaires $x_2(t)$ et $y_2(t)$ du mobile M_2.

L'équation horaire $y_2(t)$ sera donnée en fonction de y_A.

2.2. Déterminer les coordonnées du point B et celles du point A.

2.3. Calculer la distance parcourue par chaque mobile entre la date t=0 et la date d'arrivée en B.

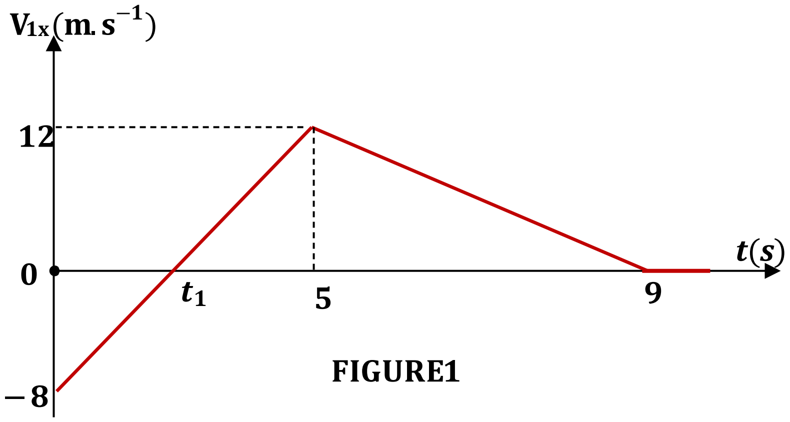


FIGURE1

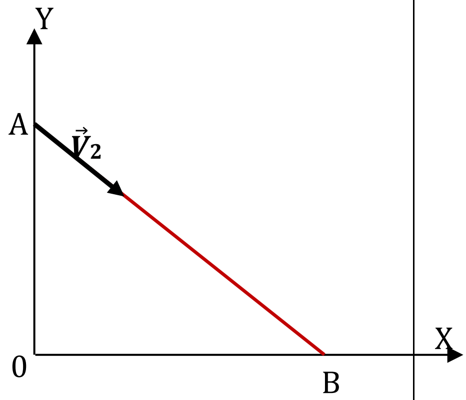


FIGURE 2

Exercice n°6

Les parties sont indépendantes

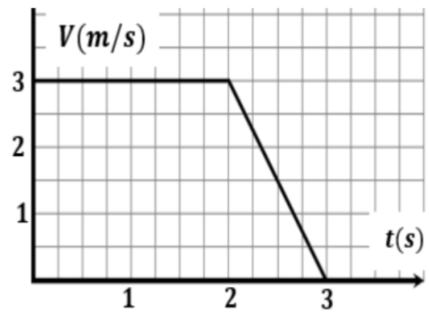
Partie 1 : grandeurs cinématiques :

Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ au cours du mouvement d'un corps solide dans un repère orthonormé R (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) sont :

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = 4t^2 - 8t + 3 \end{cases}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire. En déduire sa nature.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse instantanée dans le repère R. Calculer sa norme à la date t = 1,5 s.
4. Trouver les coordonnées du vecteur accélération dans le repère R. Calculer sa norme.
5. Déterminer la nature du mouvement du mobile (accéléré ou retardé) à la date t = 1,5 s.

Partie 2 : Mouvement rectiligne uniforme, mouvement rectiligne uniformément varié :



Le graphe ci-contre représente la variation de la vitesse d'un point d'un mobile en mouvement rectiligne en fonction du temps. À l'instant t = 0, le point M est à la position A d'abscisse $x_A = -2\ m$.

1- Déterminer l'expression de v(t) dans les deux intervalles [0s, 2s] et [2s, 3s].
2- Calculer l'accélération et déduire la nature du mouvement dans chaque intervalle.
3- Écrire l'équation horaire x(t) du mouvement dans chaque intervalle.
4- Calculer la distance parcourue par le mobile entre t = 0 et t = 3s.

Partie 3 : Mouvement rectiligne sinusoïdal :

Les deux questions sont indépendantes

1. Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Il se déplace sur un segment de longueur 8 cm. Il met 0,5 s pour parcourir la longueur du segment.
   a) Ecrire l'équation horaire sous la forme $x(t) = X_m cos(wt + \varphi)$ du mouvement sachant qu'à la date t =0,25 s, il passe par la position $x = -X_m$.
   b) A quelle date le mobile passe – t – il par l'élongation $x = 2\ cm$ en allant dans le sens positif pour la deuxième fois.
2. L'équation différentielle d'un autre mobile animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal est
$\ddot{x} + 100\pi^2 x = 0$. La vitesse maximale du mobile est $v_{max} = 0{,}5\ \pi\ m.s^{-1}$.
   a) Calculer la période du mouvement et son amplitude.

b) Ecrire l'équation horaire est sous la forme $x(t) = X_m sin(wt + \varphi)$ du mouvement sachant qu'à la date t = 0 s, le mobile passe son abscisse maximale.

Partie 4 : Mouvement circulaire :

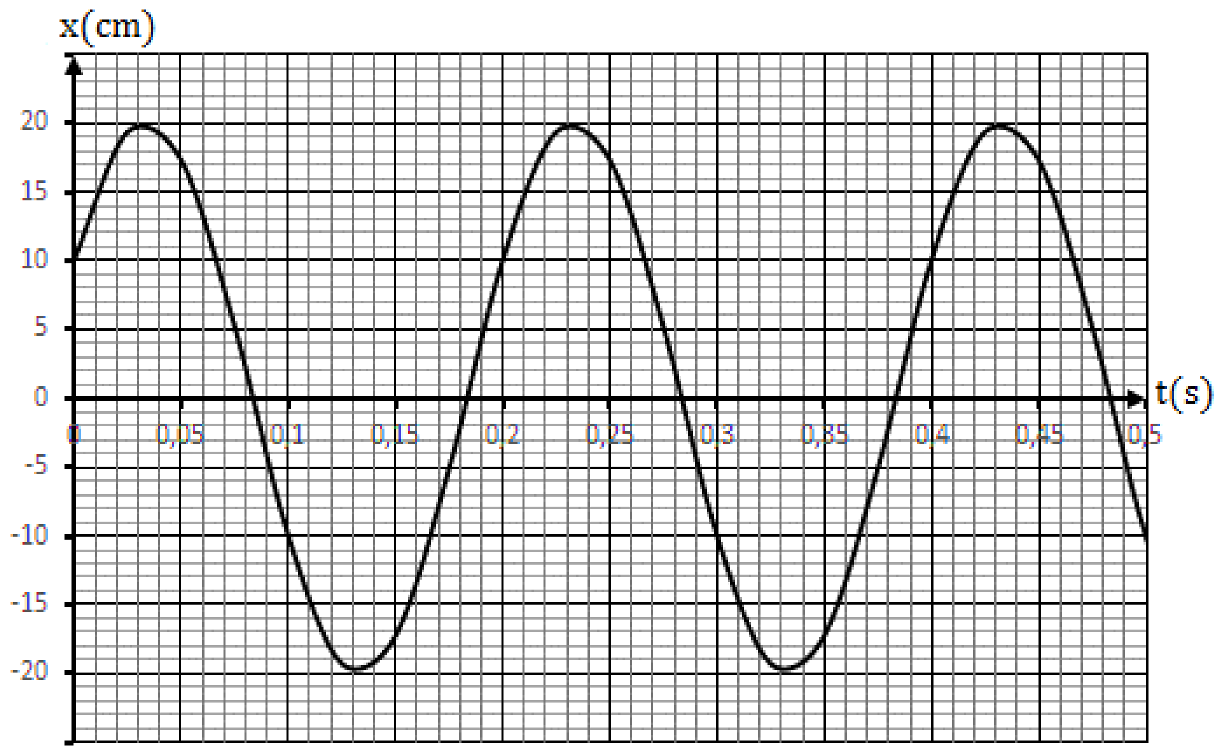
Dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), un mobile est animé d'un mouvement dont les équations horaires sont

$$\begin{cases} x = 3cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \\ y = 3sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$ (t en seconde, x et y en mètre).

1. Donner l'équation de la trajectoire du mobile.
2. Calculer la vitesse du mobile. En déduire la nature du mouvement.
3. Calculer la vitesse angulaire et la norme du vecteur accélération du mobile.
4. Montrer que le vecteur accélération peut s'écrire sous la forme $\vec{a} = -k\overrightarrow{OM}$ où k est une constante à déterminer.

Exercice n°7

Le solide est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur un axe x'0x. La variation de sa position à tout instant est représentée par le diagramme de la figure ci-dessous.



1. En déduire la pulsation ω et la vitesse maximale V_m du mobile.

2. Déterminer les valeurs de l'abscisse et de l'accélération du mobile à la date t= 0,2 s.

3. Etablir l'équation horaire x(t).

4. Le mouvement est-il accéléré ou décéléré à t = 0,2 s.

5. Calculer graphiquement puis par calcul la date (après t =0) de passage pour la première fois en x = -10 cm en allant dans le sens négatif.

6. Déterminer la distance parcourue par le solide entre t= 0,1 s et t = 0,5 s.