LYCEE D'EXCELLENCE PRIVE ROSE DIENG KUNTZ
324 Cité du golf – Cambérène Golf Sud
Tel. 221 33 877 23 31 / 76 266 22 22 -BP: 5018 Dakar Fann – SENEGAL
Email: leprosedieng@ism.edu.sn

Gravitation universelle

Exercice n°1 :

Les satellites géostationnaires sont utilisés, entre autres, en télécommunication, en météorologie et dans le domaine militaire. Ils ont pour rôle de recevoir et de réémettre, vers une zone couvrant une partie de la surface terrestre, des signaux électromagnétiques.

Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement circulaire d'un satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et de déterminer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par un tel satellite.

3.1. Enoncer la loi de gravitation universelle puis donner, schéma à l'appui, sa formulation vectorielle. **(0,5 pt)**

3.2. En déduire l'expression vectorielle du champ de gravitation terrestre $\vec{\mathcal{G}}$ à l'altitude h. Etablir alors l'expression de $\mathcal{G}$ en fonction de sa valeur $\mathcal{G}_0$ au sol, de l'altitude h et du rayon R de la Terre. **(0,5 pt)**

3.3. Montrer que le mouvement du satellite géostationnaire est uniforme. **(0,5 pt)**

3.4. Etablir, en fonction de $\mathcal{G}_0$, R et h, l'expression de la vitesse v du satellite sur son orbite et celle de sa période T. **(0,5 pt)**

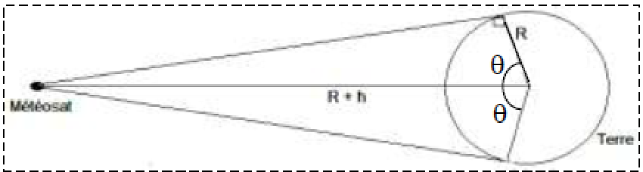
3.5. a) Qu'appelle–t–on satellite géostationnaire ? **(0,25 pt)**

b) Montrer, par un calcul, que l'altitude du satellite géostationnaire vaut $h = 3{,}58.10^4$ km. **(0,5 pt)**

3-6 Météosat-8 est un de ces satellites géostationnaires.

3-6-1 Calculer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par Météosat-8. **(0,5 pt)**

3-6-2 Dire si les observations faites par Météosat-8 concernent toujours la même zone de la Terre ou non. **(0,25 pt).**



On donne :

- La surface S de la calotte sphérique de rayon R, vue sous l'angle 2Θ depuis le centre de la Terre est donnée par : $S = 2\pi R^2 (1 - \cos\Theta)$.
- Rayon terrestre R= 6400 km; période de rotation de la Terre sur elle-même $T_t = 8{,}6.10^4$ s
- Valeur du champ de gravitation terrestre au sol : $\mathcal{G}_0 = 9{,}8$ S.I

Exercice n°2 :

N.B : On ne travaillera qu'avec les données de l'exercice.
La Terre est assimilée à une sphère de rayon R. Un satellite de masse m, supposé ponctuel décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre.

5.1 - Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,5 point)**

5.2 - Donner l'expression du champ de gravitation g de la Terre en un point A à l'altitude h en fonction de sa valeur go au sol, de R et de h. **(0,25 point)**

5.3

5.3.1 - Déterminer pour le satellite l'expression de sa période et celle de son énergie cinétique en fonction de go, R, h et m éventuellement. **(01 point)**

5.3.2 - Application numérique: go = 9,81 N/kg, R = 6400 km, h = 400 km, m = 1020 kg. Calculer son énergie cinétique. **(0,25 point)**

5.3.3 - Donner la définition d'un satellite géostationnaire en précisant son lieu d'évolution. Déterminer la valeur de h pour un tel satellite. **(01 point)**

5.4 - La lune est un satellite « naturel » de la Terre qui gravite autour de cette dernière à une orbite de rayon r_L = 385000 km.

5.4.1 - Déterminer sa période de révolution et vérifier que ce résultat est conforme à vos connaissances. **(0,5 point)**

5.4.2 - Sachant que le point d'équigravitation du système Terre-Lune (point où le champ gravitationnel terrestre est égal au champ gravitationnel lunaire) est à la distance x = 38287 km de la Lune, déterminer la masse de la Lune. **(01 point)**

Exercice n°3 :

Uranus est la 7^e planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la Terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus) :

Satellite	Rayon de l'orbite r (10^6m)	Période de révolution T (jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,50

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Le mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » suppos galiléen. On donne : G = $6,67.10^{-11}$ SI. On prendra 1 jour = 86400 s.

3.1 On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».

3.1.1 Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel « Uranocentrique ». **(0,50 pt)**

3.1.2 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,75 pt)**

3.1.3 Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution. **(0,25 pt)**

3.1.4 Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel. **(0,25 pt)**

3.2 Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

3.2.1 **Méthode graphique.**

La courbe de la fonction $V^2 = f(\frac{1}{r})$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel « Uranocentrique » et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée à la page 4.

a) Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G , M et r. **(0,25 pt)**

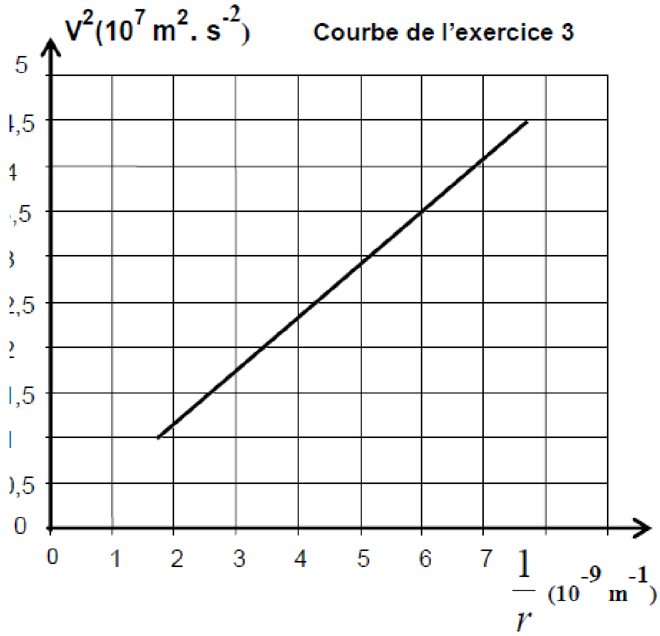
b) En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie ; on expliquera seulement le mode d'exploitation). **(0,50 pt)**

3.2.2 **Utilisation de la troisième loi de Kepler**

a) Etablir la 3^e loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ **(0,50 pt)**

b) En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, aux erreurs d'expériences près, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante dont on donnera la valeur numérique. **(0,50pt)**

c) En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.



Exercice n°4 :

Données : Constante de gravitation G = 6,6710^{-11} S.I, masse de la Terre M = 6.10^{24} kg,
Rayon de la terre R = 6400 km, distance Terre-Soleil d = 1,5.10^{8} km.

3.1 Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m et m', séparés par une distance d, s'attirent selon la loi de la gravitation universelle.
Rappeler l'expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle, s'exerçant entre les corps A et B. **(0,25 pt)**

3.2 Dans l'espace, le soleil, la Terre et autres astres, peuvent être considérés comme des corps ponctuels. Le Soleil exerce sur la Terre une force de gravitation d'intensité F = 3,5.10^{22} N.
Déterminer la valeur de la masse du Soleil. **(0,5 pt)**

3.3 Dans le champ de gravitation, un satellite de la Terre, en mouvement dans le plan de l'équateur, y effectue un mouvement circulaire uniforme à l'altitude h_1 = 400 km.

3.3.1 Préciser le référentiel d'étude du mouvement de ce satellite. **(0,25 pt)**

3.3.2 Exprimer la vitesse linéaire V de ce satellite, puis calculer sa valeur. **(0,5 pt)**

3.3.3 Etablir les expressions littérales de la période T et de la vitesse angulaire ω du satellite dans ce même repère. Faire l'application numérique. **(01 pt)**

3.4 Entre autres conditions, un satellite de la Terre est géostationnaire si la période de son mouvement vaut 86.400 s. Justifier cette valeur de la période. **(0,25 pt)**

3.5 Exprimer puis calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire. **(0,75pt)**

Exercice n°5 :

Données : Constante de gravitation universelle G = 6,67.10^{-11} SI ; masse de la terre M = 6.10^{24} *kg ;*
Rayon de la terre R = 6 400 km.

Les satellites de télécommunication jouent un rôle fondamental dans la vie actuelle et ont permis de réduire le monde à un « village planétaire ». Ce sont, pour la plupart, des satellites géostationnaires.

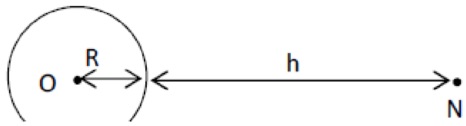
3-1 Donner la signification de satellite géostationnaire.
Dans quelles conditions un satellite peut-il être géostationnaire ? **(0,5 point)**

3-2 En précisant le référentiel d'étude, montrer que le mouvement d'un tel satellite est circulaire uniforme. **(0,5 point)**

3-3 Soit h l'altitude d'un satellite géostationnaire. Etablir, en fonction de G, M, R et h, l'expression de :

a) la vitesse linéaire V du satellite, **(0,5 point)**
b) la période de révolution T du satellite. **(0,5 point)**

3-4 Calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire **(0,5 point)**



3-5 L'énergie potentielle de pesanteur de ce satellite, de masse m, a pour expression pour expression :

$$E_p = -\frac{G\,M\,m}{(R+h)}.$$

3-5-1 Préciser l'état de référence pour cette énergie potentielle. **(0,25 point)**

3-5-2. Etablir une relation simple entre l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p du satellite **(0,5 point)**

3-5-3. En déduire alors l'expression de son énergie mécanique E_m en fonction de E_c. **(0,25 point).**

3-6 On considère maintenant un satellite quelconque à une altitude h. Le satellite subit des frottements équivalents à une force de freinage de module $f = \lambda mv^2$, expression où λ est une constante, v étant la vitesse du satellite. Ce freinage est très faible, et on peut supposer que les révolutions restent presque circulaires et que pour chacune d'elle, l'altitude h du satellite diminue de Δh avec $\Delta h \ll h$.

3-6-1 Montrer que la variation de vitesse du satellite peut s'écrire $\Delta v = -\frac{\pi}{T}\Delta h$ où T est la période du satellite. **(0,5 point)**

3-6-2 Justifier l'évolution de la vitesse du satellite. **(0,25 point)**

Exercice n°6 :

Dans le domaine de l'astronautique, une navette spatiale désigne conventionnellement un véhicule spatial pouvant revenir sur Terre en effectuant un atterrissage contrôlé à la manière d'un avion et pouvant être réutilisé pour une mission ultérieure. Le vol d'une navette spatiale comprend trois étapes : le lancement, le vol orbital et l'atterrissage. On se propose d'étudier le vol orbital.

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude h.

Sa masse est $m = 69{,}68.10^3$ kg. L'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h est $G_h = 6{,}95$ m.s^{-2}.
Le rayon de la terre est $R_T = 6380$ km. La masse de la terre sera notée M_T.

3.1 Rappeler l'expression de la force de gravitation universelle, puis établir l'expression de l'intensité du champ de gravitation G_h en fonction de G_O, R_T et h ; G_O étant l'intensité du champ de gravitation au sol ($G_O = 9{,}80$ m.s^{-2}). **(0,5 point)**

3.2 En déduire l'expression de l'altitude h de la navette. Calculer sa valeur. **(0,5 point)**

3.3 Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie de la navette à l'altitude h en fonction de Gh, R_T et h. Calculer cette vitesse V pour h = 1196 km. **(0,75 point)**

3.4 Etablir l'expression de la période T de révolution de la navette à l'altitude h en fonction de R_T, V et h. Calculer la période T. **(0,5 point)**

3.5 La navette se trouvant à l'altitude h, se déplace d'Ouest en Est.
Calculer l'intervalle de temps Δt qui sépare deux passages successifs de la navette à la verticale d'un point de la Terre. On rappelle que la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles est $T_T = 86164$ s. **(0,75 point)**

3.6 La navette doit être mise sur l'orbite d'altitude h' = 2 h pour une autre mission avant son retour.

3.6.1 Donner l'expression de l'énergie mécanique de la navette évoluant à l'altitude h en fonction de G_O, R_T, m et h.
L'expression de l'énergie potentielle de gravitation du satellite est ;

$Ep(r) = -\frac{K\,M_T\,m}{r}$ avec r le rayon de l'orbite de la navette. **(0,5 point)**

3.6.2 Déterminer l'énergie que doivent fournir les moteurs pour faire passer la navette de l'altitude h à l'altitude h'=2h. **(0,5 point)**