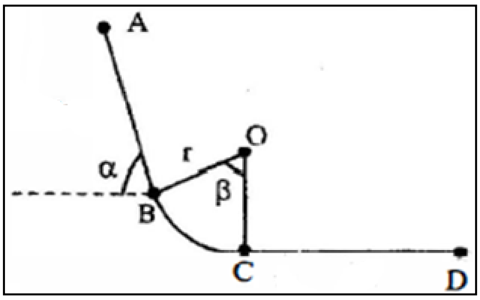
Série n°2 de physique : énergie cinétique

Exercice 1 :

Un skieur de masse m = 80 kg glisse sur une piste formée de trois parties :

- une partie AB rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale et de longueur L ;
- une partie BC circulaire de centre O et de rayon r qui intercepte un angle $\beta = 60°$;
- une partie CD rectiligne horizontale de longueur L'.



Toute la trajectoire a lieu dans un même plan vertical et le skieur part de A sans vitesse initiale.

1. Les frottements sont supposés négligeables sur toute la piste.

1.1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse v_B du skieur au point B en fonction de g, L et α puis sa vitesse v_C au point C en fonction de g, r, L, α et β.

1.2. Faire l'application numérique de v_B et v_C.

2. Les frottements ne sont pas négligés et ils sont équivalents à une force unique d'intensité f.

2.1. Exprimer la nouvelle vitesse v'_B du skieur en B en fonction de g, L, α et f, et la vitesse v'_C du skieur en C en fonction de g, r, L, α, β et f.

2.2. Faire l'application numérique avec les mêmes données précédentes et f = 10 N.

2.3. Le skieur arrivera-t-il en D ? Justifier.

***On donne :* $g = 10\ N.kg^{-1}$; L = 2,5 m ; r = 2,4 m ; L' = 100 m.**

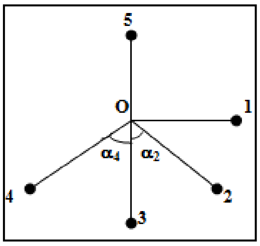
Exercice 2 :

Une petite sphère de masse m = 100 g est attachée à un point fixe O par un fil de longueur ℓ = 80 cm et de masse négligeable. On lâche la sphère sans vitesse à partir de la position 1 ou le fil est tendu et horizontal.

1. Quelle est la vitesse du centre de la sphère :

1.1. lors du passage à la verticale (position3) ?

1.2. lors du passage à la position où le fil est incliné d'un angle $\alpha_2 = 30°$ par rapport à la verticale ?



On donne : $g = 9,8\ N.kg^{-1}$.

2. La sphère est désormais lancée à partir de la position 3 avec une vitesse horizontale v.

2.1. Quelle doit être la valeur minimale de cette vitesse pour que le pendule puisse atteindre la position 4 pour laquelle le fil est incliné de l'angle $\alpha_4 = 60°$?

2.2. Même question, pour que la sphère puisse atteindre la positon 5 située à la verticale de O, au dessus de l'axe. On néglige les frottements.

Exercice 3 :

Un volant est un anneau circulaire de masse m = 1 ,8 tonnes, de rayon R = 60 cm. Il tourne à la vitesse de 3000 tours par minute. Ce volant permet l'avancement d'un véhicule par transformation de son énergie cinétique de rotation en énergie cinétique de translation du véhicule. La masse totale du véhicule, volant compris est M = 60 tonnes et les frottements ont une intensité constante f = 650 N.

1. Calculer l'énergie cinétique du volant lorsqu'il tourne à 3000 tours par minute.

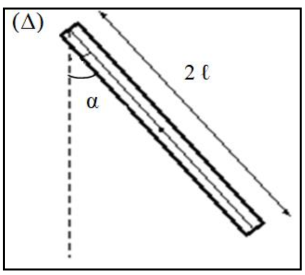
2. Quelle est la variation d'énergie cinétique du volant lorsque sa vitesse diminue de moitié ?

3. Quelle est la distance parcourue alors par le véhicule sur une route horizontale ?

4. Répondre à la même question **3.** si le véhicule doit monter une pente de 2%.

Exercice 4 :

Une règle homogène de masse m = 400 g, de longueur 2ℓ = 1 m, de moment d'inertie $J_\Delta = \frac{4}{3} m\ell^2$, a la possibilité de tourner autour d'un axe horizontal passant au voisinage de l'une de ses extrémités. On suppose le mouvement sans frottement. On écarte la barre de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 60°$ puis on l'abandonne sans vitesse initiale.



1. Calculer l'énergie cinétique de la règle et la vitesse de son centre d'inertie G lorsqu'elle passe :

1.1. par la position $\alpha = 30°$ avant la verticale ;

1.2. à la verticale de l'axe, en-dessous ;

1.3. par la position $\alpha = 15°$ après la verticale.

***On donne :* $g = 9,8\ N.kg^{-1}$.**

2. On écarte la règle toujours de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 60^\circ$ puis on l'abandonne avec une vitesse angulaire initiale ω_0. Quelle est la valeur de ω_0 pour que la barre puisse faire un tour complet.

Exercice 5 :

Un solide de masse m = l kg assimilable à un point matériel se déplace sur une piste constituée de trois parties :

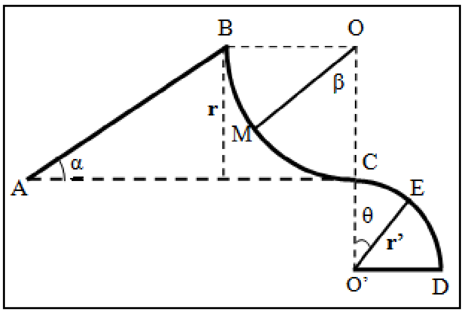
- Une partie rectiligne AB inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale ;
- Une partie circulaire BC, de centre O et de rayon r = BO = OC = l m ;
- Une partie circulaire CD, de centre O' et de rayon r' = CO' = O'E = $\frac{r}{2}$.

1. Le solide est lancé à partir du point A avec une vitesse $v_A = 6\ m.s^{-1}$.

1.1. En supposant les frottements négligeables sur la partie AB, calculer la vitesse v_B du solide au point B.

1.2. En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique $\vec{f}$ s'exerçant sur le solide sur toute la partie AB. Calculer l'intensité de $\vec{f}$ sachant que la vitesse au point B est nulle.

***On donne :** $g = 10\ N.kg^{-1}$.*



2. Le solide aborde maintenant, sans vitesse initiale, la partie circulaire BC. La position du solide sur la partie BC est repérée par l'angle $\beta = (\widehat{OM, OC})$. On suppose les frottements négligeables.

2.1. Exprimer la vitesse v_M du solide au point M en fonction de r, g et β.

2.2. Calculer la valeur v_C de cette vitesse au point C.

2.3. En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique $\vec{f}'$ s'exerçant sur le solide sur toute la partie BC. Calculer l'intensité f' sachant que la vitesse au point C est $v'_C = 2\ m.s^{-1}$.

3. Le solide arrive au point C avec une vitesse $v'_C = 2\ m.s^{-1}$ où il aborde enfin la partie circulaire CD qui est verglacée ; les frottements seront donc négligés.

3.1. Le solide passe en un point E de la partie CD, défini par $(\widehat{O'C, O'E}) = \theta$; OD étant porté par l'horizontale. Exprimer sa vitesse v_E en fonction de g, r', v'_C et θ.

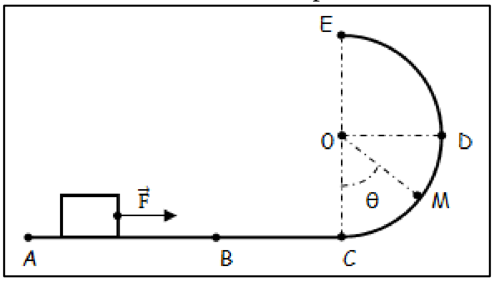
3.2. Le solide quitte la piste en E avec la vitesse $v_E = 3\ m.s^{-1}$. Calculer la valeur de l'angle θ.

3.3. Avec quelle vitesse v_P, le solide atterrit-il sur la piste de réception en un point P ?

Exercice 6 :

Un solide ponctuel (S), de masse m = 0,5 kg, est initialement au repos en A. On le lance sur une piste ACDE, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose AB = L = 1 m et on suppose le mouvement sans frottement.

N.B : On précise que $\vec{F}$ n'agit sur le solide que sur le long de la partie AB.



La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CDE est un demi-cercle de centre O et de rayon r = 1 m. Ces deux portions sont dans un même plan vertical (voir figure).

1. Exprimer, en fonction F, L et m la valeur de la vitesse de (S) en B.

2. Montrer que l'énergie cinétique du solide en B est la même qu'en C.

3. Au point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$,

3.1. Etablir, en fonction de F, L, m, r, θ et g l'expression de la vitesse de (S) en M.

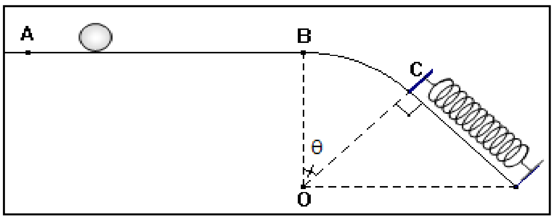
3.2. En déduire la valeur minimale notée F_0 de $\vec{F}$ pour que (S) arrive au point E.

4. On applique maintenant au solide à partir du point A et sur la même distance AB = L, une force d'intensité $F = 1{,}5F_0$. Déterminer alors la vitesse v_D du solide au point D.

5. Avec quelle vitesse, le solide retombe-t-il sur le plan ABC ?

Exercice 7 :

Une petite bille de masse m = 300 g glisse sans roulement sur le trajet ABC (voir figure ci-dessous). Il existe des forces de frottement d'intensité constante $f = 0{,}03$ N durant tout le parcours de la bille. Le trajet BC est un arc de cercle de centre O et de rayon R = 2 m.



1. Déterminer la vitesse v_A de la bille lors de son passage en A sachant qu'elle s'arrête en B.

2. L'équilibre de la bille en B est instable, celle-ci glisse alors vers le point C. Déterminer la vitesse v_C de la bille au point C.

3. Au point C est placée l'extrémité d'un ressort de constante raideur $k = 500$ N.m^{-1}. La bille bute en C sur le ressort avec la vitesse $v_C = 3{,}4$ m.s^{-1} et le comprime. Soit x la compression maximale du ressort (x est positif).

3.1. Par application du théorème de l'énergie cinétique, établir la relation : $kx^2 + 2x(f - mg\sin\theta) - mv_C^2 = 0$.

3.2. calculer la compression maximale x du ressort.

Données : ***$AB = L = 500$ m ; $\theta = \widehat{BOC} = 45°$ et $g = 10$ N.kg^{-1}.***

Exercice 8 :

On lâche d'un point A d'une piste de jeu et sans vitesse initiale un solide S de masse m = 5 kg. Les parties AB et DE forment avec l'horizontale un angle $\alpha = 30°$ et sont tangentiellement raccordées à la partie circulaire BCD de rayon $r = 2$ m aux points B et D respectivement (voir figure).

1. On suppose dans un premier temps les forces de frottement négligeables.

1.1. Exprimer la vitesse v_B du solide S au point B en fonction de g, ℓ et α .Calculer v_B.

1.2. Montrer que l'expression de la vitesse v_M du solide S au point M s'écrit :

$$v_M = \sqrt{2gr[\cos(\alpha - \theta) - \cos\alpha] + 2g\ell\sin\alpha}.$$

1.3. En déduire la valeur de v_C vitesse du solide au point C.

2. En réalité le solide arrive en D avec une vitesse $v_D = \frac{v_B}{2}$ à cause des forces de frottement $\vec{f}$ constantes le long de la piste. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et D :

2.1. Montrer que l'intensité f des forces de frottement s'écrit : $f = \frac{3mV_B^2}{16r\alpha}$.

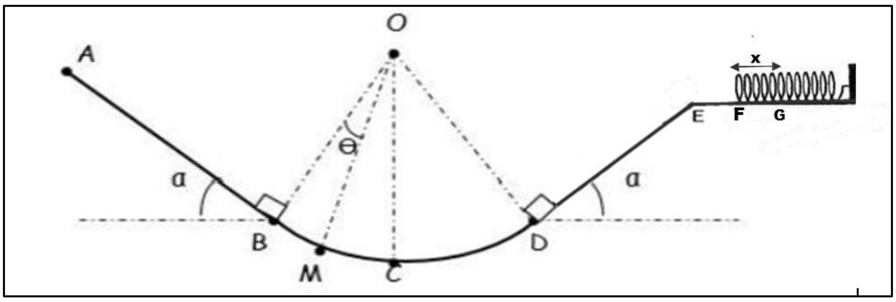
2.2. Calculer f.

2.3. Montrer que la distance d à laquelle le solide (S) va s'arrêter sur la portion DE de la piste peut s'écrire : $d = \frac{mV_B^2}{8(mg\sin\alpha + f)}$.

3. Supposons maintenant que le solide arrive au point F avec une vitesse $v_F = 2$ m.s^{-1}, heurte un ressort de raideur $k = 2500$ N.m^{-1} et le comprime jusqu'au point G.

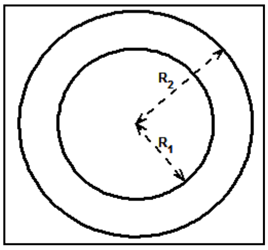
Déterminer la valeur de la compression x (les frottements $\vec{f}$ sont toujours existants sur la partie EG).

Données : ***$g = 10$ N.kg^{-1} ; $\ell = AB = 3{,}46$ m.***



Exercice 9 :

On considère une couronne assimilable à un cylindrique homogène de rayon intérieur $R_1 = 10$ cm, de rayon extérieur $R_2 = 20$ cm et de hauteur h = 5 cm (figure ci-contre). Elle est mise en rotation autour de son axe (Δ) passant par son centre de gravité G. La masse volumique de la substance constituant la couronne est $\rho = 7800$ kg.m^{-3}.



1. Démontrer que le moment d'inertie J_Δ de la couronne peut se mettre sous la forme : $J_\Delta = C\,(R_2^4 - R_1^4)$ où C est une constante qui dépend de la masse volumique ρ de la couronne et de h.

2. Après avoir déterminé l'unité de la constante C dans le SI, calculer le moment d'inertie J_Δ de la couronne.

3. Calculer l'énergie cinétique de la couronne animée d'un mouvement de rotation à la vitesse angulaire $\omega = 600$ trs.min^{-1} autour de son axe de révolution (Δ).

4. Un frein exerce sur le cylindre (la couronne) une force constante tangente au cylindre et opposé au sens du mouvement de valeur $f = 80{,}0$N.

4.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

4.2. Quel sera le nombre n de tours effectués par le cylindre avant de s'arrêter ?

Après l'effort, le réconfort !