

SERIE D'EXERCICES SUR P₄: GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 1:

La constante de gravitation universelle est $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ S.I.

On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.

On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1/ Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.

2/ Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.

3/ Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.

4/ Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P.

Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.

5/ Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon $r = 185\,500$ km et que sa période de révolution vaut $T = 22,6$ heures, déterminer la masse M de la planète P.

6/ Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution $T' = 108,4$ heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

EXERCICE 2:

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R_T . On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1/ Etablir l'expression de la valeur g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, de R_T et de h.

2/ Déterminer l'expression de la vitesse v_s du satellite, celle de sa période T et celle de son énergie cinétique E_c . AN: $m_s = 1020$ kg, $R_T = 6400$ km, $h = 400$ km, $g_0 = 9,8$ m.s⁻²

3/ L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude h est donnée par la relation:

$$E_p = - \frac{G M_T m_s}{R_T + h};$$

Relation où G est la constante de gravitation et M_T la masse de la Terre et en convenant que $E_p = 0$ pour $h = \infty$.

Justifier le signe négatif et exprimer E_p en fonction de m_s , g_0 , R_T et h.

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite puis comparer E_p à E_c et E à E_c .

4/ On fournit au satellite un supplément d'énergie $E = + 5 \cdot 10^8$ J. Il prend alors une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats du 3, déterminer:

a/ Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse,

b/ Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

EXERCICE 3:

Les satellites géostationnaires sont utilisés, entre autres, en télécommunication, en météorologie et dans le domaine militaire. Ils ont pour rôle de recevoir et de réémettre, vers une zone couvrant une partie de la surface terrestre, des signaux électromagnétiques.

Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement circulaire d'un satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et de déterminer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par un tel satellite.

1/ Énoncer la loi de gravitation universelle puis donner, schéma à l'appui, sa formulation vectorielle.

2/ En déduire l'expression vectorielle du champ de gravitation terrestre \vec{g} à l'altitude h.

Etablir alors l'expression de \vec{g} en fonction de sa valeur g_0 au sol, de l'altitude h et du rayon R de la Terre.

3/ Montrer que le mouvement du satellite géostationnaire est uniforme.

4/ Etablir, en fonction de g_0 , R et h, l'expression de la vitesse v du satellite sur son orbite et celle de sa période T.

5/ a/ Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

b/ Montrer, par un calcul, que l'altitude du satellite géostationnaire vaut $h = 3,58 \cdot 10^4$ km.

6/ Météosat-8 est un de ces satellites géostationnaires.

a/ Calculer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par Météosat-8.

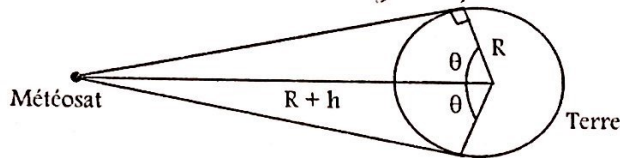
b/ Dire si les observations faites par Météosat-8 concernent toujours la même zone de la Terre ou non.

On donne :

► La surface S de la calotte sphérique de rayon R , vue sous l'angle 2θ depuis le centre de la Terre est donnée par: $S = 2\pi R^2(1 - \cos \theta)$.

► Rayon terrestre $R = 6400$ km; période de rotation de la Terre sur elle-même $T_T = 8,6 \cdot 10^4$ s

► Valeur du champ de gravitation terrestre au sol : $g_0 = 9,8$ S.I



EXERCICE 4:

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1/ Soit un satellite de masse m se trouvant à une distance d_1 du centre de la terre et à une distance d_2 du centre du soleil.

a/ Représenter les forces auxquelles il est soumis sur un axe joignant les centres de la terre et du soleil.

b/ Au point d'équigravité, les attractions de la terre et du soleil sont égales. Calculer en ce point la distance d_2 qui sépare le satellite du soleil.

On donne: $m = 2t$; $R_T = 6400$ km; $M_T = 610^{24}$ kg; $G_0 = 9,8$ m/s²; distance terre-soleil $d = 150 \cdot 10^6$ km;

M (soleil) = $2 \cdot 10^{30}$ kg.

2/ Un satellite tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire de rayon r , dans le plan équatorial terrestre. La Terre est supposée à symétrie sphérique.

Etablir l'expression de l'intervalle de temps Δt sépare deux passages consécutifs à la verticale d'un point donné de l'équateur en fonction de T_T (période de la terre) et T_s (période du satellite):

a/ Lorsque le satellite se déplaçant dans le même sens de rotation que la terre.

b/ Lorsque le satellite se déplaçant dans le sens opposé de rotation que la terre.

EXERCICE 5

La terre est assimilable à une sphère homogène de centre O , de masse M et de rayon R . Le champ de gravitation créé par la terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est: $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{u}$;

relation où G la constante de gravitation universelle et $\vec{u} = \frac{\vec{OA}}{OA}$

1/ Un satellite S de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de la terre.

Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que S est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

a/ Exprimer la vitesse v de S en fonction de l'intensité g_0 du champ de gravitation au sol, de R et de r .

b/ Déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T .

A.N: $R = 6400$ km; $r = 8000$ km; $g_0 = 9,8$ m.s⁻².

2/ A partir du travail élémentaire $dw = \vec{f} \cdot d\vec{r}$ de la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de \vec{f} , lors de son déplacement du sol jusqu'à l'ordre de rayon r est donné par: $W = m g_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$.

3/ En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système terre - satellite en fonction de g_0 , m , r et R . On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.

4/ Exprimer l'énergie cinétique de S en fonction de m , g_0 , r et R . Déduire l'expression de l'énergie mécanique totale.

5/ Il se produit une très faible variation dr du rayon, telle que la trajectoire puisse toujours être comme circulaire. Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que $dv = -\frac{\pi}{T} dr$