CONCOURS GENERAL SENEGALAIS 22TCGS18S3401

Durée :6 heures

SESSION 2022 **CLASSES DE TERMINALES**

SCIENCES PHYSIQUES

THEME : LES MOUVEMENTS : DE L'ECHLLE PLANETAIRE A L'ECHELLE ATOMIQUE

Données	
Masse de l'électron : m_e = 9,1.10^{-31} kg =0,00055 u Charge élémentaire : e = 1,6.10^{-19} C Energie au repos de l'électron E_0 = 0,511.10^{6}eV Permittivité du vide $\varepsilon_0 = 8{,}854.\,10^{-12}$SI	Constante de Planck : h = 6,626. 10^{-34} J.s Et ħ= $\frac{h}{2\pi}$ ≈1,055.10^{-34}J.s Constante de gravitation universelle : G = 6,67.10^{-11} S.I . Intensité de la pesanteur g = 9,81N.kg^{-1} Célérité de la lumière dans le vide : C = 3.10^8 m.s^{-1}.

TEXTE INTRODUCTIF.

Très tôt, les Hommes ont été intrigués par la régularité des phénomènes célestes : lever et coucher du soleil, l'alternance régulière des saisons, les phases de la lune, les mouvements des astres….

Avec la civilisation grecque, l'Astronomie qui constitue l'étude scientifique des astres, est devenue une science mathématique. ARISTOTE (320-230 avant J. CHRIST) est le premier à supposer que la terre tourne non seulement sur elle-même mais aussi autour du soleil ! Toutefois le système qui s'impose jusqu'au XVIème siècle est celui de PTOLEMÈE (140 après J. CHRIST) : la Terre, autour de laquelle tournent le soleil et les planètes occupe le centre du monde.

En 1543, COPERNIC (1473-1543 après J. CHRIST) publie un traité selon lequel le soleil occupe le centre du système solaire ; la terre est alors reléguée au rang des autres planètes tournant autour du soleil.

En 1605, KEPLER précise la nature des trajectoires des planètes. A la suite des travaux de GALILEE (1564- 1642), le système planétaire de COPERNIC est définitivement adopté.

NEWTON (1642- 1727) achève l'œuvre entreprise par COPERNIC. Parce qu'elle donne une explication rationnelle du mouvement des planètes, la théorie de Newton est le fondement de l'astronomie moderne et plus généralement de la physique. La théorie de Newton ou mécanique classique fut la première théorie scientifique rattachée au problème du mouvement des corps. C'est une science qui étudie l'équilibre ou le mouvement des corps et leurs causes.

Jusqu'à la fin du 19ième siècle la physique dite classique expliquait la plupart des phénomènes connus à l'aide de deux théories que sont la mécanique de Newton et l'électromagnétisme de Maxwell.

La théorie de Newton repose sur quatre lois fondamentales qui ont servi à décrire et à prédire le mouvement d'objets observables dans l'univers, y compris celui des planètes de notre système solaire. Ces lois sont utilisées dans toutes les autres branches de la physique ainsi d'ailleurs que dans la plupart des autres sciences de la matière. Ces lois fondamentales sont présentées sous les noms :

- Principe de l'inertie
- Relation fondamentale de la dynamique ou théorème du centre d'inertie
- Principe de l'action et de la réaction
- Loi de gravitation.

La mécanique de Newton postule les hypothèses suivantes généralement admises :

- Le temps et l'espace sont absolus
- Le temps et l'espace sont indépendants l'un de l'autre
- Le temps est le même dans tous les référentiels
- Tout système est entièrement déterminé par la donnée d'un certain nombre de paramètres qui possèdent à chaque instant des valeurs précises.

…/… 2

Lorsqu'on étudie le mouvement d'un corps on peut parfois négliger l'étendue de ce dernier par rapport aux dimensions de la trajectoire et l'assimiler à un point matériel. C'est sur cet aspect que portera l'étude de ce thème.
La mécanique se subdivise en cinématique et en dynamique. Le mouvement ayant un caractère relatif, pour décrire un mouvement d'un point mobile, il faut le localiser dans un référentiel et suivre son évolution au cours du temps, d'où la nécessité d'associer au repère espace un repère temps.
Dans la mécanique de Newton, un système de référence dans lequel la loi d'inertie est valable est appelé système d'inertie ou système de Galilée. On passe d'un système S à un autre système S'par des transformations appelées transformations de Galilée.
La mécanique permet d'introduire un certain nombre de concepts fondamentaux tels que l'espace, le temps, la masse et la force.
Il existe encore d'autres lois ou formalismes qui permettent, comme la 2^{e} loi de Newton, d'étudier les mouvements des corps indéformables ; on peut citer :
-lois de conservation de l'énergie
-lois de conservations de la quantité de mouvement
-loi de conservation du moment cinétique
-les formalismes de Lagrange et d'Hamilton
Bien que ces lois et formalismes se ramènent aux lois de Newton, ils permettent de résoudre aisément un certain nombre de problèmes. Au 20^{ième} siècle, on a découvert que diverses conclusions théoriques tirées des lois de Newton étaient en désaccord avec certaines conclusions expérimentales déduites des théories de l'électromagnétisme et des phénomènes atomiques. Ces désaccords conduisirent à la formulation de nouvelles théories sur les mouvements : la mécanique relativiste pour l'étude des mouvements des particules se déplaçant à une vitesse voisine de celle de la lumière et la mécanique quantique pour l'étude des mouvements et l'explication des phénomènes observés à l'échelle atomique, subatomique dont les théories classiques de Newton ne pouvaient rendre compte.
Cependant pour l'étude des mouvements des objets se déplaçant à des vitesses inférieures à celle de la lumière ($v \ll 0{,}1c$) et pour ceux qui sont de grandes dimensions comparées à celles des atomes et des molécules, la mécanique de Newton , appelée aussi mécanique classique reste très satisfaisante. C'est pour cette raison qu'elle a conservé une importance fondamentale en science et en technologie.

PARTIE A : Questions sur le texte (05 points)

Lire attentivement le texte ci-dessus et répondre aux questions suivantes :

A-1 Citer les quatre lois fondamentales sur lesquelles repose la mécanique classique ou mécanique de Newton

A-2-Rappeler les hypothèses ou postulats de la mécanique classique cités dans ce texte.

A-3- -Donner les deux subdivisions de la mécanique classique.

A-4- Citer d'autres formalismes et lois que les lois fondamentales de Newton utilisées en mécanique classique pour l'étude des mouvements des objets à l'échelle macroscopique.

A-5-Comment appelle –t-on la mécanique qui permet l'étude des mouvements des objets se déplaçant à des vitesses voisines de celle de la lumière ?
Comment appelle-t-on la mécanique qui étudie les mouvements et l'explication des phénomènes observés à l'échelle atomique, subatomique ?

PARTIE B: Mouvements autour d'une planète (30 points)

La description de l'état du mouvement d'un système non déformable en translation est régie par l'équation : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ **(2^{e} loi de Newton)**

Cette équation de Newton introduite comme l'un des postulats fondamentaux de la mécanique classique permet d'étudier l'évolution dans le temps des grandeurs cinématique et dynamique du système. Dans la suite on considère que tous les référentiels sont galiléens.

…/… 3

La quatrième loi de Newton appelée loi de gravitation universelle stipule qu'entre deux objets ponctuels A et B de masses respectives m_A et m_B distants de r = AB s'exercent des forces attractives $F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ de même intensité, de même direction, proportionnelles aux deux masses et inversement proportionnelles au carré de la distance qui les sépare. (figure 1)

L'expression vectorielle de la force de gravitation est donnée comme suit

: $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\ \vec{u}_{AB}$

L'intensité commune de cette force est donnée par la relation

$F = G\frac{m_A m_B}{r^2}$ G : constant de gravitation universelle ≈6,67.10^{-11}N.$m^2 kg^{-2}$

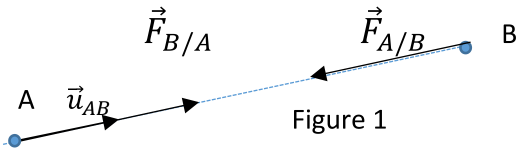

Figure 1

Cette loi s'applique à des objets non ponctuels mais aussi à des objets ayant une répartition de masse à symétrie sphérique et à des objets dont les dimensions sont négligeables devant les distances qui les séparent d'autres corps avec lesquels ils sont en interaction ; c'est le cas des satellites avec leurs planètes.

B-1 Mouvement circulaire d'un satellite autour d'une planète

La planète Saturne possède plusieurs anneaux qui l'entourent. Dans ces différents anneaux se déplacent des satellites suivant des mouvements circulaires.

B-1-1-On considère Janus, un des satellites de de Saturne. Janus sera assimilé à un point matériel de masse m, distant de r du centre de Saturne de masse M. La seule force à considérer est la force d'interaction gravitationnelle entre les deux corps. On considère que le satellite décrit un mouvement circulaire autour du centre de masse de la planète.

B-1-1-1-Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que le mouvement du satellite est uniforme. On précisera le référentiel d'étude.

B-1-1-2 -Etablir l'expression de la vitesse du satellite en fonction de G, r et M.

B-1-1-3 - Etablir l'expression de sa période T et retrouver la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3}$ = constante.

B-1-2-On se propose de déterminer la masse de la planète Saturne

B-1-2-1- Le tableau ci-dessous rassemble des données relatives à quatre satellites se mouvant dans différents anneaux de saturne suivant des mouvements circulaires.

Satellite	Distance moyenne à Saturne r(km)	Période de révolution T
Janus	159.10^3	17 h 58 mn
Encelade	238.10^3	1 j 8 h 53 mn
Dione	377.10^3	2j 17 h 41 mn
Titan	1220$10^3$	15j 22 h 41 mn

Calculer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ pour chacun des satellites en utilisant les unités du système international.

B-1-2-2-Déterminer la masse de la planète Saturne.

B- 2 : **Nature exacte de la trajectoire d'un satellite autour d'une planète**

La trajectoire générale d'un satellite autour d'une planète est une conique (cercle, parabole, hyperbole ou ellipse)

B-2-1-On considère la force de gravitation exercée par une planète A de centre A sur le satellite de centre B :

$\vec{F}_{A/B} = F_G = - G \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB}$ (figure 2) où mA masse de la planète et mB masse du satellite et $\vec{u}_{AB} = \vec{e}_r = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$; soit $\vec{r} = \overrightarrow{AB}$

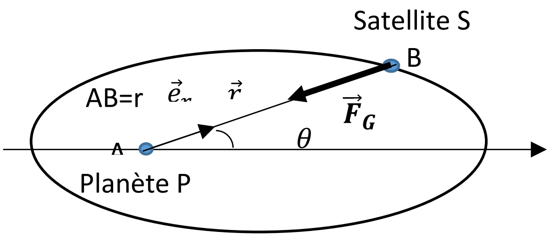

Figure 2

Le satellite est assimilé à un point et sa trajectoire est elliptique. On établit que l'accélération $\vec{a}$ du satellite est telle que : $\vec{a} = -C^2u^2\left[\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right]\vec{e}_r$; θ est la coordonnée angulaire voir figure 2

avec $u = \frac{1}{r}$; C = r v = constante avec v la vitesse du satellite ;

B-2-1-1- A partir du théorème de centre d'inertie, écrire l'équation différentielle régissant le mouvement du satellite en fonction des variables u , θ et des constantes C , G et m_P.

B-2-1-2- On établit que la solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme : $r(\theta) = \frac{p}{1+e\cos\theta}$; où p et e sont des constantes. Déterminer l'expression de p en fonction en fonction de C, G et mp.

B-2-2-le satellite est un satellite terrestre et il est lancé à partir d'un point M_0 ($\theta = 0$) de rayon $r_0 = R_T$ +h et avec la vitesse v_1= 14 km.s^{-1} ,(R_T= 6400 km et h = 180 km) pour atteindre une nouvelle trajectoire de rayon r.

B-2-2-1- Montrer que $p = \frac{{r_0}^2{v_1}^2}{GM_T}$ et faire l'application numérique avec M_T = $6{,}02.10^{24} kg$.

B-2-2-2-A partir des données initiales et de l'équation : $r = \frac{p}{1+e\cos\theta}$, déterminer la valeur de e

B-2-2-3- En déduire la nature de la trajectoire en tenant compte des informations consignées dans le tableau ci-après

Valeur de e	0	< 1	1	> 1
Nature de la trajectoire	cercle	ellipse	parabole	hyperbole

PARTIE C : Des mouvements dans l'espace terrestre (15 points)

C-1 Mouvement pendulaire

On réalise un pendule en accrochant un corps de masse m à un fil inextensible de longueur ℓ et de masse négligeable. On lance le corps à partir de la verticale avec une vitesse initiale v_0. Il effectue un mouvement oscillatoire avec de faibles élongations dans le plan vertical. Déterminer l'équation différentielle régissant l'élongation angulaire θ du pendule en utilisant les théorèmes suivants :

C-1-1-le théorème du centre d'inertie (TCI)

C-1-2- le théorème de l'énergie cinétique (TEC)

C-1-3-le théorème de l'énergie mécanique (TEM).

C-1-4- Conclure.

C- 2 : Descente d'un véhicule

Une voiture que l'on assimile à un point matériel M de masse m = 1000 kg roule à la vitesse constante v_0 = 125 km.h^{-1} sur une piste horizontale (DA) avant d'amorcer une descente à partir de A (figure 3)

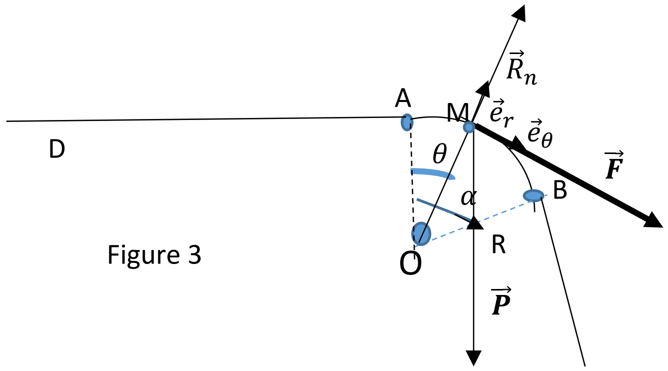

Figure 3

Le début de la descente (portion de A à B) est assimilé à un arc de cercle, de centre O, de rayon R = 130 m et d'angle α =15°. ($\alpha = A\hat{O}$B)

Durant la descente, la force motrice $\vec{F}$ de la voiture est tangente à la route et sa valeur algébrique $\overline{F}$ est constante (elle est positive lorsque la voiture accélère et négative pour un freinage). Les frottements sur la route sont négligés et on désigne par $\vec{R}_n$ la réaction normale de la piste.

C-2-1- Etablir les équations différentielles du mouvement de M, sur la partie AB, en projetant la relation fondamentale de la dynamique sur la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ indiquée sur la figure 3. ($\theta = A\hat{O}$M)

C-2-2- Déterminer l'expression de la vitesse en un point M quelconque de l'arc de cercle : v_M = $\|\vec{v}\|$ puis celle de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ ($\omega = \frac{d\theta}{dt}$) en fonction de R, θ, g, m, v_0 et $\overline{F}$.

C-2-3-En déduire l'expression de R_n= $\|\vec{R}_n\|$ en fonction de R, θ, g, v_0, m et $\overline{F}$

C-2-4-La voiture quitte la sphère.

C-2-4-1-Déterminer la relation vérifiée par l'angle θ_d pour lequel la voiture quitterait le sol.

C-2-4-2-Que devient cette relation dans le cas où le conducteur de la voiture coupe le moteur à son arrivée au point A ? Calculer dans ce cas la valeur de l'angle θ_d.

Comparer les angles θ_d et α.

…/… 6

C-2-4-3- Calculer la valeur $\overline{F}$ pour que la voiture décolle du point B . On prendra g=9,8 ms^{-2}

C-3 : Mouvement de particules chargées dans un champ électrique

La théorie permet d'admettre la possibilité d'appliquer les lois de Newton (la mécanique classique) dans l'étude du mouvement des électrons dans les tubes cathodiques lorsqu'ils sont accélérés jusqu'à acquisition d'une vitesse de l'ordre de $10^7 ms^{-1}$.
Dans un oscilloscope électronique, les électrons émis par le « canon à électrons » et « accélérés » convenablement par une tension $\boldsymbol{U}$ parviennent en O avec une vitesse $\vec{v}_0$ colinéaire à ox. Ils entrent alors entre les plaques de déviation verticale de longueur ℓ voir figure ci-dessous. (Figure 4).

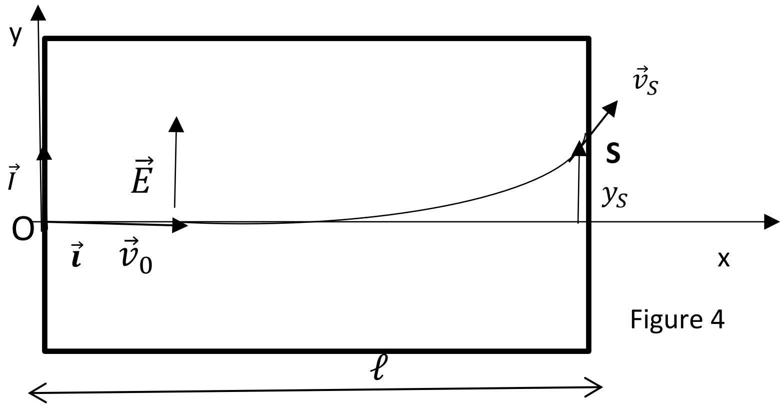

Figure 4

C-3-1-Le champ entre les plaque de déviation est $\vec{E} = E_0\,\vec{\jmath}$. Déterminer les expressions de l'ordonnée y_S et des composantes de $\vec{v}_S$ des électrons à la sortie du domaine compris entre les plaques en fonction de e, m E_0 et du temps de transit $\tau = \frac{\ell}{v_0}$.

C-3-2- Le champ électrique déviant les électrons est maintenant un champ sinusoïdal : $\vec{E} = E_0 cos\omega t\,\vec{\jmath}$.

C-3-2-1-Montrer que le temps de transit est toujours donné par la relation $\tau = \frac{\ell}{v_0}$

C-3-2-2-- La tension accélératrice des électrons qui parviennent en O est U = 1000 V et la longueur des armatures est $\ell = 2.10^{-2}$m.
La charge de l'électron en valeur absolue e = $1{,}6.10^{-19}$ C, sa masse : m = 9 ,1.10^{-31} kg.
Calculer v_0 et τ.

C-3-2-3- Pour des fréquences telles que : $\omega\tau \leq 2\pi 10^{-2}$. La déviation des électrons à la sortie des plaques reproduit la forme du champ électrique $E_0 cos\omega t$
Calculer la fréquence maximale que doit avoir le champ pour qu'il soit reproduit fidèlement à la sortie des plaques

…/… 7

PARTIE D : Des mouvements à l'échelle atomique (50 points)

D-1 Etude du mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène dans la théorie semi-classique

Le modèle de Bohr sur l'atome d'hydrogène repose sur la notion de trajectoire (incompatible avec la théorie quantique) de l'électron autour du noyau de l'atome simple d'hydrogène. Elle émane de la théorie classique de Newton et de la quantification du moment cinétique de l'électron L_0= mvr = n$\hbar$ avec n : entier , m = masse de l'électron, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, v : vitesse de l'électron et r : rayon de l'orbite circulaire.

Cette hypothèse($L_0 = \text{m}v\text{r} = \text{n}\hbar$) relève de la théorie moderne d'où le modèle semi classique donné à ce modèle de Bohr.

Un atome d'hydrogène est constitué d'un électron tournant autour du proton supposé immobile pris comme origine du référentiel $\mathcal{R}$.

D-1-1- En tenant compte de l'expression de la force d'interaction coulombienne entre l'électron et le proton et de l'expression du moment cinétique $\vec{L}_0 = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}$; $\vec{p}$= m$\vec{v}$; O : origine du référentiel $\mathcal{R}$ et M : position de l'électron, montrer que le moment cinétique de l'électron par rapport au proton est constant. Que peut-on en conclure ?

D-1-2- L'électron décrit un mouvement circulaire uniforme autour du proton et dans l'hypothèse de Bohr ; on a : L_0 = m v r = n $\hbar$.

- En utilisant la quantification de L_0 donnée ci-dessus ainsi que la deuxième loi de Newton,

donner les expressions de la distance électron-proton (r_n) , de l'énergie potentielle de l'électron et de l'énergie totale E_n de l'électron en fonction de $\hbar$,m, e, K (constante de coulomb) et de l'entier naturel n.

On désignera par e la valeur absolue de la charge de l'électron. On négligera le poids de l'électron par rapport à la force électrostatique.

D-1-3- Calculer les grandeurs précédentes pour n =1

D-1-4 Recopier le tableau qui suit et le compléter en indiquant la valeur de l'énergie de l'atome ainsi que le rayon de l'orbite de l'électron en fonction de n. Le rayon sera exprimé en multiple de a_o , le « rayon de Bohr » (valeur du rayon de l'atome pour n=1)

n	1	2	3	4	5
$E_n(eV)$	-13,6	-3,40			
r_n	a_o	$4a_0$			

D-1-4-1 Vers quelle valeur évolue l'énergie E_n de l'atome lorsque la valeur du nombre quantique principal n devient très grande ? Même question concernant la valeur du rayon r_n.

D-1-4 2 L'image que l'on peut donner à l'électron en interaction avec le proton dans l'atome d'hydrogène est celle d'un puits dans lequel l'électron serait « piégé ». (Figure 5)
Quelle énergie minimale faut-il fournir à l'atome pour « libérer » l'électron de ce puits ?

…/…8

D-1-4 3 Quelle modification subit l'atome d'hydrogène si l'électron est « libéré » de ce puits ?

D-1-4-4 On apporte à l'atome, dans son état de plus basse énergie E_1, une énergie $\Delta E = 10{,}2\ eV$ (on ne cherchera pas à savoir comment).Dans quel état énergétique se retrouve alors l'atome après avoir reçu cette énergie ?

D-1-4-5 Dans ce nouvel état, l'atome est instable et va chercher à retrouver son état de plus basse énergie. Ce phénomène s'accompagne de l'émission d'un photon. Déterminer sa fréquence puis sa longueur d'onde dans le vide. On donne $c = 3{,}00.10^8\ m.s^{-1}$

D-1-4-6 A quel domaine spectral appartient la radiation émise ?

D-1-4-7 Déterminer la longueur d'onde minimale λi du photon capable d'ioniser l'atome d'hydrogène à partir dans son deuxième état excité

D-1-4-8 Déterminer la plus petite longueur d'onde d'émission de la série de Balmer pour l'atome d'hydrogène.

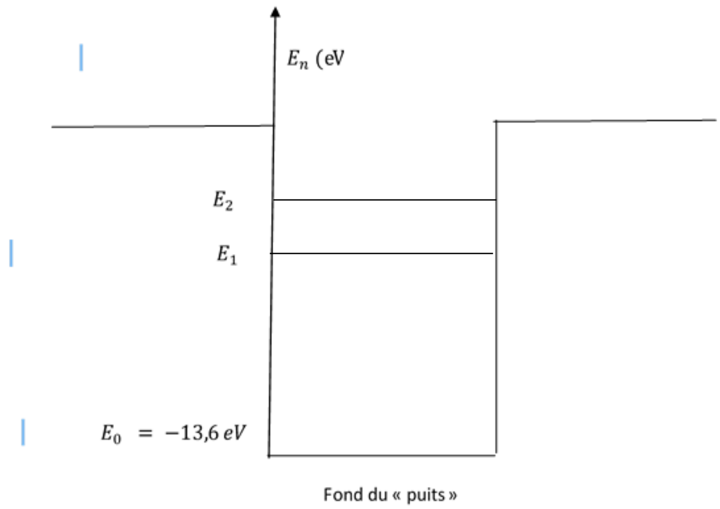

Figure 5

D-2 Etude des mouvements dans les théories nouvelles

D-2-1- Application de la Théorie quantique au mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène

Il y a des cas où les lois de la mécanique classique ne parviennent plus à décrire les mouvements des corpuscules. Dans ce cas on se réfère à la théorie de la mécanique quantique.

Dans la théorie de la mécanique quantique réservée aux particules atomiques le mouvement des particules est associé à une onde. L'onde est caractérisée par une fonction mathématique Ψ appelée fonction d'onde à partir de laquelle on peut tirer des informations sur la particule.

On ne peut jamais exprimer avec exactitude le comportement du système atomique mais seulement donner un degré de probabilité.

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène à symétrie sphérique peuvent s'obtenir dans la théorie quantique par une méthode simplifiée d'un calcul à une dimension. On associe au mouvement de l'électron autour du proton, une onde définie par une fonction d'onde $\Psi(x)$ qui obéit à l'équation différentielle suivante :

.../... 9

$\frac{\hbar^2}{2m}\Psi'' + \frac{A}{x}\Psi$ = - EΨ ; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h : constante de Planck , m : masse de l'électron et A = $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$, e = charge élémentaire.

D-2-1-1 On considère que l'électron de masse m est soumis une énergie potentielle

V(x) =V = ∞ si x ≤ 0 et V(x) = $-\frac{A}{x}$ si x > 0

On montre que la fonction Ψ(x) $=Cxe^{-x/a}$ pour x ≥ 0 est solution de l'équation différentielle précédente et correspond à un état d'énergie possible pour la valeur de a. Déterminer les expressions de a et E en fonction de m ,ħ, e et ε_0. C : est une constante

On notera que Ψ(x) =0 pour si x≤ 0

D-2-1 -2--Calculer numériquement E et a ;

On donne e = 1,6.10^{-19}C ; ε_0 =8,854.$10^{-12}SI$; m = 9,1.10^{-31} kg

D-2-1 -3- On considère la fonction d'onde Ψ(x) $=Cxe^{-x/a}$

D-2-1-3-1-On définit la valeur moyenne $\langle\frac{1}{x}\rangle$ par : $\langle\frac{1}{x}\rangle = \int_0^{+\infty}\frac{1}{x}|\,\Psi(x)\,|^2dx$

Déterminer $\langle\frac{1}{x}\rangle$ en fonction de a . On donne : C = $\frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$

On rappelle que : $\int_0^{+\infty} x^n\, e^{-x}dx$ = n ! (le candidat peut utiliser l'intégration par partie)

D-2-1 -3-2-Retrouver l'expression de l'énergie potentielle moyenne ⟨V(x) ⟩ définie par

$\langle\mathbf{V(x)}\rangle$ = - A$\langle\frac{1}{x}\rangle$ en fonction de a , e et ε_0

-Comparer le résultat obtenu de $\langle\mathbf{V(x)}\rangle$ avec l'expression de l'énergie potentielle obtenue par la théorie de la mécanique classique V(a) = - $\frac{e^2}{4\pi a\varepsilon_0}$ pour l'orbite de rayon r = a

D-2-2- Image probabilistique du mouvement en théorie quantique

Dans la théorie moderne de la mécanique quantique , la fonction d'onde de l'onde associée au mouvement de l'électron dans l' état fondamental de l'atome d'hydrogène permet de définir sa probabilité de présence autour du noyau ; celle-ci est donnée par P(r) = $\frac{4r^2}{a_0^3}\,e^{-\frac{2r}{a_0}}$; avec a_0 = 0,53Å : rayon de la première orbite de Bohr dans la théorie semi-classique.

D-2-2-1- Donner les valeurs de P(r) à r = 0 ; r = ao et r = +∞. Conclure

D-1-2-2-Déterminer la distance r du noyau telle que la présence de l'électron y soit maximale

Interpréter le résultat obtenu.

D-2-2-3- Donner l'allure de la courbe P(r) compte tenu des résultats précédents

../.. 10

D-2-3 Etude des mouvements de particules relativistes dans le domaine de la Mécanique Relativiste

Rappels :

Dans la mécanique de Newton, un changement de repère affecte les variables d'espace, mais non la variable de temps.

En mécanique relativiste, un changement de repère affecte les variables d'espace et la variable de temps, ce qui rend nécessaire la construction d'une nouvelle dynamique : la dynamique relativiste.

Définitions :

Une particule libre de masse m, animée d'une vitesse $\vec{v}$ par rapport à un référentiel galiléen (R), possède dans ce référentiel :

- Une quantité de mouvement $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$, si on pose $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ et c : célérité de la lumière dans le vide.
- Une énergie totale E = γmc^2
- Une énergie cinétique T = $(\gamma - 1)mc^2$
- E= E_0 +T = γE_0 ; soit $\gamma = \frac{T+E_0}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

L'énergie E_0 de la particule dans un référentiel où la particule est au repos ($\vec{v}= \vec{0}$) est E_0 =mc^2

E_0 : énergie au repos.

D-2-3 -1- : Vitesse classique dans la théorie classique et Vitesse relativiste d'un électron accéléré par une différence de potentiel : comparaison des calculs issus des deux théories.

Des électrons sont émis par un filament chauffé (on suppose que leur vitesse initiale est nulle) et accélérés entre le filament et une grille polarisée portée au potentiel U par rapport au filament.

En utilisant la loi de conservation de l'énergie totale (ou le théorème de l'énergie cinétique)

D-2-3 -2- Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'électron au niveau de la grille G qu'on exprimera en fonction de e (valeur absolue de la charge de l'électron) et de la tension électrique U = V_G- V_F.

D-2-3 3 On désigne respectivement par v_{cl} et v_{re} les vitesses acquises par l'électron à la sortie de la grille par application de la théorie classique et de la théorie relativiste.

D-2-3-3-1- Montrer que la vitesse de l'électron à la sortie de la grille est donnée par v_{Cl}= $5{,}93.10^5 U^{\frac{1}{2}}$; par un calcul utilisant la mécanique classique

D-2-3-3-2- Montrer que la vitesse v_{re} d'une particule relativiste libre est reliée à son énergie cinétique T et à son énergie au repos E_0 par la relation $v_{re} = c\frac{\sqrt{(T^2+2TE_0)}}{T+E_0}$**,** c :célérité de la lumière dans le vide. E_O = mc^2 : énergie au repos de l'électron

D-2-3-3-3- En tenant compte de D-2-2-2-1 et de l'égalité précédente ($v_{re} = c\frac{\sqrt{(T^2+2TE_0)}}{T+E_0}$) ; montrer dans le domaine relativiste que la vitesse de l'électron à la sortie de la grille

$$v_{re} = \mathrm{c}.\frac{\left[1+\frac{1{,}022.10^6}{U}\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1+\frac{0{,}511.10^6}{U}\right)} \quad .$$

Pour l'électron $E_0 = 0{,}511.10^6 eV$ et c : la célérité de la lumière : $3.10^8 ms^{-1}$

D-2-3-3-4- Donner un tableau des différentes valeurs des vitesses pour des tensions U (en volt) de la grille comprises entre 10^2 et 10^7
U =10^2 ,10^3, 10^4 ,10^5, 10^6 et 10^7.

D-2-3-3-5 Par une analyse des valeurs du tableau donner une conclusion sur ces deux théories

Indications : Après la traversée de la grille l'électron devient une particule libre et se déplace à la vitesse acquise à la sortie de la grille.

FIN DU SUJET