

EXERCICE 1 (20 POINTS)

Depuis l'apparition des satellites à la fin des années 1950, les domaines d'application tendent à se multiplier. Les satellites artificiels, notamment les géostationnaires, sont utilisés dans des domaines variés comme la météorologie, les télécommunications, la prévention des risques naturels et leur suivi, la surveillance, la sécurité maritime...

On considère un satellite de centre d'inertie S dont la trajectoire est une orbite circulaire située dans le plan équatorial à l'altitude h autour de la terre.

Le mouvement est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et on admet que toute action mécanique autre que l'interaction gravitationnelle entre le satellite et la terre est négligeable.

1.1

a) Faire un schéma sur lequel apparaîtra la force exercée par la terre sur le satellite, le vecteur champ de gravitation créé en S et le vecteur unitaire \vec{u}_{OS} .

b) Etablir l'expression du champ de gravitation g_h à l'altitude h en fonction de G, M, R et h.

1.2. Montrer par application de la deuxième loi de Newton que le mouvement du satellite est uniforme. Retrouver ce résultat par une méthode énergétique.

1.3. Exprimer la vitesse V du satellite dans le référentiel géocentrique en fonction de G, M, R et h.

1.4. Etablir l'expression de la période T en fonction de G, M, R et h.

1.5. Le satellite est mis sur orbite basse altitude h_1 . Il se déplace dans le même sens que la terre. Déterminer la durée T' qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur.

1.6 On désire réaliser le transfert du satellite en attente sur une orbite circulaire « basse » de rayon $r_1 = 6700$ km vers une orbite circulaire « haute » de rayon r_2 afin qu'il soit géostationnaire en passant par une orbite de transfert, dite de Hohman, tangente aux deux orbites circulaires.

1.6.1 Quelles sont les caractéristiques d'un satellite géostationnaire ?

1.6.2 Exprimer l'altitude h à laquelle évolue un tel satellite puis la calculer.

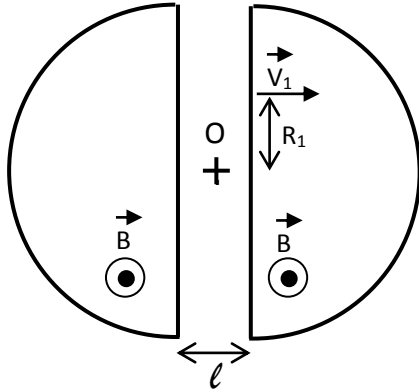
1.6.3 Exprimer puis calculer les vitesses v_1 et v_2 du satellite sur les orbites circulaires de rayons respectifs r_1 et r_2 .

1.6.4 Calculer la fraction de la surface de la terre qui peut être couverte par les émissions du satellite?

On donne : surface d'une calotte sphérique d'une sphère de rayon R vue sous un angle 2θ : $S = 2\pi R^2(1 - \cos\theta)$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$, et $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; période de rotation de la terre sur elle-même est $T_0 = 8,6 \cdot 10^4 \text{ s}$. Rayon de la terre $R = 6400 \text{ km}$

EXERCICE 2 (20 POINTS)

Les accélérateurs de particules ont des applications variées notamment en recherche fondamentale sur les particules de grandes énergies, dans le domaine médical pour le traitement de certaines maladies telles que le cancer par radiothérapie, dans le domaine militaire, en particulier pour la simulation des armes nucléaires...



Dans ce qui suit, on se propose d'étudier un exemple d'accélérateur de particules, le cyclotron (figure ci-contre). Il est constitué de deux demi-cylindres métalliques D_1 et D_2 , appelés "dees", dans lesquels est maintenu un vide très poussé. Ces dees sont placés horizontalement dans un champ magnétique uniforme et vertical, de vecteur \vec{B} .

Ils sont séparés d'une très petite distance ℓ , sur laquelle les particules sont accélérées grâce à une différence de potentiel sinusoïdale $u(t) = U_m \cos \omega t$.

Une particule de masse m et de charge $q > 0$ est injectée dans le dispositif au voisinage de O , avec une vitesse \vec{v}_1 orthogonal à \vec{B} sur une trajectoire circulaire centrée en O et de rayon R_1 .

Le temps de passage d'un dee à l'autre est négligeable, et l'étude se fait dans le cadre de la mécanique newtonienne.

2.1. Représenter, en un point de la trajectoire de la particule dans un dee, le vecteur-vitesse et la force magnétique qui s'exercent sur la particule.

2.2. Montrer que la durée de passage dans un demi-cylindre, notée t_p ne dépend pas de la vitesse.

2.3. Exprimer, en fonction de q , m et B , la fréquence N qu'il convient de donner à la tension accélératrice pour que les particules chargées soient effectivement accélérées chaque fois qu'elles traversent l'espace entre les deux dees. Calculer cette fréquence.

2.4. Sachant que la trajectoire d'une particule est formée d'une suite de demi-cercles centrés au voisinage de O , de rayons successifs R_1, R_2, \dots, R_n reliés par des éléments de trajectoires rectilignes entre les dees, exprimer le rayon R_n en fonction de q , m , B , n , R_1 et U .

2.5. Des protons sont injectés sur une trajectoire de rayon $R_1 = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$, dans un champ $B = 1,00 \text{ T}$, le diamètre utile du cyclotron étant $D = 0,625 \text{ m}$ et la tension accélératrice a valeur efficace de $U = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$, Calculer :

2.5.1. La vitesse maximale atteinte par les protons sortant tangentiellement du cyclotron, ainsi que l'énergie cinétique acquise, exprimée en joules, puis en MeV,

2.5.2. Le nombre de tours effectués par les particules dans l'appareil,

2.5.3. Le temps de transit dans l'appareil, Δt correspondant.

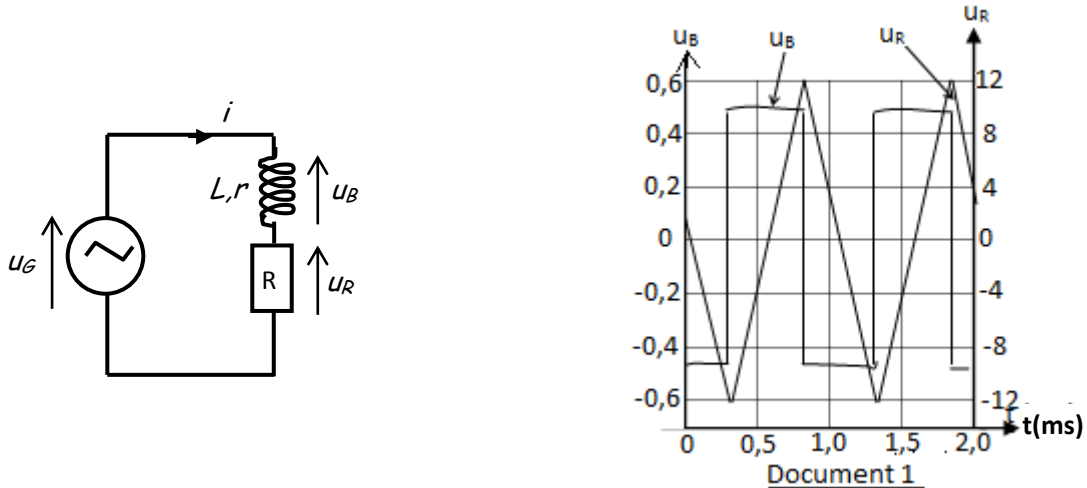
On donne : $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et $B = 1,00 \text{ T}$.

EXERCICE 3 (23 POINTS)

En travaux pratiques, un groupe d'élèves réalise des montages pour illustrer des phénomènes électriques étudiés en cours théorique et déterminer expérimentalement les grandeurs caractéristiques de quelques composants électriques.

3.1 - Etude d'un phénomène

Le groupe d'élèves réalise le circuit comprenant en série une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$ de résistance $r = 10\Omega$, une résistance $R = 10\text{k}\Omega$ et un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension périodique triangulaire d'amplitude $U_m = 12,0\text{ V}$ et de fréquence réglable. (voir schéma du circuit ci-après).



3.1.1

- Reproduire le schéma du circuit et y représenter les branchements que le groupe d'élèves doit effectuer pour visualiser les tensions u_G aux bornes du générateur sur la voie 1 et u_R aux bornes du résistor sur la voie 2 de l'oscilloscope.
- L'une de ces tensions permet d'observer l'allure de l'intensité i du courant. Laquelle ? Justifier la réponse.

3.1.2 On raisonne toujours avec le schéma ci-dessus.

- Exprimer la tension u_B aux bornes de la bobine en fonction de u_G et u_R .
- Exprimer la tension u_B aux bornes de la bobine en fonction de r , i et de la f.e.m d'auto-induction e dans la bobine en respectant l'orientation choisie, puis en fonction de r , L , i et $\frac{di}{dt}$.

3.1.3. Le document 1 ci-avant donne l'allure des tensions u_B et u_R ; il est obtenu par saisie automatique puis traitement informatique des tensions visualisées.

- Déterminer la période T de l'intensité du courant.
- Déterminer l'amplitude I_m (valeur maximale atteinte) de l'intensité du courant.

3.1.4. On considère sur le document 1, une demi-période où la tension u_B est positive.

- Déterminer une valeur approchée de la tension u_B en admettant qu'elle est constante.
- Calculer la dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant $(\frac{di}{dt})$.
- En déduire l'ordre de grandeur de la valeur L de l'inductance de la bobine en négligeant l'influence de la résistance r .

d) La résistance r de la bobine étant égale à 10Ω , comparer rI_m et $|e|$ et en déduire si l'hypothèse formulée en c) était justifiée.

3.2. Une application

Le groupe d'élèves réalise un nouveau montage (figure ci-dessous) en plaçant en série :

- le G.B.F (dont une des bornes de sortie est reliée à la masse) qui délivre maintenant une tension alternative symétrique, en créneaux ;
- la bobine utilisée dans la partie 3.1 ;
- un conducteur ohmique de résistance $R' = 500 \Omega$;
- un dipôle X

On visualise la tension u_x aux bornes de ce dipôle. On obtient le document 2 ci-après

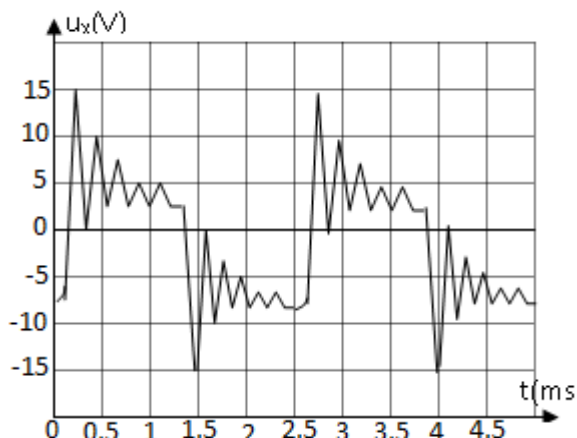
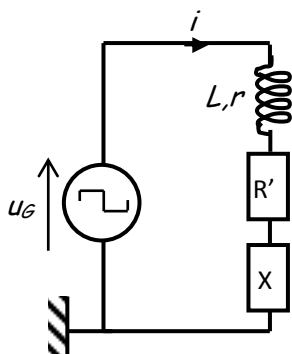
3.2.1. Comment appelle-t-on le phénomène visualisé sur ce document.

3.2.2. Identifier le dipôle X parmi les dipôles suivants : conducteur ohmique, bobine, condensateur.

3.2.3.

a) Donner l'ordre de grandeur de la pseudo-période.

b) En déduire une valeur approchée de la grandeur caractéristique du dipôle X en assimilant la pseudo-période à la période propre (période lorsque l'influence des résistances est négligeable)



Document 2

EXERCICE 4 (18 POINTS)

Au cours de ses oscillations, un oscillateur réel est soumis à des frottements inévitables. Dans le cas où le système se déplace dans un fluide, la force de frottement est proportionnelle à la vitesse et de signe opposé. On dit que le frottement est fluide.

On se propose de faire l'étude dynamique d'un pendule élastique soumis à ce type de frottement.

4.1 Le pendule est constitué d'un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur $k = 11 \text{N.m}^{-1}$ disposé horizontalement. L'extrémité gauche du ressort est fixe en O, origine du repère d'axe (Ox) horizontal, orienté vers la droite et son extrémité droite est liée à un solide ponctuel M de masse $m = 130 \text{g}$, astreint par une tige à se déplacer suivant l'axe (Ox). Le système baigne dans un fluide qui exerce sur M une force de frottement fluide $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$ où \vec{v} est la vitesse instantanée de M et λ une constante de valeur $\lambda = 1, 2 \text{ N.m}^{-1} \cdot \text{s}$. Le mouvement est rapporté au

référentiel terrestre supposé galiléen.

4.1.1. Faire un schéma de l'oscillateur et représenter toutes les forces appliquées sur le point M.

4.1.2. Ecrire l'équation différentielle suivie par l'élongation $l = x - l_0$, où x est l'abscisse du point M.

4.1.3. Exprimer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur en fonction de k et m . Calculer ω_0 .

En déduire la période propre T_0 de l'oscillateur.

4.1.4. Le facteur de qualité Q de l'oscillateur est défini par la

$$\text{relation } Q = \frac{\sqrt{Km}}{\lambda} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}}$$

Pour des oscillations de qualité, Q doit être supérieur à $1/2$. Exprimer Q en fonction de ω_0 , m et λ . Calculer Q .

4.2. La solution de l'équation différentielle est de la forme : $l(t) = l_0 \cdot e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

4.2.1. Justifier le fait que le régime est pseudo-périodique.

4.2.2. Exprimer puis calculer la pulsation ω en fonction de ω_0 et Q .

4.2.3. En déduire l'expression de la pseudo-période T , la Calculer.

4.2.4. Exprimer la constante de temps τ en fonction de ω_0 et Q , la calculer.

4.3. Les conditions initiales sont : à $t=0$, $v = 0$, $x_0 = 10$ cm et $\varphi = -\pi/6$ rad. Donner l'allure de la courbe $x = f(t)$ de l'oscillateur.

EXERCICE 5 (19 POINTS)

L'uranium est l'élément chimique le plus lourd existant à l'état naturel. Tous ses isotopes sont radioactifs et il aurait disparu de notre environnement si deux de ses isotopes, l'uranium 238 et l'uranium 235 n'avaient pas une demi-vie de l'ordre du milliard d'années.

L'Uranium 238 est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à un isotope stable de plomb ${}_{82}^{206}\text{Pb}$. Les désintégrations successives s'accompagnent de l'émission de particules

α ou β^- . La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de la transformation ; on assimile donc

l'ensemble à une réaction unique : ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + x\alpha + y\beta^-$

5.1 Déterminer les valeurs de x et de y .

5.2 Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration ? Justifier votre réponse.

5.3. On considère qu'à $t = 0$ un minerai contient uniquement de l'uranium 238 (sans noyau de plomb). On appellera N_1^0 le nombre initial de noyaux d'uranium, N_1 le nombre de ces noyaux qui subsistent à l'instant t et N_2 le nombre de noyaux de Pb présents à la date t .

5.3.1 Ecrire la loi de désintégration reliant N_1 , N_1^0 , λ et t (λ est la constante radioactive de l'uranium 238). En déduire l'expression de la période $t_{1/2}$ de l'uranium en fonction de λ .

5.3.2. Montrer qu'à la date $t = n t_{1/2}$, on a : $N_1 = \frac{N_1^0}{2^n}$

5.3.3 Exprimer le nombre N_2 de noyaux de plomb présents à la date t dans le minerai considéré, en fonction de t , λ et N_1 .

5.3.4. Exprimer n en fonction du rapport $\frac{N_2}{N_1}$.

5.3.5. Sachant qu'à la date $t = n t_{1/2}$, l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium 238 et 10mg de plomb, calculer n . En déduire l'âge du minerai.

5.4. L'uranium peut être considéré comme ayant une faible activité si son activité A est égale à $3,7 \cdot 10^3$ Bq

5.4.1 Définir l'activité d'une source radioactive

5.4.2. Le minerai étudié présente-t-il un danger pour l'organisme ?

Données : $t_{1/2}({}_{92}^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9$ années; $M(\text{U}) = 238$ g/mol ; $M(\text{Pb}) = 206$ g/mol.

FIN DU SUJET