



Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Exercice n°1 :

On se propose de déterminer le nombre de masse de l'un des isotopes du potassium, élément chimique, mélange de deux types d'isotopes: ^{39}K et ^xK .

L'isotope ^{39}K est plus abondant.

On utilise alors un spectrographe de masse constitué essentiellement de trois compartiments (figure 2).

Dans le premier compartiment, les atomes de potassium sont ionisés en cations ($^{39}\text{K}^+$ et $^x\text{K}^+$); dans le deuxième compartiment, les ions sont accélérés, leurs vitesses initiales étant négligeables et dans le troisième compartiment, les ions sont soumis à l'action d'un champ magnétique; en fin de course, ils atteignent un écran luminescent.

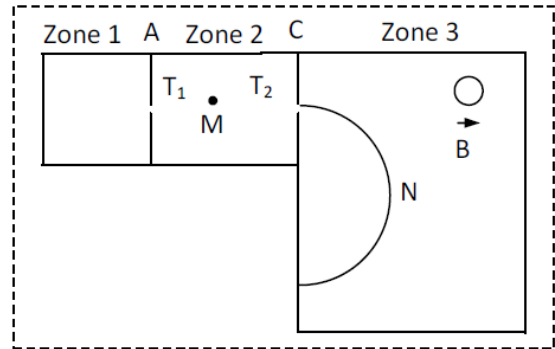


Figure 2

Données :

Le mouvement des particules a lieu dans le vide; le poids d'un ion est négligeable devant la force électrique et la force magnétique.

La charge élémentaire est $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; la tension U établie entre les plaques A et C a pour valeur $U = V_A - V_C = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$; l'intensité du champ magnétique régnant dans la zone 3 est $B = 100 \text{ mT}$;

la masse d'un nucléon est $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; la masse de l'ion $^{39}\text{K}^+$ est $m_1 = 39 m_0$,

la masse de l'ion $^x\text{K}^+$ est $m_2 = x m_0$

3.1 Entre les plaques A et C, les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme. Leur vitesse au point T_1 de la plaque A est supposée nulle..

3.1.1 Reproduire la figure sur la feuille de copie et représenter la force électrique s'exerçant sur un ion potassium se trouvant en M. (0,25 point)

3.1.2 Montrer que, arrivés au niveau de la plaque C, en T_2 , tous les ions potassium ont la même énergie cinétique. (0,5 point)

3.1.3 Montrer alors qu'en T_2 , la vitesse de chaque ion $^{39}\text{K}^+$ a pour expression : $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$.

En déduire, sans démonstration, l'expression de la vitesse V_2 des isotopes $^x\text{K}^+$ en T_2 . (0,5 point)

3.2 A partir de T_2 , les ions pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C. Chaque type d'isotope effectue, dans le plan de la figure, un mouvement circulaire uniforme.

3.2.1 En un point N de l'une des trajectoires, représenter sur la figure déjà reproduite, la vitesse d'un ion potassium et la force magnétique qui s'exerce sur cet ion. (0,25 point).

3.2.2 Compléter la figure en représentant le sens du champ magnétique régnant dans la zone 3. (0,25 point)

3.3 Montrer que le rayon de la trajectoire des ions $^{39}\text{K}^+$ a pour expression $R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{78 m_0 U}{e}}$

En déduire l'expression du rayon R_2 de la trajectoire des isotopes $^x\text{K}^+$. (0,75 point)

3.4 Déterminer, par calcul, la valeur du rayon R_1 de la trajectoire des ions $^{39}\text{K}^+$. (0,25 point)

3.5 Les deux types d'isotopes rencontrent l'écran luminescent en deux points d'impact I_1 et I_2 ; le point d'impact I_1 étant plus lumineux.

3.5.1 Préciser, en justifiant, le point d'impact de chaque type d'isotopes. (0,25 point)

3.5.2 Montrer que le rapport des rayons des trajectoires des isotopes du potassium dans la

zone 3 est $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$ (0,5 point)

3.5.3 La distance entre les points d'impact est $d = 2,5 \text{ cm}$. Déterminer la valeur du nombre de masse x de l'isotope $^x\text{K}^+$. (0,5 point)

Exercice n°2 :

Le poids d'un ion est négligeable devant la force électrique et la force magnétique et les vitesses sont faibles devant la célérité de la lumière.

Des ions isotopes du zinc ($^{65}\text{Zn}^{2+}$ et $^{67}\text{Zn}^{2+}$ du zinc), de masses respectives m_1 et m_2 sont produits dans une chambre d'ionisation (1). Ces ions sont ensuite accélérés entre deux plaques métalliques P_1 et P_2 verticales et parallèles. La tension accélératrice entre les plaques P_1 et P_2 est $U_0 = V_{P_2} - V_{P_1}$.



On suppose que les ions sortent de la chambre d'ionisation en O_1 avec une vitesse négligeable.

1/ Accélération des ions: chambre (2)

a/ Indiquer, en le justifiant, le signe de $U_0 = V_{P2} - V_{P1}$.

b/ Si v_1 et v_2 désignent respectivement les vitesses en O_2 des deux types d'ions $^{A1}Zn^{2+}$ et $^{A2}Zn^{2+}$ du zinc, donner la relation entre v_1 , v_2 , m_1 et m_2 .

c/ Le rapport $\frac{m_1}{m_2} = 1,05$; en déduire la valeur de v_1 , sachant que $v_2 = 1,55 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$.

2/ Filtre de vitesses: chambre (3)

Arrivés en O_2 , les ions pénètrent dans la chambre (3) constitué par:

► deux plaques horizontales R et Q séparées d'une distance $d = 10,00 \text{ cm}$ et entre lesquelles on établit une différence de potentiel $U = V_R - V_Q$.

► un dispositif adéquat crée dans l'espace situé entre les deux plaques un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal aux vecteurs vitesses \vec{v}_1 , \vec{v}_2 et au champ électrique \vec{E} d'intensité $B = 0,01 \text{ T}$.

a/ Quel doit être le signe de la tension $U = V_R - V_Q$ pour que les ions $^{A1}Zn^{2+}$, arrivant en O_2 avec la vitesse v_1 , traversent cette chambre en ligne droite ?

b/ Reprendre sur votre copie la chambre (3), puis représenter les deux forces qui s'exercent sur l'ion $^{A1}Zn^{2+}$ au point M.

c/ Exprimer la tension U en fonction de v_1 , B , d . Calculer sa valeur.

3/ Déviation des ions: chambre (4)

Après le trou O_3 , l'isotope $^{A1}Zn^{2+}$ subit sur la distance $l = 5,00 \text{ cm}$ l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B}' perpendiculaire au plan de la figure d'intensité $B' = 5,24 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.

a/ Sachant que le mouvement de l'ion $^{A1}Zn^{2+}$ est circulaire uniforme dans la chambre (4), exprimer le rayon R_1 de l'arc décrit par l'ion $^{A1}Zn^{2+}$ en fonction de q , m_1 , B' et v_1 .

b/ Reprendre sur votre copie les chambres (4) et (5), puis représenter la trajectoire d'un ion $^{A1}Zn^{2+}$ de O_3 à l'écran.

c/ A une distance $L = 2,00 \text{ m}$ du point O_3 , on place un écran (E) sur lequel arrive l'ion $^{A1}Zn^{2+}$ en un point P tel que $OP = H = 10,00 \text{ cm}$ appelée déflexion magnétique.

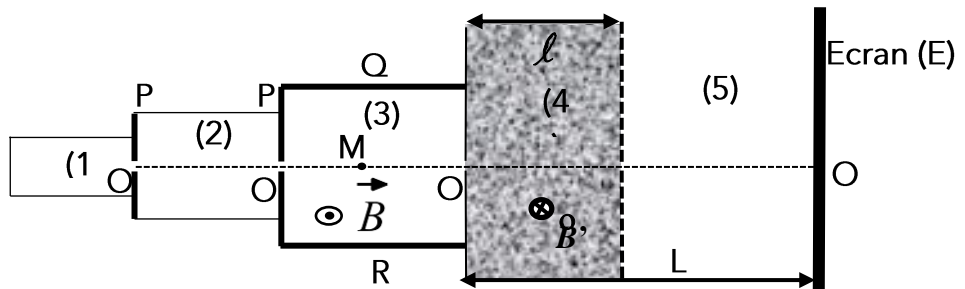
A la sortie de la chambre (4), le vecteur vitesse d'un ion $^{A1}Zn^{2+}$ fait un angle α avec l'horizontale OO_3 . c1/Etablir l'expression de la charge

massique $\frac{q}{m_1}$ en fonction de

H , B' , l , L et v_1 . Calculer $\frac{q}{m_1}$.

c2/En déduire la valeur du nombre de nucléon A_1 de l'isotope $^{A1}Zn^{2+}$ ainsi que le nombre de nucléon A_2 de l'isotope $^{A2}Zn^{2+}$.

N.B: on néglige la largeur l de la chambre (4) par rapport à la longueur L et que l'angle α est faible. On donne: nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; charge élémentaire $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



Exercice n°3 :

Données : $^6\text{Li}^+ : m_1 \approx 6u$; $^7\text{Li}^+ : m_2 \approx 7u$; $1u = 6,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Dans tout l'exercice, on considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.

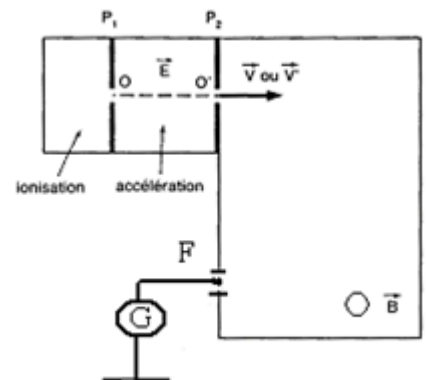
A l'aide du spectrographe de masse schématisé ci-contre, on se propose de séparer les ions $^6\text{Li}^+$ et $^7\text{Li}^+$ de masses respectives m_1 et m_2 .

1) Les ions pénètrent en O dans le champ électrique uniforme \vec{E} existant entre les deux plaques verticales P_1 et P_2 pour y être accélérés jusqu'en O' . Les plaques P_1 et P_2 , distantes de $d = 10 \text{ cm}$, sont soumises à la tension $U = V_{P1} - V_{P2} = 2000 \text{ V}$.

1.a- Quelle est la nature du mouvement des ions Li^+ entre les plaques P_1 et P_2 ?

1.b- Les ions $^6\text{Li}^+$ et $^7\text{Li}^+$ sortent en O' du champ électrique avec des vitesses respectives V_1 et V_2 , leur vitesse en O est négligeable devant v_1 et v_2 .

Etablir la relation :
$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$





2) A leur sortie en O', les ions Li^+ pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} normal au plan du schéma.

- 2.a- Préciser en le justifiant le sens du vecteur \vec{B} .
- 2.b- Montrer que le mouvement d'un ion Li^+ s'effectue dans le plan du schéma.
- 2.c- Montrer que la valeur de la vitesse est constante.
- 2.d- Montrer que la trajectoire est circulaire. Exprimer son rayon R.

3) A leur sortie du champ magnétique \vec{B} , les ions passent au travers d'une large fente et sont captés par un fil métallique F relié à la Terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre sensible G.

3.a- A quelles distance x_1 et x_2 faut-il placer le fil F pour recevoir respectivement les ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$? Exprimer, en fonction de B, m_1 , m_2 , U et la charge élémentaire e, la distance F_1F_2 entre les deux types d'ions à leur arrivée sur le fil. F_1 et F_2 sont respectivement les points de réception des ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$ sur le fil F.

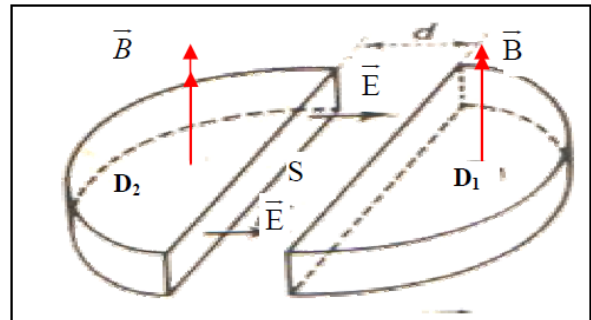
3.b- Pour les valeurs x_1 et x_2 précédentes, le galvanomètre indique, pendant la même durée de passage, les courants respectifs $I_1 = 14,8 \mu\text{A}$ et $I_2 = 185,2 \mu\text{A}$.
 Quelle est la composition isotopique du lithium ?

Exercice n°4 :

3.2 Etude d'un accélérateur circulaire : le cyclotron.

Un cyclotron est un dispositif constitué de deux demi-cylindres D_1 et D_2 , appelés « dees », séparés par une distance très faible d devant leur diamètre. Le tout est placé dans le vide. Un champ magnétique \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure est créé dans D_1 et D_2 . Entre les « dees » et sur la distance d agit un champ électrique uniforme \vec{E} . Ce champ \vec{E} est constamment nul à l'intérieur des deux « dees ». On suppose que la d.d.p U entre D_1 et D_2 reste constante.

On donne : masse du proton $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;
 Charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $d = 1 \text{ cm}$;
 $U = 4000 \text{ V}$.



3.2.1 Au voisinage immédiat de D_2 une source S émet des protons avec une vitesse initiale négligeable.

Préciser la nature du mouvement du proton entre D_2 et D_1 et établir l'expression de la vitesse V_1 du proton au moment il pénètre dans D_1 , en fonction de e, m et U. Calculer V_1 . (0,5 pt)

3.2.2 Le proton pénètre dans D_1 , sa vitesse \vec{V}_1 est perpendiculaire à \vec{B} .

- Montrer que le mouvement du proton dans D_1 est circulaire uniforme.
- Donner l'expression du rayon R_1 du demi-cercle décrit par le proton en fonction de e, m, B et U.
- Exprimer littéralement le temps de transit τ mis par le proton pour décrire ce demi cercle ; montrer qu'il est indépendant de la vitesse donc non modifiée par la présence du champ électrique accélérateur. Faire l'application numérique avec $B = 1 \text{ T}$. (01 pt)

3.2.3 Au moment précis où le proton quitte D_1 , on inverse le sens de \vec{E} , le proton pénètre ainsi dans D_2 avec une vitesse V_2 .

- Etablir l'expression de la vitesse V_2 du proton et donner l'expression du rayon R_2 de la trajectoire décrite dans D_2 .
- Exprimer le temps de transit dans D_2 . Le comparer à τ . (0,5 pt)

3.2.4 Quand le proton quitte D_2 , on inverse à nouveau le sens de \vec{E} . La particule, accélérée par la même tension U, pénètre dans D_1 avec une vitesse V_3 , y décrit un demi-cercle de rayon R_3 , ainsi de suite...

Exprimer le rayon R_n de la $n^{\text{ième}}$ trajectoire demi-circulaire en fonction du rayon R_1 de la première trajectoire.

Donner la valeur de n pour $R_n = 0,14 \text{ m}$. Calculer la vitesse correspondante V_n du proton.

Quelle serait la d.d.p constante qui aurait donné cette vitesse au proton initialement émis sans vitesse initiale ? Commenter. (01,5 pt)