SERIE D'EXERCICES SUR GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 1

Données : Constante de gravitation G = 6,6710^{-11}S.I ; masse de la Terre M = 6.10^{24}kg ; Rayon de la terre R = 6400km ; distance Terre-Soleil d = 1,5.10^{8}km.

1/ Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m et m', séparés par une distance d, s'attirent selon la loi de la gravitation universelle. Rappeler l'expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle, s'exerçant entre les corps
A et B.
2/ Dans l'espace, le soleil, la Terre et autres astres, peuvent être considérés comme des corps ponctuels.
Le Soleil exerce sur la Terre une force de gravitation d'intensité F = 3,5.10^{22}N. Déterminer la valeur de la masse du Soleil.
3/ Dans le champ de gravitation, un satellite de la Terre, en mouvement dans le plan de l'équateur, y effectue un mouvement circulaire uniforme à l'altitude h_1 = 400km.

a/ Préciser le référentiel d'étude du mouvement de ce satellite.
b/ Exprimer la vitesse linéaire V de ce satellite, puis calculer sa valeur.
c/ Etablir les expressions littérales de la période T et de la vitesse angulaire w du satellite dans ce . Faire l'application numérique.

4/ Entre autres conditions, un satellite de la Terre est géostationnaire si la période de son mouvement vaut 86.400 s. Justifier cette valeur de la période.
5/ Exprimer puis calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire.

EXERCICE 2

Données :
la Terre est supposée à symétrie sphérique ; R_T = 6370 km ; M_T = 5,97.10^{24} kg ; K =6,67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}
Dans le référentiel géocentrique un satellite S de masse m évolue sur une orbite circulaire de rayon r = 20000 km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est T_T = 86164 s.
1/ Donner les caractéristiques de la force de gravitation $\vec{F_g}$ exercée par la terre sur le satellite S. Faire un schéma
2/ Donner l'expression du champ de gravitation créé par la terre au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ de gravitation sur le schéma précédent.
3/ Montrer que le mouvement du satellite S est circulaire uniforme.
4/ Etablir l'expression de la vitesse V du satellite dans le référentiel géocentrique en fonction de la constante de gravitation K, du rayon r de la trajectoire du satellite S et de la masse M_T de la terre puis calculer sa valeur.
5/ En déduire l'expression de la période T_S du mouvement du satellite en fonction de la constante de gravitation K, du rayon r de la trajectoire du satellite S et de la masse M_T puis calculer sa valeur.
6/ Le satellite se déplaçant toujours vers l'Est. Calculer l'intervalle de temps qui sépare deux passages successifs à la verticale d'un même point de l'équateur.
7/ Déterminer la valeur r' de l'orbite du satellite S pour qu'il soit géostationnaire.

EXERCICE 3

Uranus est la 7ème planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fût mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la Terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.
Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus):

Satellite	**Rayon de l'orbite r (10^6 m)**	**Période de révolution T(jour)**
MIRANDA	**129,8**	**1,4**
ARIEL	**191,2**	**2,52**
UMBRIEL	**266,0**	**4,14**
TITANIA	**435,8**	**8,71**
OBERON	**582,6**	**13,5**

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique.
Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel "Uranocentrique" supposé galiléen.

On donne: G = $6,67.10^{-11}$ SI. On prendra 1 jour = 86400s.

1/ On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du Satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel "Uranocentrique".

a/ Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel "Uranocentrique".

b/ Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

c/ Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

d/ Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

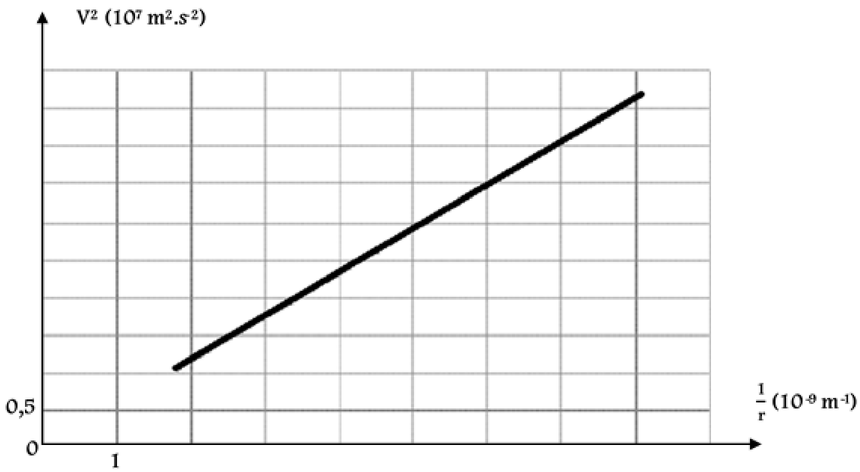
2/ Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

2/ Méthode graphique.

La courbe de la fonction $V^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel "Uranocentrique" et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée ci-dessous.

a/ Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r

b/ En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie; on expliquera seulement le mode d'exploitation).



EXERCICE 4

En 1997 a été effectuée une mission spatiale destinée à l'exploration de Saturne. Huit ans plus tard la sonde d'exploration s'est posée sur Titan le plus gros des satellites de Saturne. Le tableau ci-après rassemble les données relatives à Titan et à trois autres satellites de Saturne.

Satellite	**Distance moyenne au centre de Saturne r (en km)**	**Période de révolution T**	Rapport $\frac{T^2}{r^3}$
Janus	159.10^3	17 h 38 min	
Encelade	238.10^3	1 j 8 h 53 min	
Dione	377.10^3	2 j 17 h 41 min	
Titan	1220.10^3	15 j 22 h 41 min	

1. On s'intéresse à l'étude du mouvement d'un satellite supposé ponctuel de masse m en orbite circulaire de rayon r autour de Saturne. Le mouvement est étudié dans un référentiel lié à Saturne qui sera considéré comme un référentiel galiléen. On suppose que le satellite est soumis à la seule action de Saturne. On assimile Saturne à un corps sphérique de masse M possédant une répartition sphérique de masse.

1.1 Après avoir rappelé la loi de la gravitation universelle, faire un schéma où seront représentés Saturne, le satellite et la force de gravitation exercée par Saturne sur le satellite. On notera K, la constante de gravitation et on prendra $K = 6,67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$.

1.2 Par application de la deuxième loi de Newton déterminer les caractéristiques du vecteur accélération du mouvement du satellite.

1.3. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.4. Etablir la relation entre la période de révolution T du satellite et le rayon r de sa trajectoire.

2 Recopier le tableau ci-dessus et le compléter par les valeurs du rapport $\frac{T^2}{r^3}$.

La 3ème loi de Kepler est-elle vérifiée ?

NB : On utilisera les unités du système international pour le calcul du rapport $\frac{T^2}{r^3}$

3. Déterminer la masse M de Saturne.

4. On définit l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle Ep entre Saturne et le satellite par :
$\frac{dE_p}{dr} = F(r)$; relation où F(r) est l'intensité de la force de gravitation que l'un exerce sur l'autre.

4.1 En choisissant Ep = 0 quand r tend vers l'infini, déterminer l'expression de Ep

4.2. Comparer l'énergie potentielle Ep avec l'énergie cinétique EC du satellite.

4.3. Déterminer l'énergie mécanique totale Em du satellite en fonction de k, M, m et r. La calculer pour Titan de masse $m = 1,35.10^{23}$ kg.

EXERCICE 5

Données : $K=6,67.10^{-11}$ N/Kg ; R_T=6400 Km ; $M=6.10^{24}$ Kg; 1 durée d'un jour sidéral T=86164 s.

La terre est supposée sphérique, de rayon R_T, de masse M. La répartition de masse est à symétrie sphérique. On appelle K la constante gravitationnelle.

1. Quelles sont les caractéristiques de la force de gravitation subie par un point matériel de masse m à la distance r>R du centre de la terre ? Faire un schéma à l'appui.
2. Quelles sont les caractéristiques du champ de gravitation en ce point ? Exprimer sa norme G en fonction de G_0, norme à la surface de la terre. Représenter le vecteur champ sur le schéma précédent.
3. Un satellite assimilable à un point matériel, est en orbite circulaire de rayon r, centré sur le centre de la terre.
   - 3.1. Montrer que son mouvement est uniforme.
   - 3.2. Exprimer la vitesse linéaire du satellite sur sa trajectoire et sa période de révolution T en fonction de K, M et r.
   - 3.3. En déduire la troisième loi de Kepler.
   - 3.4. A.N. La navette spatiale est en orbite à l'altitude 250 Km. Calculer la vitesse et la période. La lune ayant une période de révolution de 28 jours autour de la terre, donner l'ordre de grandeur de la distance terre-lune en utilisant la période de révolution trouvée pour la navette.
4. L'énergie potentielle de gravitation du système terre-satellite est alors Ep=-KMm/r.
   - a) Où a été choisie la référence de l'énergie potentielle ?
   - b) Quelle est l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur sa trajectoire ?
   - c) Etablir l'expression de son énergie cinétique en fonction de K, M, m et r.
   - d) Comparer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique d'une part et l'énergie potentielle et l'énergie mécanique d'autre part.
5. A cause des frottements exercés par la haute atmosphère, l'énergie mécanique du satellite varie. Diminue-t-elle ou augmente-t-elle ? Elle passe de la valeur E_1 à la valeur E_2, le rayon de l'orbite passe de r_1 à r_2, sa vitesse de v_1 à v_2. Indiquer en le justifiant comment varie le rayon de l'orbite et la vitesse du satellite à cause des frottements ?
6. Si l'on ne tient plus compte des frottements atmosphériques, avec quelle vitesse appelée vitesse de libération v_1 faut-il lancer la sonde de masse m depuis le sol terrestre pour que celle-ci échappe à l'attraction terrestre ?