LYCEE TECHNIQUE
SEYDINA LIMAMOU LAYE
Guédiawaye - Dakar

Année scolaire: 2019-2020
Cellules de Sciences Physiques
Classe TS2

SERIE D'EXERCICES SUR P11 : OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES

EXERCICE 1:

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k, de longueur à vide $\ell_0 = 20$ cm, d'axe vertical et dont l'une de ces extrémités est fixé en un point A.

1/ Sur l'autre extrémité libre on accroche un solide ponctuel de masse m = 200g, le ressort s'allonge de $\Delta\ell_0 = 8$ cm.

a/ Schématiser l'oscillateur mécanique lorsqu'il est dans sa position d'équilibre.

b/ Etablir la condition d'équilibre, puis calculer la constante de raideur k du ressort.

2/ On tire le solide S verticalement, vers le bas, en donnant un allongement supplémentaire de $x_0 = 1$ cm au ressort, puis on lâche le solide sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations autour de sa position d'équilibre.

a/ Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

b/En déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations, en fonction de m et k. Calculer T_0.

c/ Etablir l'équation horaire du mouvement $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ en prenant comme origine des temps l'instant du lâcher et comme origine O des déplacements la position d'équilibre du ressort avec solide accroché. On choisira un axe Ox vertical orienté positivement vers le bas.

3/ Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système (terre-ressort-solide S) en fonction de x, v, m, $\Delta\ell_0$ et k.

► **L'état de référence des énergies potentielles de pesanteur correspond à la position d'équilibre coïncidant avec l'origine des altitudes.**

► **L'état de référence des énergies potentielles élastiques est choisie pour le ressort détendu.**

4/ Retrouver l'équation différentielle à partir de l'étude énergétique.

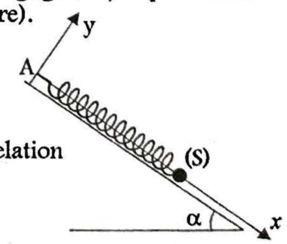
5/ On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de $x_0 = 1$ cm. Puis on le libère en le lançant vers le haut avec une vitesse $\vec{v}$ de norme $v = 0{,}112\ m.s^{-1}$. Des oscillations prennent alors naissance.

Etablir l'équation différentielle du mouvement puis l'expression numérique de la position du centre d'inertie G de S, dans le repère $(O, \vec{i})$ sous la forme $x(t) = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$. L'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

EXERCICE 2:

Un solide S, de masse m = 200 g et de centre d'inertie G, peut se déplacer d'un mouvement de translation rectiligne, sans frottement, le long d'un banc à coussin d'air. Celui-ci fait un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale. Le solide est attaché à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives et à réponse linéaire ; l'autre extrémité du ressort est fixée en A (voir figure).

On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.



1/ Le solide S étant en équilibre, son centre d'inertie est en G_0. Le ressort dont l'axe est parallèle à la direction du banc, a subi un allongement $\Delta\ell_0 = 6$ cm.

a/ Représenter les forces qui s'exercent sur le solide S.

b/ Ecrire la condition d'équilibre du solide S sous forme vectorielle et projeter la relation suivant les deux axes $(O, \vec{i})$ et $(O, \vec{j})$.

c/ Exprimer le coefficient de raideur k du ressort en fonction des données. Calculer sa valeur numérique.

2/ On écarte le solide de sa position d'équilibre vers le bas. Son centre d'inertie est alors en G_1. La distance G_0G_1 mesurée le long du banc vaut d = 5 cm. On abandonne le solide sans vitesse à une date que l'on prendra pour origine des temps. La position G_0 sera prise comme origine des abscisses.

a/ Ecrire la relation de la dynamique (ou théorème du centre d'inertie).

b/ Etablir l'équation différentielle du mouvement.

c/ Déterminer l'équation horaire du mouvement.

3/ On écarte maintenant le solide S de sa position d'équilibre de $x_0 = 8$ cm. Puis on le libère en le lançant vers le haut avec une vitesse $v = 0{,}3\ m.s^{-1}$. Des oscillations prennent alors naissance.

a/ Déterminer l'énergie mécanique totale du système [ressort - solide S - Terre] à un instant t pendant les oscillations. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point G_0.

b/ En déduire l'équation différentielle du mouvement et écrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G de S, dans le repère $(O, \vec{i})$, l'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

EXERCICE 3:

Un groupe d'élèves utilise deux méthodes différentes pour déterminer la constante de raideur K d'un ressort à spires non jointives.

1/ La méthode statique

L'extrémité supérieure du ressort est fixée. A son extrémité libre, sont suspendues successivement des masses de différentes valeurs (figure a).

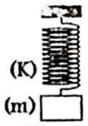


Figure a

Pour chaque masse m l'allongement $\Delta\ell$ du ressort est mesuré à l'aide d'une règle (non représenté sur la figure). Le tableau de valeurs suivant est obtenu:

m(kg)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\Delta\ell$(cm)	2,5	5,0	7,5	10	12,4	15,1	17,5	19,8

a/ Tracer le graphe $\Delta\ell$ en fonction de la masse m. En déduire la relation numérique entre $\Delta\ell$ et m.

b/ Sur le schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m. traduire alors la condition d'équilibre et en déduire l'expression de K en fonction de m, $\Delta\ell$ et l'intensité de la pesanteur g.

c/ En déduire la valeur de la constante de raideur K. On prendra $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

2/ La méthode dynamique

Dans cette partie le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur horizontal. Le solide de masse M, de valeur inconnue, solidairement lié au ressort, se déplace sur un support horizontal (figure b). Tous les frottements sont négligés.

On utilise un axe X'X horizontal orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse x sur cet axe.

A l'équilibre le ressort n'est ni comprimé, ni allongé et l'abscisse x est nulle (le point G est confondu avec l'origine de l'axe X'X).

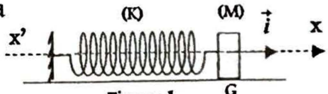


Figure b

a/ Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse M à un instant t donné et les représenter sur un schéma.

b/ Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement. En déduire l'expression de la période T_0 des oscillations en fonction de la constante de raideur K et de M.

c/ La mesure de 10 oscillations donne 10,6 s. Calculer T_0.

d/ L'objet précédent de masse M est surchargé d'une masse $m_1 = 20g$ fixée sur lui. Le système est à nouveau mis en oscillation comme précédemment. Cette fois la durée de 10 oscillations donne 10,7s. Exprimer la nouvelle période T en fonction de K, m_1 et M

e/ En déduire l'expression de K en fonction de T_0, T et m_1.

f/ Calculer K. Comparer avec le résultat obtenu par la méthode statique. Expliquer.

EXERCICE 4:

Un solide ponctuel (S) de masse m, est attaché à un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k. La position du centre d'inertie G de (S) est repérée par son abscisse x sur un axe horizontal x'Ox. L'origine O des abscisses est confondue avec la position de G lorsque (S) est à l'équilibre. Ecarté de sa position d'équilibre, puis abandonné à l'instant de date t = 0s, le solide (S) se met à osciller de part et d'autre du point O.

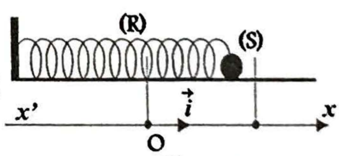


Figure 1

A un instant de date t, le système est représenté comme l'indique la figure 1 ci-contre.

1/ Représenter sur la figure les forces extérieures exercées sur (S) à l'instant de date t.

2/ Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse x(t) du centre d'inertie G. En déduire la nature de son mouvement.

3/ A l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution de l'abscisse x(t) de G.
On obtient la courbe de la figure 2 ci-dessous.

a/ Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier.

b/ Nommer le régime des oscillations du centre d'inertie G.

c/ A partir de la courbe de la figure 2 dire si le solide (S) est abandonné à l'instant de date t = 0s avec une vitesse ou sans vitesse. Justifier la réponse.

d/ Déterminer à partir de la courbe l'abscisse maximale X_m et la période propre T_0. En déduire la valeur de la pulsation propre ω_0.

e/ Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit: $x(t) = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi_x)$.
Déterminer la phase initiale φ_x ; puis déduire l'expression numérique de x(t).

4/ a/ Exprimer l'énergie mécanique E de cet oscillateur à l'instant t en fonction de k, m, x et $\dot{x}$ (x est l'abscisse du solide).

b/ Montrer que cette énergie mécanique E est constante. Exprimer sa valeur en fonction de m, T_0 et X_m.

5/ Détermination de la valeur exacte de la masse m du solide (S) par deux méthodes graphiques.