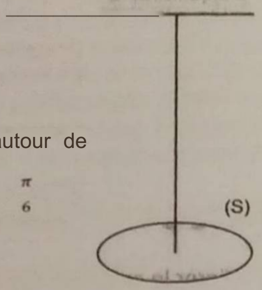
OSCILLATIONS MECANIQUES

EXERCICE 1

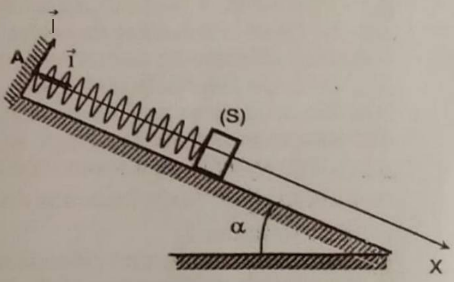


On réalise un pendule de torsion en suspendant un disque de cuivre horizontal par un fil de suspension dont la direction passe par son centre d'inertie G. Le disque est un solide (S) homogène de moment d'inertie J = 1,0.10 ^{3} kg. m^{2} par rapport à l'axe qui lui est perpendiculaire en G. Le fil de suspension vertical ayant pour constante de torsion C, la période des oscillations est T_o = 0,5 s. On néglige les frottements.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du disque oscillant librement autour de sa position d'équilibre, et en déduire C.
2. Le disque est initialement écarté de sa position d'équilibre d'un angle 0_O = 4- - rad, $\frac{\pi}{6}$

puis lancé vers sa position d'équilibre à l'instant t = 0 avec une vitesse G_o Le disque passe pour la première fois par sa position d'équilibre à l'instant t = $6,25.10^{-2}$ s.
Ecrire l'équation horaire du mouvement, en déduire $\hat{O}_o$.

EXERCICE 2



Un solide de masse m = 200g et de centre d'inertie G, peut se déplacer, sans frottement, le long d'un banc à coussin d'air. Celui-ci est incliné d'un angle a = 10° par rapport à l'horizontale.
Le solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable. ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A (voir schéma).

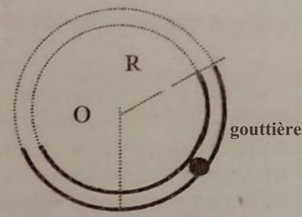
1. Le solide (S) étant en équilibre, son centre d'inertie est en G_o. Le ressort dont l'axe est parallèle à la direction du banc, a subi un allongement Al_o = 6 cm.
a) Représenter toutes les forces qui s'exercent sur le solide.
b) Ecrire la condition d'équilibre diL^olide sous vectorielle et projeter la relation sur les deux axes (0, ï) et (0, £)
c) Exprimer le coefficient de raideur k du ressort en fonction des données. Calculer sa valeur numérique.
2. On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas. Son d'inertie est alors en Gi. La distance G_0G! mesurée le long du banc vaut d = 5 cm. On abandonne le solide sans vitesse à une date que l'on prendra pour origine des temps. La position G_o sera prise comme origine des abscisses.
a) Appliquer le théorème du centre d'inertie au solide.
b) En déduire l'équation différentielle du mouvement de (S).
c) Déterminer l'équation horaire de ce mouvement.

EXERCICE 3

Une masse m, suspendue à un ressort vertical de raideur k =26 N. m'^{1}, effectue des oscillations libres. On mesure la durée de vingt oscillations on obtient 10,4 secondes.

1. Pourquoi mesure-t-on la durée de plusieurs oscillations pour déterminer la période T ?
2. Déterminer la période T des oscillations, la masse m et l'allongement du ressort à l'équilibre.
3. La masse m est écartée de sa position d'équilibre de 3 cm vers le bas, puis lâchée sans vitesse initiale à l'instant de date t = 0. Etablir l'équation différentielle et l'équation horaire du mouvement. L'axe est vertical orienté vers le bas.
4. Calculer la vitesse de m au passage au point d'abscisse x = 1,5 cm, mesurée à partir de la position d'équilibre.
5. Déterminer l'énergie mécanique du système Terre- pendule. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle lorsque x = 1,5 cm et l'énergie potentielle élastique nulle lorsque le ressort est détendu.
6. Déterminer deux façons différentes la vitesse au passage par la position d'équilibre

EXERCICE 4



Un oscillateur mécanique est constitué d'une bille de rayon négligeable de masse m Elle peut glisser sans frottement sur une gouttière placée dans un plan vertical et en forme d'arc de cercle de rayon R et de centre O. La bille est écartée de sa position d'équilibre, le long de la gouttière, puis lâchée.

1. Quel est le paramètre qui permet de mesurer l'écart à la position d'équilibre ? Quelle est la position d'équilibre de la bille ?

3. Montrer que si la bille est écartée de sa position d'équilibre puis lâchée sans vitesse initiale, elle constitue un oscillateur harmonique dont on calculera la période propre, (si 0 reste petit, sin 0 « 0).

Application numérique : R = 25 cm ; *g* = 9,8 m.s^{-2}.

EXERCICE 5

Pour améliorer le confort des automobilistes on utilise des ressorts comme éléments de suspension. Un des ressorts, de masse négligeable, est fixé sur une tige horizontale et peut se déplacer sans frottement, il est solidaire à un solide S de masse m =100 kg. (figure 1).

A la date to = 0, on déplace de sa position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide S, jusqu à la position +X_m puis on le lâche sans vitesse initiale.

2.1. Représenter à l'instant t les forces qui s'exercent sur le solide S.

2.2. Appliquer le théorème du centre d'inertie au solide et en déduire l'équation différentielle de son mouvement. **(01 point).**

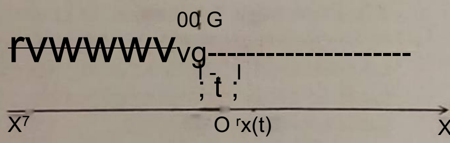


Figure 1

2.3. L'énergie potentielle élastique de cet oscillateur est nulle quand le solide est dans sa position d'équilibre, et on ne tient pas compte de l'énergie potentielle de pesanteur.

2.3.1. Exprimer l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur en fonction de k, m, x, et . $\frac{dx}{dt}$ (x est l'abscisse de G). Cette énergie mécanique est-elle constante ?

2.3.2. Retrouver l'équation différentielle régissant le mouvement à partir d'une étude énergétique.

2.4 La solution de l'équation différentielle est de la forme x (t) = X_m cos(œ$_0$1+ <p). Le diagramme des espaces est donné ci- contre (figure 2), déterminer l'amplitude X^, la période propreT_0 et la phase initiale <p.

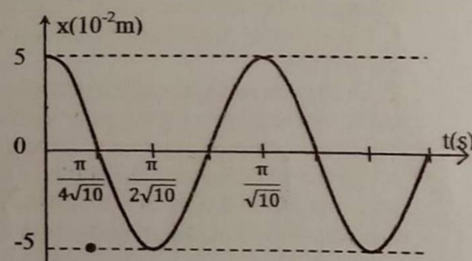


Figure 2

2.5. Par un dispositif approprié, on enregistre les courbes représentant les variations de l'énergie potentielle élastique E_P, et de l'énergie cinétique, Ec, du système (ressort-solide S).(figure 3). Les courbes CT et C2 sont des sinusoïdes de même période T et de même amplitude.

2.5.1. Identifier la courbe représentant les variations de E_P et celle représentant les variations de E_c. *Justifier la réponse.*

2.5.2. En utilisant les figures 2 et 3 déterminer la constante de raideur du ressort.

2.5.3. Retrouver la valeur de la constante de raideur k du ressort utilisé par exploitation de la courbe de la figure 4.

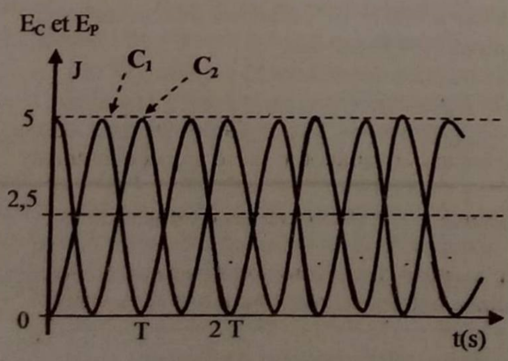


Figure 3

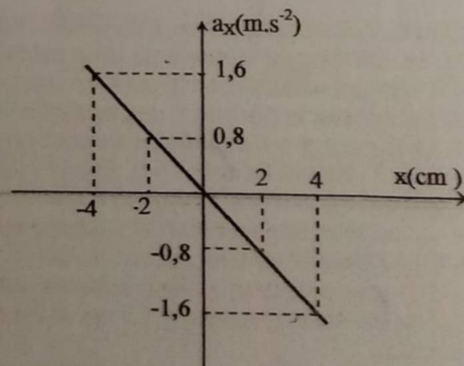


Figure 4

EXERCICE 6

Un pendule élastique horizontal comprend un ressort (R), de masse négligeable et de' ^a,'^eur $k = 50\ N.m^{-1}$, enfilé à travers une tige, l'une des extrémités du ressort est soudé un solide ponctue ( ) e masse m, pouvant coulisser sans frottements le long de, la tige.

A l'origine des dates, on écarte le solide (S) de x_0 à partir de sa position d'équilibre dans le sens positif puis on le lance dans le sens positif avec une vitesse de valeur Vo-

A un instant t quelconque l'élongation du solide est x et sa vitesse *v*.

4.1. Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule en fonction de k, m, x et v.

4.2. Le système (S. R) est conservatif :

4.2.1. Déduire de l'énergie mécanique l'équation différentielle régissant les oscillations ae ( ). S

4.2.2. Vérifier que $x(t) = X_m \cos(a>_0 t + <p)$ est solution de l'équation différentielle obtenue avec $a>_0$ la pulsation propre du mouvement de (S) et X_m son amplitude.

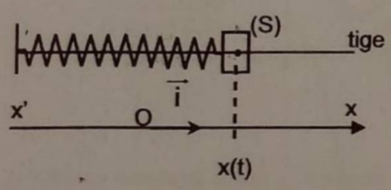
4.2.3. Etablir l'expression de l'énergie du pendule en fonction de k et X_m .

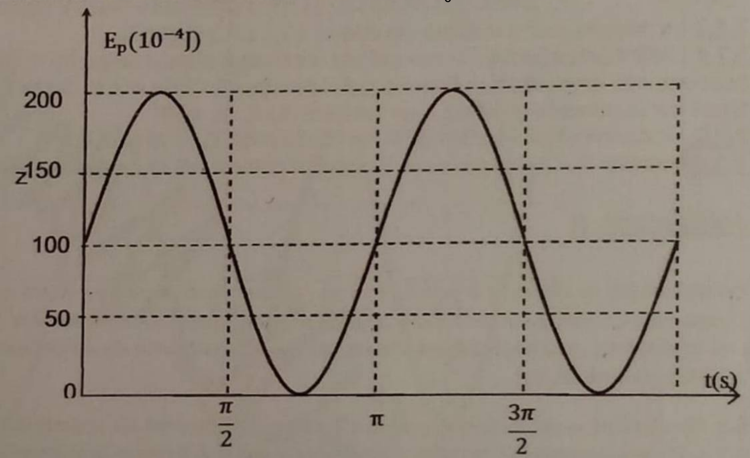
4.3. Le graphe ci-dessous, représente les variations de l'énergie potentielle élastique E_p au cours du temps.

Déterminer par exploitation du graphique et de ce qui précède :

4.3.1, Les valeurs de l'amplitude X_m des oscillations, de l'élongation initiale Xo du solide et de la phase *<p*.

4.3.2. La période T_o des oscillations, la masse m du solide (S) et sa vitesse initiale v_0.





EXERCICE 7

(exercice 3 : 04,5 points Bac $S_2$2007)

En travaux pratiques un groupe d'élèves utilisent deux méthodes différentes pour déterminer la constante de raideur K d'un ressort à spires non jointives.

- **3.1. La méthode statique :**

L'extrémité supérieure du ressort est fixée. A son extrémité libre, sont suspendues successivement des masses de différentes valeurs (figure a). Pour chaque masse m l'allongement A/' du ressort est mesuré à l'aide d'une règle (non représentée sur la figure). Le tableau de valeurs suivant est obtenu :

m (kg)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0.7	0,8
A£(cm)	2,5	5,0	7,5	10	12,4	15,1	17,5	19,8

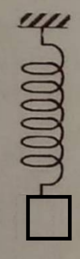


Figure a

3.1.1 Tracer le graphe de l'allongement *M* en fonction de la masse m.
En déduire Ja relation numérique entre *M* et m. **(0,75 point}**

2i2 Sur un schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m. Traduire alors la condition d'équilibre et en déduire l'expression de K en fonction de m, *M* et l'intensité de la pesanteur g. **(0,75 point)**

H3 En déduire la valeur de la constante de raideur K. On prendra $g = 9,81\ m.s^{-2}$. **(0,50 point)**

3.2. La méthode dynamique

Dans cette partie le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur horizontal. Le solide de masse M, de valeur inconnue, solidairement lié au ressort, se déplace sur un support horizontal (figure b). Tous les frottements sont négligés. On utilise un axe X'X horizontal orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse X sur cet axe.

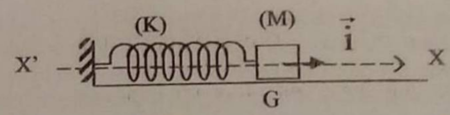


Figure b

A l'équilibre le ressort n'est ni comprimé, ni allongé et l'abscisse X est nulle (le point G est confondu avec l'origine de l'axe X'X).
A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre, et lâchée sans vitesse initiale.

3.2.1 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse M à un instant t donné et les représenter sur un schéma. **(0.50 point)**

3.2.2 Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement.
En déduire l'expression de la période T_o des oscillations en fonction de la constante de raideur K et de M. **(0,50 point)**

3.2.3 La mesure de 10 oscillations donne 10,6 s. Calculer T_o. **(0,25 point)**

3.2.4 L'objet précédent de masse M est surchargé d'une masse m_i = 20 g fixée sur lui. Le système est à nouveau mis en oscillation comme précédemment. Cette fois la durée de 10 oscillations donne 10,7 s.
Exprimer la nouvelle période T en fonction de K, m, et M. **(0,25 point)**

3.2.5 En déduire l'expression de K en fonction de T_o, T et m_v **(0,50 point)**

3.2.6 Calculer K. Comparer avec le résultat obtenu par la méthode statique. Expliquer. **(0,50 point)**

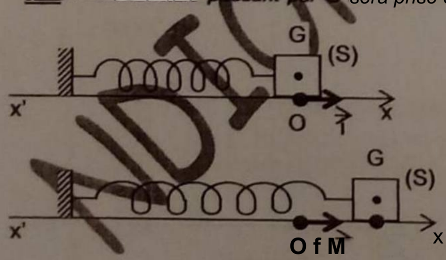
EXERCICE 8

Un ressort (R) de longueur à vide = 10 cm, de constante de raideur K, est accroché à un solide de masse m = 100 g. L'ensemble est placé sur un banc à coussin d'air horizontal. L'éxtrémité libre du ressort est accrochée en un point fixe, Les frottements sont négligeables. Au repos, G, centre d'inertie du solide, est en O, pris comme origine des abscisses sur l'axe x'x (voir figure).

5.1. On déplace le solide de sa position d'équilibre suivant l'axe x'x et on le lâche sans vitesse initiale,

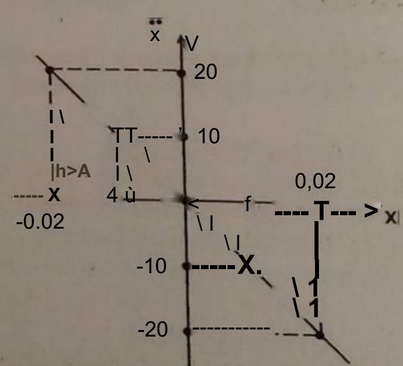
5.1.1. On a schématisé le système dans deux positions différentes (documentl)

N.B. : *L'horizontale passant par G sera prise comme référence*



Document 1

pour l'énergie potentielle de pesanteur. L'énergie potentielle élastique est nulle quand le ressort n'est ni étiré, ni comprimé.



Document 2 : graphique des variations de l'accélération en fonction de l'abscisse

Recopier chaque schéma et représenter les forces qui s'exercent sur le solide (S) sans considération d'échelle. **(0,5 pt)**

5J2 A l'aide du schéma 2 du document 1, établir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G du solide En déduire, justification à l'appui, la nature du mouvement de G (0.5 pt)

EXERCICE 9 (exercice 3 : 05 points Bac S1S3 2009)

Un palet (P) à cousin d'air assimilé à un point malénel de masse m = 500 g. est percé d'un trou A travers loquol passe une tige horizontale TT. Le palet est accroché à deux ressorts identiques Ri et R2 de masse négligeable, enfilés autour de la tige If et tendus entre deux points M et N. Les deux ressorts ont même constante de raideur ki = lo = k = 10 N.m'[1] et même longueur à vioe oℓ= *k* o? - 18 cm

3d Les extrémités M et N des deux ressorts sont fixés. Les ressorts ont alors pour longueur £ y- £ 2 = 25 cm lorsque le j palet est en équilibre (fige 1). On écarte aloia h r 'et P de sa position d'équilibre dans la direction MN de xo - 2 cm. puis " on l' abandonne à l'instant t = 0 avec une vitesse de valeur algébrique v_0 = - 0,20 m s"[1].

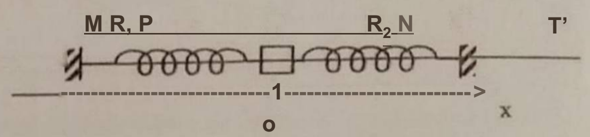


Figure 1

On rapporte le mouvement du palet au repère OX, l'origine O du repère, correspond à la position du palet lorsque le système est en équilibre. Les frottements sont supposés négligeables.

3.1.1 Donner, à une date t quelconque, l'expression de l'allongement de chacun des ressorts en fonction de l'abscisse x de P à cette date. (0,5 pt)

3.1.2 Montrer que l'équation différentielle du mouvement de P s'écrit : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{m}x = 0$. (01 pt)

3.1.3 Etablir l'équation horaire du mouvement de P. Calculer la période Todu mouvement. (01,5 pt)

X2 L'extrémité N du ressort R2 reste fixée. Le point M est relié à un excitateur constitué d'un petit moteur comme l'indique la figure 2. On met en route l'excitateur et on réalise plusieurs enregistrements en modifiant la vitesse de rotation du moteur (figure 2). On obtient les courbes ci-après (courbe 1, courbe 2. courbe 3 ci-dessous). Le dispositif d'enregistrement n'est pas représenté sur la figure.

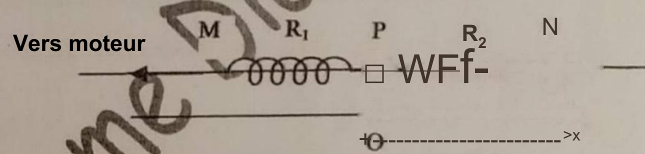


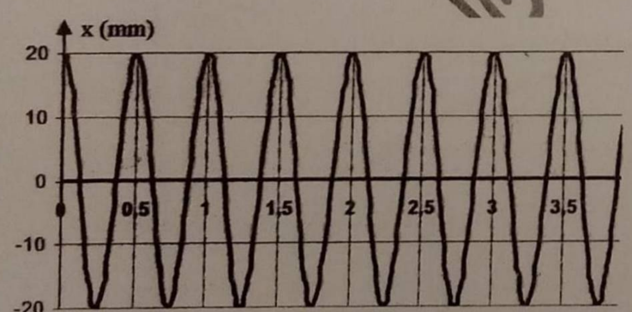
Figure 2

3.2.1 Quel nom doit-on donner aux oscillations ainsi obtenues ? (0,5 pt)

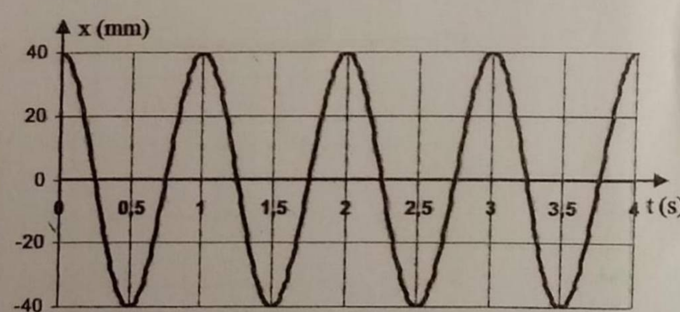
3.2-2 Déterminer graphiquement l'amplitude et la fréquence des oscillations pour chaque courbe, (0,5 pt)

3.2.3 Justifier le fait que l'amplitude des oscillât! ons du palet soit plus grande pour la courbe 2. (0,5 pt)

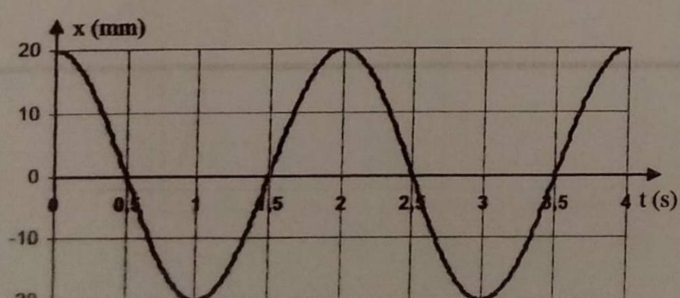
3.2.4 Le point M étant toujours relié au moteur dont la vitesse de rotation est réglée dans les conditions d'obtention de la courbe 2. On associe alors P à une palette immergée dans de l'huile. Comment évolue alors l'amplitude des oscillations ? Ebaucher la courbe x = f(t) en considérant un amortissement faible. Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ? (0,5 pt)



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

PHYSIQUE r^*

M. Ué éjteteR* teteteWM MI capteur*. interface *1 togtatel adéquate, a permte da tracer le* graphe* de* documente 1 et 1

1X1 Déterminer à tatee du document 2. ta constante da raideur K du ressort (R) En déduira la période propre T_o dos lacteBiurw du système soSde ressort (°'5 pt)

1XJ ¹ ³ ewtateeni te graphe du document 3. daww l'équation horaire du mouvement do G (0.5 pt)

1XJ Hteoas» A part* du document 3

al te longueur (du nsaeort à longme des dates

bl te sans omvenl tequel te îuMste se déplace **immédiatement après ta date I ■ 0**

g) ta date à tequtete **te sotafe passe pour ta première fus A la position d'équihbm. après la date I O**

4) Ounnei teummian et caicutai ta valeur I $_m$de lènocgm mécanique du système solide ressort

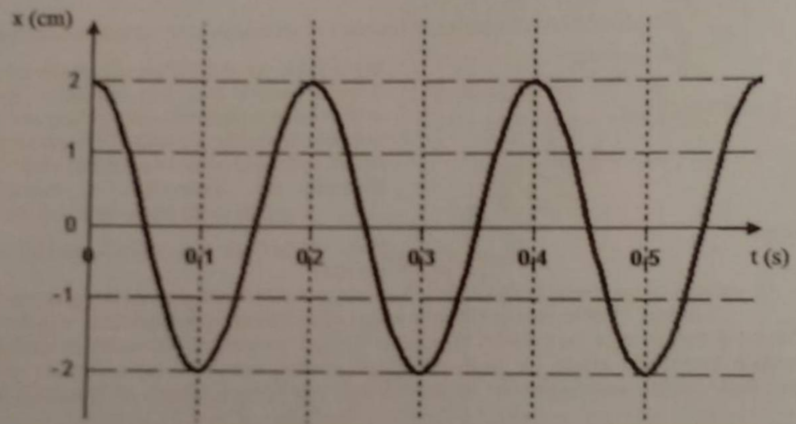
En doduve te **steur manmate de ta vitesse du solide S**

•J Montre, que tas **v.mabons d* énergm onéhqur rumpnnscnl tes variations d'énergie potentielle** élastique. (1,5 pt)

O I es **<teu> régsnea d un iMoHateur amorti sont n*prémini6s sur to document 4**

1X1 Quteteu ces **deu> regsnes H anocter. justification A l'appui, chaque graphe du** document 4 à l'un de ces régimes **(0,5 pt)**

1X1 Les auaperwom (tes vodures sont munies de ressorts et d*amortto*our*. Quel graphe du document 4 correspond **au regens doacdteteur ou tes passagers mirant un moiiimw confort** lorsque l'automobile subit une secousse, en **tracerasnt un « doa (fine • par ejmmpte ' Juslihot qualitativement an une ou** deux phrases. **(0,5 pt)**



Document 3

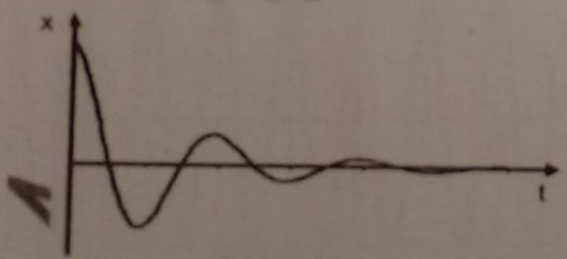


Schéma 3

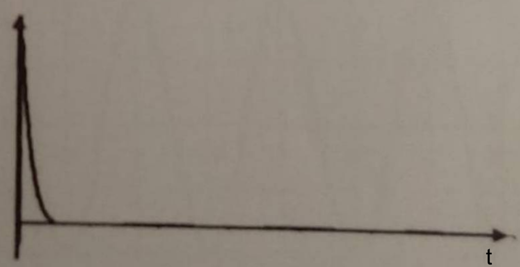


Schéma 4

Document 4 : graphiques des variations de M on fonction du tempe suivant l'amortissement