S.A.B.S.
TS_2

Année scolaire : 2022/2023
Cellule de Sciences Physiques

Série P_4 : **GRAVITATION UNIVERSELLE**

Sauf indications contraires, l'on prendra tout au long de cette série,les données suivantes : *La Terre est supposée à symétrie sphérique.*

- *Rayon de la Terre : $R_T = 6370$ km ; $G_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$; Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97.10^{24}$ kg ;*
- *Constante universelle de gravitation : $K = 6{,}67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$*

Exercice 1 (Connaissances du cours)

1. Qu'est-ce que le repère géocentrique ? Les vecteurs de base de ce repère tournent-ils avec la Terre autour de l'axe des pôles ?
2. Enoncer la loi de Newton pour la gravitation.
3. Donner, en fonction de K, M_T et r l'expression du champ de gravitation G créé par une masse ponctuelle M_T en un point A situé à la distance r de la position O de cette masse. Calculer l'altitude h à laquelle le champ gravitationnel a diminué de 1%.
4. Donner l'expression du champ de gravitation terrestre g_0 à la surface de la Terre et celle du champ de gravitation terrestre g en un point A situé à l'altitude z de la Terre. Trouver la relation entre g et g_0.
5. Montrer qu'au voisinage de la Terre, à l'altitude h (h << R) que le champ de gravitation terrestre g peut se mettre sous la forme : $g = g_0\,(1- 2z/R_T)$
6. Montrer que la vitesse V d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude z est constante. Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante gravitationnelle K, du rayon R de la Terre et de l'altitude z du satellite. Application : Deux satellites (S_1) et (S_2) en orbite circulaire autour de la Terre ont respectivement pour altitude z_1=500km et z_2=1000km. Lequel des deux satellites a la plus grande vitesse ?
7. Un satellite de masse m décrit une orbite circulaire autour d'une planète de masse M. La période du satellite est T, le rayon de son orbite est r. Donner, en fonction de T, r et de la constante gravitationnelle K, l'expression de la masse M de la planète. Application : Le satellite et la planète étant respectivement la Lune et la Terre, calculer la masse de la Terre. On donne : $r = 3{,}85.10^5$ km et T = 27,25 jours.
8. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? A quelle altitude z_G place-t-on un tel satellite ?
9. Un satellite tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire de rayon r, dans le plan équatorial terrestre. La Terre est supposée à symétrie sphérique. Le satellite se déplaçant d'Ouest en Est, quel intervalle de temps θ sépare deux passages consécutifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur ? (θ représente, pour un observateur terrestre situé en un point donné de l'équateur, la période de révolution du satellite).
10. Avec quelle vitesse V_L faut-il lancer un objet de la surface de la Terre pour qu'il s'en éloigne indéfiniment ? (V_L est appelée vitesse de libération ou deuxième vitesse cosmique).

Exercice2

Dans le repère de Copernic (origine le centre d'inertie du système solaire), les planètes du système solaire ont des trajectoires assimilables à des cercles.

1. Établir la relation entre le rayon r de l'orbite d'une planète, sa période T de révolution, la masse M_S du Soleil et la constante de gravitation K. En déduire M_S, sachant que pour la Terre, r_T=1 unité astronomique ($1{,}5.10^8$km) et T_T =1an.
2. Quel est le rayon de l'orbite de Mars dont la période est 1,9 an ?
3. Quelle est la période de Jupiter si le rayon de son orbite est $r_J = 7{,}8.10^8$km.

Exercice3

Établir l'expression du champ de gravitation $\vec{g}$ d'un astre en fonction du champ g_0 sur sa surface, de son rayon R et de l'altitude z

1. On considère des satellites Martiens (satellites autour de la planète Mars)
   a) Pour une trajectoire circulaire, établir l'expression de la vitesse d'un satellite Martien évoluant à une altitude z au-dessus de la surface de Mars
   b) En déduire l'expression de la période de révolution T du satellite
   c) En déduire la troisième loi de KEPLER
2. Si un jour, des hommes vivront sur Mars, il leur faudra aussi des satellites « marsostationnaires » pour diffuser leurs programmes de télévision.
   a) Calculer l'altitude d'un satellite « marsostationnaire », c'est –à-dire un satellite qui évolue constamment au-dessus d'un même point de Mars.
   On donne la masse de Mars $M_M = 6{,}42.10^{23}$kg, son rayon est R=3397,2km et sa période de rotation est T=24,62jr

M. SOKHNA

b) Que serait la vitesse linéaire d'un satellite évoluant à une altitude deux fois plus grande ?
c) Quelle autre condition doit-être remplie pour que le satellite puisse être « marsostationnaire »
d) Donner l'expression de l'énergie potentielle de gravitation du système formé par Mars et un satellite de masse m gravitant autour de Mars à l'altitude h. On prendra l'état de référence de cette énergie lorsque le satellite est infiniment éloigné de la planète.
e) Donner la valeur de la vitesse de libération V_L sur Mars

Exercice4

Un satellite de masse m, ponctuel décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre.

1. Montrer que son mouvement est uniforme.
2. Donner l'expression du champ de gravitation g de la Terre en un point A, à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au sol, du rayon R de la Terre et de h.
3. Déterminer les expressions de la période et de l'énergie cinétique du satellite en fonction de g_0, R, h et m éventuellement. A.N. :g_0=9,81N/kg ; R=6400km ; h=400km ; m=1020kg.
4. Donner la définition d'un satellite géostationnaire en précisant son lieu d'évolution. Déterminer la valeur h pour un tel satellite.
5. La Lune est un satellite « naturel » de la Terre qui gravite autour de cette dernière à une orbite de rayon r_L=385000km. Déterminer sa période de révolution puis vérifier que le résultat était prévisible.
6. Sachant que le point d'équigravitation du système Terre - Lune est situé à la distance x=38287km de la Lune, déterminer la masse de la Lune.

Exercice5

On suppose que la Terre est sphérique, homogène, de rayon R et de masse M.
On désigne par K la constante gravitationnelle.

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la Terre sur l'objet de masse m, situé à la distance r de son centre C.

2. En déduire les caractéristiques du vecteur champ de gravitation $\vec{G}$ en ce point.
Retrouver la valeur G_0 de G au niveau du sol. A.N.: K=667.10^{-11}S.I; M=6.10^{24}kg; R=6400km.

3. Le référentiel géocentrique est considéré comme galiléen avec son origine au centre de la terre et ses axes dirigés vers des étoiles fixes.

3.1. On considère un satellite, ayant par rapport au référentiel géocentrique, un mouvement circulaire. Montrer que celui-ci est uniforme.

3.2. Etablir l'expression de la période de révolution T du satellite. Montrer que T^2r^{-3}= constante. *Application numérique* : calculer T lorsque le satellite gravite à l'altitude h=300km.

4. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation est Ep= $-\frac{KMm}{r}$.

4.1. Où a-t-on choisit la référence de l'énergie potentielle?

4.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du satellite dans le champ de gravitation

5. A cause des frottements exercés par la haute atmosphère, l'énergie mécanique totale du système varie.

5.1. Augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

5.2. L'énergie mécanique passe de la valeur E_1 à E_2, le rayon de l'orbite passe de la valeur r_1 à r_2 et la vitesse de v_1 à v_2. Comparer : r_1 à r_2 et v_1 à v_2.
A.N. : Calculer v_1 lorsque le satellite est à l'altitude h_1=300km.

6. A partir de l'énergie totale de ce système établie en **4.2.** , donner l'expression de la vitesse de libération du satellite. La calculer.

Exercice6

Données : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.
Masse de la Lune : M_L = 7,34.10^{22}kg ; R_L =1740km.
Distance des surfaces de la Terre et de la Lune D =384.10^3km.
Durée du jour solaire : T_1 =86 400s ; durée du jour sidéral T_2=86 164s.

1. Calculer le champ de gravitation crée par la Lune à sa surface.

2. Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.

3. En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est-elle nulle ?

4. Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète de masse M, vaut : Ep = -KMm/r. Prendre Ep =0 à l'infini.

5. Exprimer la vitesse de satellisation V_1 ou première vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse M et de rayon R en fonction de K, M et R. Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.

6. Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.

Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1% près.

Exercice 7 :

On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon R = 6370 km et de masse M = $5,97.10^{24}$ kg. La constante de gravitation universelle est
G = $6,67.\ 10^{-11}$ N . kg^{-2}. m^2. Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre.

1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
2. Établir l'expression de sa vitesse V en fonction de r, M et G. En déduire l'expression de la période T du mouvement du satellite en fonction de r, M et G.
3. Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine DISCOVERY pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :
   - Masse de la navette en orbite : m = $69,68.10^3$ kg.
   - Altitude moyenne h = 296 km.
   - Nombre d'orbites n = 189. (nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).

3.1. Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY.

3.2. La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center. Déterminer la date de lancement de la navette ; on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage.

4. DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date t = 7 h 07 min. Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.
   On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

Date	**Altitude (km)**	**Vitesse ($m.s^{-1}$)**
t_1 = 6 h 59 min	54,86	1475
t_2 = 7 h 04 min	11,58	223,5

On prendra g = 9,7 m. s^{-2} pendant toute la phase d'approche.

4.1. Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates t_1 et t_2.

4.2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants t_1 et t_2 de la phase d'approche à l'atterrissage.

Exercice 8

Uranus est la 7ème planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus).

Stellite	Rayon de l'orbite r (10^6m)	Période de révolution T (jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,50

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » supposé galiléen. On donne : K= $6,67.10^{-11}$SI. On prendra 1 jour= 86400s.

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».

M. SOKHNA

a) Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel « Uranocentrique ».
b) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
c) Établir l'expression de la vitesse V du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.
d) Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

2. Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

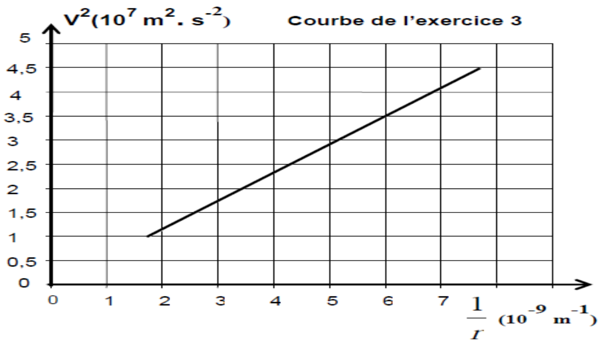
2.1 Méthode graphique.

La courbe de la fonction $V^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel « Uranocentrique » et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus, est représentée ci-contre.

a) Établir l'expression de la vitesse V en fonction de K, M et r.
b) En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie ; on expliquera seulement le mode d'exploitation).

2.2 Utilisation de la troisième loi de Kepler.

a) Établir la 3ème loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$.
b) En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, aux erreurs d'expériences près, que le rapport est une constante dont on donnera la valeur numérique.
c) En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.



Exercice 9

Les mouvements des planètes sont essentiellement régis par les forces gravitationnelles.
Galilée commença à observer la planète Jupiter en janvier 1600 avec une lunette de sa fabrication. Il découvrit qu'autour de Jupiter tournaient « quatre lunes », auxquelles il donne le nom d'astres médicéens, ce sont quatre satellites de Jupiter : Io, Europe, Ganymède et Callisto.

Données *: G : constante de gravitation = 6,67.10^{-11} S.I. Masse de Jupiter : M_j = 1,9.10^{27} kg ; Rayon de Jupiter R_j = 7,15.10^4 km ; Période de rotation de Jupiter sur elle-même (ou rotation propre) : T_j = 9h55min.*
Masse du satellite Europe (noté E) : M_E ; rayon de l'orbite du satellite Europe r_E = 6,7.10^5km ; Période de révolution du satellite Europe autour de Jupiter : T_E = 3j13h14min.
Tous les corps seront supposés à répartition de masse sphérique. On supposera que chaque satellite n'est soumis qu'à l'influence de Jupiter.

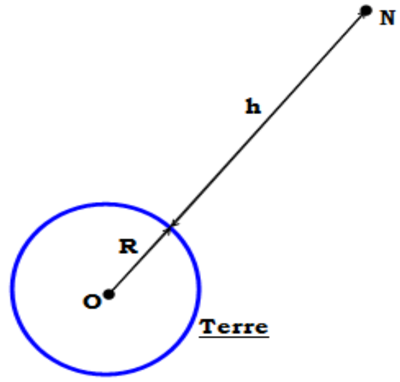
1) Donner l'expression vectorielle des forces de gravitation que Jupiter et Europe exercent mutuellement l'un sur l'autre, les centres des deux astres étant séparés d'une distance r_E. Représenter ces forces sur un schéma.
2) Le mouvement du satellite Europe est étudié dans le référentiel « jupitocentrique » .
2-1) Par analogie avec le référentiel géocentrique, définir le référentiel « jupitocentrique ».
2-2) Montrer que le mouvement d'Europe en orbite circulaire est uniforme dans le référentiel « jupitocentrique ».
2-3) Exprimer la vitesse en fonction de G, M_j et r_E. et la calculée.
2-4) En déduire l'expression de la période de révolution T du satellite en fonction de G,M_j et r_E. Calculer T et la comparer à la valeur donnée ;
2-5) Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est constant pour tous les satellites de Jupiter. 2-6) La période de révolution de Io autour de Jupiter est T_{Io} = 1j18h18min. Thébé un satellite de Jupiter possède une orbite de rayon la moitié de celui de Io. Déterminer la période de révolution T_{th} de Thébé autour de Jupiter.
3) Par analogie avec la définition d'un satellite géostationnaire
3-1) Définir un satellite <<jupitostationnaire>>.
3-2) Le satellite Europe est-il « jupitostationnaire »? Justifier sans calcul à l'aide des données fournies.

Exercice 10

<u>Données</u> : Constante de gravitation universelle G= 6,67.10^{-11}SI ; masse de la terre M = 6.10^{24} kg ; rayon de la terre R= 6 400 km ; 1jour sidéral = 23h 56 min 4s.
Les satellites de télécommunication jouent un rôle fondamental dans la vie actuelle et ont permis de réduire le monde à un « village planétaire ». Ce sont, pour la plupart, des satellites géostationnaires.

M. SOKHNA

1 Donner la signification de satellite géostationnaire. Dans quelles conditions un satellite peut-il être géostationnaire ?
2 En précisant le référentiel d'étude, montrer que le mouvement d'un tel satellite est circulaire uniforme.
3 Soit h l'altitude d'un satellite géostationnaire. Etablir, en fonction de G, M, R et h, l'expression de :
3 -1 la vitesse linéaire V du satellite,
3 -2 la période de révolution T du satellite.
4 Calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire
5 L'énergie potentielle de pesanteur de ce satellite, de masse m, a pour expression : $Ep = -\frac{GMm}{(R+h)}$.
5-1 Préciser l'état de référence pour cette énergie potentielle.
5-2 Établir une relation simple entre l'énergie cinétique Ec et l'énergie potentielle Ep du satellite.



5-3. En déduire alors l'expression de son énergie mécanique Em en fonction de Ec.
6 On considère maintenant un satellite quelconque à une altitude h. Le satellite subit des frottements équivalents à une force de freinage de module *f* = bmV², expression où b est une constante, V étant la vitesse du satellite. Ce freinage est très faible, et on peut supposer que les révolutions restent presque circulaires et que pour chacune d'elle, l'altitude h du satellite diminue de Δh avec Δh << h.
6-1 Montrer que la variation de vitesse du satellite peut s'écrire : $\Delta V = -\frac{\pi}{T}\Delta h$ où T est la période du satellite.
6-2 Justifier l'évolution de la vitesse du satellite.

Exercice11
On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O, de rayon R = 6370 km et de masse M = $5,97.10^{24}$ kg. La constante de gravitation universelle est
G = $6,67.\ 10^{-11}$ N . kg^{-2}. m^2. Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial, autour de la Terre.
1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
2. Établir l'expression de sa vitesse V en fonction de r, M et G. En déduire l'expression de la période T du mouvement du satellite en fonction de r, M et G.
3. Les données suivantes constituent un extrait de la fiche technique de la mission de la navette spatiale américaine DISCOVERY pour l'étude environnementale sur l'atmosphère moyenne de la Terre :
   Masse de la navette en orbite : m = $69,68.10^3$ kg. Altitude moyenne h = 296 km.
   Nombre d'orbites n = 189. (Nombre de tours effectué par DISCOVERY de sa date de lancement jusqu'à la date d'atterrissage).
4. Déterminer à partir des données techniques, les valeurs numériques de la vitesse et de la période du mouvement de la navette spatiale DISCOVERY.
5. La navette a atterri le 18 Août 1997 à Kennedy Space Center. Déterminer la date de lancement de la navette ; on négligera les durées de la mise sur orbite et de l'atterrissage.
6. DISCOVERY a atterri le 18 août 1997, à la date t = 7 h 07 min. Dans la phase d'approche à l'atterrissage, moteurs à l'arrêt, la navette est soumise à son poids et aux forces de frottement de l'air.
   On trouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates.

Date	Altitude (km)	Vitesse ($m.s^{-1}$)
t_1 = 6 h 59 min	54,86	1475
t_2 = 7 h 04 min	11,58	223,5

On prendra g = 9,7 m. s^{-2} pendant toute la phase d'approche.
6.1 Calculer le travail du poids du DISCOVERY entre les dates t_1 et t_2.
6.2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer le travail des forces de frottement de l'air sur DISCOVERY entre les instants t_1 et t_2 de la phase d'approche à l'atterrissage.

AU TRAVAIL !!!!

M. SOKHNA