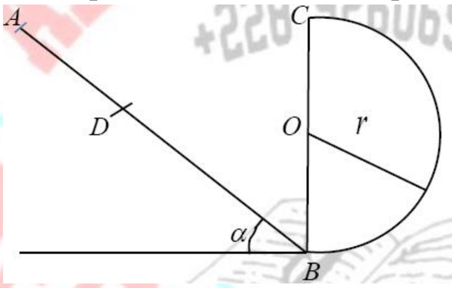
SERIE 2 : LE MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE

EXERCICE 1

Une piste est constituée d'une partie rectiligne AB de longueur $l = 5\ m$, inclinée d'un angle $\alpha = 15°$ avec l'horizontal, suivie d'une partie circulaire de rayon $r = 0{,}5\ m$. L'ensemble de la piste est située dans un plan vertical.



1- Un mobile ponctuel de masse $m = 200\ g$ est lâché en A sans vitesse. Il est soumis le long du trajet AB à une force de frottement constante $\vec{f}$. Il passe en B avec la vitesse $V_B = 3\ ms^{-1}$. La valeur de g est $9{,}8\ ms^{-2}$. Exprimer et calculer la valeur de la force de frottement.

2- Le solide se déplace maintenant sans frottement. On le lâche sans vitesse d'un point D situé entre A et B tel que $DB = x$. On suppose que le changement de pente en B ne provoque pas de variation de vitesse.

a) Exprimer la vitesse du mobile en C en fonction de $r, \alpha, x\ et\ g$.

b) Exprimer en fonction de $r, \alpha, x, g\ et\ m$, la valeur de la réaction exercée par la piste sur le mobile en C.

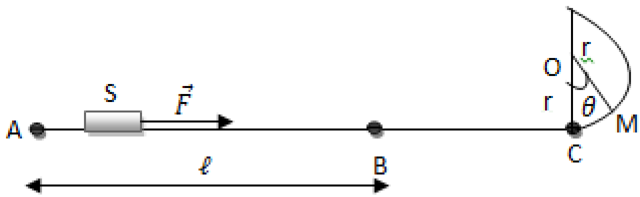
c) Quelle valeur minimale faut-il donner à x pour que le mobile quitte la piste circulaire en C ?

EXERCICE 2

Un mobile de masse $m = 1\ kg$ est lancé à $t = 0\ s$ d'un point A avec une vitesse $\vec{V_o}$. La première partie du trajet se découle sur un rail horizontal de longueur $AB = l = 2\ m$. Au cours de cette phase le mobile est soumis à une

EXERCICE 3

On étudie le mouvement d'un solide ponctuel S dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Ce solide de masse m, est initialement au repos en A. on le lance sur la piste ACD ?, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force $\vec{F}$ horizontale et de valeur F constante. On pose $AB = \ell$



La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r ces deux portions sont dans un même plan vertical.

On suppose que la piste ACD est parfaitement lisse et que la résistance de l'air est négligeable.

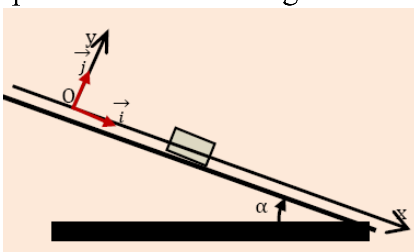
1- Déterminer, en fonction de F, ℓ et m la valeur V_B de vitesse de S en B.

2- Au point M défini par l'angle ($\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}$) = θ, établir, en fonction de F, ℓ, m, r, θ et g ($\vec{g}$ étant l'accélération de la pesanteur), l'expression de : la valeur v de la vitesse S ; l'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

3- De l'expression R, déduire, en fonction de m, g, r, et ℓ la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D.
Calculer F_0 sachant que $m = 0{,}500\ kg$; $r = 1{,}00\ m$, $\ell = 1{,}50\ m$; $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

EXERCICE 4

Une pièce métallique de masse $m = 100\ g$ glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de translation se fait suivant une ligne de plus grande pente du plan, parallèle et l'axe $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.



1- Faire un schéma et représenter les forces extérieures appliquées à ce solide.

2- Compte tenu de la direction et du sens du mouvement, préciser l'orientation du vecteur accélération et en déduire la nature du mouvement.

3- La vitesse initiale est $\overrightarrow{v_0} = v_0\vec{\imath}$. Montrer que le vecteur position du centre d'inertie G du solide peut se mettre sous la forme : $\overrightarrow{OG} = \beta t^2\vec{\imath} + \overrightarrow{v_0}t$.
Préciser β et la position de G à l'origine des dates.
4- Calculer la vitesse acquise par le solide après un déplacement de longueur $l = 4{,}5\ m$ avec $v_0 = 3\ m.s^{-1}$; $\alpha = 30°$.

EXERCICE 5

Un objet de masse $m = 500\ g$ glisse le long d'une ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

La somme $\vec{R}$ supposée constante des forces de contact reparties en surfaces exercées par le plan sur l'objet fait un angle α avec la normale au plan.
1- Exprimer le vecteur accélération du mobile en fonction de α, β, m, R et g.
2- Lâché sans vitesse initiale le mobile parcourt une distance $d = 5\ m$ en une durée $t = 1{,}7\ s$. Calculer l'accélération.
3- Calculer l'angle β et la norme de R.

EXERCICE 6

Un solide est tiré le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné par un câble parallèle à ce plan qui fait un angle α avec l'horizontale .
La masse m du solide est égale 980 kg à ce plan.
1- Le mouvement comporte trois phases :
1ère phase : le mouvement d'abord uniformément accéléré durant le temps θ ;
2ème phase: le mouvement est uniforme durant 6s, sur une distance de 35 m.
3ème phase: le mouvement est uniformément retardé durant une durée θ jusqu'à l'arrêt. Sachant que la distance parcourue est de 60 m, calculer la durée totale du trajet effectué par le solide. Le déplacement se fait sans frottement.
2- Déterminer la force de traction du câble et la réaction du sol sur le solide au cours de trois phases du mouvement.
3- Déterminer la puissance exercée par la force de traction pendant la 2ème phase.

EXERCICE 7

Un ascenseur de masse totale 1800 kg s'élève d'une hauteur h entre le rez de chaussée et un étage élevé d'une tour $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.
1- La montée comporte trois phases :
Durant 2,5 s, le mouvement est uniformément accéléré : les 6 s suivantes, le mouvement est uniforme sur une distance de 42 m. Enfin, le mouvement est uniformément retardé durant 4 s jusqu' à l'arrêt. Déterminer la hauteur h.
2- Calculer la force exercée par le câble sur l'ascenseur au cours de chacune des phases du mouvement.
3- Exprimer pour chaque phase, la puissance développée par cette force en fonction du temps. Quelle est le travail de la force sur la distance h.

EXERCICE 8

Un mobile de masse $m = 12\ kg$, lancé avec une vitesse $v_0 = 4\ m.s^{-1}$ monte en un mouvement
de translation rectiligne le long d'une ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α égal à 30 ° avec l'horizontal. ($g = 9{,}8\ m.s^{-2}$).
Les forces de frottement sont équivalentes à une force f opposée à la vitesse et de norme supposée constante $f = 40\ N$.

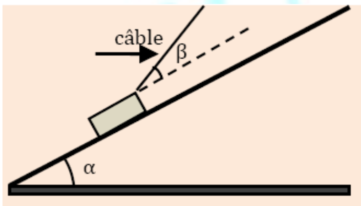
1- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la distance parcourue par le mobile avant qu'il ne s'arrête.
2- Arrivé au sommet de sa trajectoire, le mobile redescend. Indiquer sur un schéma les forces extérieures appliquées à ce mobile au cours de sa descente. Qu'y a-t-il de changé par rapport à la montée ?
3- Calculer la vitesse avec laquelle le mobile repasse par sa position initiale. Quelle serait cette vitesse si les frottements étaient négligeables.

EXERCICE 9

Un traineau peut glisser en suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α. La réaction $\vec{R}$, somme des forces de contact du sol sur le traineau, comporte une composante $\overrightarrow{R_N}$ normale au plan et une composante $\overrightarrow{R_T}$ parallèle au plan incliné et de sens opposé au vecteur vitesse du traineau. On peut montrer que lorsqu'il y a mouvement : $f = \frac{R_T}{R_N}$ où f est le coefficient de frottement qui dépend de l'état des surfaces en contacts ; s'il n'y a pas de mouvement : $\frac{R_T}{R_N} < f$.
1- Exprimer l'accélération du traineau en fonction de α, f et g.
2- Calculer la valeur αmin pour que le glissement ait lieu. ($g = 9{,}8\,m.s^{-2}, f = 0{,}15$).
3- Calculer l'accélération pour $\alpha = 2\alpha_{min}$.
4- Calculer l'angle β. ($\beta = (\vec{R}, \overrightarrow{R_T})$).

EXERCICE 10

Un traineau de masse $m = 20\,kg$ est tiré suivant une ligne de plus grande pente d'un plan incliné, d'un angle α par rapport à l'horizontal, par l'intermédiaire d'un câble faisant un angle β avec celle-ci.



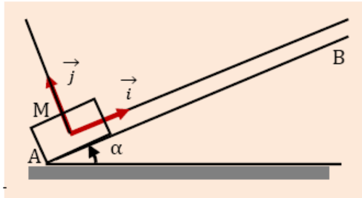
1- La tension du câble vaut $T = 1000\,N$.
Le mouvement étant uniforme de vitesse $v = 2{,}8\,m.s^{1}$.
Déterminer la réaction $\vec{R}$ somme des forces de contact exercées par le sol sur le traineau (norme et inclinaison
par rapport à la normale du plan incliné).
Données : $\alpha = 30°$; $\beta = 20°$; $g = 10\,m.s^{-2}$.
2- On augmente la tension ; le mouvement du traineau devient uniformément accéléré.
a) Les forces de frottement exercées par le sol restant identiques, la réaction $\vec{R}$ est-elle modifiée ?
b) La vitesse du traineau passe de $2{,}8\,m.s^{-1}$ à $5{,}6\,m.s^{-1}$ sur une distance de $10\,m$. Calculer la puissance exercée par la tension du câble lorsque la vitesse vaut $4{,}2\,m.s^{-2}$.

EXERCICE 11

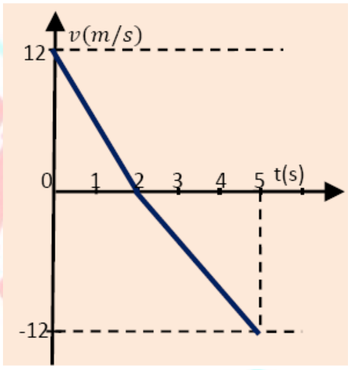
Un solide supposé ponctuel de masse $m = 0{,}10\,kg$ glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal, le point A plus haut que B.
1° Le solide est abandonné en A sans vitesse initiale.
a) En considérant les frottements négligeables déterminez la nature du mouvement du solide et calculez la durée du parcours AB. Donnée $AB = 2\,m$.
b) En réalité cette durée est égale à $1{,}3\,s$. En admettant l'existence d'une force de frottement f de sens opposé au mouvement, déterminer la valeur de cette force.
2° Le mobile est maintenant lancé de B vers A. Lors de son passage en B, sa vitesse est $v_B = 3\,m.s^{-1}$.
Déterminer la position du point C où la vitesse du mobile s'annule .On supposera que
la force de frottement est constamment égale à $0{,}10\,N$. On donne $g = 9{,}8\,m.s^{-2}$.

EXERCICE 12

On dispose d'un plan incliné dont la ligne de plus grande pente AB fait un angle α avec l'horizontal. Un solide M de $m = 200\ g$ est lancé vers le haut à partir de A avec une vitesse v_A parallèle à AB et de valeur $v_A = 12\ m.s^{-1}$.



Une force de frottement f de norme constante, dirigée en sens co ntraire du mouvement, s'exerce sur le solide M à la montée et à la descente. On prendra pour origine des temps, l'instant de lancement pour tout le mouvement du solide M (montée comme descente). Les deux mouvements seront étudiés dans le même repère (O, i, j). $(g = 10\ m.s^{-2})$.



1- Après avoir fait un inventaire des forces s'exerçants sur le solide M en montée, puis en descente, donner les expressions littérales des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (mouvement de descente), en fonction de m, g, f et α. Quelle est la nature du mouvement dans chaque cas.

2- En déduire les expressions des vitesses v_1 (montée) et v_2 (descente) en fonction de a_1, a_2, v_A et t.

3- Un relevé de la valeur algébrique de la vitesse en M en fonction du temps nous donne la courbe ci-contre.

a) A partir du relevé, déterminer les valeurs numériques a_1, a_2 de la question 1)

b) En déduire les valeurs numériques de f et α.

c) Calculer la vitesse de M quand il repasse en A et vérifier que « la variation de l'énergie mécanique du système est égale au travail de la force de frottement ».

EXERCICE 13

Un mobile de masse m est lâché sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. On suppose que le mobile est soumis au cours du mouvement à une force de frottement constante f s'opposant à ce dernier et parallèle à la trajectoire.

1-a) Faire le bilan des forces extérieures appliquées au mobile.

b) Etablir l'expression littérale de l'accélération a_1 de son centre d'inertie.

En déduire la nature du mouvement.

c) Donner l'expression littérale de l'accélération a_2 si l'on néglige les frottements.

Calculer numériquement a_2.

2- On relève les distances x parcourues par le centre d'inertie du mobile au cours du temps, à partir de l'instant initial $t = 0$.

$t(s)$	$0,06$	$0,12$	$0,18$	$0,24$	$0,30$	$0,36$	$0,42$	$0,48$
$x(cm)$	0,3	1,1	2,5	4,45	6,95	10	13,6	17,8

a) Représenter $x = f(t^2)$.

Echelles : 1 cm pour $1{,}00.10^{-2}\ s^2$ en abscisse et 1 cm pour 1 cm en ordonnée.

b) Déterminer l'équation de la courbe obtenue

c) En déduire la valeur numérique de l'accélération du mouvement.

d) L'expression met-elle en évidence l'existence d'une force de frottement ?

Si oui, calculer son intensité f.

EXERCICE 14

On constitue un accéléromètre en fixant, au plafond d'un bus « La Poste », un fil de masse négligeable qui soutient une petite masselotte de masse m.

1- Le bus démarre d'un mouvement uniformément accéléré.

a) Dans quel sens le fil de l'accéléromètre dévie-t-il ?

b) Calculer l'accélération a_1 du mouvement de démarrage sachant que le fil a dévié de $\alpha_1 = 13°$.

2- Lorsque le bus est lancé, d'un mouvement uniforme, à la vitesse $v = 72\ km.h^{-1}$, comment se place le fil ?

3- Le bus passe de la vitesse $v = 72\ km.h^{-1}$ à la vitesse nulle, d'un mouvement retardé en une durée $\Delta t = 10\ s$.

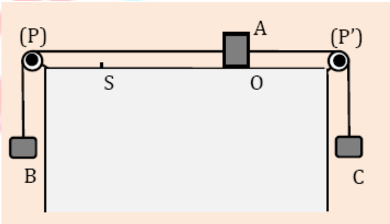
a) Dans quel sens dévie maintenant le fil de l'accéléromètre ?

b) Calculer l'angle α_2 qu'il forme avec la verticale. On prendra $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$.

EXERCICE 15

Un corps A de masse $m_A = 2\ kg$ peut glisser sur une longue table horizontale comme l'indique la figure.

Il est réuni par des fils fins à deux corps, l'un B de masse $m_B = 0{,}5\ kg$ et l'autre C de masse $m_C = 0{,}3\ kg$.



On suppose que les masses des fils et des poulies (P) et (P') sont négligeables ainsi que les frottements.

Le système est abandonné à lui-même et prend un mouvement uniformément accéléré.

1- Calculer l'accélération de ce mouvement.

2-a) Calculer les tensions T et T' des fils AB et AC.

b) Calculer directement la différence de ces tensions.

3-a) Calculer le temps mis par le corps A partant du repos en O pour atteindre le point S à une distance $OS = 3\ m$.

b) Calculer la vitesse instantanée du corps A à son passage en S.

4- Au moment où le corps A arrive en S, le fil qui le relie au corps B casse brusquement.

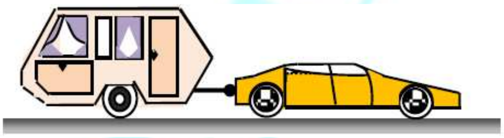
a) Décrire le mouvement ultérieur de l'ensemble des corps A et C.

b) Calculer le temps mis, qui s'écoule entre le départ de A du point O et le retour au même point.

5- Calculer la tension T'' du fil AC après la rupture du fil reliant A et B ($g = 9{,}8\ m.s^{-2}$).

EXERCICE 16

Une automobile de masse $m_1 = 1\ t$, tracte une caravane de masse $m_2 = 2t$.



Les forces de résistance à l'avancement (frottements de l'air sur les carrosseries) équivalent pour chacun des véhicules à des forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ parallèles à la route dirigées en sens inverse du mouvement et d'intensité constante $f_1 = 100\ N$ et $f_2 = 200\ N$.

On prendra $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$.

1- La route est rectiligne et horizontale.

a) Le convoi roule à la vitesse $v = 72\ km.h^{-1}$.

Déterminer la force motrice créée par le moteur.

L'intensité de cette force dépend-elle de la vitesse ?

Quelle est la puissance du moteur dans ces conditions ? Dépend-elle de la vitesse ?

b) Le convoi démarre d'un mouvement uniformément accéléré et sa vitesse passe de 0 à $72\ km.h^{-1}$ après un parcourt de $2\ km$.

Déterminer la nouvelle valeur de la force motrice développée par le moteur.

Quelle est sa puissance à l'instant t compter à partir du début du mouvement.

2- Déterminer dans les deux cas précédents la force de traction $\vec{T}$ exercée par l'automobile sur la caravane.

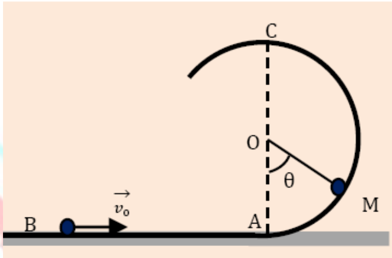
3- Le convoi aborde une portion rectiligne de pente 3% à la vitesse constante $v = 72\ km.h^{-1}$.

a) Quelle est la valeur de la force de traction $\vec{T}$ exercée par l'automobile sur la caravane ?

b) Même question si on désire obtenir le même mouvement de démarrage qu'à la question 1-b).

EXERCICE 17

Un solide ponctuel de masse m est lancé avec une vitesse v 0sur une glissière circulaire de rayon r et de centre O (figure). Les frottements sont négligeables .La position du mobile sur la portion circulaire est repérée par l'angle $\theta = \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}$).



1- E n appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse v du solide en fonction de r, θ.

2- Appliquer le théorème du centre d'inertie et en projeter l'expression dans la base de $FRENET$.

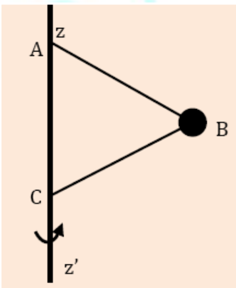
Déterminer la norme R de la réaction $\vec{R}$ exercée par la glissière sur le solide.

3- Montrer que R s'annule pour une valeur $\overrightarrow{\theta_0}$ qui est fonction de v_0.

Quelle est la valeur minimale de v_0 pour que le mobile atteigne le sommet C de la trajectoire ? Quelle est alors la vitesse en C.

EXERCICE 18

Une bille assimilable à un point matériel B de masse m est reliée par deux fils de masses négligeables à deux points A et C d'un axe (Δ). On note $AB = BC = l$ et $AC = b$.



1- La bille B tourne à vitesse constante angulaire ω autour de l'axe (Δ). Les fils restent constamment tendus.

Calculer les tensions de fils en fonction de ω.

2- Montrer que le fil BC n'est tendu qu'à partir d'une certaine valeur ω_0 de la vitesse angulaire.

Données : $m = 0,6\ kg$; $l = 0,7\ m$; $\omega = 10\ rad.s^{-1}$ puis 4 $rad.s^{-1}$.

EXERCICE 19

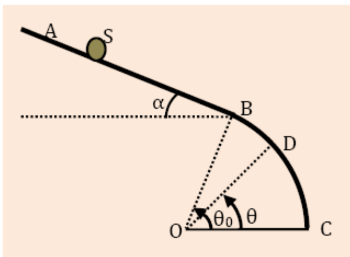
Une bille de masse $m = 10\ kg$ est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur $l = 1\ m$ et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué peut effectuer des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre. On l'écarte de la verticale d'un angle $\alpha = 45°$ et on l'abandonne sans vitesse initiale. On supposé les frottements négligeables. $g = 10\ m.s^{-2}$.

1- A l' instant t, le fil fait un angle θ avec la verticale. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet en fonction de α, θ et g.

2- Calculer la norme de $\vec{a}$ et représenter sur un schéma le vecteur $\vec{a}$ dans les trois cas : $\theta = \alpha$; $\theta = 30°$; $\theta = 0°$.

EXERCICE 20

Une glissière est constituée d'une partie rectiligne $AB = l = 1\ m$ et d'un arc de cercle BC de centre O, de rayon $r = 2\ m$.



Un solide ponctuel est lâché du point A sans vitesse initiale.

Les frottements sont négligeables.

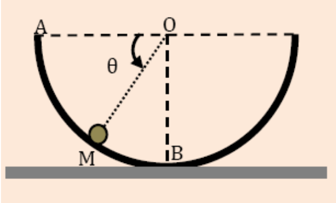
1- Montrer que le solide quitte la piste en un point DD

2- Calculer l'angle $\theta_1 = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$.

Données : $\theta_0 = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = 60°$, $\alpha = 30°$; $g = 10\ m.s^{-2}$.

EXERCICE 21

Un solide S assimilable à un point matériel de masse m=10g, peut glisser à l'intérieure d 'une demi-sphère de centre O et de rayon $r = 1{,}25\ m$. On le lâche du point Asans vitesse initiale. Sa position à l'intérieure de la demi-sphère est repérée par l'angle θ.



1- On admet que le solide glisse sans frottement.

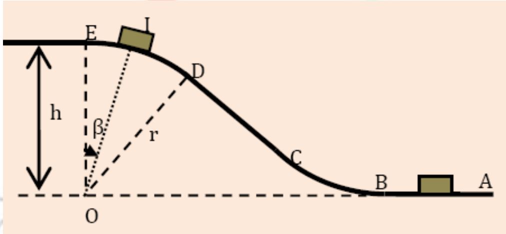
a) Exprimer sa vitesse au point M en fonction de g, r et θ.
Calculer sa valeur numérique au point B $g = 10\ m.s^{-2}$).

b) Quelles sont en M les caractéristiques de la force exercée par la demi-sphère sur le solide ? Exprimer son intensité en fonction de g, r et θ. Calculer sa valeur numérique en B.

2- En réalité le solide S arrive en B avec une vitesse de $4{,}5\ m.s^{-1}$. Il est donc soumis à une force de frottement f. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'intensité de cette force.

EXERCICE 22

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands ou il est possible de montrer ses qualités athlétiques.
Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles.
Le schéma ci-contre en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :



- Une portion horizontale AB ;
- Un premier arc de cercler BC ;
- Une partie rectiligne CD ;
- Un deuxième arc de cercle DE de rayon r, de centre O situé sur l'horizontal AB.

E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur $h = r$ au dessus de O. Le chariot est considéré comme ponctuel.

1- On lance le chariot en exerçant entre A et B, une force constante F , de même sens que $\overrightarrow{AB}$. Entre A et E, le chariot glisse le long du guide : il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force unique constante f, opposée au vecteur vitesse.

a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est 1.

b) Le chariot étant au repos en A, calculer l'intensité de la force F qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle. ($AB = h/2$)

c) Application numérique : $m = 10\ kg$, $h = 2\ m$, $l = 2h$, $g = 10\ m.s^{-2}$; $f = 20\ N$.
Calculer v_B et f.

2- Repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.

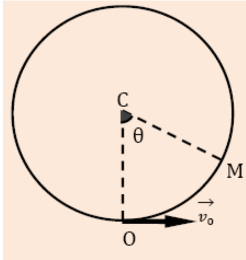
a) Donner l'expression de la vitesse v du chariot en un I quelconque de l'arc ED en fonction de l'angle $\beta = (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OI})$.

b) Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point. Application numérique $\beta = 40$; $m = 10\ kg$; $h = 2\ m$.

c) Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.

EXERCICE 23

A l'intérieur d'un guide circulaire de rayon r, un mobile ponctuel peut glisser sans frottement dans un plan vertical. Il est repéré par l'angle θ à un instant t. Ce mobile est lancé de O, avec une vitesse v_0 horizontale.



1- Exprimer l'accélération $\vec{a}$ du mobile par rapport au référentiel du laboratoire, en projetant dans le repère de $FRENET$.

2- Trouver une relation entre v (vitesse du mobile en M), v_0, r, g et θ.

3- Déterminer la norme R de la réaction $\vec{R}$ du guide en M en fonction de m, r, g, θ et v_0.

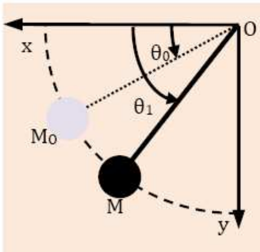
4- La réaction $\vec{R}$ est toujours dirigée de M vers le centre C, sinon le mobile quitte le guide.

a) Pour quelle valeur de v_0 la réaction $\vec{R}$ s'annule t'elle en $\theta = \pi$?

Calculer la vitesse v du mobile à cet instant en fonction de g et r.

b) On lance le mobile avec une vitesse v_0 telle que $v_0^2 = 4gr$. Pour quelle valeur de θ le mobile quitte t-il le guide ?

EXERCICE 24

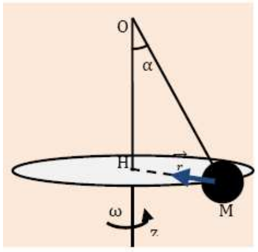


1- Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur l. on écarte le fil de sa position d'équilibre jusqu'à la position définie par l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_0})$ et on lance la bille dans le plan (Ox, Oy) avec un vitesse $\overrightarrow{v_0}$ tangent au cercle de rayon 1 et dirigé vers le bas. On repère la position de la bille par l'angle $\theta_1 = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.

a) Exprimer la norme de la vitesse $\overrightarrow{v_1}$ de la bille en fonction des données à l'instant t.

b) Exprimer la tension T du fil en fonction de v_0, l, θ_0, θ_1, g et m.

c) Exprimer la valeur minimale de la norme de $\overrightarrow{v_0}$ pour que la bille effectue un tour complet.



2- Le système est mis en mouvement de rotation autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire $\omega = 5\, rad.s^{-1}$. On donne $m = 50\ g$; $l = 50\ cm$ et $g = 9{,}8\, m.s^{-2}$.

a) Calculer l'angle α dont le fil s'écarte de l'axe Oz.

b) Calculer la tension du fil.

EXERCICE 25

Une bille de masse m est suspendue en un point O par un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable. Le pendule ainsi constitué est écarté de la verticale d'un angle θ_0. On lance alors la bille fil tendu, avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ tangent au cercle de centre O et de rayon L, dirigé vers le bas.

La position du pendule est repérée par l'angle θ d'inclinaison du fil avec la verticale, au cours du mouvement.

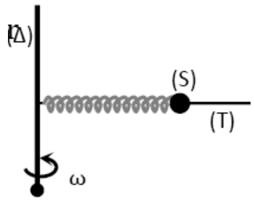
1- Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base de Frenet à l'instant t en fonction de v_0, g, l, θ et θ_0.

2- En déduire l'expression de la norme T de la tension $\vec{T}$ du fil en fonction de m, v_0, g, l, θ et θ_0.

3- Calculer la valeur minimale V_{0m} de la norme de $\overrightarrow{V_0}$ pour que la bille effectue un tour complet, le fil devant resté tendu au cours du mouvement.

EXERCICE 26

On considère le dispositif ci-contre qui tourne autour de l'axe (Δ) à vitesse angulaire ω.



Le solide (S), de masse m, coulisse le long de la tige (T).

La raideur du ressort est k et sa longueur à vide est L_0.

Montrer que longueur L du ressort est fonction de ω.

EXERCICE 27

Un solide métallique de faibles dimensions et de masse m = 20g est suspendu à l'extrémité d'un fil de masse négligeable et de longueur $L = 50\ cm$. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O d'un axe vertical (Δ). Lorsque cet axe tourne à une vitesse angulaire suffisante, le fil s'incline et le centre d'inertie du solide prend un mouvement circulaire uniforme sur le cercle de centre I et de rayon r.

1- Déterminer l'angle α formé par le fil et la verticale lorsque la vitesse angulaire vaut $\omega = 7{,}33\ rad.s^{-1}$.

2- Calculer, dans ces conditions, la tension T du fil.

3- Quelle est la valeur minimale ω_0 de la vitesse angulaire qui permet au pendule de prendre une inclinaison par rapport à la verticale ? On prendra $g = 9{,}8\ N/kg$.