SERIE D'EXERCICES SUR P10 : OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

EXERCICE 1:

On réalise le circuit électrique de la figure 1 ci-contre. On place le commutateur K en position (1).

Une fois que le condensateur est complètement chargé, on le bascule en position (2).

1/ Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q(t) au cours de la décharge du condensateur dans la bobine.

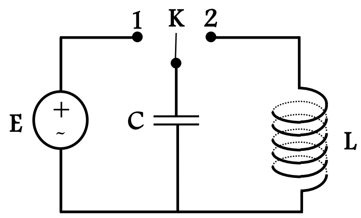

Figure 1

2/ Pourquoi appelle-t-on le circuit obtenu « oscillateur libre non amorti » ?

3/ La solution de l'équation différentielle est de forme : $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

On choisit t = 0s date où la charge du condensateur est maximale (voir figure 2).

a/ Déterminer, à partir de la figure 2 ci-dessous, les valeurs numériques de Q_m, de la période propre To de l'oscillateur et de la phase initiale φ de la charge q du condensateur.

b/ Déduire la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

c/ Ecrire alors l'expression numérique de q(t).

d/ Déduire l'expression de l'intensité du courant i(t).

3/

a/ Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur en fonction de q et de i.

b/ Montrer qu'elle restera constante au cours du temps et donner son expression en fonction de C et de Q_m.

c/ Sachant que $E = 50.10^{-6}$ J, calculer la valeur numérique de C et déduire celle de l'inductance L de la bobine.

4/ Sur la figure 3 ci-dessous, on a représenté les variations au cours du temps de l'énergie emmagasinée dans l'un des dipôles (le condensateur ou la bobine).

a/ Préciser le nom de cette énergie.

b/ Ajouter sur la figure 2 l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur et l'énergie emmagasinée dans l'autre dipôle.

c/ Que représente la date t_1 indiquée sur la figure 3. Donner sa valeur numérique.

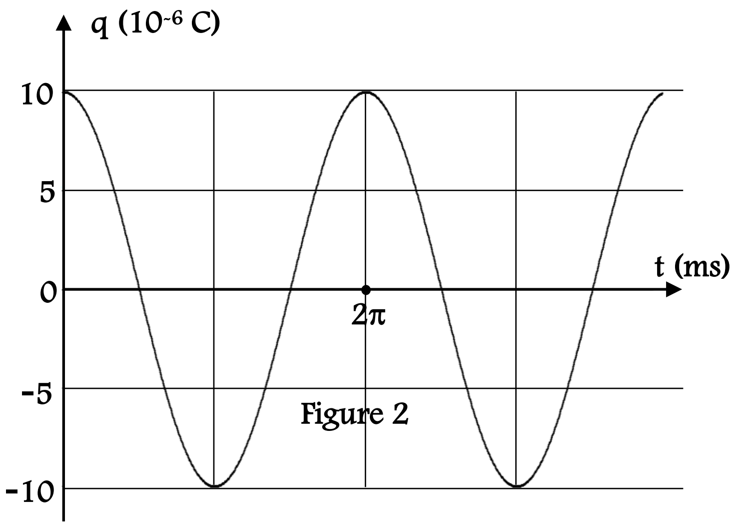

Figure 2

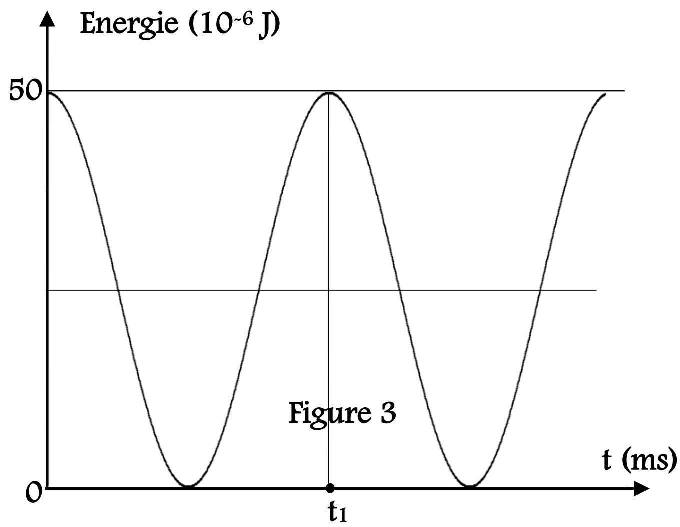

Figure 3

EXERCICE 2 :

Un groupe d'élèves, sous la supervision de leur professeur, se propose de déterminer la valeur de l'inductance (L) d'une bobine et celle de la capacité (C) d'un condensateur de leur laboratoire puis d'étudier les transformations et transferts d'énergie dans un circuit les associant.

La bobine est assimilée à un solénoïde de longueur $\ell = 80$ cm, comportant N = 1280 spires de surface S = 314 cm² chacune.

1/ Détermination de l'inductance de la bobine.

Dans un premier temps, le groupe réalise le circuit électrique de la figure 2 comprenant la bobine, un générateur de tension continue (E = 6 V), un résistor de résistance R = 20 Ω et un ampèremètre.

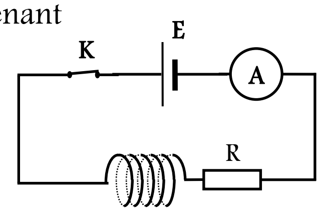

Figure 2

a/ Donner le nom du phénomène qui se produit au niveau de la bobine lorsque l'interrupteur K est fermé.

b/ Reproduire le schéma de la bobine et représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ qu'elle crée en son centre.

c/ A partir des expressions du flux magnétique à travers la bobine, montrer que l'inductance s'écrit:

$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$ Calculer L.

2/ Détermination de la capacité du condensateur et considérations d'énergie.

Dans un second temps, le groupe réalise le montage en série de la bobine, du condensateur et du résistor (figure 3). Le condensateur est initialement chargé (le circuit de charge n'est pas représenté sur la figure).

A la date t = 0, l'interrupteur K est fermé. A l'aide d'un oscilloscope le groupe visualise l'évolution des tensions u_{AM} aux bornes du condensateur et u_{DM} aux bornes du résistor en fonction du temps (figure 4).

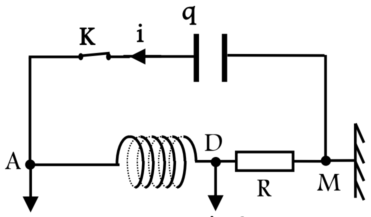

Figure 3

a/ Attribuer à chaque courbe la grandeur associée en justifiant.

Quel phénomène explique la décroissance de l'amplitude de la courbe 1 ?

b/ Donner la relation qui lie à chaque instant l'intensité i(t) et la charge q(t) ainsi que celle qui lie à chaque instant l'intensité i(t) et la tension $u_{DM}(t)$. Le sens arbitraire choisi pour l'orientation du circuit est sortant par rapport à l'armature du condensateur portant la charge q.

c/ A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_{AM}(t)$ s'écrit : $\frac{d^2(u_{AM})}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{d(u_{AM})}{dt} + \frac{u_{AM}}{LC} = 0$

Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur sachant que T est pratiquement égale à la période propre du dipôle (R L C).

d/ Donner l'expression de l'énergie électromagnétique $E_{e,m}$ du circuit en fonction de L, C, q et i. En déduire son expression en fonction des tensions u_{AM} et u_{DM}.

e/ A partir de l'expression établie précédemment et en utilisant la figure 4, calculer la valeur de $E_{e,m}$ à la date $t_2 = 14{,}7$ ms. En déduire la valeur de l'énergie dissipée entre les instants $t_0 = 0$ ms et $t_2 = 14{,}7$ ms.

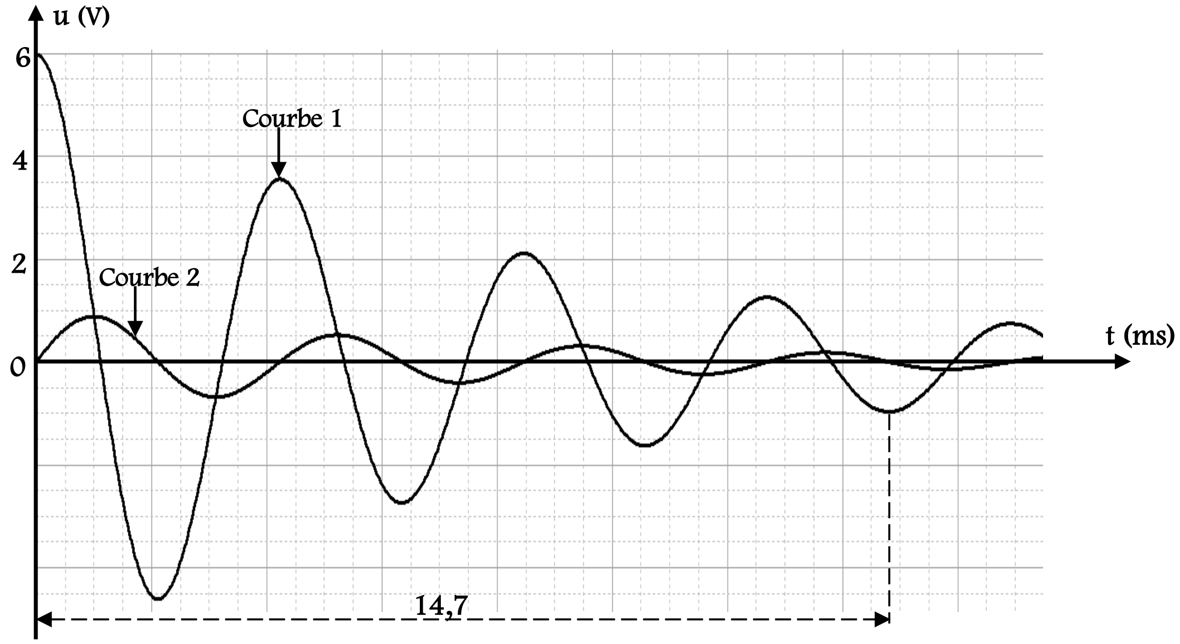

Figure 4

EXERCICE 3 :

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de fem E = 6 V, un condensateur de capacité C, une bobine d'inductance L et de résistance propre négligeable, deux conducteurs ohmiques de même résistance R et deux interrupteurs K et K' (figure2).

Un oscilloscope associé à un système d'acquisition a permis de visualiser sur la voie 1 la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

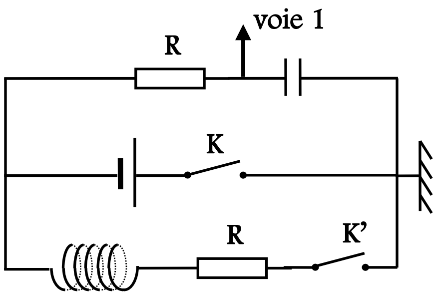

Figure 2

1/ Dans une première expérience on ferme K en maintenant K' ouvert. Le dipôle (RC) est alors soumis à une tension continue. Sur la voie 1 on obtient la courbe de la figure 3 ci-dessous.

1-1/ Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée et indiquer le sens du courant et les signes des charges de chacune des armatures du condensateur.

1-2/ Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ?

1-3/ Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle (RC). Expliciter la méthode utilisée.

1-4/ Sachant que R = 20 Ω, en déduire la valeur de la capacité C.

1-5/ Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur est :

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E.$$

1-6/ Vérifier que $u_C(t) = E\left(1 - e^{\left(-\frac{t}{RC}\right)}\right)$ est solution de cette équation différentielle.

2/ Une fois la première expérience terminée, on ouvre K et on ferme K'. Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. La figure 4 indique la variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

2-1/ Préciser le régime des oscillations obtenues.

2-2/ Déterminer la pseudo-période T des oscillations.

2-3/ Reproduire sur la copie la partie du circuit concernée.

2-4/ Etablir l'équation différentielle vérifiée par u_C.

2-5/ A partir de la figure 4, que peut-on dire de l'énergie totale du circuit ? Quel est le dipôle responsable de ce phénomène ?

Montrer que la variation au cours du temps de l'énergie totale du circuit peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dE}{dt} = -\,2R\left(C\ \frac{du_C}{dt}\right)^2$$

2-6/ On suppose que l'énergie initiale du circuit est contenue dans le condensateur.

Calculer les énergies électrique E_C et magnétiques E_L aux instants $t_1 = 0$; $t_2 = 3T$.

2-7/ Calculer l'énergie dissipée dans le circuit pendant 3 T.

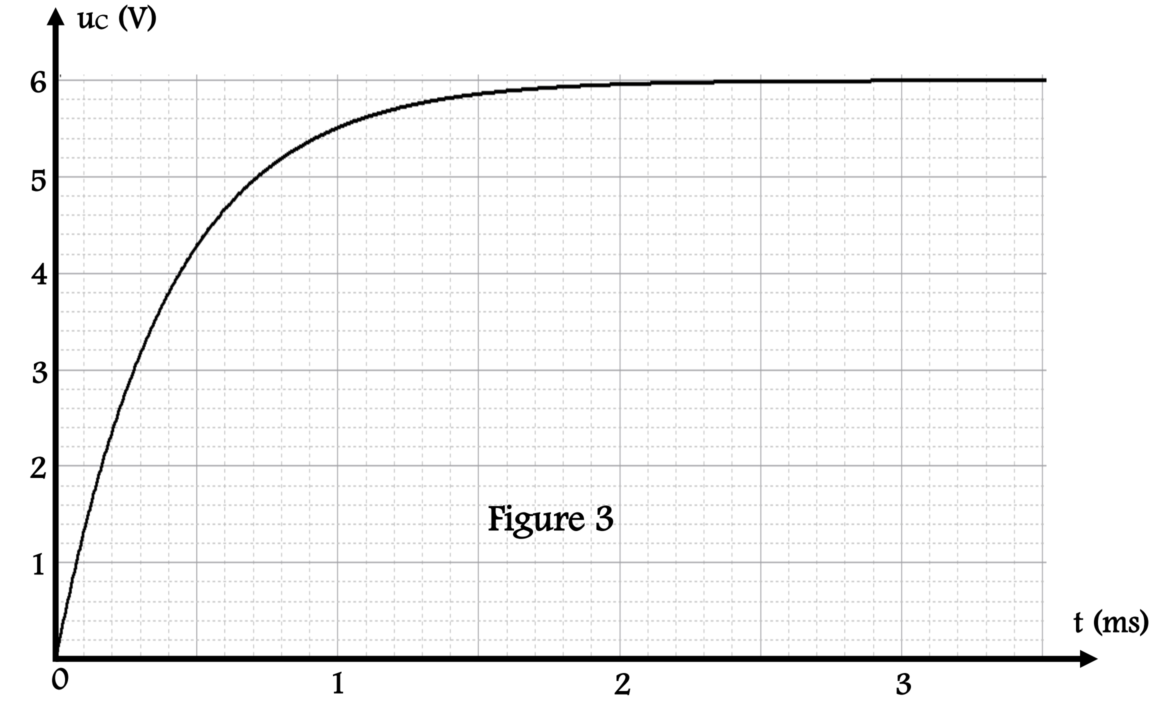

Figure 3

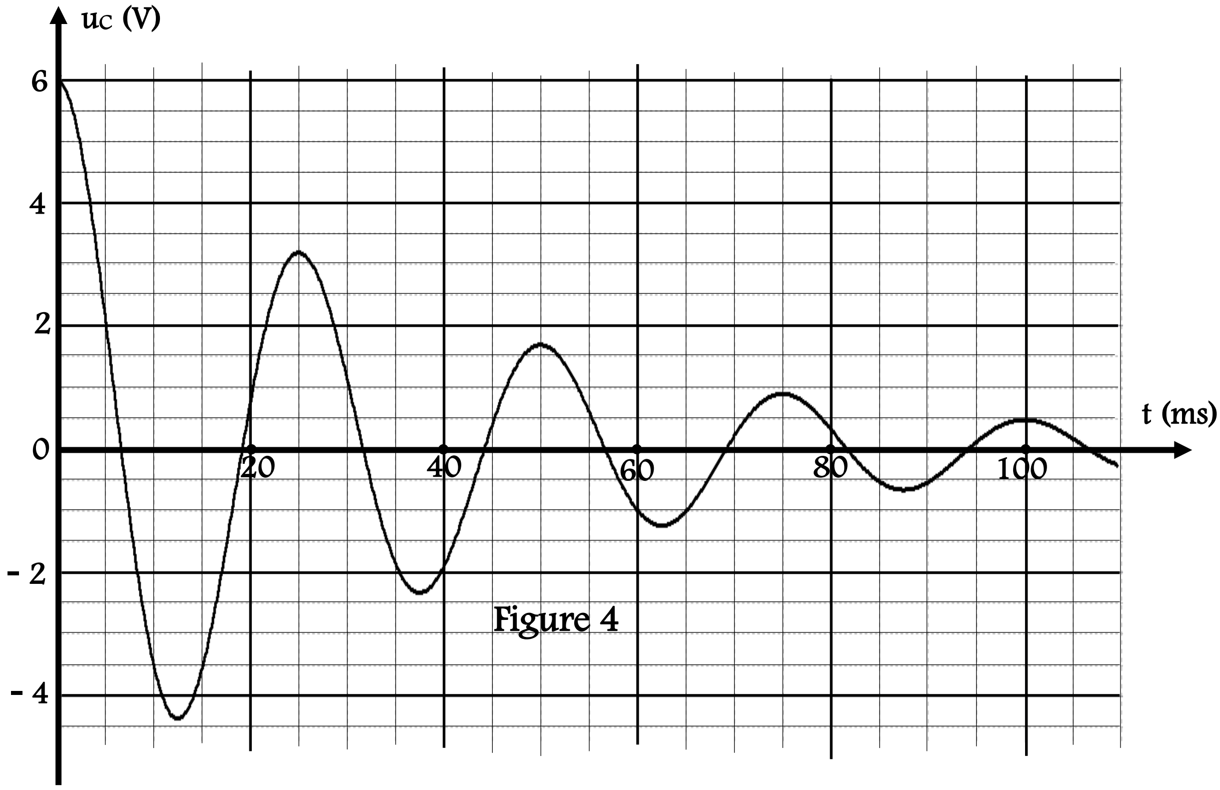

Figure 4