LYCEE D'EXCELLENCE PRIVE ROSE DIENG KUNTZ
324 Cité du golf – Cambérène Golf Sud
Tel. 221 33 877 23 31 / 76 266 22 22 -BP: 5018 Dakar Fann – SENEGAL
Email: leprosedieng@ism.edu.sn

Dynamique du point matériel

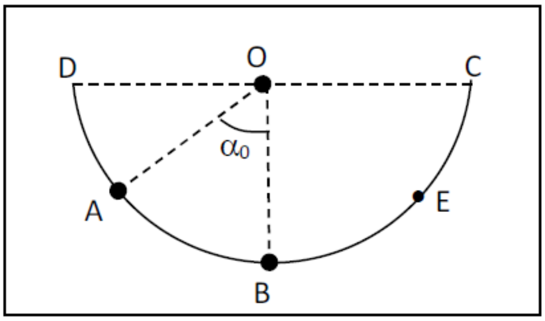
Exercice n°1 : solide sur un plan incliné

Un solide de masse m = 2 kg, abandonné en A sans vitesse initiale, glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Les forces de frottements sont équivalentes à une force $\vec{f}$ constante d'intensité f = 2 N. On prendra g = 10 N. kg^{-1}.

1. Utiliser le théorème du centre d'inertie pour calculer l'accélération a du solide.
2. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la distance nécessaire pour que la vitesse du solide passe de la valeur $v_1 = 2$ m. s^{-1} acquise à l'instant t_1 à la valeur $v_2 = 5$ m. s^{-1} acquise à l'instant t_2.
3. Montrer que cette distance peut être calculée en utilisant une autre relation.

Exercice n°2

Un solide de petites dimensions, considéré comme un point matériel, de masse m = 20 g glisse sans frottement à l'intérieur d'une demi- sphère de centre O et de rayon r = 8 cm en un lieu où g = 9,8 N/kg Au cours de son mouvement, la position du solide est repérée par l'angle α que fait la verticale passant par O avec OA.



1. On lâche le solide sans vitesse initiale d'un point A caractérisé par l'angle $\alpha_0 = (\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}) = 30°$.

1.1. Représenter clairement les forces appliquées au solide au point A.

1.2. Donner les caractéristiques du vecteur- vitesse $\vec{V}_B$ du solide au passage par le point B situé au fond de la demi- sphère.

1.3. Donner les caractéristiques du vecteur- accélération $\vec{a}$ du solide au passage par le point B. Préciser ses composantes normale et tangentielle.

1.4. Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la demi- sphère sur le solide en B.

2. On veut que le solide atteigne le point C situé dans le plan horizontal passant par le point O.

2.1. Avec quelle vitesse minimale doit-on le lancer depuis le point A pour qu'il atteigne C ?

2.2. En réalité $v_A = 2,0$ m. s^{-1} ; que se passe-t-il ? Etablir l'équation horaire du mouvement du solide au- delà du point C. De combien s'élèvera-t-il au-dessus du plan horizontal passant par le point C ?

3. Le solide, lancé du point A avec une vitesse initiale $v_A = 1$ m. s^{-1}, atteint un point E situé entre B et C puis rebrousse chemin. Calculer l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OE})$ que fait la verticale passant par O avec OE.

Exercice n°3

Au plafond d'un véhicule situé sur une route rectiligne et horizontale, on accroche un pendule constitué d'une petite sphère assimilable à un point matériel de masse m = 10 g, suspendue à un fil inextensible de longueur $\ell = 50$ cm et de masse négligeable.

1. La vitesse du véhicule passe de $V_1 = 60$ km. h^{-1} à $V_2 = 70$ km. h^{-1} et le pendule fait un angle $\alpha_1 = 30°$ avec la verticale.

1.1. Faire un schéma représentant les forces appliquées au pendule et indiquer le sens du mouvement du véhicule.

1.2. Déterminer la durée de la variation de la vitesse.

2. Le véhicule est à l'arrêt.

2.1. Quelle est la position du pendule ?

2.2. On communique au pendule une énergie de $3{,}0.10^{-2}$ J. Il passe à une position P_2, faisant un angle α_2 avec la verticale. L'intensité de la vitesse $\vec{V}_0$ en ce point vaut 2,0 m. s^{-1}. Calculer l'angle α_2.

3. Au passage par la position P_2, le fil casse.

3.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

3.2. Calculer l'abscisse du point C où la sphère touche le sol, sachant que le point P_2 est à 20 cm au-dessus du sol.

On donne : $g = 10$ m. s^{-2}.

Exercice n°4

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur terrestre. La vitesse de lancement $\vec{V}_0$ fait avec le plan horizontal un angle de tir α. La résistance de l'air est négligée. On étudie le mouvement du centre d'inertie du projectile.

On donne : $V_0 = 200$ m. s^{-1} ; $g = 9{,}8$ m. s^{-2}.

1. Etablir les équations horaires du mouvement.
2. Etablir l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
3. Etablir l'expression de la portée horizontale.
4. Déterminer la portée maximale.
5. Etablir l'expression de la flèche, c'est-à-dire l'altitude maximale h_{max} atteinte par le projectile. Quelle est la valeur maximale de la flèche ?
6. Déterminer la vitesse à l'altitude h = 100 m si $\alpha = 30°$.
7. Le projectile étant lancé avec la vitesse V_0, calculer pour une portée horizontale d = 2 500 m :

7.1) les angles possibles du tir ;

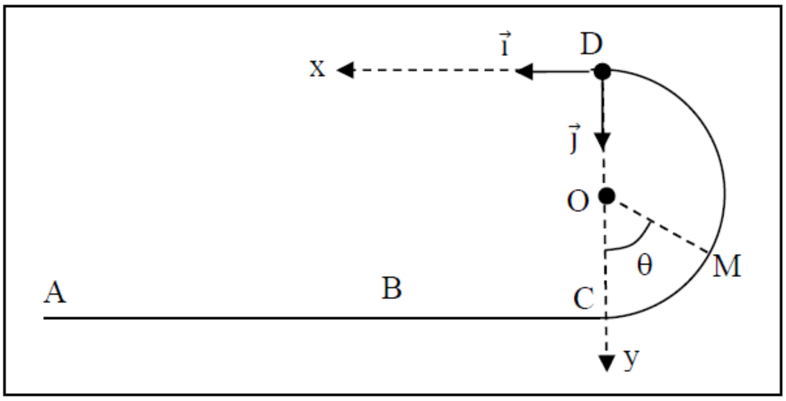
7.2) la flèche ;

7.3) la durée du tir, l'impact se faisant sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement ;

Exercice n°5

Dans tout le problème, on négligera les frottements et on prendra $g = 10$ m. s^{-2}.

La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical : elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion CD qui est un demi-cercle de centre O et de rayon r = 1 m.



Le projectile de masse m = 0,5 kg est initialement au repos en A. On le lâche sur la piste, en faisant agir sur lui, le long de la piste AB de sa trajectoire une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose ℓ = 1,5 m et BC = 5 m.

1. Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM}) = \theta$, établir en fonction de F, ℓ, m, r, θ et g, l'expression de :

1.1) la valeur V_M de la vitesse du projectile ;

1.2) l'intensité R_M de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

2. Quelle intensité minimale F_0 faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile atteigne le point D ?

3. On donne à la force $\vec{F}$ la valeur F_1 = 15 N.

3.1. Avec quelle vitesse le projectile arrive-t-il au point D ?

3.2. Quel est le mouvement ultérieur du projectile après avoir dépassé le point D ? Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère $(D, \vec{i}, \vec{j})$.

3.3. A quelle distance de la verticale passant par C, le projectile va-t-il toucher le plan ABC ?

3.4. Calculer la vitesse du projectile à l'instant où il touche le plan ABC.

3.5. Avec quelle force $\vec{F}_2$ faut-il lancer le projectile pour qu'il touche le plan ABC en un point situé à 3 m de C ?

Exercice n°6

Une petite sphère solide (S) de rayon négligeable, de masse m = 20 g est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible sans masse. La distance de O au centre A de la sphère est OA = ℓ = 20 cm.

1. On écarte la sphère (S) de la position d'équilibre, le fil faisant un angle $\alpha_0 = 60°$ avec la verticale. On lâche la sphère sans vitesse initiale.

1.1) Déterminer à un instant t quelconque, la vitesse linéaire du solide en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale.

1.2. Calculer cette vitesse et la tension du fil au passage par la position d'équilibre.

2. La sphère décrit maintenant une circonférence de centre O, et de rayon ℓ. Le fil est coupé brusquement quand la sphère passe par le point C, point le plus bas de sa trajectoire avec la vitesse de 5 $m.s^{-1}$.

2.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

2.2. A quelle distance de la verticale de C, la sphère touchera-t-elle le sol sachant que C est à 2 m du sol ?

2.3. Déterminer au point de chute, les composantes du vecteur-vitesse. Calculer son module.

On donne : g = 10 $m.s^{-2}$.

Exercice n°7

Dans tout le problème, on prendra : g = 10 $m.s^{-2}$.

A. Un fusil de masse M = 3,6 kg tire suivant une horizontale Ox des balles de masse m = 10 g. La vitesse d'une balle à la sortie du canon est V_0 = 200 $m.s^{-1}$. Chaque balle assimilée à un point matériel est située, avant la mise à feu, à la distance ℓ = 50 cm de la sortie O du canon sur l'axe Ox de celui-ci.

1. On suppose que le mouvement de la balle à l'intérieur du canon est rectiligne uniformément varié suivant l'axe du canon. Calculer :

1.1) l'accélération de ce mouvement ;

1.2) le temps θ écoulé entre la mise à feu et la sortie de la balle du canon.

2. On considère comme isolé le système constitué par la balle et le fusil.

2.1. Etablir l'expression de la vitesse $\vec{V}$ de recul du fusil et celle de son énergie cinétique à la date θ où la balle sort du canon.

2.2. L'épaule du tireur s'oppose au recul du fusil en développant une force supposée constante, de module f. Sachant que la crosse du fusil s'immobilise après un parcours d = 2 cm, calculer f.

B. On s'intéresse maintenant au mouvement de la balle après sa sortie du canon en négligeant la résistance de l'air. Le tireur tire sur une cible A située sur Ox à la distance D de O. On désigne par Oy la verticale de O orientée vers le bas. L'axe du canon fait à présent un angle α avec l'horizontale Ox de telle sorte que la sortie du canon coïncide toujours avec le point O.

1. On désire déterminer l'angle α_0 dont le tireur doit incliner l'axe de son fusil sur l'horizontale Ox pour que la balle atteigne le point A.

1.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la balle pour un angle d'inclinaison quelconque α.
Quelle est la nature de cette trajectoire ?

1.2. Etablir l'expression donnant α_0 en fonction de D et V_0 et montrer que α_0 peut prendre deux valeurs dont la plus petite sera dénommée β.

A.N. : Calculer β pour D = 460 m. On admettra que pour un angle θ inférieur à 0,12 rad, on peut écrire : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; $\sin\theta \approx \theta$ en radian.

2. Un obstacle plan, vertical et perpendiculaire à Ox se dresse devant le tireur. Sa hauteur au-dessus du plan horizontal passant par O est légèrement inférieure à l'altitude maximale H qu'atteint la balle au-dessus de ce même plan sur la trajectoire précédente.

2.1. Quelle est, en grandeur et direction, la vitesse de la balle en ce point d'altitude maximale ? En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de H. Calculer sa valeur numérique.

2.2. Quelle doit être la position de l'obstacle afin que l'inclinaison β ne soit pas modifiée, la cible étant toujours le point A ?

Exercice n°8

On se propose d'étudier un coup de pied de pénalité au cours d'un match de rugby. Au moment du coup de pied, le ballon de masse m = 420 g se trouve au sol en O face aux poteaux à la distance L = 60 m. Le tireur lui communique une énergie cinétique de translation E_c = 120 J et le fait partir dans le plan (Ox, Oz) avec un angle α = 50° par rapport au sol (voir figure).

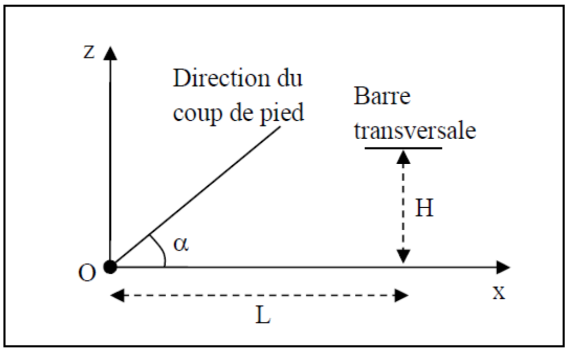
On négligera l'action de l'air ; on admettra que le champ de pesanteur de valeur g = 9,8 m. s^{-2} est uniforme et on étudiera le mouvement du centre d'inertie du ballon.

1. Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le plan (Ox, Oz) en fonction de α, g et V_0 la vitesse initiale.

Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme : $z = -\frac{mg}{4E_c\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$.

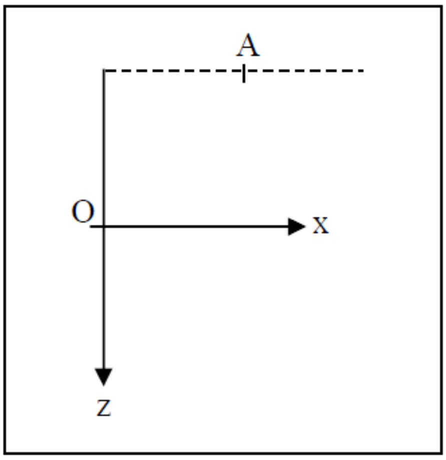
2. Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale qui se trouve à la hauteur H = 3,0 m. La pénalité est-elle marquée ? Justifier la réponse.

3. Donner l'expression littérale, puis calculer, la durée entre l'instant du tir et l'arrivée du ballon au sol.



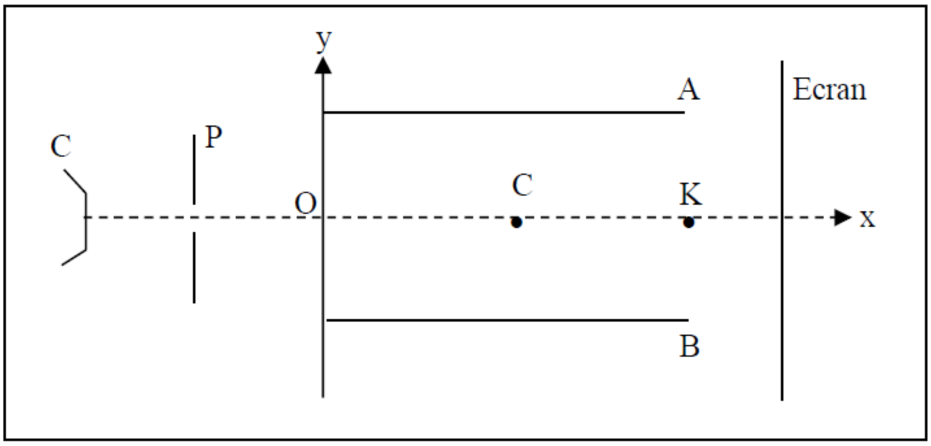
Exercice n°9

1. Un jeune homme, sur le balcon du premier étage d'une maison, coudé sur le garde-fou, laisse tomber, par mégarde, une des petites billes de masse m = 20 g chacune, qu'il a en main.
Dans un repère (Ox, Oy) dont l'origine O est prise au sol situé à 3,2 m du point de chute A de la bille, on étudie le mouvement de la bille (voir figure).
1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
1.2. On néglige toutes les forces passives. Appliquer le théorème énoncé ou bien utiliser toute autre voie pour déterminer la nature du mouvement pris par la bille.
1.3. En déduire les équations horaires.
1.4. Ecrire l'équation de la trajectoire.
1.5. Calculer la date d'arrivée au sol de la bille. On donne : $g = 10\ m.\ s^{-2}$.
2. Du point A, le jeune-homme lance à présent vers le haut une autre petite bille identique à la première, avec une vitesse $\vec{V}_A$ d'intensité $V_A = 2{,}4\ m.\ s^{-1}$ qui fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.
2.1. Ecrire l'équation de la trajectoire de la bille.
2.2. En déduire l'altitude maximale h_m atteinte par la bille et l'abscisse du point B où elle repasse par le plan horizontal contenant le point A.



Exercice n°10

♦Données : Charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg.
1. Un faisceau d'électrons est émis par une cathode C, avec une vitesse pratiquement nulle. Ce faisceau d'électrons est accéléré par une tension U_1 appliquée entre la plaque P et la cathode C (voir figure).



a) Déterminer le signe de $U_1 = V_P - V_C$ et le sens du champ électrique $\vec{E}_1$ existant entre la plaque P et la cathode C.

b) Quelle est la nature du mouvement d'un électron entre C et P ?

c) Calculer la tension U_1 pour que les électrons arrivent sur la plaque P avec la vitesse $v_1 = 25000$ km. s^{-1}.

2. La plaque P est percée d'un trou laissant passer les électrons. Ces électrons, en faisceau homocinétique, pénètrent à la vitesse $\vec{v}_1$ suivant l'axe horizontal Ox, dans un déflecteur électrostatique constitué de deux armatures A et B d'un condensateur plan.

Soient d, la distance entre les deux armatures, ℓ, leur longueur, D, la distance du centre I du condensateur à l'écran fluorescent, $U = V_A - V_B > 0$, la tension entre les armatures et $\vec{E}$ le champ électrique qui règne entre les armatures.

On donne : U = 100 V ; D = 0,4 m ; ℓ = 0,1 m ; d = 2,5 cm.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre les armatures. En déduire la nature du mouvement.

b) Déterminer les coordonnées du point S par lequel le faisceau d'électrons sort du condensateur. Que vaut la déviation verticale h du faisceau à la sortie du déflecteur ?

c) Déterminer la déviation angulaire en fonction de v_1, e, m, E et ℓ puis faire l'application numérique.

d) Déterminer la vitesse v_S de sortie d'un électron.

e) Montrer que la déviation linéaire H sur l'cran n'est fonction ni de la masse, ni de la charge de l'électron.

f) Quelle est la vitesse d'un électron à son arrivée sur l'écran fluorescent ?

3. La chambre à vide associée au déflecteur électrostatique constitue un tube électronique expérimental dont la déflexion (ou déviation) verticale h peut être réglée à partir de la tension accélératrice U_1.

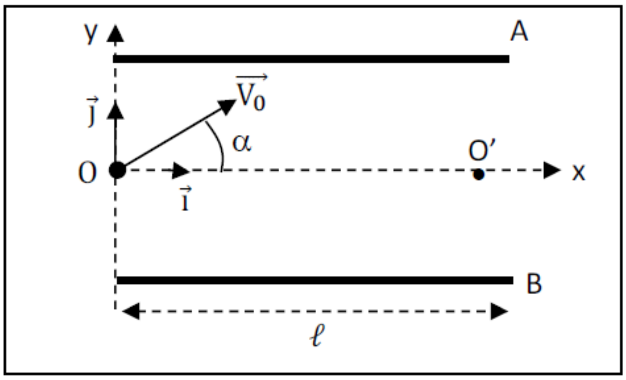
a) Montrer que la déviation verticale h à la sortie du condensateur est fonction de U_1, ℓ et E.

b) Montrer que les électrons ne peuvent sortir de l'espace entre les armatures (du côté de l'armature A) que pour un champ électrique $E \leq \frac{2U_1 d}{\ell^2}$. Calculer dans ce cas la valeur maximum U_{max} de la tension U.

Exercice n°11

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques parallèles horizontales rectangulaires A et B de longueur ℓ et séparées par une distance d. En chargeant les plaques, on crée entre elles un champ -électrostatique uniforme $\vec{E}$. L'expérience a lieu dans le vide. On raisonnera dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le point O étant équidistant des plaques et situé à l'entrée du condensateur.

Un faisceau homocinétique de protons de masse m arrive en O avec la vitesse $\vec{v}_0$ contenue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et faisant avec l'axe x'x un angle α (voir figure).



1.

1.1. Indiquer en le justifiant le sens du champ électrique $\vec{E}$ et le signe de la tension $V_A - V_B = U$ pour que le faisceau de protons puisse recouper l'axe x'x.

1.2. Etablir l'équation de la trajectoire du faisceau de protons ; en déduire la nature du mouvement.

2.

2.1. Exprimer littéralement la condition qui doit être vérifiée par la tension U si l'on veut que le faisceau de protons sorte du condensateur par le point O' situé sur l'axe x'x.

2.2. Calculer la valeur numérique de U.

On donne : $v_0 = 500$ km. s^{-1} ; $\alpha = 30°$; $\ell = 20$ cm ; d = 10 cm ; m = $1,6.10^{-27}$ kg ; e = $1,6.10^{-19}$ C.

2.3. La tension U ayant la valeur précédemment calculée, déterminer la hauteur maximale atteinte par le faisceau de protons au-dessus de l'axe x'x.

2.4. A quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons ?

Exercice n°12

Dans ce qui suit, on se propose de déterminer la viscosité d'une « huile moteur ». Pour cela, on étudie la chute verticale d'une bille en acier d'abord dans l'air puis dans l'huile. Dans les deux cas, la bille est lâchée sans vitesse initiale à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) vertical et orienté vers le bas et l'instant de lâcher est pris comme origine des dates t = 0.
Sur la bille s'exercent les trois forces suivantes :

- Son poids $\vec{p}$;
- La résistance $\vec{f}$ du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité $f = 6\pi\eta r V$, expression où η est la viscosité du fluide supposée constante, V la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon ;
- La poussée d'Archimède $\vec{F}$ qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité $F = \rho V_B g$ relation où ρ est la masse volumique du fluide, V_B le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

3.1 Etude du mouvement de la bille dans l'air.

3.1.1. Représenter les forces appliquées à la bille à une date t > 0. **(0,25 point)**

3.1.2. Calculer l'intensité de chacune de ces forces pour V = 5 m/s. En déduire qu'on peut négliger les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ devant celle du poids. **(0,5 point)**

3.1.3. Etablir les équations horaires de la vitesse V(t) et de l'abscisse x (t) de la bille puis préciser la nature du mouvement de la bille dans l'air. **(0,5 point)**

3.1.4. Au bout d'un parcours de 50 cm depuis le point O, la bille acquiert une vitesse de 3,16 m/s. Montrer que cette information confirme l'approximation faite à la question 3.1.2.**(0,5 point).**

3.2. Etude du mouvement de la bille dans l'huile

3.2.1. Les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ ne sont plus négligeables devant celle du poids. Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille peut s'écrire sous la forme : $\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau}V = C$ où C et τ sont des constantes. **(0,5 point)**

3.2.2. Donner l'expression de C en fonction de g, ρ_{ac} (masse volumique de l'acier) et ρ_h (masse volumique de « l'huile moteur ») puis exprimer τ en fonction de ρ_{ac}, r et η (viscosité de l'huile moteur). Vérifier que C = 8,4 m.s^{-2}. **(0,75 point)**

3.2.3. Au bout d'un temps suffisamment long, l'accélération de la bille s'annule. La vitesse obtenue à partir de cet instant est appelée vitesse limite de module $V_{\ell im}$

a) Décrire la nature du mouvement de la bille après que l'accélération s'annule puis exprimer la vitesse limite $V_{\ell im}$ en fonction de τ et C. **(0,5 point)**

b) On trouve expérimentalement que $V_{\ell im}$ = 4,2 cm/s. Quelle valeur de τ peut-on en déduire ? **(0,5 point)**

3.2.4. Déterminer la valeur de la viscosité η de « l'huile-moteur ». **(0,5 point)**

Données :
Masse volumique de l'acier : $\rho_{ac} = 7,8 \times 10^3$ kg/m^3 ; masse volumique de l'air : $\rho_0 = 1,3$ kg/m^3
Masse volumique de l'huile moteur : $\rho_h = 1,26.\ 10^3$ kg/m^3 ; viscosité de l'air : $\eta(air) = 1,85.10^{-5}$ SI
Rayon de la bille r = 1,5 mm : Volume de la bille $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$; g = 10 N/kg