SERIE 1 : LA CINEMATIQUE

EXERCICE 1

Un point M est en mouvement dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les coordonnées de M sont $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t + 5 \end{cases}$

1- Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire ?

2- Quelle est la nature du mouvement ? On utilise les unités du SI.

EXERCICE 2

Un mobile décrit l'axe $X'OX$ d'un mouvement uniforme. A l'instant $t_1 = 1s$ l'abscisse du mobile est $x_1 = 8\ m$ et à $t_2 = 3s$ $x_2 = -4\ m$. Former l'équation horaire du mouvement.

EXERCICE 3

Un mobile démarre à la vitesse $V_o = -8\ ms^{-1}$ et est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié, tel qu'à la date $t = 2\ s, x = 0$ et à la date $t = 6\ s, x = 0$.

1- Ecrire l'équation horaire du mouvement.

2- Quelles interprétations physiques peut-on donner aux dates $2s$ et $6s$?

3- Etudier les phases du mouvement.

EXERCICE 4

1- Une automobile décrit une trajectoire dans un repère $(O, \vec{\imath})$, son accélération est constante. A l'instant $t = 0\ s$, l'automobile part d'un point M_o.

A l'instant $t_1 = 3\ s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59$ à la vitesse $V_1 = 6\ ms^{-1}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150\ m$ à la vitesse $V_2 = 20\ ms^{-1}$.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

c) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à $20\ s$.

2- A la date $T = 1\ s$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse $V' = 20\ ms^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse $X' = 5\ m$.

Pendant toute la durée du mouvement fixée à $20\ s$, la moto va d'abord dépasser l'automobile, ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a) L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O, \vec{\imath})$.

b) Les dates des dépassements.

c) Les abscisses des dépassements.

e) La distance parcourue par la moto entre la date $T = 1\ s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

EXERCICE 5

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans le repère $(O, \vec{\imath})$. Un chronomètre a relevé la vitesse en fonction du temps. On a obtenu le tableau suivant :

$t(s)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(m.s^{-1})$	4	4	4	3,3	2,7	2,1	1,5	4,7	8

1- Tracer le graphique $= f(t)$. $Echelles$: $1\ cm\ pour\ 1s$; $1\ cm\ pour\ 1\ m/s$.

2- Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase.

3- Déterminer la position du mobile à l'instant $t = 4\ s$.
4- Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant la durée du mouvement.

EXERCICE 6

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont : $\begin{cases} x = 3 + 2\cos(2t+1) \\ y = 4 + 2\sin(2t+1) \end{cases}$

On utilise les unités du SI.
1-a) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
b) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
c) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.
d) En déduire la nature du mouvement.
2-a) Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ à l'échelle $1/100$.
b) Placer sur cette trajectoire les positions : M_o, M_1, M_2, M_3 correspondant respectivement aux instants $t_o = 0\ s, t_1 = 0{,}285\ s, t_2 = 1{,}07\ s, t_3 = 1{,}856\ s$.
c) Représenter (sans Echelle) les vecteurs vitesse et accélération au point M_o.

EXERCICE 7

Un écolier résidant loin de son établissement prend régulièrement le bus pour s'y rendre. En sortant de son domicile, il aperçoit sur une ligne droite le bus à l'arrêt et qui s'apprête à partir. Il court alors vers le bus avec une vitesse constante $V_o = 6\ ms^{-1}$. Quand il est à $25\ m$ du bus, celui-ci démarre avec une accélération constante $a_b = 1\ m/s^2$.
1- Etablir les équations horaires des mouvements de l'écolier et bus. Tracer dans un même repère orthonormé les courbes représentant les deux mouvements.
2- L'écolier rattrapera-t-il le bus ? Justifier graphiquement.
3- A quelle vitesse constante minimale devrait courir l'écolier s'il veut rattraper le bus ?
4- Après un déplacement de $100\ m$, le bus s'arrête. Déterminer :
a) La durée de son déplacement ;
b) La durée de l'arrêt du bus pour que l'écolier le rattrape.
N.B : Dans tout le problème on assimilera l'écolier et le bus à des points matériels.

EXERCICE 8

Un mobile A, animé d'un mouvement uniformément varié se déplace sur une trajectoire rectiligne. Il démarre du point O à l'instant $t = O$, et atteint un point O_1, situé à $1m$ de O dans le sens positif, au bout de $4\ s$. Un deuxième mobile B se déplace sur la même trajectoire d'un mouvement uniforme. Il passe du point O à l'instant $t = 4{,}5\ s$ et au point O_1 à l'instant $t = 5{,}6\ s$.
1- Calculer l'accélération du mouvement de A.
2- Quelle est la vitesse de A lorsqu'il passe en O_1 ?
3- Ecrire l'équation horaire du mouvement de A.
4- Calculer la vitesse de B.
5- Ecrire l'équation horaire du mouvement de B.
6- A quelles instants les deux mobiles se croisent-ils ?

EXERCICE 9

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute à la vitesse de $130\ km.h^{-1}$. Soudain, un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance $D = 120\ m$. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à $105\ km.h^{-1}$ au bout d'une durée $\theta = 1\ s$.
1- Calculer la valeur de la décélération (accélération négative, supposée constante).

2- En supposant la décélération constante, à quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?

3- On envisage maintenant l'éventualité suivante : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors à son véhicule la décélération calculée au (1).

A quelle distance de l'obstacle va-t-elle s'arrêter ?

EXERCICE 10

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération constance $a = 2{,}5\ m/s^2$ pendant une durée $\theta = 7{,}0\ s$; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante.

Lorsque le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $V = 45\ km.h^{-1}$, et situé à une distance $d = 20\ m$ du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constance.

Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser.

En choisissant :

- Comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert,
- Comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminer :

1-a) L'équation horaire du mouvement de l'automobile dans sa première phase.

b) L'équation horaire du mouvement du camion.

c) Déterminer à quelle date le camion rattrape l'automobile. Quelle est la vitesse de l'automobile à cet instant ?

2-a) Montrer qu'à la fin de son mouvement uniformément accéléré le camion est toujours en avance sur l'automobile.

b) Déterminer à quelle date, l'automobile rattrape le camion.

EXERCICE 11

Dans un repère $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, le mouvement d'un point M est caractérisé par :

- Une accélération nulle à chaque instant t : $\vec{a}(M) = \vec{0}$;
- A l'instant $t = 0$: $\overrightarrow{v_0} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$.

Les unités sont celles du système international.

1- Quel est le vecteur vitesse du M à la date t ?

2- Quel est son vecteur position à la date t ?

3- Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

EXERCICE 12

Un point mobile décrit une droite $(O,\vec{\imath})$, un point M de la trajectoire est repéré par son abscisse x ; l'équation horaire s'écrit : $x = -2t^2 + 4t$; $0 < t < 10s$. Les unités sont celles du système internationale.

1- Calculer le vecteur vitesse à l'instant t et l'accélération du mobile. Conclusion.

2- Sur quel intervalle de temps le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

EXERCICE 13

Une automobile roule en ligne droite à la vitesse de $108\ km.h^{-1}$. L'automobiliste freine régulièrement ; on peut considérer qu'alors l'accélération de l'automobile est constante dirigée en sens contraire du mouvement et égale à $7{,}7\ m.s^{-2}$.

Calculer la distance parcourue entre le début du freinage et l'arrêt de l'automobile.

EXERCICE 14

Un électron se de place dans une région de l'espace munie d'un repère orthonormés $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ cette particule est soumise a une accélération constante, $\vec{a} = -4.10^{13}\ \vec{k}$.

A la date $t = 0$: $\vec{v} = 2.10^6\,\vec{\imath} + 10^7\,\vec{k}$.

Elle se trouve au point $M_0(0\,;0\,;0{,}01)$. Les unités sont celles du système international.

1- Peut-on affirmer que le mouvement ne sera pas rectiligne ?

2- Etablir les équations horaire du mouvement.

3- En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.

4- A quelle date t_1, la vitesse de l'électron est-elle parallèle à l'axe Ox ? La vitesse est-elle alors minimale ?

5- Entre quels instants, le mouvement est –il accéléré ? Retardé ?

EXERCICE 15

Un point M est en mouvement dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les coordonnées M sont : $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t + 5 \end{cases}$

1- Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire ?

2- Quelle est la nature du mouvement ?

EXERCICE 16

La position d'un mobile M dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ est donner à chaque instant par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ tel que : $\overrightarrow{OM} = (t^2 + 4t)\vec{\imath} + (t^2 + 2)\vec{\jmath}$, avec $t > 0$.

1- Montrer que le mouvement est plan et préciser le plan du mouvement.

2- Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

3- Donner l'allure du mouvement .

EXERCICE 17

1- Une automobile décrit une trajectoire dans un repère $(O, \vec{\imath})$ son accélération est constante. A l'instant $t = 0\,s$, l'automobile part d'un point M_0.

A l'instant $t = 3\,s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59\,m$ à la vitesse $v_1 = 6\,m.s^{-1}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150\,m$ à la vitesse $v_2 = 20\,m.s^{-1}$.

a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?

c) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à $20\,s$.

2- A la date $T = 1\,s$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse $v' = 20\,m.s^{-1}$ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5\,m$.

Pendant toute la durée du mouvement fixée à $20\,s$, la moto va d'abord dépasser l'automobile, ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a) L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère $(O, \vec{\imath})$.

b) Les dates des dépassements.

c) Les abscisses des dépassements.

d) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

e) La distance parcourue par la moto entre la date $T = 1\,s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

EXERCICE 18

Les équation paramétriques du mouvement d'un mobile se déplaçant dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont : $\begin{cases} x = 3 + 2\cos(2t + 1) \\ y = 4 + 2\sin(2t + 1) \end{cases}$

On utilise les unités du système international.

1-a) Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.

b) Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.

c) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile.

d) En déduire la nature du mouvement.

2-a) Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ à l'échelle $1/100$.

b) Placer sur cette trajectoire les points : M_0 ; M_1 ; M_2 ; M_3 correspondant respectivement aux instants $t_0 = 0\ s$; $t_1 = 0{,}25\ s$; $t_2 = 1\ s$; $t_3 = 2\ s$.

c) Représenter (sans échelle) les vecteurs vitesse et accélération au point M_0.

EXERCICE 19

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de $130\ km.h^{-1}$.
Soudain, un obstacle fixe apparait sur la voie à une distance $D = 120\ m$. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à $105\ km.h^{-1}$ au bout d'une durée $\theta = 1\ s$.

1- Calculer la valeur de la décélération (accélération négative, supposée constante).

2- Si l'on suppose que la décélération de l'automobile reste constante, à quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?

3- On envisage maintenant cette éventualité: le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner une seconde après l'apparition de l'obstacle.
Il impose alors à son véhicule la décélération calculée au 1-).
A quelle distance de l'obstacle, l'automobiliste va-t-elle s'arrêter ?

EXERCICE 19

Une automobiliste démarre lorsque le feu passe au vert avec, une accélération $a = 2{,}5\ m.s^{-2}$ pendant une durée $\theta = 7{,}0\ s$; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante.
Lorsque, le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $v = 45\ km$, est situé a une distance $d = 20\ m$ du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante.
Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle –ci va le dépasser.
En choisissant :

- Comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert,
- Comme origine des espaces la position du feu tricolore, déterminer :

1- Les dates des dépassements ;

2- Les abscisses des dépassements ;

3- Les vitesses de l'automobile à ces instants.

EXERCICE 20

1- Une moto M décrit une trajectoire rectiligne muni d'un repère d'espace $(O, \vec{\imath})$.
Son vecteur accélération est constante pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $\Delta t = 5\ s$.
A l'instant $t = 0$, le mobile part du point M_0 d'abscisse $x_0 = -0{,}5\ m$ avec une vitesse $v_0 = -1\ m.s^{-1}$; puis il passe au point M_1 d'abscisse $x_1 = 5\ m$ avec une vitesse $v_1 = 4{,}7\ m.s^{-1}$.

a) Calculer l'accélération a du mobile M.

b) Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1.

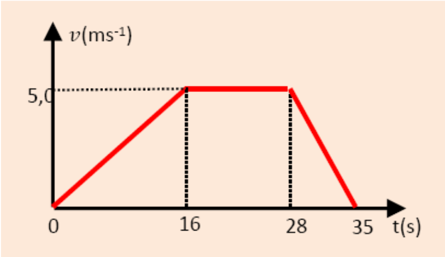
c) Donner l'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement du mobile M.

2- A la date $T = 2\ s$ une voiture M' part du point M_1 d'un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $v' = 4\ m.s^{-1}$.

a) Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles M et M'.

b) Calculer l'abscisse x_R où aura lieu cette rencontre.

EXERCICE 21



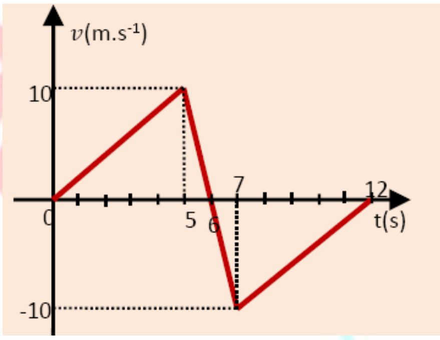
Un mobile décrit une trajectoire rectiligne.

On donne la représentation graphique de sa vitesse en fonction du temps (voir figure).

1- Calculer son accélération au cours des trois phases du mouvement.

2- Calculer la distance parcourue par le mobile jusqu'à l'arrêt à la date $35\ s$.

EXERCICE 22



La représentation graphique de la vitesse $v = f(t)$ d'un mobile est donnée par la figure ci-contre.

1-a) Calculer les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.

b) Tracer la représentation graphique $a = g(t)$ de l'accélération a en fonction du temps avec $t \in [0\ ;12]$ en secondes.

2- Calculer l'espace parcouru par le mobile.

EXERCICE 23

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t^2 + 5t \end{cases}$

1- Rechercher l'équation cartésienne de la trajectoire.

2- Donner les caractéristiques du vecteur vitesse lorsque le mobile passe par son ordonnée maximale Y_{max}.

3- Calculer l'abscisse du mobile lorsque celui-ci repasse par l'ordonnée $Y = 0$.

4- Calculer la valeur de la vitesse à la date $t = 6\ s$.

EXERCICE 24

Sur un porte avion, les avions de combat sont lancés sur une distance $d = 25\ m$, par l'intermédiaire d'une catapulte. On suppose que l'accélération du mouvement est constante pendant l'opération. La vitesse de l'avion à la fin du lancement vaut : $v = 230\ km.h^{-1}$.

1- Calculer l'accélération de l'avion au cours du catapultage.

2- Calculer la durée de cette opération.

EXERCICE 25

Sur une portion rectiligne A, B, C et D de voie ferrée où s'effectue des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse $v_A = 54\ km.h^{-1}$ a la marche suivante :

- ☞ De A à B tel que $AB = 125\ m$, un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en à la valeur $v_B = 36\ km.h^{-1}$.
- ☞ De B à C, pendant une minute, un mouvement uniforme.
- ☞ De C à D, un mouvement uniformément accéléré telle que la vitesse reprenne la valeur de $54\ km.h^{-1}$ en 20 seconde.

1- En prenant pour origine des abscisses le point A, pour sens positif le sens de la marche et pour instant initiale $t = 0$ l'instant de passage en A, déterminer les équations horaires $x = f(t)$ et les vitesses $v = g(t)$ des trois phases du mouvement.

2- Calculer de deux manières la distance parcourue de A à D.

3- Construire le graphe $v = g(t)$.

EXERCICE 26

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$: $M \begin{cases} x = A\cos(\omega t) \\ y = A\sin(\omega t) \end{cases}$
avec $A = 10\ cm$ et $\omega = 10\ rad.s^{-1}$.

1- Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer.

2- Monter que la valeur de son accélération est constante et la calculer.

3- Quelle est la trajectoire du mobile ? Que représente A ?

4- Quelles sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

EXERCICE 27

Dans un référentiel donné, on choisit un repère d'espace $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ et une date origine.
Les coordonnées d'un point mobile M sont alors fournies par les équations horaires suivantes : $\begin{cases} x = r\cos\omega t \\ y = r\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$
avec $r = 2\ m$; $\omega = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$.

1-a) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile M.

b) Préciser la position du mobile M à la date origine.

2- Déterminer :

a) Les coordonnées et la mesure du vecteur vitesse $\vec{v}$.

b) Les coordonnées et la mesure du vecteur accélération $\vec{a}$.

c) La nature du mouvement du mobile M.

3- Montrer que le vecteur accélération $\vec{a}$ et le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sont colinéaires.

4-a) Etablir l'équation horaire de l'abscisse curviligne s du mobile M.

b) Donner les coordonnées des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ dans le repère locale de Frenet $(M, \overrightarrow{u_t}, \overrightarrow{u_n})$.

c) Calculer la période T et la fréquence N du mouvement du mobile M. Que représente la grandeur constante ω ?