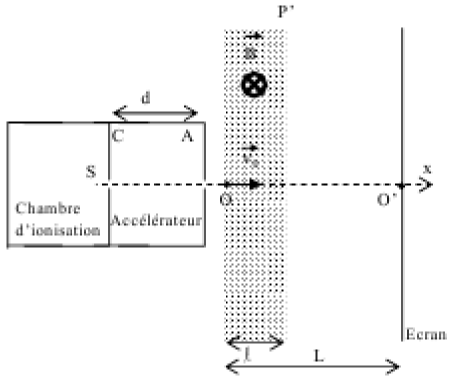
Série d'exercices sur mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Exercice n°1 :



Des protons H^+ de masse $m = 1{,}67\ 10^{-27}$ kg sont produits par une chambre d'ionisation. On néglige les forces de pesanteur.
Ces protons pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à un champ électrique uniforme créé par une tension $U = V_C - V_A$

1

1.1 Exprimer l'accélération d'un proton en fonction de U, d, m et la charge élémentaire e.

1.2 Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un proton dans l'accélérateur.

2 Les protons pénètrent ensuite en O avec une vitesse dans un domaine limité par deux plans P et P' où règne un champ magnétique uniforme orthogonal à la vitesse .

2.1 Reproduire le schéma sur votre feuille de copie et représenter la force magnétique subie par un proton en O. Calculer sa norme.

2.2 Montrer que le mouvement des protons est uniforme et circulaire entre P et P'. Exprimer le rayon de leur trajectoire en fonction de m, B, e et U.

3 On admet que la distance l entre les plans P et P' est négligeable devant L (distance entre O et l'écran et que les protons sortent par P' et viennent heurter l'écran en M.

3.1 Quelle est la nature du mouvement des protons après leur sortie du champ magnétique ? Justifier.

3.2 Exprimer la déflexion magnétique O'M en fonction de L, l, B, e, U, et m.

3.3 Pour empêcher les protons d'atterrir sur l'écran, on augmente la largeur l' du champ magnétique. Quelle valeur minimale L_1 faudrait-il donner à l', pour que les protons ressortent par le plan P ?

Données : $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C ; $U = 10$ kV ; $B = 0{,}5$ T.

Exercice n°2 :

On se propose d'identifier des ions hydrogène ${}^{A_1}_{1}H^+$ et hélium ${}^{A_1}_{1}H^{2+}$, produits simultanément par la chambre d'ionisation (C_1) d'un spectrographe de masse. Ces ions pénètrent, avec une vitesse initiale négligeable, par un point S dans une chambre (C_2) où ils sont accélérés par une tension U appliquée entre les plaques P_1 et P_2. Au point I chaque type d'ions acquiert une vitesse $\overrightarrow{v_i}$(On attribue l'indice i = 1 à l'ion ${}^{A_1}_{1}H^+$ et l'indice i = 2 à l'ion ${}^{A_2}_{2}H^{2+}$). Cette vitesse est maintenue constante dans un sélecteur (C_3) délimité par les plaques P_2 et P_3 où règnent simultanément un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E_1}$ réglable et un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$. Au-delà du trou O, les ions sont déviés dans une chambre (C_4) où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et collectés sur une plaque déflectrice.

3.1 La chambre d'accélération (C_2).

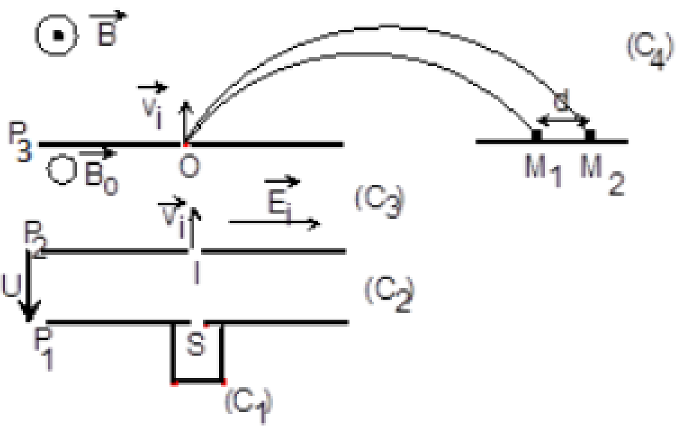
3.1.1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer l'intensité v_i de la vitesse $\overrightarrow{v_i}$ d'un ion (i) à la sortie de (C_2) au point I, en fonction de sa charge qi et de la tension U.

3.1.2. Montrer que le rapport des masses $\frac{m_2}{m_1} = 2\frac{v_1^2}{v_2^2}$.

3.2. Le sélecteur (C_3) ou filtre de vitesses.

On règle l'intensité du champ électrique $\overrightarrow{E_1}$ à une valeur E_1 pour faire passer un type d'ions par le trou O.

1.2.1. Reproduire sur la copie le sélecteur (C_3), puis représenter la force électrique $\overrightarrow{Fe_1}$ et la force magnétique $\overrightarrow{Fm_1}$ qui s'applique sur l'ion (1). Justifier la direction et le sens de $\overrightarrow{Fm_1}$.



1.2.2.

3.2.2. Indiquer le sens du vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B_0}$. Justifier.

3.2.3. Etablir l'expression de la vitesse v_1 de la vitesse $\overrightarrow{v_1}$ en fonction de E_1 et B_0.

3.3. La chambre de déviation (C4)

3.3.1. Chaque type d'ions effectue dans le plan de la figure un mouvement circulaire uniforme. Montrer que le rayon Ri de la trajectoire d'un ion (i) a pour expression $R_i = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_iU}{q_i}}$

3.3.2. Les deux types d'ions rencontrent la plaque déflectrice aux points M_1 et M_2 tel que la distance M_1M_2 = d = 1,5 cm. Déterminer les masses m_1 et m_2 puis identifier les deux isotopes étudiés.

N.B. Le sélecteur de vitesse a permis de calculer la valeur du rapport des vitesses $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$.

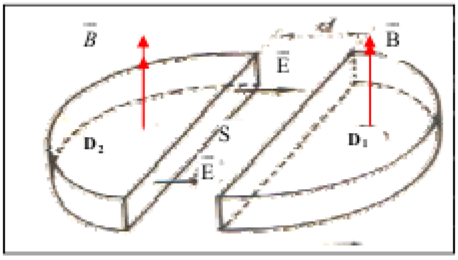
Données : U = 980 V ; B = 0,25 T ; l'unité de masse atomique : 1 u = $1{,}67.10^{-27}$ kg ; masse d'un atome : m = Au ; charge élémentaire : e = $1{,}6.10^{-19}$ C.

<u>Exercice n°3 :</u>

<u>1 Etude d'un accélérateur linéaire : le modèle de Wideröe</u>

L'appareil est constitué d'une succession de tubes sous vide, séparés par de faibles interstices, disposés en ligne droite et mis à des potentiels alternativement positifs ou négatifs de sorte que deux tubes successifs soient toujours à des potentiels de signes opposés. Entre deux tubes voisins est appliquée une tension alternative. Il y règne donc un champ électrique alternatif. A l'intérieur du tube le champ électrique est nul (figure 1). Une source de particules chargées (protons par exemple) est placée devant le premier tube. A l'intérieur d'un tube, les particules "glissent" à vitesse constante. Dans l'espace entre les tubes, le champ accélère les particules à condition qu'elles soient convenablement synchronisées. Comme la vitesse des particules augmente, les tubes doivent être de plus en plus longs.

1.1 Considérons un proton qui sort d'un tube T et qui pénètre dans l'interstice (intervalle) qui le sépare du tube T' suivant (figure 2). Soit U la tension appliquée entre les tubes T et T'.



- Préciser, justification à l'appui, la nature du mouvement d'une particule entre les deux tubes si on suppose que la durée de passage est si courte que le champ peut être considéré comme constant pendant cette durée.
- Exprimer le gain d'énergie ΔEc que la particule de charge q acquiert de T à T' en fonction de U.

1.2 Après traversée de l'interstice la particule pénètre avec une vitesse V dans le tube T'.

- Justifier, par application d'une loi de la dynamique, le fait que les particules « glissent » (se déplacent) à vitesse constante à l'intérieur du tube.
- Exprimer la durée de traversée du tube en fonction de V et de la longueur L du tube.
- Pour un bon fonctionnement du dispositif, la durée de traversée de chaque tube doit être égale à la demi-période de la tension. En déduire l'expression de la période T_0 de la tension alternative.

<u>2 Etude d'un accélérateur circulaire : le cyclotron.</u>

Un cyclotron est un dispositif constitué de deux demi-cylindres D_1 et D_2, appelés « dees », séparés par une distance très faible d devant leur diamètre. Le tout est placé dans le vide. Un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure est créé dans D_1 et D_2. Entre les « dees » et sur la distance d agit un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Ce champ $\vec{E}$est constamment nul à l'intérieur des deux « dees ». On suppose que la d.d.p U entre D_1 et D_2 reste constante. On donne : m = $1{,}67.10^{-27}$ kg ; e =1,6.10-19 C ; d = 1cm ; U = 4000 V.

2.1 Au voisinage immédiat de D_2 une source S émet des protons avec une vitesse initiale négligeable. Préciser la nature du mouvement du proton entre D_2 et D_1 et établir l'expression de la vitesse V_1 du proton au moment il pénètre dans D_1, en fonction de e, m et U. Calculer V_1.

2.2 Le proton pénètre dans D_1, sa vitesse $\overrightarrow{V_1}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$

- Montrer que le mouvement du proton dans D_1 est circulaire uniforme.
- Donner l'expression du rayon R_1 du demi-cercle décrit par le proton en fonction de e, m, B et U.

- Exprimer littéralement le temps de transit τ mis par le proton pour décrire ce demi-cercle ; montrer qu'il est indépendant de la vitesse donc non modifiée par la présence du champ électrique accélérateur. Faire l'application numérique avec B = 1T.

3.2.3 Au moment précis où le proton quitte D_1, on inverse le sens de $\vec{E}$ le proton pénètre ainsi dans D_2 avec une vitesse V_2. Etablir l'expression de V_2 du proton et donner l'expression du rayon R_2 de la trajectoire décrite dans D_2. Exprimer le temps de transit dans D_2. Le comparer à τ.

2.4 Quand le proton quitte D_2, on inverse à nouveau le sens de $\vec{E}$, La particule, accélérée par la même tension U, pénètre dans D_1 avec une vitesse V_3, y décrit un demi-cercle de rayon R_3, ainsi de suite… Exprimer le rayon Rn de la nième trajectoire demi-circulaire en fonction du rayon R_1 de la première trajectoire. Donner la valeur de n pour Rn = 0,14 m. Calculer la vitesse correspondante Vn du proton. Quelle serait la d.d.p constante qui aurait donné cette vitesse au proton initialement émis sans vitesse initiale ? Commenter.

Exercice n°4 :

Les mouvements des particules chargées dans les champs sont d'une importance fondamentale dans de nombreux domaines de la physique, de la chimie et de l'ingénierie.

Données : 1 u = $1{,}67.10^{-27}$ kg ; L=d=10 cm ; D=20 cm ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; $v_0 = 1{,}0.10^6$ m.s^{-1} ; U_1=10 kV ; B = 1,0 T.

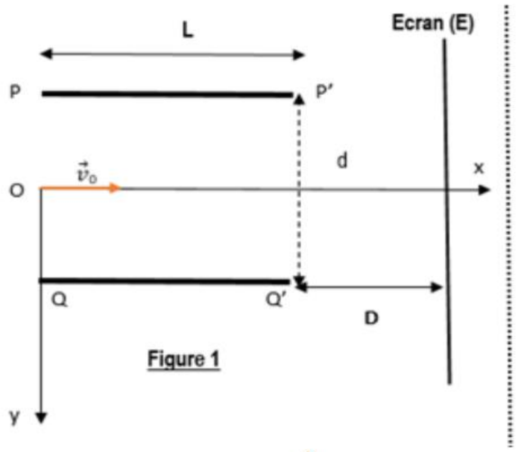


Figure 1

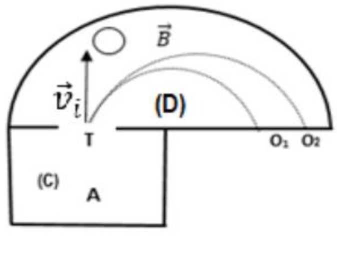


Figure 2

3.1 Un noyau d'hélium ${}^{A}_{2}He$ lancé à la vitesse $\vec{v}_1$ dans un plan horizontal heurte un neutron ${}^{1}_{0}n$ au repos. Ce dernier est projeté avec une vitesse $v_2' = 1{,}6 v_1$ suivant la direction de $\vec{v}_1$. Le choc est parfaitement élastique. Montrer que A = 4.

On donne m (${}^{A}_{2}He$) = Au et m (${}^{1}_{0}n$) = 1 u (où u représente l'unité de masse atomique).

3.2 Un ion ${}^{4}_{2}H_e^{2+}$ animé maintenant d'une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale pénètre en O entre les armatures horizontales PP' et QQ' d'un condensateur plan où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}_0$ (Figure 1).

Ces armatures ont pour longueur L et sont distantes de d. Un écran (E) fluorescent est placé perpendiculairement aux armatures et situé à une distance D de celles-ci.

On applique une tension $U_0 = V_P - V_Q = 5{,}0$ kV entre les armatures du condensateur. On négligera le poids de l'ion.

1.2.1 Déterminer les caractéristiques du vecteur champ $\vec{E}_0$

1.2.2 Etablir, pendant la traversée du condensateur, l'équation cartésienne de la trajectoire de cet ion dans le repère indiqué à la figure 1.

1.2.3 Déterminer la distance d_0 séparant le point de sortie S et la plaque QQ'.

1.2.4 Quelle est la nature du mouvement de cet ion après sa sortie du condensateur ? Justifier.

1.2.5 Déterminer l'ordonnée yM du point d'impact de l'ion sur l'écran.

3.3 Avec le dispositif expérimental de la figure 2, on désire maintenant séparer les constituants d'un mélange isotopique formé de ${}^{3}_{2}H_e^{2+}$ et ${}^{4}_{2}H_e^{2+}$ de masses respectives m_1 et m_2. Ces isotopes émis sans vitesses initiales en A dans la chambre (C) sont soumis à une tension accélératrice U_1.

Les ions ${}^{3}_{2}H_e^{2+}$ et ${}^{4}_{2}H_e^{2+}$ traversent ensuite un petit trou T avec des vecteurs vitesses respectifs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ perpendiculaires à O_1O_2. Arrivés dans la chambre (D), ils sont soumis à l'action d'un champ $\vec{B}$ uniforme orthogonal au plan de la figure.

3.3.1 Etablir les expressions de v_1 et de v_2 en fonction de e, U_1, m_1 ou m_2. Que vaut le $\frac{v_1}{v_2}$

3.3.2 Reproduire la figure 2, en y représentant le champ magnétique $\vec{B}$ et la force magnétique $\vec{F}_m$ au point T.

3.3.3 Montrer que dans la zone (D) où règne le champ $\vec{B}$, chaque ion décrit un mouvement circulaire uniforme de rayon R. Calculer les rayons respectifs R_1 et R_2.

3.3.4 Montrer que la distance a = O_1O_2 séparant les points d'impact des ions peut s'exprimer comme suit :
$a = \frac{2}{B}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right)\sqrt{\frac{m_1 U_1}{e}}$. Calculer sa valeur.

3.3.5 La distance minimale pour une séparation nette des ions est amin =1,0 mm. Ce dispositif permet-il de séparer les deux ions ?

<u>Exercice n°5 :</u>

Données : charge électrique élémentaire e = 1,6.10^{-19}C ; masse du proton m = 1,67.10^{-27}kg

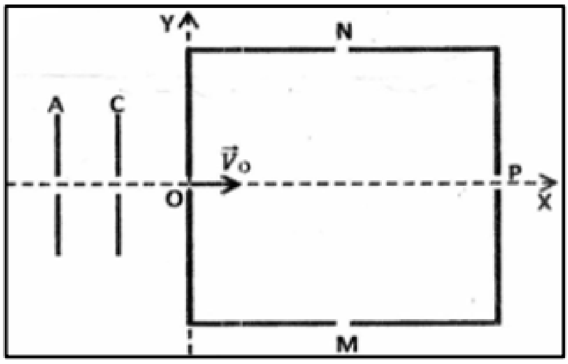
On appelle accélérateur de particules toute machine servant à accroître la vitesse de particules chargées électriquement (protons, électrons, deutons, particules alpha). Ces particules sont alors employées comme des projectiles de manière à produire des réactions au sein de la matière placée comme cible.

Dans le dispositif ci-contre règne un vide poussé. La force de pesanteur sera négligée par rapport aux autres forces.

4.1. Un faisceau homocinétique de protons qui, d'abord accélérés par une tension appliquée entre deux plaques A et C, sortent en A avec une vitesse négligeable puis pénètrent en C à une vitesse V_C = 800 km.s^{-1}. Les protons pénètrent ensuite en O avec un vecteur vitesse $\vec{V}_O$ dans une enceinte de section carrée de côté 2R = 100 cm où les ouvertures O, M, P, N sont situées aux milieux des côtés.

4.1.1. Donner le signe de la tension U = V_A - V_C.

4.1.2. Exprimer puis calculer la tension accélératrice entre les plaques A et C.



4.1.3. Quelle est la nature du mouvement d'un proton entre C et O.

4.2. Dans l'enceinte de section carrée, on applique un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme pour que les protons sortent par l'ouverture N.

4.2.1. Préciser la direction et le sens de $\vec{B}$.

4.2.2. Déterminer la nature du mouvement d'un proton dans le champ magnétique.

4.2.3. Etablir l'expression de la valeur du champ magnétique B en fonction de R, e ; m et U. Faire l'application numérique.

4.2.4. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{V_N}$ à la traversée de l'ouverture N.

4.3. On supprime le champ magnétique précédent $\vec{B}$ et on applique maintenant un champ électrique uniforme $\vec{E}$ pour que les protons sortent par l'ouverture M.

4.3.1. Préciser la direction et le sens de $\vec{E}$

4.3.2. Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire d'un proton dans le repère (OX, OY).

4.3.3. Donner l'expression de la valeur E du champ électrique en fonction de V_0, e, m et R. Faire l'application numérique.

4.4. On applique maintenant simultanément les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ qui conservent leurs directions et sens.

4.4.1. Représenter sur la figure les forces soumises à un proton.

4.4.2. Quelle relation doivent vérifier leurs valeurs pour que les protons sortent par l'ouverture P sans être déviés ?

4.4.3. Donner alors l'expression de la durée Δt du trajet OP. Calculer numériquement sa valeur.

Fin de la série