INSPECTION ACADEMIE DE TAMBACOUNDA **Février 2023**
CELLULE ACADEMIQUE DE SCIENCES PHYSIQUES **Terminale S2**

SERIE ACADEMIQUE SUR LES OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES ET AMORTIES

Exercice 1 : Pendule élastique

Dans tout l'exercice, on prendra g = 10 m/s^2. On négligera les frottements. On utilise un ressort de masse négligeable, à spires non jointives.

1.1. **Etude préalable du ressort**

Pour déterminer la raideur k d'un ressort, on accroche une de ses extrémités à un support fixe. Lorsqu'on accroche une masse marquée m = 200 g à son autre extrémité, le ressort s'allonge de 10,0 cm.

1.1.1. Vérifier que la raideur du ressort vaut 20,0 N.m^{-1}.

1.1.2. En utilisant le théorème du centre d'inertie, justifier que la raideur peut aussi s'exprimer en kg/s^2.

En quelle unité la quantité $\sqrt{\frac{m}{K}}$ s'exprime-t-elle ?

1.2. **Etude d'un oscillateur élastique**

1.2.1. On fixe maintenant le ressort étudié comme suit. Le ressort est horizontal ; une de ses extrémités est fixe. On accroche à son autre extrémité un solide de m = 200 g. Ce solide peut se déplacer sans frottement le long d'un axe horizontal Ox. À l'équilibre, le centre G du solide coïncide avec l'origine O du repère.

- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G.
- En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur et celle de sa période propre T_0.

Calculer numériquement ω_0 et T_0.

Vérifier que, quelles que soient les valeurs de X_m et φ l'équation horaire $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle précédente.

1.2.2. On comprime le ressort vers la gauche. Le point G occupe alors la position Go telle que OGo = - 0,15 m. A l'instant t = 0, on lâche le solide sans vitesse initiale. Déterminer l'amplitude X_m et la phase φ du mouvement, ainsi que l'expression de la vitesse v (t) du solide. En déduire la valeur maximale de la vitesse.

1.2.3. Définir et exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur non amorti.

Calculer sa valeur à t = 0.

(On prendra l'énergie potentielle du ressort nulle lorsque x = 0).

Exercice 2 : Oscillation mécaniques avec deux ressorts

Une masse m est susceptible de se déplacer sans frottements sur un axe horizontal. Elle est soumise à l'action de 2 ressorts de même longueur à vide l_0 = 20 cm et de constantes de raideurs différentes k_1 et k_2.

On donne : m = 4 kg ; k_1 = 100 N.m^{-1} ; k_2 = 300 N.m^{-1} et d = 60 cm.

2.1. Déterminer les longueurs des 2 ressorts à l'équilibre.

2.2. On écarte la masse m d'une distance a_0 à partir de sa position d'équilibre.

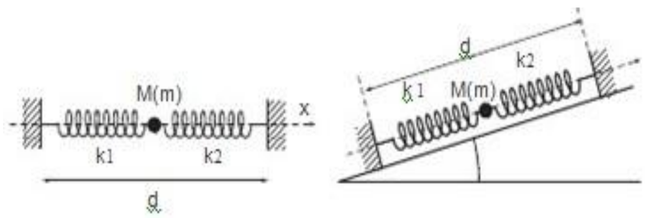
2.2.1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement en prenant la position d'équilibre comme origine des abscisses.

2.2.2. Calculer la période des oscillations.

2.2.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique de la masse.

2.3. Les ressorts sont tendus le long d'un plan incliné de α = 30° avec l'horizontale.

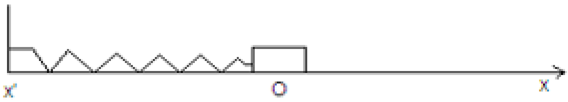
Répondre aux mêmes questions précédentes (2.1. ; 2.2.1. ; 2.2.2. ; 2.2.3.)



Exercice 3 :

Le but de cet exercice est d'étudier les oscillations libres d'un oscillateur mécanique.

On dispose d'un mobile (A) de masse m = 0,25 kg, fixé à l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k = 10 N/m ; l'autre extrémité du ressort est accrochée à un support fixe (C) (voir figure ci-contre).



(A) peut glisser sur un rail horizontal et son centre d'inertie G peut alors se déplacer suivant un axe horizontal x'Ox.

À l'équilibre, G coïncide avec l'origine O de l'axe x'x. À un instant t, la position de G est repérée, sur l'axe (O, $\vec{i}$), par son abscisse x = $\overline{OG}$; sa vitesse est $\vec{v}$ = v$\vec{i}$ où v = $\dot{x}$ = $\frac{dx}{dt}$

Le plan horizontal contenant G est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

A. Étude théorique

Dans cette partie, on néglige toute force de frottement.

3.1.1. Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du système [(A), ressort, Terre] en fonction de k, m, x et v.

3.1.2. Etablir l'équation différentielle en x qui régit le mouvement de G.

3.2. La solution de cette équation différentielle a pour expression x = Xmsin$\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ où X_m et φ sont des constantes et T_0 la période propre de l'oscillateur.

3.2.1. Déterminer l'expression de T_0 en fonction de m et k et calculer sa valeur.

3.2.2.À la date t_o = 0, G passe par le point d'abscisse x_o = 2 cm avec une vitesse de valeur algébrique V_0 = – 0,2 $m.s^{-1}$. Déterminer X_m et φ .

B. Étude expérimentale

Dans cette partie, la force de frottement est donnée par $\vec{f}=-\mu\vec{v}$ où μ est une constante positive.

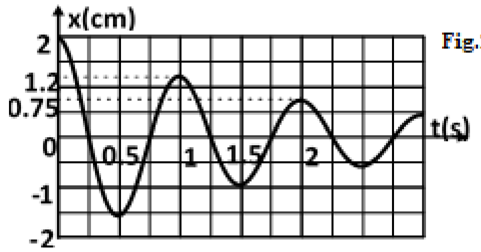


Fig.2

Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe donnant les variations de x = f(t) (figure 2) et les courbes donnant les variations de l'énergie cinétique E_c(t) de G et de l'énergie potentielle élastique E_p(t) du ressort (figure 3).

3.1. Etablir l'équation différentielle en x qui régit le mouvement de G.

3.2. En se référant à la figure 2, donner la valeur de la pseudo-période T du mouvement de G. Comparer sa valeur à celle de la période propre T_o.

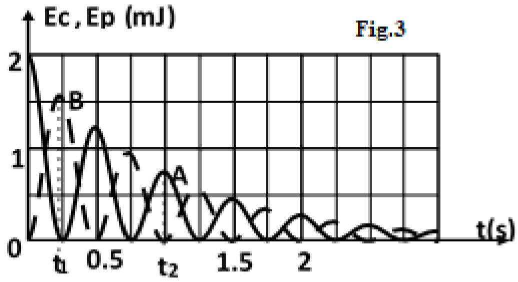


Fig.3

3.3. En se référant aux figures 2 et 3, préciser parmi les courbes A et B celle qui représente E_p(t).

3.4.

3.4.1. Vérifier que le rapport $\frac{Xm(T)}{Xm(0)}=\frac{Xm(2T)}{Xm(T)}=a$ où a est une constante à déterminer.

3.4.2. Sachant que $a=e^{-\frac{\mu T}{2m}}$, calculer, en SI, la valeur de μ.

Exercice 4 :

On prendra g = 9,8 $m.s^{-1}$.

On dispose d'un ressort (R), à spires non jointives, parfaitement élastique, de longueur à vide l_0 = 30 cm et de constante de raideur k = 20 $N.m^{-1}$

I. L'extrémité supérieure de (R) est fixée à une potence, à l'autre extrémité est accroché un solide (S) supposé ponctuel de masse m = 500 g. Lorsque le système est en équilibre l'abscisse de (S) sur un axe XX' vertical descendant est nulle. On déplace (S) verticalement vers le bas d'une distance x_0 = 2 cm puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t = 0. La masse du ressort ainsi que les frottements sont négligeables.

4.1. En utilisant deux méthodes différentes, établir l'équation différentielle du mouvement

4.2. Donner l'équation horaire du mouvement de (S), en précisant justifications à l'appui les valeurs de toutes les constantes y figurant.

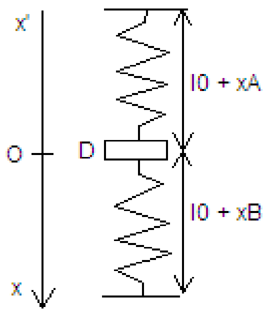
4.3. Exprimer puis calculer la période des oscillations de ce pendule élastique.

II. On se propose d'étudier la variation de la période en fonction de la masse m du solide (S). Pour cela on accroche successivement des solides de masses différentes et on mesure dans chaque cas la période T des oscillations du pendule. Les résultats sont consignés dans le tableau ci - dessous.

m (en g)	100	150	200	250	300
T(en s)	0,490	0,583	0,663	0,735	0,800
T^2					

4.1. Compléter le tableau, puis tracer le graphe $T^2 = f(m)$.
On utilisera les échelles suivantes : <u>en abscisses</u> : 1cm pour 20 g ; <u>en ordonnées</u> : 1 cm pour 0,04 s^2
4.2. Montrer que ce graphe ne vérifie pas la relation obtenue dans la question **I.3.**
4.3. En réalité $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+\mu}{K}}$, μ étant un paramètre dépendant de la masse du ressort.
Montrer que cette expression est en accord avec le graphe. En utilisant le graphe, déterminer la valeur de μ.

<u>Exercice5 :</u>
Deux ressorts identiques, de longueur l_0, de raideur k sont tendus entre deux points A et B distants de L. Un disque D de masse m et d'épaisseur négligeable, est fixé entre ces ressorts.
L = 45 cm; l_0 = 15 cm; k = 20 $N.m^{-1}$; g = 10 $m.s^{-2}$; m = 0, 10 kg.



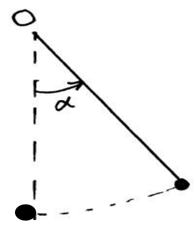
5.1. Déterminer la position d'équilibre du disque D.
5.2. Le disque D est écarté de sa position d'équilibre verticalement vers le bas, de d = 3 cm.
5.2.1. Par une étude dynamique donner l'équation différentielle du mouvement (on choisira l'axe x'x comme sur la figure, son origine coïncidant avec la position d'équilibre).
5.2.2. En déduire l'équation horaire du mouvement de D.
5.2.3. Retrouver l'équation différentielle par une étude énergétique.

<u>Exercice 6</u> : Pendule simple

Un pendule simple est constitué par un fil de masse négligeable de longueur ℓ portant une bille très dense de masse m assimilable à un point. Le fil fixé en O, on l'carte de sa position d'équilibre d'un angle α_m puis on l'abandonne sans vitesse.

6.1. A la date t le fil fait un angle α, la vitesse de la bille est V. Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du pendule dans le champ de pesanteur.

On adoptera comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur l'horizontal passant par O.



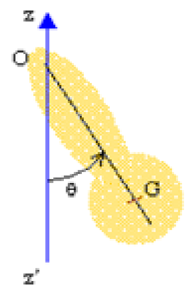
6.2. On envisage le cas où l'amplitude des oscillations est faible.
6.2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule.
6.2.2. Calculer la période des oscillations.
6.2.3. Ecrire l'équation horaire.
***<u>On donne</u>** : ℓ = 50 cm, g = 9,8SI ; α_m = 6°.*
La date 0 est l'instant où le pendule passe par la verticale en allant dans le sens positif.
6.3. Quelle serait la nouvelle période du pendule si la longueur augmente de 1/100 de sa valeur initiale ?

Exercice 7: Pendule pesant

Il est constitué d'un solide de masse m et de centre de gravité G, mobile, sans frottement autour d'un axe horizontal Δ, perpendiculaire au plan de la figure. Le moment d'inertie du solide par rapport à cet axe est J_Δ.

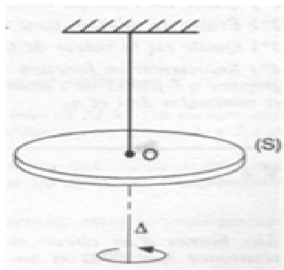
7.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par Θ(t). Montrer que si Θreste petit, le pendule pesant peut être assimilé à un oscillateur harmonique de pulsation propre $w_0 = \sqrt{\frac{mga}{J_\Delta}}$ où a = OG.

7.2. Déterminer la longueur L du pendule simple synchrone à ce pendule pesant.



Exercice 8 : Pendule de torsion

On considère le dispositif représenté ci-contre. Le fil vertical a pour constante de torsion C = 4,50.10^{-4} N.m.rad^{-1}.



Il est lié au centre O du disque (S) horizontal, homogène, de moment d'inertie par rapport à l'axe Δ, J_Δ = 3,8.10^{-3} kg.m^2.

A la date t = 0, le disque (S), en rotation autour de l'axe à passe à sa position d'équilibre, caractérisée par Θ = 0, avec la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ = 3,50.10^{-1} rad.s^{-1}, dans le sens positif indiqué sur le schéma.

8.1. En négligeant tout frottement, établir l'équation différentielle du mouvement du disque (S).

8.2. En déduire l'équation horaire de ce mouvement.

8.3. Rechercher la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du disque après une rotation de +3° à partir de la date t = 0.

FIN DE SERIE