



## Etude d'un dipôle LC et RLC libre

### Exercice n°1 :

Les circuits des appareils électriques utilisés dans plusieurs domaines de la vie courante (jouets, alarmes, télécommandes, chargeurs de téléphones, ...) sont constitués de condensateurs, de bobines, de conducteurs ohmiques, ...

Cet exercice a pour objectif l'étude de :

- La réponse d'un dipôle RL soumis à une tension constante ;
- La réponse d'un dipôle RC soumis à une tension constante ;
- La décharge oscillante d'un condensateur dans une bobine.

Pour cela, on réalise le montage schématisé ci-dessous constitué d'un générateur de f.é.m.  $E = 4,0 \text{ V}$ , de deux conducteurs ohmiques de même résistance  $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ , d'une bobine d'inductance  $L = 1,0 \text{ H}$ , d'un condensateur de capacité  $C = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  et de trois interrupteurs  $K$  ;  $K_1$  et  $K_2$ .

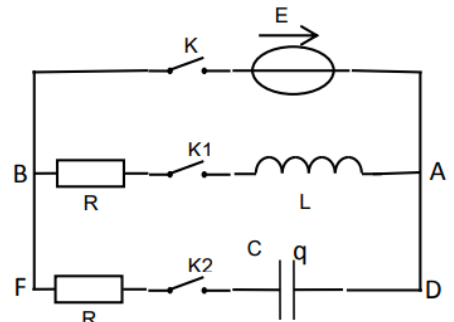
#### 4-1 Etude du Dipôle RL

Les interrupteurs  $K$  et  $K_1$  sont fermés,  $K_2$  ouvert.

4-1-1 Qu'est-ce qu'un dipôle RL ? Que vaut la tension aux bornes du dipôle RL de la branche AB ? **(0,5 point)**

4-1-2 Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité  $i_1$  du courant dans la branche AB. **(0,25 point)**

4-1-3 Vérifier que l'expression de l'intensité  $i_1 = \frac{E}{r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  où  $\tau$  est une constante à déterminer, est solution de l'équation différentielle. Quelle est la signification physique de  $\tau$  ? **(0,5 point)**



#### 4-2 étude du Dipôle RC.

Le condensateur est initialement déchargé. Les interrupteurs  $K$  et  $K_2$  sont fermés,  $K_1$  ouvert.

4-2-1 Qu'est-ce qu'un dipôle RC ? Que vaut la tension aux bornes du dipôle RC de la branche DF ? **(0,5 point)**

4-2-2 Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge  $q$  du condensateur. **(0,25 point)**

4-2-3 Vérifier que l'expression  $q = CE (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ , où  $\tau$  est une constante à déterminer, est solution de l'équation différentielle. En déduire l'expression de l'intensité  $i_2$  en fonction de la date  $t$ . **(0,5 point)**

4-2-4 Exprimer l'énergie  $\mathcal{E}$  stockée dans le condensateur à la fin de la charge. **(0,25 point)**

#### 4-3 Etude Dipôle LC.

Lorsque le régime permanent est établi dans le circuit, on ouvre l'interrupteur  $K$  et on ferme les interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  à une date qui est choisie comme nouvelle origine des dates.

4-3-1 Quel est le sens de circulation du courant dans le circuit immédiatement après l'ouverture de l'interrupteur  $K$  ? **(0,25 point)**

4-3-2 Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge  $q$ . **(0,25 point)**

4-3-3 Que devient cette équation différentielle lorsque les résistances sont négligeables ? Donner une solution de cette équation, puis calculer la période propre  $T_0$  des oscillations électriques. **(0,75 point)**

### Exercice n°2 :

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de fem  $E = 6 \text{ V}$ , un condensateur de capacité  $C$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance propre négligeable, deux conducteurs ohmiques de même résistance  $R$  et deux interrupteurs  $K$  et  $K'$  (figure-2).

Un oscilloscope associé à un système d'acquisition a permis de visualiser



sur la voie 1 la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps.

**5.1** Dans une première expérience on ferme K en maintenant K' ouvert. Le dipôle (RC) est alors soumis à une tension continue.

Sur la voie 1 on obtient la courbe de la figure-3 de la page 4.

**5.1.1** Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée et indiquer le sens du courant et les signes des charges de chacune des armatures du condensateur. **(0,25 point)**

**5-1-2** Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ? **(0,25 point)**

**5-1-3** Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau$  du dipôle (RC). Expliciter la méthode utilisée. **(0,25 point)**

**5-1-4** Sachant que  $R = 20 \Omega$ , en déduire la valeur de la capacité C. **(0,25 point)**

**5-1-5** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur est :

$$RC \frac{dU_C}{dt} + u_C = E. \quad (0,25 \text{ point})$$

**5-1-6** Vérifier que  $u_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$  est solution de cette équation différentielle. **(0,25 point)**

**5.2** Une fois la première expérience terminée, on ouvre K et on ferme K'. Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. La figure 4 indique la variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

**5-2-1** Préciser le régime des oscillations obtenues **(0,25 point)**

**5-2-2** Déterminer la pseudo-période T des oscillations. **(0,25 point)**

**5-2-3** Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée. **(0,25 point)**

**5-2-4** Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $U_C$ . **(0,25 point)**

**5-2-5** A partir de la figure-4, que peut-on dire de l'énergie totale du circuit ? Quel est le dipôle responsable de ce phénomène ?

Montrer que la variation au cours du temps de l'énergie totale du circuit peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dE}{dt} = -2R(C \frac{dU_C}{dt})^2 \quad (0,5 \text{ point})$$

**5-2-6** On suppose que l'énergie initiale du circuit est contenue dans le condensateur.

Calculer les énergies électrique  $E_C$  et magnétiques  $E_L$  aux instants  $t_1 = 0$  ;  $t_2 = 3T$ . **(0,5 point)**

**5-2-7** Calculer l'énergie dissipée dans le circuit pendant 3 T. **(0,5 point)**

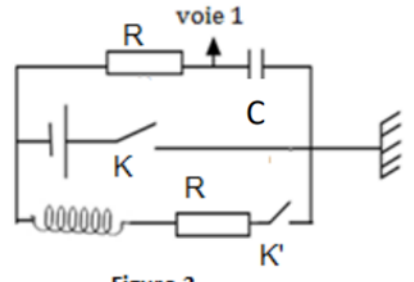


Figure 2

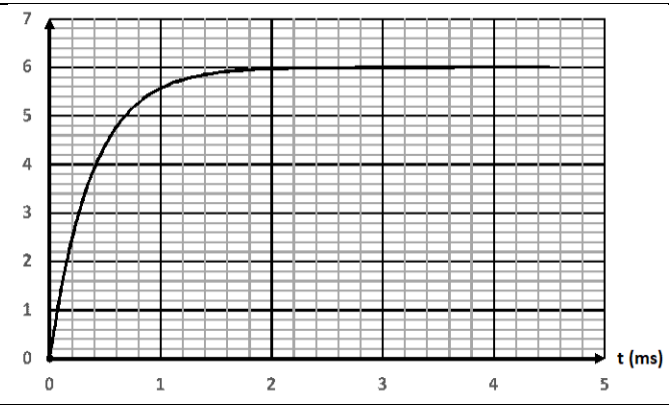


Figure 3

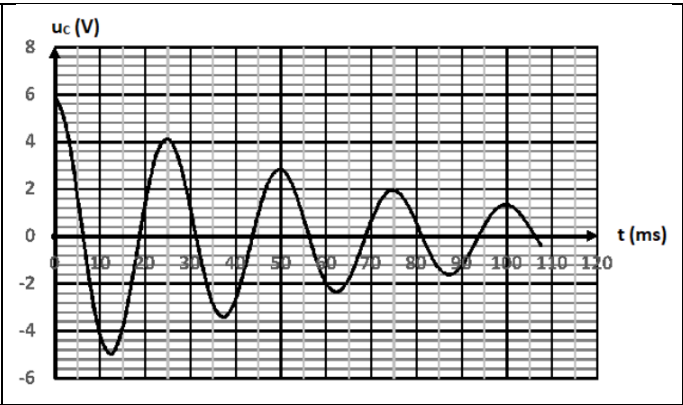


Figure 4

**Exercice n°3 :**

Un groupe d'élèves, sous la supervision de leur professeur, se propose de déterminer la valeur de l'inductance (L) d'une bobine et celle de la capacité (C) d'un condensateur de leur laboratoire puis d'étudier les transformations et transferts d'énergie dans un circuit les associant.

La bobine est assimilée à un solénoïde de longueur  $\ell = 80 \text{ cm}$ , comportant  $N = 1280$  spires de surface  $S = 314 \text{ cm}^2$  chacune.



**4.1 Détermination de l'inductance de la bobine.**

Dans un premier temps, le groupe réalise le circuit électrique de la figure 2 comprenant la bobine, un générateur de tension continue ( $E = 6 \text{ V}$ ), un résistor de résistance  $R = 20 \Omega$  et un ampèremètre.

**4.1.1** Donner le nom du phénomène qui se produit au niveau de la bobine lorsque l'interrupteur K est fermé. **(0,25 point)**

**4.1.2** Reproduire le schéma de la bobine et représenter le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  qu'elle crée en son centre. **(0,25 point)**

**4.1.3** A partir des expressions du flux magnétique à travers la bobine, montrer que l'inductance s'écrit :

$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ . Calculer L. **(0,5 point)**

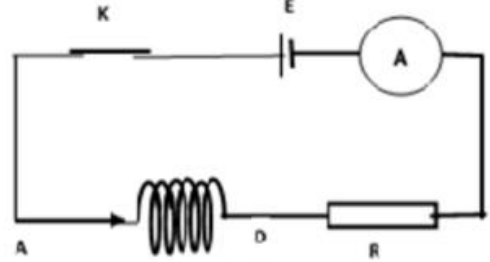


Figure 2

**4.2 Détermination de la capacité du condensateur et considérations d'énergie.**

Dans un second temps, le groupe réalise le montage en série de la bobine, du condensateur et du résistor (figure 3).

Le condensateur est initialement chargé (le circuit de charge n'est pas représenté sur la figure).

A la date  $t = 0$ , l'interrupteur K est fermé.

A l'aide d'un oscilloscope le groupe visualise l'évolution des tensions  $u_{AM}$  aux bornes du condensateur et  $u_{DM}$  aux bornes du résistor en fonction du temps (figure 4).

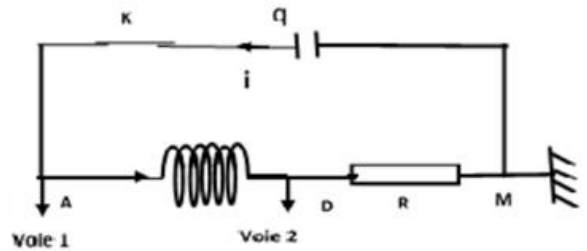


Figure 3

**4.2.1** Attribuer à chaque courbe la grandeur associée en justifiant. Quel phénomène explique la décroissance de l'amplitude de la courbe 1 ? **(0,5 point)**

**4.2.2** Donner la relation qui lie à chaque instant l'intensité  $i(t)$  et la charge  $q(t)$  ainsi que celle qui lie à chaque instant l'intensité  $i(t)$  et la tension  $u_{DM}(t)$ . Le sens arbitraire choisi pour l'orientation du circuit est sortant par rapport à l'armature du condensateur portant la charge q. **(0,5 point)**

**4.2.3** A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, montrer que l'équation

différentielle vérifiée par  $u_{AM}(t)$  s'écrit :  $\frac{d^2(u_{AM})}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(u_{AM})}{dt} + \frac{u_{AM}}{LC} = 0$  **(0,5 point)**

Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T. **(0,25 point)**

En déduire la valeur de la capacité C du condensateur sachant que T est pratiquement égale à la période propre du dipôle (RLC). **(0,25 point)**

**4.2.4** Donner l'expression de l'énergie électromagnétique  $E_{e,m}$  du circuit en fonction de L, C, q et i. En déduire son expression en fonction des tensions  $u_{AM}$  et  $u_{DM}$  **(0,5 point)**

**4.2.5** A partir de l'expression établie précédemment et en utilisant la figure 4, calculer la valeur de  $E_{e,m}$  à la date  $t_2 = 14,7 \text{ ms}$ . En déduire la valeur de l'énergie dissipée entre les instants  $t_0 = 0 \text{ ms}$  et  $t_2 = 14,7 \text{ ms}$ . **(0,5 point)**

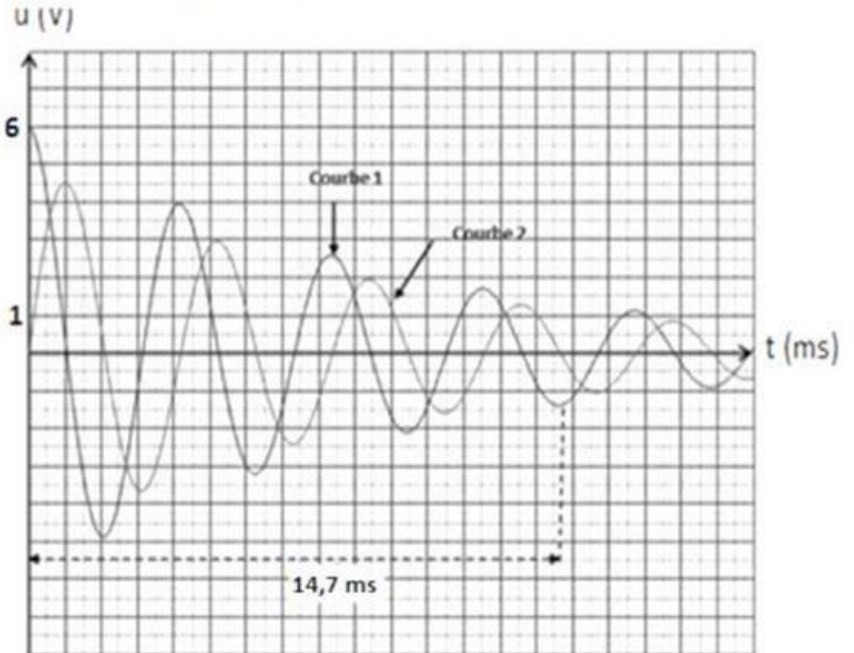


Figure 4

**Exercice n°4 :**

Des élèves d'un lycée veulent déterminer la capacité C d'un condensateur par deux méthodes.

**4.1** Dans un premier temps ils utilisent un générateur de tension continue de f.é.m E pour charger préalablement le condensateur. Celui-ci est déchargé par la suite dans un conducteur ohmique de



résistance  $R = 10 \text{ k}\Omega$ . Les valeurs prises par la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur à différentes dates  $t$  sont données ci-après.

|            |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|
| t (s)      | 2    | 4    | 6    | 8    | 10   |
| $U_c$ (V)  | 1,45 | 1,24 | 1,06 | 0,90 | 0,77 |
| $\ln(u_c)$ |      |      |      |      |      |

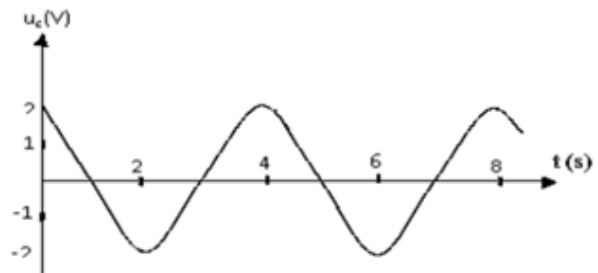
**4.1.1** Recopier le tableau et le compléter puis tracer la courbe représentant les variations de  $\ln(U_c)$  en fonction du temps. Echelle :  $\ln(u_c) = 1 \rightarrow 10 \text{ cm}$  ;  $1\text{s} \rightarrow 1 \text{ cm}$ . (0,75 pt)

**4.1.2** La tension  $u_c(t)$  varie en fonction du temps selon l'expression :  $u_c(t) = E e^{-t/RC}$ .

**4.1.2.1** On pose  $\tau = RC$ . Déterminer la valeur de  $\tau$  puis celle de  $C$ . Quelle est l'influence de la valeur de la constante  $RC$  sur la durée de la décharge du condensateur ? (01 pt)

**4.1.2.2** Déterminer la f.e.m  $E$  du générateur (0,5 pt)

**4.2** Dans un second temps, les élèves relient le condensateur précédent, initialement chargé, à une bobine d'inductance  $L = 3,2 \text{ H}$  et de résistance négligeable. La décharge du condensateur commence à un instant pris comme origine des dates. La loi de variation de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur en fonction du temps est donnée par la figure ci-contre.



**4.2.1** Expliquer le phénomène physique qui a lieu dans le circuit LC. (0,25 pt)

**4.2.2** L'équation différentielle du circuit s'écrit

$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$  et sa solution générale est :  $q = Q_m \cos(\omega t + \varphi)$  on demande :

**4.2.2.1** d'en déduire l'expression générale de  $u_c(t)$ . (0,25 pt)

**4.2.2.2** d'établir la relation entre la période  $T_0$ , l'inductance  $L$  et la capacité  $C$ . (0,50 pt)

**4.2.2.3** de déterminer numériquement les valeurs de  $T_0$  et  $C$  et écrire l'expression numérique de  $u_c(t)$ . (0,75 pt)

Exercice n°5 :

**4.1.** On considère un solénoïde de résistance négligeable placé dans l'air, comportant  $N = 200$  spires, de longueur  $\ell = 50 \text{ cm}$  et de diamètre  $D = 5 \text{ cm}$ .

Etablir l'expression littérale de l'inductance  $L$  de ce solénoïde puis calculer sa valeur numérique. (la perméabilité de l'air est voisine de celle du vide  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$ ) (0,5 point)

**4.2.** On branche ce solénoïde dans le montage ci-dessous qui comporte un condensateur de capacité  $C = 18 \mu\text{F}$  et un générateur qui débite un courant d'intensité constante  $I = 150 \mu\text{A}$ .

On charge le condensateur, initialement déchargé, en plaçant l'interrupteur  $K$  en position 1 (figure 3).

Calculer, 8 secondes après le début de la charge :

**4.2.1** les charges  $Q_A$  et  $Q_B$  de chaque armature ; (0,75 point)

**4.2.2** la d. d. p  $V_A - V_B$  entre les armatures ; (0,25 point)

**4.2.3** l'énergie  $W$  emmagasinée par le condensateur (0,25 point)

**4.3.** On place ensuite l'interrupteur  $K$  en position 2.

**4.3.1.** Quel phénomène se produit alors dans le circuit électrique ? (0,25 point)

**4.3.2.** On note  $q(t)$  la charge portée par l'armature  $A$  à l'instant  $t$  :

Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge  $q(t)$  en précisant sur le schéma du circuit les conventions utilisées. (0,5 point)

**4.3.3.** En déduire l'expression de la tension  $u_{AB} = f(t)$ . On prendra comme origine des dates, l'instant de fermeture du circuit, l'interrupteur  $K$  en position 2. (0,5 point)

**4.3.4.** Calculer la période  $T$  des oscillations électriques. (0,25 point)

**4.3.5.** A la date  $t = 2,98 \pi \cdot 10^{-5} \text{ s}$ , calculer la tension  $U_{AB}$ , l'intensité  $I$  du courant et déterminer le sens de ce courant. (0,75 point)

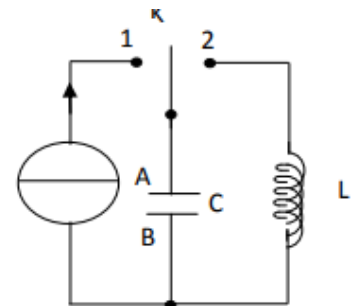


Figure 3