

SUJET 1

EXERCICE 1 25 POINTS

Dans tout l'exercice, on néglige l'action de l'air.

Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile (p) de masse m assimilable à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille ponctuelle (b) de masse m' et d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l.

Données : m = m' = 100 g ; l = 3 m et g = 10 m.s⁻².

Le sol supposé horizontal coïncide avec l'axe (OX).

1.1. Le projectile (p) est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le projectile part de O suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné avec la vitesse $\vec{v}_0 = 7\vec{i} + 7\vec{j}$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) voir figure 1.

1.1.1. Montrer que la valeur de l'angle α est 45°.

1.1.2. Sur le plan incliné, le projectile (p) est soumis à des forces de frottement qui sont équivalentes à une force \vec{f} opposée au mouvement et d'intensité constante f = 1 N. Sachant que le projectile (p) parcourt sur le plan incliné une distance OA = 2 m, déterminer la valeur v_A de sa vitesse au point A.

1.2. A l'instant t = 0, le projectile (p) quitte le plan incliné en A.

1.2.1. Etablir, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) sous forme littérale puis sous forme numérique, les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement du projectile (p). En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire sous forme numérique.

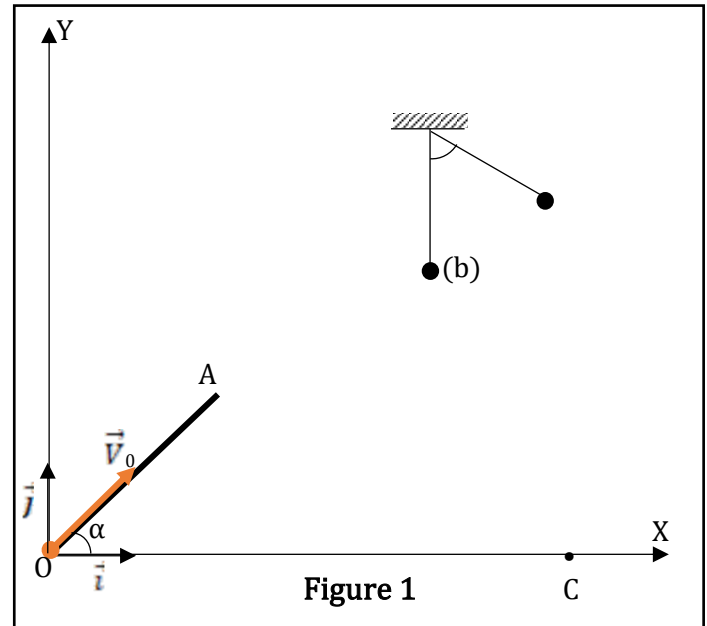
1.2.2. Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile (p) par rapport au sol, qui est confondu à l'axe OX.

1.2.3. Soit S le point le plus haut atteint par le projectile (p). Donner, au point S, les caractéristiques de la vitesse \vec{v}_S du projectile (p).

1.3. Au point S se trouve la bille (b) du pendule. Il se produit entre (p) et (b) un choc supposé parfaitement élastique. Tout juste après le choc la vitesse du projectile (p) est \vec{v}_1 et celle de la bille (b) est \vec{v}_2 . Les deux vecteurs vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 sont contenus dans le plan (OX, OY). Le vecteur vitesse \vec{v}_1 fait un angle β = 30° avec l'horizontale et dirigé vers le bas et le vecteur vitesse \vec{v}_2 de la bille est dirigé vers le haut, au-dessus de l'horizontale. Après le choc, le projectile touche le sol au point C, après un mouvement parabolique.

1.3.1. Déterminer l'angle entre les vecteurs vitesses \vec{v}_1 de (p) et \vec{v}_2 de (b) juste après le choc ainsi que leurs normes.

1.3.2. Trouver les coordonnées du point de chute C du projectile (p) sur le plan horizontal OX et la valeur v_C de la vitesse \vec{v}_C du projectile au point C.



Exercice 2 22 points

Données : Constante gravitationnelle universelle : K = 6,67. 10⁻¹¹ S.I

	Masse (en kg)	Rayon (en km)	Période de rotation de la Lune autour de l'axe des pôles (en s)
Lune	M _L = 7,35 .10 ²²	R _L = 1,74.10 ³	T _L = 2,36.10 ⁶

En février 1971, la mission américaine Apollo XIV devient la huitième mission habitée du programme Apollo et la troisième à se poser sur la Lune. Lors de cette mission, un des astronautes, Alan B. Shepard Jr, installe un réflecteur de lumière sur le sol lunaire. La Lune sera assimilée à un corps à symétrie de masse sphérique.

2.1. Interaction gravitationnelle lunaire

2.1.1 Enoncer la loi de la gravitation universelle.

2.1.2 Un objet S supposé ponctuel, de masse m, se situe à l'altitude h au voisinage de la lune. Faire un schéma en y représentant :

- Le vecteur unitaire \vec{u} orienté du centre O de la Lune vers l'objet S.
- La force d'interaction gravitationnelle \vec{F} exercée par la Lune sur l'objet S.

2.1.3 Donner l'expression vectorielle de cette force \vec{F} en fonction de K , m , M_L , h , R_L et \vec{u} .

2.1.4 Comparer la force exercée par la lune sur l'objet S et celle exercée par l'objet S sur la lune.

2.2. Champ de pesanteur lunaire

2.2.1 Qu'appelle-t-on espace champ de gravitation d'un corps ?

2.2.2 En faisant l'hypothèse que la force de pesanteur est égale à la force gravitationnelle autour de la Lune, établir l'expression vectorielle du champ de pesanteur lunaire \vec{g}_L en fonction de K , M_L , h , R_L et \vec{u} .

2.2.3 Trouver la valeur g_{0L} du champ de pesanteur lunaire à la surface de la Lune.

2.2.4 Montrer que pour une altitude très basse ($h \ll R_L$), l'intensité de la pesanteur Lunaire peut s'exprimer sous la forme : $g_L = g_{0L} \left(1 - 2 \frac{h}{R_L}\right)$.

2.2.5 Pour $h = 100$ km, déterminer l'erreur relative sur la valeur de g_L calculée en utilisant la relation de la question 2.2.4 et celle de la question 2.2.2. Conclure

2.3. Mouvement de la capsule Apollo autour de la Lune

Quand elle arrive au voisinage de la Lune, la capsule Apollo est mise en orbite à une altitude $h = 110$ km. Sa trajectoire autour de la Lune est supposée circulaire de centre O. Le module lunaire (LEM) est alors renvoyé sur la Lune, avec deux astronautes à son bord. Le troisième astronaute reste à bord de la capsule Apollo.

L'étude du mouvement de la capsule se fait dans le référentiel « Lunocentrique » supposé galiléen

2.3.1 Etablir l'expression de la norme du vecteur accélération de la capsule en fonction de K , M_L , h , R_L .

2.3.2 Montrer que le mouvement de la capsule est uniforme.

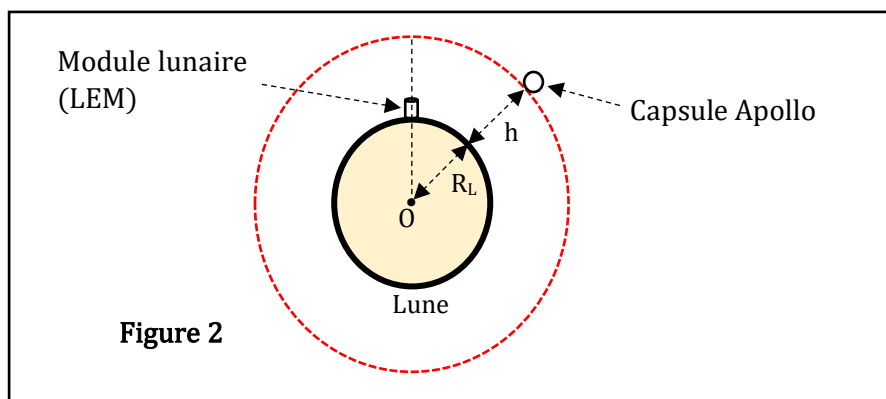
2.3.3 En déduire les expressions de la vitesse V de la capsule ainsi que celle de sa période T en fonction de K , M_L , h , R_L . Calculer V et T (en heures).

2.4. Le schéma de la figure 2 représente l'orbite de la capsule Apollo autour de la Lune. On suppose que la capsule évolue dans le plan équatorial de la lune et qu'elle tourne dans le même sens que la Lune. Les échelles ne sont pas respectées sur la figure 2.

2.4.1 Etablir l'expression de la durée Δt qui sépare deux passages successifs de la capsule Apollo à la verticale du module lunaire posé sur la Lune en fonction de T et T_L . Calculer Δt en heures.

2.4.2 A quelle altitude h_L devrait évoluer la capsule pour être supposé « Lunostationnaire » ?

2.4.3 Déterminer la vitesse de libération V_{lib} de la capsule à partir du sol lunaire



EXERCICE 3 15 POINTS

Un pendule simple est constitué par un solide supposé ponctuel de $m = 50$ g suspendu par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur $l = 1$ m.

On négligera l'action de l'air et on prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$. Les frottements sont négligés.

3.1. A partir de la position d'équilibre stable OA_0 , on communique au solide une vitesse horizontale \vec{v}_0 (voir figure 3).

La position du solide est repérée à chaque instant par son abscisse angulaire $\theta = (\overrightarrow{OA_0}, \overrightarrow{OA})$.

3.1.1 Montrer que le travail de la tension du fil est nul.

3.1.2 Après avoir rappelé le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de la vitesse v du solide en fonction de v_0 , g , l et θ .

3.1.3 Exprimer l'intensité T de la tension du fil en fonction de m , v_0 , g , l et θ .

3.1.4 Déterminer la valeur minimale de v_0 qu'il faut communiquer au solide pour qu'il effectue un tour complet autour de O , le fil restant tendu.

3.2. A partir de la position d'équilibre OA_0 , on écarte maintenant le pendule d'un angle $\theta_0 = 0,10$ rad puis on l'abandonne sans vitesse initiale à la date $t = 0$. L'énergie potentielle du pendule est nulle lorsque le solide se trouve à sa position d'équilibre.

3.2.1 Par une étude énergétique, établir l'équation différentielle à laquelle obéit l'abscisse angulaire θ . En justifiant, donner la nature du mouvement du pendule.

3.2.2 Exprimer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 des oscillations en fonction de g et l ; puis calculer leur valeur. Ecrire l'équation horaire du mouvement.

3.2.3 Jean Charles Borda (1733 – 1799), mathématicien, physicien et marin, s'est illustré par la méthode de double pesée, permettant de peser juste avec une balance fausse, mais fidèle. Il propose une méthode qui permet de déterminer l'intensité de la pesanteur, grâce à un pendule dont la

boule de rayon r est attachée à un fil, fin et inextensible, de longueur L et de masse négligeable. A partir de l'étude d'un tel pendule, il a établi que la période des oscillations libres de faible amplitude est donnée par l'expression de

$$\text{Borda : } T = 2\pi \sqrt{\frac{(L+r)}{g} \left(1 + \frac{2r^2}{5(L+r)^2}\right)}$$

Le pendule de Borda est équivalent à un pendule simple de longueur l , dont le centre d'inertie occuperait le centre d'inertie de la boule de rayon r .

3.2.3.1 Donner l'expression de la longueur l en fonction de L et r et l'expression de la période propre T_0 des oscillations de ce pendule simple en fonction de L , r et g .

3.2.3.2 Etablir l'expression de la période T de Borda en fonction de T_0 , r et l . Calculer la valeur de T .

3.2.3.3 A partir de l'expression de la période de Borda, trouver la valeur de l'intensité g de la pesanteur pour $l = 100$ cm et $r = 1,00$ cm puis conclure.

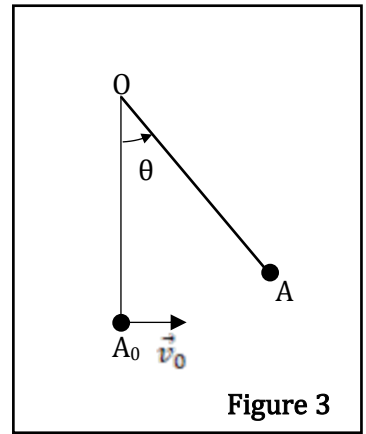


Figure 3

EXERCICE 4 16 POINTS

Un groupe d'élèves dispose dans le laboratoire de leur Lycée d'une bobine (b) de longueur $\ell = 50$ cm et de diamètre d . La bobine sera considérée comme un solénoïde. Sous la supervision de leur professeur, se propose de déterminer la valeur des grandeurs N (nombre de spires), r (résistance) et L (inductance) de la bobine. Pour ce faire, il réalise les deux expériences suivantes :

4.1. Expérience 1

Une aiguille aimantée mobile sur pivot vertical est placée au centre de la bobine (b) dont l'axe est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. La bobine est alimentée par un générateur qui débite un courant d'intensité constante $I = 8,14$ mA. Ils constatent que l'aiguille aimantée dévie d'un angle $\theta = 49^\circ$ par rapport à sa position initiale en l'absence de courant à travers la bobine.

4.1.1. Représenter en vue de dessus cette expérience par un schéma où figureront la bobine, le sens du courant, la composante horizontale \vec{B}_H du champ magnétique terrestre, le champ magnétique \vec{B}_b créé par la bobine parcourue par le courant I à l'intérieur de la bobine, l'aiguille aimantée et l'angle θ .

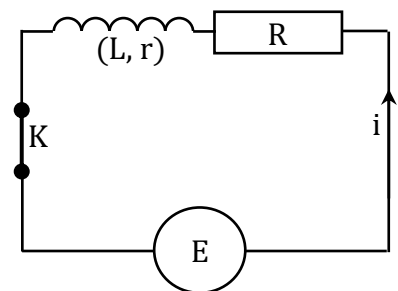
4.1.2. Déterminer la valeur du champ magnétique \vec{B}_b créé à l'intérieur de la bobine.

4.1.3. En déduire la valeur N du nombre de spires de la bobine.

On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$; $B_H = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

4.2. Expérience 2

Ils réalisent, comme indiqué sur le schéma ci-contre, un circuit série comportant la bobine (b), un conducteur ohmique de résistance $R = 390 \Omega$, un générateur de tension de résistance négligeable et de force électromotrice $E = 4 \text{ V}$ et un interrupteur K . Ils ferment l'interrupteur à la date $t = 0$. Un dispositif approprié leur a permis d'enregistrer l'évolution de l'intensité i du courant qui parcourt le circuit au cours du temps t . Le tableau suivant indique des valeurs de i à différentes dates t .



t(ms)	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
i(mA)	0,00	6,25	8,30	9,20	9,80	10,00	10,00	10,00

4.2.1. Tracer la courbe de variation de l'intensité du courant en fonction du temps : $i = f(t)$

[courbe à rendre avec la copie] ; Echelles : 2 cm pour $0,25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; 1 cm pour 10^{-3} A

4.2.2. A partir de cette courbe expliquer le comportement électromagnétique de la bobine ainsi que le phénomène physique qui l'engendre.

- 4.2.3. Donner la valeur de l'intensité I_0 du courant traversant le circuit lorsque le régime permanent est atteint.
- 4.2.4. Etablir l'équation différentielle régissant la variation dans le temps de l'intensité du courant $i(t)$.
- 4.2.5. Dédurre de cette équation l'expression de I_0 en fonction de E , R et r . En déduire la valeur de la résistance r de la bobine.
- 4.2.6. Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme $i = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. On donnera les expressions de τ et A .
- 4.2.7. Donner la signification physique de τ . Déterminer graphiquement la valeur de τ . En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

EXERCICE 5 22 POINTS

L'américium, élément métallique radioactif créé artificiellement, de symbole Am et de numéro atomique 95 est découvert en 1944 par le physicien américain Gleen Seaborg et ses associés, à l'université de Chicago. Les isotopes radioactifs de l'américium dont les nombres de masse varient de 231 à 249 peuvent être synthétisés par fission nucléaire.

- 5.1. L'américium 241 est émetteur alpha. Le noyau fils correspondant est un noyau de neptunium de symbole ${}_{94}^{A'}\text{Np}$. On supposera que le noyau père est au repos dans le référentiel terrestre.
- 5.1.1. Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau d'américium 241 en précisant les valeurs de A et Z .
- 5.1.2. Calculer en MeV, les énergies E_1 et E_2 libérées respectivement par la désintégration d'un noyau d'américium 241 et d'un échantillon d'américium 241 de masse $m = 5$ g.
- 5.1.3. En utilisant la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, *montrer que* l'énergie cinétique $E_{c\alpha}$ d'une particule alpha peut se mettre sous la forme : $E_{c\alpha} = \frac{E_1}{1+p}$ avec p une constante qu'on exprimera en fonction de m_{Np} et m_α (m_{Np} est la masse d'un noyau de neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$; m_α est masse d'un noyau de la particule alpha).
- 5.1.4. Calculer la vitesse d'une particule alpha et celle d'un noyau de neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$ lors de leur formation puis les comparer.
- 5.2. La formation du noyau de neptunium est accompagnée de l'émission d'un rayonnement gamma.
- 5.2.1. En quoi consiste le rayonnement gamma ?
- 5.2.2. L'énergie cinétique minimale d'une particule alpha émise est $E_{c\alpha \text{ min}} = 4,16$ MeV. En déduire l'énergie maximale que pourrait avoir un photon du rayonnement gamma émis ainsi que sa longueur d'onde λ .
- 5.3. Un autre isotope du neptunium, le neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$, de période radioactive T , se désintègre également par émission β^- pour former l'isotope de plutonium ${}_{94}^{239}\text{Pu}$, l'une des matières utilisés dans la fabrication d'une bombe atomique. Afin de déterminer la période radioactive T du neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$, des mesures ont permis d'établir le rapport r entre le nombre de noyaux de plutonium 239 formé et le nombre de noyaux de neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$ restants en fonction du temps. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Temps t (jours)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
r	0	0,160	0,343	0,556	0,804	1,091
$\text{Ln}(1+r)$						

- 5.3.1. Ecrire l'équation de désintégration de type β^- du neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$ en précisant les valeurs de A' , Z' et x .
- 5.3.2. Etablir la relation entre N , N_0 , λ et t avec : N_0 nombre de noyaux radioactifs présents initialement dans l'échantillon, N ceux présents dans l'échantillon à l'instant t et λ la constante radioactive.
- 5.3.3. Recopier et compléter le tableau précédent puis tracer la courbe $\text{Ln}(1+r) = f(t)$.
- 5.3.4. Etablir la relation théorique entre $\text{Ln}(1+r)$, λ et t .
- 5.3.5. Dédurre de ce qui précède la valeur de la période radioactive T du neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$.

Données : $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{C}^{-2}$; Constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Célérité de la lumière dans le vide $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; Masse d'un noyau d'une particule alpha $m_\alpha = 4,0025 \text{ u}$.

Masse d'un noyau de neptunium ${}_{94}^{A'}\text{Np}$: $m_{\text{Np}} = 236,9970 \text{ u}$; Masse d'un noyau d'américium 241 : $m_1 = 241,0046 \text{ u}$.

FIN DU SUJET