

GRAVITATION

11

Un satellite de masse m effectue autour de la Terre un mouvement circulaire uniforme à l'altitude $h = 600$ km.

1) Exprimer l'intensité du champ de gravitation G à cette altitude en fonction du rayon de la Terre R et de G_0 (intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude 0).

2) Calculer la vitesse V du satellite.

On donne :

rayon de la Terre $R = 6400$ km; $G_0 = 9,80$ SI.

3-) Le satellite passe par la verticale de Dakar à 11 h 50 min. A quelle heure passera-t-il au-dessus d'Abidjan sachant que la distance de Dakar à Abidjan à vol d'oiseau est de 1450 km. ?

On ne tiendra pas compte de la rotation de la terre

6

Mouvement d'un satellite ; Forces de frottement.

Un satellite décrit autour de la Terre une trajectoire circulaire à une altitude initiale

$h = 650$ km.

1) Calculer dans le repère géocentrique la vitesse linéaire V de ce satellite en supposant l'altitude constante. Calculer la période T du satellite.

2) Par suite des frottements dans l'atmosphère l'altitude du satellite décroît de 1/1000 de sa valeur à chaque tour. Vérifier que les altitudes du satellite à la fin du premier, deuxième, troisième ... $n^{\text{ième}}$ tour sont en progression géométrique.

3) Au bout de combien de tours environ cette altitude devient-elle égale à 620 km ?

On donne $G_0 = 9,8$ S.I.

8

On donne : Rayon de la Terre $R_T = 6400$ km ;

Champ de gravitation terrestre au sol $= 9,80$ SI ;

1) Un satellite tourne autour de la Terre dans le plan équatorial. Son orbite est circulaire de rayon $r = 18000$ km. Il se déplace vers l'est.

a) Trouver sa période dans le repère géocentrique.

b) Trouver sa période pour un observateur terrestre situé sur l'équateur (intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs du satellite par la verticale de l'observateur).

2) Un satellite tourne autour de la Terre dans le plan équatorial. Il se déplace vers l'est, son altitude est Z . Ce satellite est géostationnaire.

- Que signifie ce terme ? Calculer son altitude Z .

On suppose que la période de rotation sidérale de la Terre est de 24 h.

11

Un satellite de masse m décrit une orbite circulaire équatoriale de rayon r .

On donne constante de gravitation

$k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI ;

masse de la Terre $M = 6,00 \cdot 10^{24}$ kg ; $r = 7000$ km.

1-) Calculer la vitesse V_1 du satellite.

2) Le satellite se déplace toujours sur la même orbite mais avec une vitesse constante

V_2 ($V_2 > V_1$) parce qu'en plus de la force de gravitation

\vec{F} terrestre, il est soumis à une force \vec{f} produite par un moteur auxiliaire.

- Les deux forces ont-elles la même direction ?

Ont-elles le même sens ?

- Exprimer \vec{f} en fonction de m , V_1 et V_2 .

- Calculer f sachant que $V_2 - V_1 = 120$ m/s.

On donne $m = 1600$ kg.

13

NB : Les parties 1.2 et 1.3 peuvent être traitées indépendamment de la partie 1.1

Une fusée lanceur a été conçue pour placer des satellites en orbite géostationnaire. Le satellite est d'abord placé autour de la terre sur une orbite basse circulaire de rayon r_1 puis transféré vers l'orbite géostationnaire de rayon r_2 à l'aide des moteurs propulseurs

1-1-) Décollage de la fusée

On étudie le décollage vertical de la fusée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. L'intensité de la pesanteur g est considérée constante et égale à sa valeur au sol. On note m la masse totale de la fusée à un instant t et v sa vitesse. Les gaz éjectés par la fusée durant un intervalle de temps dt ont une masse

$-dm$ et une vitesse \vec{u} par rapport à la fusée.

1.1.1-) Énoncer le principe fondamental de la dynamique.

1.1.2-) Exprimer la quantité de mouvement du système (fusée + gaz) à un instant t puis à une date très voisine $t' = t + dt$ où la vitesse de la fusée est

$\vec{v}' = \vec{v} + d\vec{v}$, en fonction de m , \vec{v} , dm , et \vec{u} .

1.1.3-) En utilisant la variation de la quantité de mouvement entre t et t' et par application du principe fondamental de la dynamique, établir la relation

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u}{m} \frac{dm}{dt} + g = 0$$

Déduire de la relation précédente que la vitesse de la fusée à l'instant t a pour expression

$$v = u \ln \left(\frac{m_0}{m} \right) - gt \quad \text{où } m_0 \text{ est la masse de la fusée}$$

au décollage.

1.2 Mise en orbite du satellite

Le satellite sur son orbite circulaire de rayon r n'est soumis qu'à l'attraction terrestre et l'étude de son mouvement se fait dans le référentiel géocentrique.

1.2.1-) Montrer que le mouvement du satellite sur son orbite est uniforme.

1.2.2-) Exprimer la vitesse linéaire v du satellite en fonction de la masse M de la Terre, r et G constante de gravitation puis sa période T_s .

1.2.3-) Après avoir rappelé ce qu'est un satellite géostationnaire, préciser le plan de son orbite.

1.2.4-) Déterminer alors la valeur numérique du rayon r_2 de l'orbite géostationnaire.

On donne : $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

1.3-) L'énergie de transfert sur l'orbite géostationnaire

1.3.1-) L'énergie potentielle gravitationnelle du

$$\text{satellite sur l'orbite } r \text{ est : } E_p(r) = \frac{GMm}{r}$$

Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G , M , m et r .

1.3.2-) En déduire l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon r_1 à l'orbite géostationnaire de rayon r_2 en fonction de G , M , m , r_1 et r_2 et calculer sa valeur.

On donne : masse du satellite $m = 1000$ kg ;

$r_1 = 6700$ km.

14

On donne : charge élémentaire = $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 Constante de la loi de Coulomb : $k = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I.}$
 On considère un proton fixe et un électron situé à une distance r du proton.

1-) Ecrire l'expression du travail élémentaire effectué par la force électrique agissant sur l'électron lorsque celui-ci se rapproche du proton d'une distance très faible δr .

En déduire le travail effectué par cette force lorsque l'électron initialement à la distance r_2 du proton se rapproche de celui-ci à une distance r_1 .

Quelle est durant ce déplacement la variation de l'énergie potentielle électrostatique du système proton-électron ?

2-) L'énergie potentielle électrostatique du système proton-électron est supposée nulle lorsque l'électron se trouve infiniment éloigné du proton.

Montrer que l'énergie potentielle électrostatique du système peut s'écrire $E_p = -\frac{k \cdot e^2}{r}$ quand la distance

entre les deux particules est r .

3-) On admet qu'un atome d'hydrogène est constitué d'un électron gravitant autour d'un proton supposé fixe sur un cercle de rayon r avec une vitesse constante V .

Montrer que l'énergie cinétique de l'électron peut s'exprimer en fonction de r , de la charge élémentaire e et de la constante k .

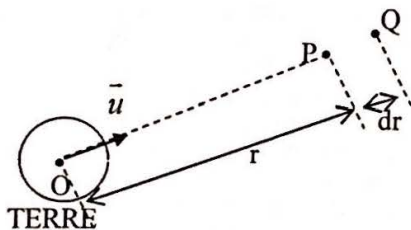
Montrer que l'énergie totale du système proton-électron peut s'écrire $E = -\frac{k \cdot e^2}{2r}$.

Calculer cette énergie sachant que le rayon r de la trajectoire est de $0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

15

La Terre, de masse $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et rayon $R = 6370 \text{ km}$ a une répartition de masse à symétrie sphérique. La constante gravitationnelle est $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ et la durée du jour sidéral est $T_0 = 86164 \text{ s}$.

1-) Soit un point P situé à l'altitude Z , donner dans le repère (O, \vec{u}) l'expression du vecteur champ de gravitation $\vec{G}(Z)$ créé en P par la Terre.



2-).

2.1.) Un solide ponctuel de masse m est initialement au point P. Il se déplace jusqu'au point Q situé à la distance $r + dr$ du point O, dr est très petit par rapport à r .

Exprimer en fonction de K, M, m, r et dr le travail élémentaire dW effectué par la force de gravitation que la Terre exerce sur le solide de masse m .

2.2-) En déduire l'expression du travail W de cette force gravitationnelle lorsque r varie de r_1 à r_2 . Quelle conclusion peut-on tirer sur cette force ?

2.3-) En utilisant la relation entre la variation d'énergie potentielle et le travail W de la force de gravitation, montrer qu'à l'altitude z , l'énergie potentielle de gravitation du système (Terre- solide) peut se mettre

sous la forme : $E_p = -\frac{KMm}{R+z}$ si $E_p(\infty) = 0$

3-) Le solide de masse m est au repos sur la Terre en un point de latitude λ . E : mécanique E_0 du solide en λ et T_0 .

Calculer E_0 .

On donne $m = 800 \text{ kg}$

$g = 10 \text{ S.I.}$ $\lambda = 30^\circ$

4-) Le solide est maintenant en trajectoire dans le repère g de rayon $r = R + z$.

4.1-) Déterminer l'expression de la vitesse V du satellite dans le repère géocentrique en fonction de K, M et r .

4.2-) Déterminer l'expression de son énergie mécanique E .

4.3-) Application numérique : $z = 600 \text{ km}$. Calculer V et E .

5-) Montrer que l'énergie ΔE qu'il a fallu fournir au satellite précédent, initialement au repos sur la Terre peut se sous la forme :

$$\Delta E = KmM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right) - \frac{2\pi^2}{T_0^2} mR^2 \cos^2 \lambda$$

En déduire, du point de vue énergétique l'emplacement le plus favorable des bases de lancement.

16

Données : constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$;

Masse de la Terre $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Rayon de la terre $R = 6400 \text{ km}$.

Les satellites de communication jouent un rôle important dans la vie actuelle et ont permis de réduire le monde à un « village planétaire ». Ce sont, pour la plupart des satellites géostationnaires.

1-) Donner la signification de satellite géostationnaire. Dans quelles conditions un satellite peut-il être géostationnaire ?

2-) En précisant le référentiel d'étude, montrer que le mouvement d'un tel satellite est circulaire uniforme.

3-) Soit h l'altitude d'un tel satellite. Etablir en fonction de G, M, R et l'expression

a) de la vitesse linéaire V du satellite ;

b) de la période de révolution d'un tel satellite.

4-) Calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire.

5-) L'énergie potentielle de gravitation de ce satellite ,

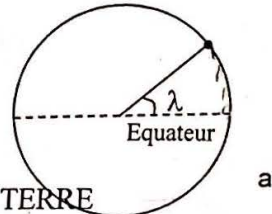
de masse m , a pour expression $E_p = -\frac{GMm}{(R+h)}$

5-1-) Préciser l'état de référence pour cette énergie potentielle.

5-2) Etablir une relation entre l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p du satellite.

5-3-) En déduire alors l'expression de son énergie mécanique E_m en fonction de E_c .

6-) Maintenant considérons un satellite quelconque à une altitude h . Le satellite subit des frottements



équivalents à une force de freinage de module $f = \lambda . m V^2$, expression où λ est une constante, V étant la vitesse du satellite. Ce freinage est très faible, et on peut supposer que les révolutions restent presque circulaires et que pour chacune d'elle, l'altitude h du satellite diminue de δh avec $\delta h \ll h$.

6-1-) Montrer que la variation de vitesse du satellite peut s'écrire $\delta V = -\frac{\pi}{T} \delta h$ où T est la période du satellite.

6-2-) Justifier l'évolution de la vitesse du satellite.

6-3-) Exprimer λ en fonction de h , δh et R .

17

Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géosynchrone, c'est-à-dire en orbite circulaire équatoriale située à 35800 km d'altitude, des satellites qui restent immobiles dans le ciel et qu'on appelle géostationnaire. Comme il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse jusqu'à cette altitude on procède par transfert d'orbites.

-Dans un premier temps le satellite est placé par la fusée porteuse sur une orbite basse (200 km).

-Dans un deuxième temps, le lanceur largue le satellite en lui fournissant une impulsion qui le place sur une orbite elliptique dont le périhélie est à l'altitude 200 km et l'apogée à l'altitude 35800 km.

-Dans un troisième temps, le satellite assure lui-même, par une deuxième impulsion, sa circulation en orbite circulaire. Les deux premières phases du lancement s'effectuent grâce à 3 moteurs entrant successivement en fonctionnement et qui sont largués après avoir rempli leur rôle.

1 : lancement du satellite ; 2 : orbite basse
3 : orbite elliptique intermédiaire 4 : orbite définitive

Les différentes parties du schéma ne sont représentées à la même échelle.

Répondre aux questions suivantes.

1-) Préciser l'expression utilisée par l'auteur : «satellites qui restent immobiles dans le ciel» .

2-) A quels usages sont destinés ces satellites ?

3) L'orbite d'un satellite géostationnaire est-elle nécessairement une « orbite circulaire équatoriale ?

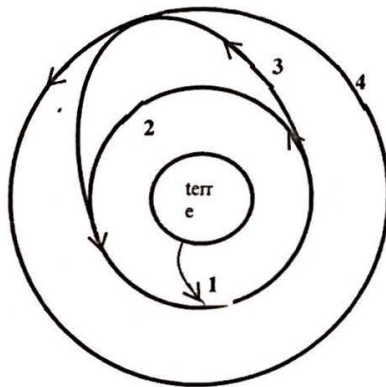
4-) Justifier la réponse éventuellement par un schéma.

5-) Dans le repère géocentrique, quel est les sens de rotation du satellite : vers l'est ou vers l'Ouest ?

6-) Pourquoi utilise-t-on trois moteurs entrant successivement en fonctionnement au lieu d'un seul ?

7-) Quelle signification l'auteur donne-t-il au mot « impulsion » ?

8) Les moteurs sont largués après avoir rempli leur rôle. Que deviennent ces moteurs ? .



18

Dans cet exercice, le mouvement est rapporté à un référentiel géocentrique. La Terre est assimilée à une sphère de rayon R , de masse M possédant une répartition sphérique de masse.

1) Montrer que l'intensité du champ de gravitation terrestre à l'altitude h peut se mettre sous la forme

$$G = G_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2} \text{ où } G_0 \text{ est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol.}$$

2) Un satellite a une orbite circulaire, dont le centre est confondu avec le centre de la Terre. L'altitude du satellite est h .

a) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme .

b) Etablir l'expression de la vitesse V de ce satellite et celle de sa période T en fonction de G_0 , R et h .

c) AN : $h = 300 \text{ km}$; $G_0 = 9,80 \text{ SI}$; $R = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$

3) L'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à une altitude h est donnée par la

$$E_p = -\frac{kmM}{R_T + h}$$

k est la constante de gravitation.

a) Donner l'expression de l'énergie mécanique du satellite de masse m , à l'altitude h en fonction de m , G_0 , R et h . Comparer cette énergie mécanique à

l'énergie cinétique E_C du satellite.

b) Le satellite se trouvant dans les hautes couches de l'atmosphère est soumis à des forces de frottement.

Comment va évoluer son énergie mécanique ?

En déduire qualitativement l'évolution de la vitesse et de l'altitude du satellite.

19

Un satellite supposé ponctuel, de masse m , décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R_T . On fera l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

1-) Etablir l'expression de l'intensité G du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur au sol G_0 de R_T et h .

2) Déterminer l'expression de la vitesse V du satellite, celle de sa période T et celle de son énergie cinétique E_C .

AN $h = 400 \text{ km}$; $G_0 = 9,81 \text{ SI}$;

$m = 1020 \text{ kg}$; $R_T = 6400 \text{ km}$.

3) L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation à l'altitude h est donnée par la relation

$$E_p = -\frac{kmM}{R_T + h}$$

M est la masse de la Terre, k la constante universelle de gravitation.

Justifier le signe négatif.

Exprimer E_p en fonction de m , R_T , G_0 et h .

Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m du satellite .

Comparer cette énergie mécanique à l'énergie cinétique E_C puis à l'énergie potentielle E_p .

4) On fournit au satellite un supplément d'énergie

$\Delta E = + 5,0 \cdot 10^8 \text{ J}$, il prend alors une nouvelle orbite circulaire. Déterminer :

a) sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse ;

b) sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

20

Un satellite de type SPOT a une trajectoire circulaire survolant les pôles terrestres. Il s'agit d'un satellite dit à défilement, destiné à fournir des images de tout le globe terrestre. La période de passage sur un même site terrestre est égale à 26 jours solaires moyens et correspond à la durée de 369 révolutions au tour de la Terre.

1-) Calculer la période de révolution du satellite dans le référentiel géocentrique.

2) Etablir l'expression de la période de révolution du satellite. Déterminer l'altitude h du satellite.

Données : $R_T = 6380 \text{ km}$; $G_0 = 9,80 \text{ SI}$.

3) Déterminer la longueur d'arc équatorial séparant deux points de l'équateur survolés :

- a) après une révolution du satellite ;
- b) à un jour moyen d'intervalle.

Données : 1 jour sidéral = 86164s.

NB a-) Ne pas oublier que pendant une révolution du satellite, la Terre effectue sa rotation diurne.

b-) Le nombre moyen de révolutions réalisées pendant un jour solaire moyen n'est pas entier. Cela implique que le satellite survole au-dessus de l'équateur des points distincts au bout d'un jour solaire.

21

Un satellite décrit autour de la Terre une trajectoire circulaire équatoriale à une altitude h . On suppose h très faible devant le rayon R de la Terre.

1-) Exprimer la vitesse du satellite en fonction de R , h et G_0 intensité du champ de gravitation terrestre au sol.

2-) Par suite d'une erreur de manœuvre l'altitude du satellite varie d'une distance très faible δh .

Il s'en suit une variation très faible δV de sa vitesse ($\delta h \ll h$; $\delta V \ll V$)

Exprimer la relation qui lie δV et δh .

3) « Lorsque par suite des frottements, l'altitude d'un satellite diminue, sa vitesse au contraire croît ».

Etes-vous d'accord avec cette affirmation ? Justifiez..

(Ce phénomène est connu sous le nom de « paradoxe du freinage »).

22 ■ ■

Une particule P de masse m initiale se déplace sous l'action d'une force suivant l'axe $x'Ox$. L'origine de l'

force est de la forme $\vec{F} = -\frac{k}{x^2} \vec{i}$,

constante positive, avec $\overline{OP} = x \geq 0$

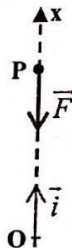
1-) Montrer que la vitesse de la masse m lorsque son abscisse est

mettre sous la forme $V^2 = \frac{2k}{m} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0} \right)$, x_0 étant

l'abscisse initiale de la masse.

2-) Montrer que l'on peut utiliser cette relation pour calculer la vitesse d'arrivée sur terre d'un objet de masse m lâchée sans vitesse initiale d'un point situé à une distance r de la surface de la terre.

3-) Un objet de masse m est lâché sans vitesse d'un point éloigné de la terre (point supposé à l'infini)..



Montrer que sa vitesse au moment où il heurte la terre peut s'écrire $V = \sqrt{2G_0 R}$.

R est le rayon de la terre, G_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au sol.

Calculer numériquement cette valeur.

On donne $R = 6400 \text{ km}$; $G_0 = 9,80 \text{ SI}$.

On néglige les frottements.

23

On suppose la terre sphérique et homogène de centre O, de rayon R et de masse M . A une distance r ($r > R$) du point O se trouve un corps de masse m .

1-) Rappeler les caractéristiques de la force gravitationnelle \vec{F} exercée par la terre sur cet objet

2-) Exprimer l'énergie cinétique E_c de l'objet gravitant avec une vitesse V sur l'orbite de rayon r en fonction de M , m , r et k constante universelle de gravitation.

3-) L'énergie potentielle de gravitation du système terre-objet de masse m est donnée par l'expression

$$E_p = -\frac{kMm}{r}$$

Donner l'expression de l'énergie mécanique du système.

4-) Déterminer la vitesse de libération de la terre (vitesse minimale qu'il faut communiquer à un objet de masse m depuis le sol terrestre pour qu'il échappe à l'attraction terrestre ?)

On donne $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$; $R = 6400 \text{ km}$.

5-) Quelles sont les vitesses de libération de la lune, de Jupiter, du soleil ?

	Rayon (km)	Masse (kg)
Terre	6400	$6 \cdot 10^{24}$
Lune	1740	$7,34 \cdot 10^{22}$
Jupiter	71500	$1,9 \cdot 10^{27}$
Soleil	700000	$2 \cdot 10^{30}$

6-) Exprimer l'énergie mécanique d'un satellite de masse m immobile sur la Terre au niveau de l'équateur

On désignera par ω la vitesse angulaire de la terre dans le repère géocentrique. $\omega = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$.

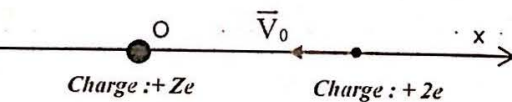
7-) Exprimer l'énergie mécanique du même satellite lorsqu'il se trouve sur une orbite circulaire autour de la terre à une altitude h . En déduire l'énergie de satellisation du satellite (énergie qu'il faut fournir au satellite au sol pour le mettre sur orbite).

Application numérique $h = 1000 \text{ km}$; $h = 600 \text{ km}$;

8-) Quelle énergie faut-il lui fournir pour le faire passer de cette orbite à une orbite de même type d'altitude $h' = 1800 \text{ km}$?

24 ■ ■

1-) Une particule α très éloignée d'un noyau d'or, possède une vitesse $V_0 = 15000 \text{ km/s}$. Elle se dirige en ligne droite vers le noyau d'or supposé immobile au point O.



a-) Calculer l'énergie cinétique de cette particule en joules puis en MeV.

b-) Exprimer le travail élémentaire de la force électrique \vec{F} s'exerçant sur la particule α . En déduire,

par intégration, le travail effectué par cette force lorsque la particule venant de l'infini arrive à la distance x du noyau.

c-) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer à quelle distance minimale x_0 du noyau va s'arrêter la particule α . Calculer cette distance x_0 .

d-) Quel serait le comportement ultérieur de la particule α ? Justifier.

On donne charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 numéro atomique de l'or $Z = 79$

masse molaire atomique de l'hélium = 4 g/mol .

numéro atomique de l'hélium = 2 ; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Nombre d'Avogadro : $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

2) Un objet de masse m se trouve infiniment éloigné de la Terre. Il se dirige tout droit vers le centre de la Terre. Sa vitesse initiale (lorsqu'il est infiniment éloigné de la Terre) est supposée nulle.

a) Exprimer la force d'attraction que la Terre exerce sur ce corps.

On néglige l'attraction des autres astres.

b-) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique du système constitué par l'objet et la Terre, exprimer la vitesse d'arrivée du corps à la surface de la Terre.

On posera : $R = \text{rayon de la Terre} = 6400 \text{ km}$

$G_0 = \text{intensité du champ de gravitation terrestre au sol} = 9,8 \text{ SI}$.

L'énergie potentielle de gravitation du système est nulle lorsque l'objet est infiniment éloigné de la Terre.

25 ■ ■ ■

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre O , de masse M et de rayon R .

Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O

est : $\vec{G} = - \frac{kM}{r^2} \vec{u}$.

$k = \text{constante universelle de gravitation}$; $\vec{u} = - \frac{\vec{OA}}{\|\vec{OA}\|}$

1) Un satellite (S) de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que (S) est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

a) Exprimer la vitesse V du satellite en fonction G_0 (intensité du champ de gravitation au sol), de R et de r

b) En déduire l'expression de la période T du satellite. Calculer T .

On donne $R = 6400 \text{ km}$; $G_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $r = 8000 \text{ km}$.

2) a) A partir du travail élémentaire $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ de la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite, montrer que le travail de cette force, lors du déplacement du sol jusqu'à l'orbite de rayon r est

donné par $W = mG_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$.

b) En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système Terre-satellite en fonction de G_0 , m , r et R

On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.

c) Exprimer l'énergie cinétique E_c de (S) en fonction de m , G_0 , r et R .

En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m .

3) Il se produit une très faible variation dr du rayon r , telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire.

a) Exprimer la variation dV de la vitesse qui en résulte et montrer que l'on a $dV = - \frac{\pi}{T} dr$.

b) La variation dr est en réalité due au travail $dW(\vec{f})$ des forces de frottement exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de $dW(\vec{f})$, déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse de (S).

26

On donne : Masse du soleil $M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Masse de la terre $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Constante de gravitation universelle : $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$.

Distance Terre - Soleil : $d = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1 \text{ u.a}$

1-) Le mouvement de la Terre autour du soleil peut être supposé circulaire uniforme. On néglige l'action des autres planètes sur la Terre.

Etablir l'expression de la vitesse angulaire de la Terre. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\omega_T = \sqrt{\frac{k \cdot M_s}{d^3}}$$

2-) La NASA a mis autour du soleil un satellite dénommé SOHO. Celui tourne autour du Soleil dans le même plan que la Terre et avec la même vitesse angulaire. Le rayon de son orbite est r . Quels sont les avantages de ce satellite par rapport aux autres pour l'observation du soleil.

3-) a) Représenter les forces \vec{F}_S et \vec{F}_T exercées sur ce satellite respectivement par le soleil et la terre.

b) Appliquer le théorème du centre d'inertie au satellite. Montrer qu'on obtient une relation de la

forme $\frac{a}{r^2} - \frac{b}{(d-r)^2} = c \cdot r$

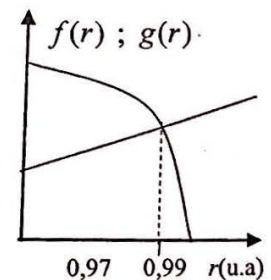
Donner les expressions des coefficients a , b et c .

c-) On a représenté ci-dessous les deux graphes $f(r) = c \cdot r$

$$g(r) = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{(d-r)^2}$$

Identifier les branches relatives à $f(r)$ et $g(r)$

Trouver la valeur de r .



27 ■ ■ ■

On rappelle que

l'intensité de la force d'interaction entre 2

corps solides à symétrie sphérique de masses respectives m_1 et m_2 ,

dont les centres d'inertie sont à une distance d

l'un de l'autre est : $F = \frac{k m_1 m_2}{d^2}$. avec

k : constante d'attraction universelle. On admet que la Terre et le Soleil se comportent comme de tels corps. On utilise le repère galiléen ayant pour origine le centre soleil et on néglige l'influence des planètes autres que la Terre.

1) Le poids d'un objet de masse m à la surface de la Terre de masse M et de rayon R n'est pratiquement dû qu'à l'attraction newtonienne de la Terre. Si G_0 désigne l'intensité du champ de gravitation à la

surface de la Terre, exprimer le produit kM en fonction de G_0 et R .

2) La Terre considérée comme ponctuelle décrit autour du Soleil, de masse bM (b est une constante) une orbite pratiquement circulaire de rayon r .

Exprimer la vitesse angulaire ω de rotation de la Terre autour du soleil et la période T du mouvement en fonction de r , b , R et G_0 .

AN : $k = 6,62 \cdot 10^{-11} \text{SI}$; $R = 6400 \text{ km}$; $G = 9,80 \text{ SI}$;

$$b = \frac{10^6}{3} ; r = 1,50 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Calculez T et vérifiez que sa valeur est conforme à vos connaissances.

3) Exprimer en fonction de r et b la distance x par rapport au centre de la Terre, du point d'équigravité E du système Terre-soleil. Calculer x (on pourra négliger 1 devant b ou \sqrt{b}).

4) On envisage maintenant un satellite du Soleil situé en un point P de l'axe Terre-Soleil, à la distance d de la Terre et qui tourne autour du Soleil à la même vitesse angulaire que la Terre

Etablir une relation liant d , r et b pour qu'il en soit ainsi (on ne demande pas de calculer d).

Sachant que $d = \frac{r}{100}$ est solution de cette

équation, dire en quelques mots, quel pourrait être l'intérêt d'un satellite d'observation situé en P ?

