SERIE D'EXERCICES SUR ENERGIE CINETIQUE

Exercice 1

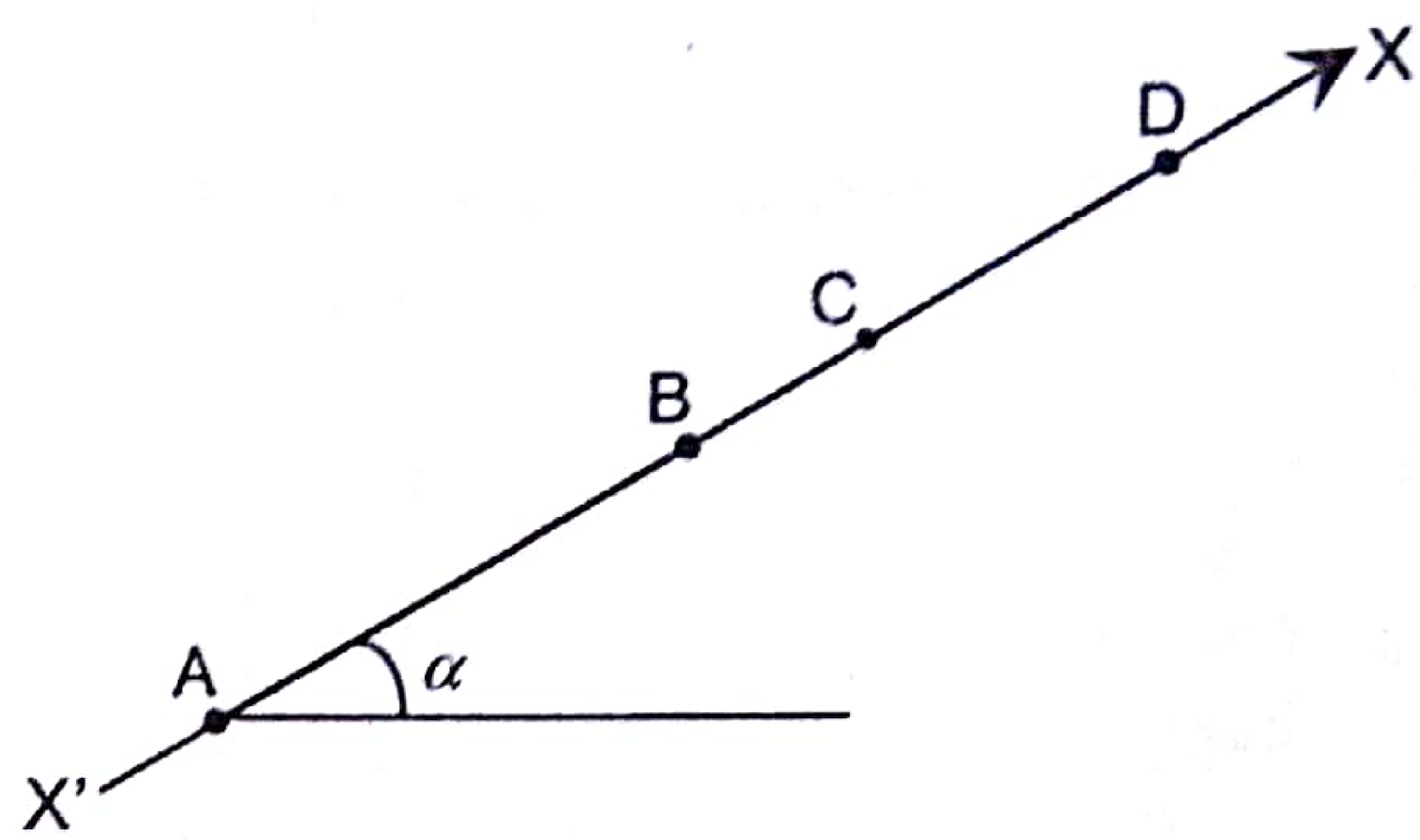
On considère un véhicule de masse m = 1000 kg en mouvement sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal. Au cours de son mouvement, le véhicule est constamment soumis à des forces de frottement dont la résultante $\vec{f}$ est dirigée dans le sens contraire à celui du vecteur vitesse et a pour valeur f = 400 N. Lorsque le véhicule se déplace, son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente représentée par l'axe X'X.

1. Sous l'effet d'une force motrice $\vec{F}$, développée par le moteur et de même direction que la ligne de plus grande pente, le véhicule quitte la position A avec une vitesse nulle et atteint la position B avec une vitesse de valeur $V_B = 20\ m.s^{-1}$. La distance entre A et B est AB = d = 100 m.

1.1. Représenter toutes les forces qui s'exercent sur le véhicule, supposées appliquées en son centre d'inertie G.

1.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au véhicule, montrer que la valeur de la force $\vec{F}$ s'écrit :

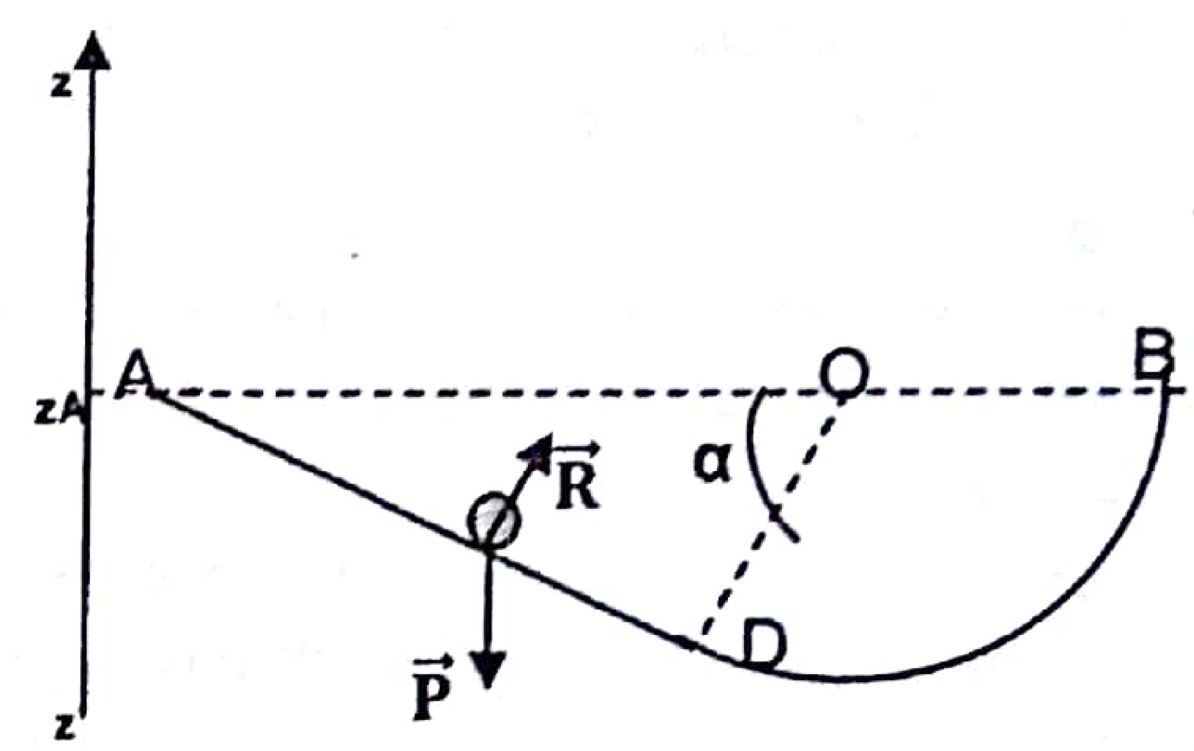
$F = m\left[g\sin\alpha + \frac{V_B^2}{2d}\right] + f$. Calculer F.



2. Lorsque le véhicule passe en B, la force $\vec{F}$ est supprimée. Le véhicule continue son mouvement jusqu'à la position C où sa vitesse s'annule. Montrer que $BC = \frac{mV_B^2}{2(f + mg\sin\alpha)}$.
3. Quelle doit être la nouvelle valeur de $\vec{F}$ pour que le véhicule atteigne le point D avec une vitesse nulle, sachant que BD = AB.

Exercice 2

Un solide (S) de masse $m = 100\ g$, de dimensions négligeables, peut glisser dans une gouttière ADB dont le plan de symétrie est vertical et qui est formée d'une partie inclinée AD et d'une partie circulaire DB de rayon r = 50 cm. $\widehat{AOD} = 60°$.



1. (S) est abandonné en A sans vitesse initiale. A quel niveau remonterait-il si les frottements étaient négligeables ?

2. On constate que (S) remonte jusqu'en C tel que $\widehat{BOC} = 30°$.
En déduire le travail des forces de frottement entre A et C et la valeur moyenne f_m de ces forces. On prendra g = 9,8 N.kg^{-1}.

Exercice 3

On considère une couronne cylindrique homogène de rayon intérieur R_1 = 10 cm, de rayon extérieur R_2 = 20 cm et de hauteur h = 5 cm. Elle est mise en rotation autour de son axe (Δ) à la vitesse de 6000 tr.min^{-1}.

1. Montrer que le moment d'inertie J_Δ de la couronne par rapport à un axe (Δ) passant par son centre d'inertie peut se mettre sous la forme : $J_\Delta = a\,(R_2^4 - R_1^4)$ où la constante a dépend de la masse volumique μ de la couronne et de la hauteur h. Faire l'application numérique.

2° Calculer l'énergie cinétique de rotation. **Donnée : masse volumique de la couronne** : μ = 7800 kg.m^{-3}.

Exercice 4

Un volant de masse m = 1960 kg tourne autour de son axe de révolution (Δ) à raison de 1200 tours par minute.
Il est assimilable à un cylindre homogène plein de rayon R = 50 cm.

1. Calculer le moment d'inertie J_Δ du volant par rapport à l'axe (Δ).
2. Quelle est la variation de la vitesse angulaire du volant (en tours par minute) lorsque le volant perd $\frac{1}{100}$ de son énergie cinétique ?
3. On applique au volant une force $\vec{F}$ en un point A situé à d = 40 cm de l'axe (Δ) et tangente au cercle passant par A et centré sur l'axe (Δ). Au bout de combien de tours le volant va-t-il s'immobiliser ?

Exercice 5

Une sphère homogène de centre O et de rayon R tourne autour d'un de ses diamètres. Soit $E_c(R)$ l'énergie cinétique de cette sphère. Soit $E_c(r)$ l'énergie cinétique de la sphère intérieure de centre O et de rayon r tel que r < R.

1. Exprimer le rapport $\frac{E(r)}{E(R)}$ en fonction de $\frac{r}{R}$.
2. Comparer les énergies cinétiques de la sphère intérieure de rayon $r = \frac{R}{2}$ et du reste de la grande sphère.

Exercice 6

Un solide S de masse m=200g est suspendu à un ressort de constante de raideur $K=50N.m^{-1}$.

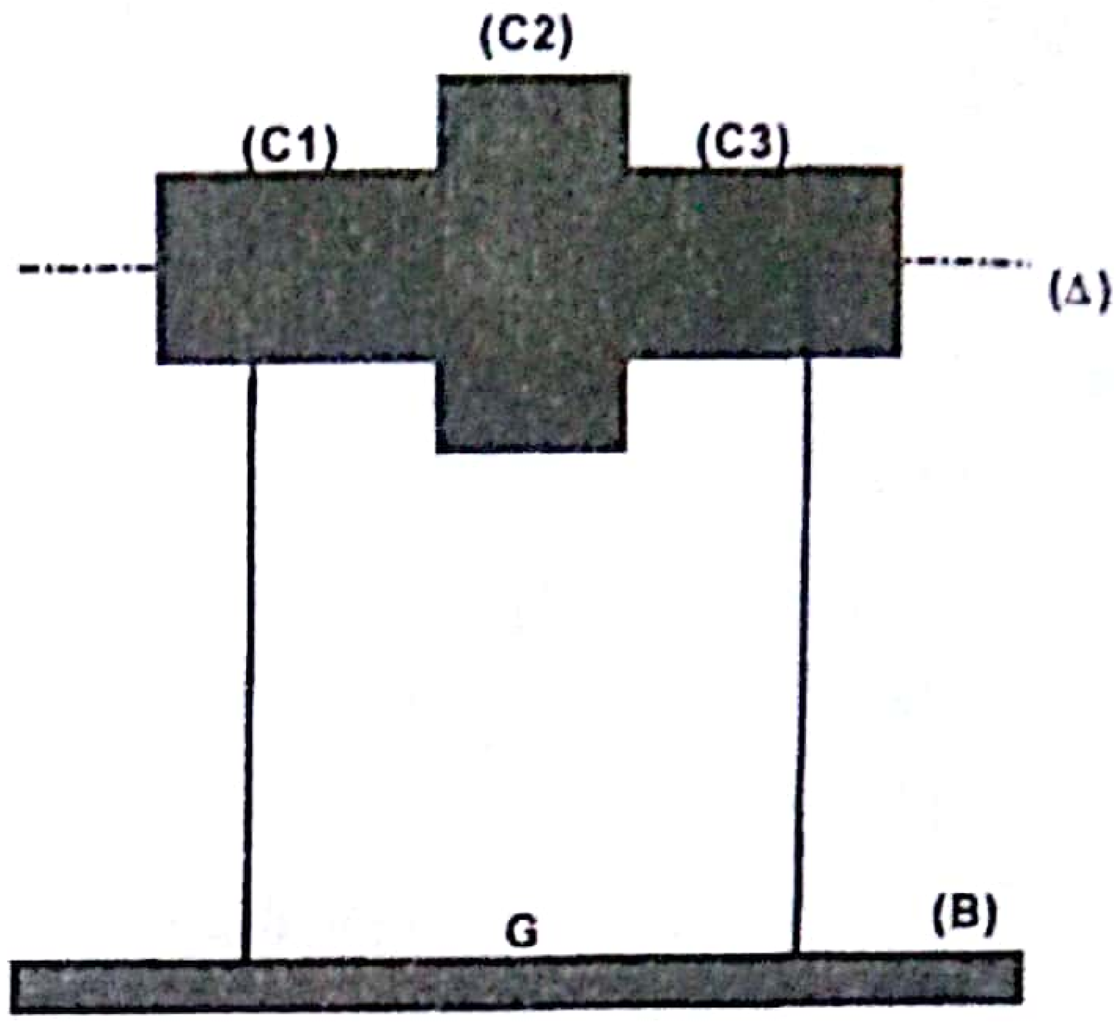
1. Quel est l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort à l'équilibre ?
2. On écarte S de sa position d'équilibre en l'abaissant de 2cm, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.
   2.1. Quelle est la vitesse de S lorsque le solide repasse par sa position d'équilibre ?
   2.2. Quel est l'allongement minimal du ressort ?

Exercice 7

Un solide (S) homogène est formé de trois cylindres (C_1), (C_2) et (C_3) accolés et ayant le même axe de révolution (Δ). Les cylindres (C_1) et (C_3) sont identiques ; ils ont la même masse m et le même rayon r.

Le cylindre (C_2) a une masse M = 4 m et un rayon R = 2r.

Le solide (S) est mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal confondu avec son axe de révolution. La barre (B) homogène, de masse M' = 3 m, est suspendue par deux fils verticaux, inextensibles et de masse négligeable, enroulés sur les cylindres (C_1) et (C_3) auxquels ils sont fixés par leurs extrémités. La barre (B) est abandonnée sans vitesse initiale.

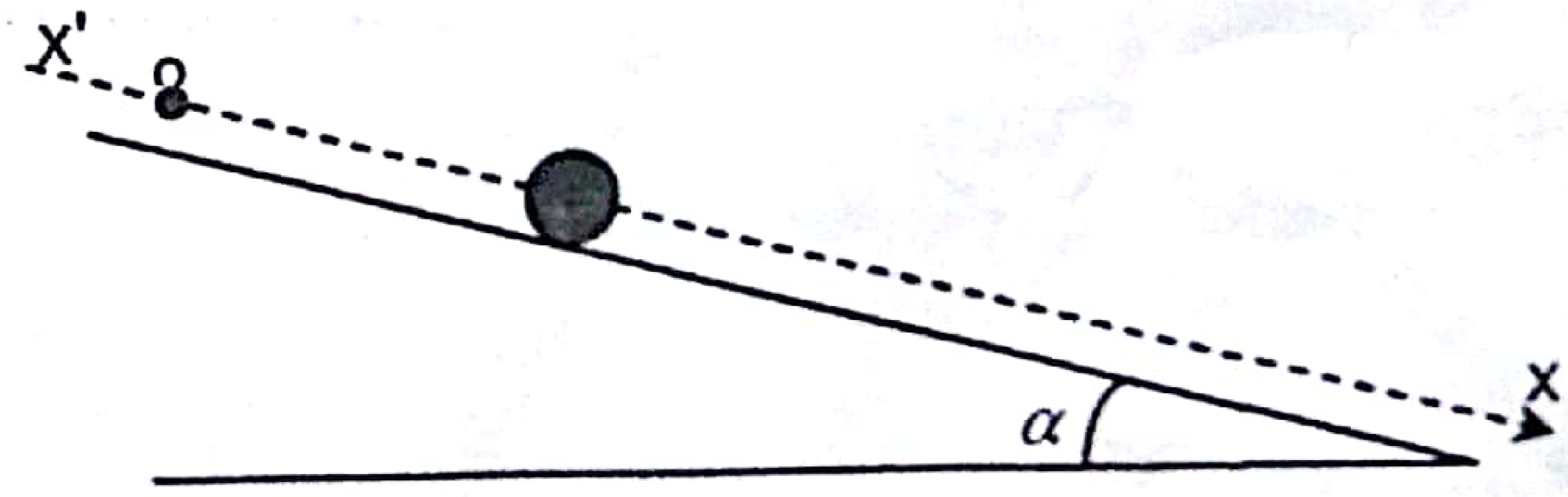


1. Calculer, en fonction de m et de r, le moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe (Δ).
2. Exprimer en fonction de m et V (vitesse du centre d'inertie G de la barre), l'énergie cinétique du système {(S) + (B)}.
3. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de V en fonction de g et de h, hauteur de chute de la barre.
4. Pour une hauteur de chute h = 2 m, calculer la vitesse acquise par la barre (B) et la vitesse de rotation du solide (S).Donnée : $g = 10\ N.kg^{-1}$; r = 20 cm.

Exercice 8

On étudie le mouvement d'une bille d'acier de masse m et de rayon r, dans une gouttière rectiligne incliné d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale comme indiqué sur la figure ci-contre.

Un dispositif, non représenté sur la figure, permet de mesurer la durée t mise par le centre de gravité de la bille pour parcourir la distance x, à partir de sa position de départ O d'où elle a été libérée sans vitesse initiale. On détermine ensuite sa vitesse instantanée.



Une série de mesure a permis d'obtenir le tableau de mesures suivant :

t (s)	0	0,57	0,81	0,99	1,15	1,28	1,41
x (cm)	0	20	40	60	80	100	120
v ($m.s^{-1}$)	0	0,68	0,97	1 ,19	1,38	1,54	1,69

1. Tracer le graphe de la fonction V = f(t). Echelle : 1 cm ↔ 0,1 sen abscisses ; 1 cm ↔ 0,1 $m.s^{-1}$ en ordonnées. Montre que la vitesse du centre de gravité de la bille peut s'écrire sous la forme V = a.t ; avec a une constante que l'on déterminera en précisant son unité S.I.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la vitesse qu'aurait la bille à la date t = 1,15 s si elle glissait sans frottement ; c'est-à-dire sans rouler dans la gouttière. Comparer la valeur obtenue avec la valeur expérimentale. Conclure.
3. On suppose maintenant que la bille roule sans glisser dans la gouttière. En appliquant encore le Théorème de l'énergie cinétique et en supposant nul le travail des forces de frottement, déterminer la vitesse du centre d'inertie de la bille à la date t = 1,15 s. Comparer avec la valeur expérimentale. Avait-t-on raison de supposer que les forces de frottement ne travaillent pas ?
4. Une étude a montré que l'intensité des forces de frottement est donnée par l'expression $f = \frac{5}{7} mg \sin\alpha$.
   Déterminer l'angle β que fait la réaction $\vec{R}$ avec la normale à la gouttière.

On donne : moment d'inertie d'une bille de masse m et de rayon r : $J = \frac{2}{5} m r^2$.

Exercice 9

Un cylindre homogène de rayon R=10cm et de hauteur h=10cm a pour moment d'inertie J_Δ par rapport à son axe longitudinal Δ. La masse volumique de la substance constituant le cylindre est $\rho=7{,}8 g.cm^{-3}$.

1. Etablir la relation entre J_Δ, ρ, h et R.
2. Quelle est l'énergie cinétique du cylindre lorsqu'il tourne à raison de $100 tr.mn^{-1}$ autour de son axe longitudinal?
3. Maintenant on néglige le rayon du cylindre de sorte à l'assimiler à une tige homogène de longueur h=10cm. La tige ainsi obtenue peut tourner autour d'un axe horizontal passant par l'une de ses extrémités. Elle est écartée de sa position d'équilibre stable d'un angle $\theta=60°$, puis lâchée sans vitesse initiale.

3.1. Quelle est la vitesse de l'extrémité libre de la tige lors de son passage à sa positiond'équilibre stable ?

3.2. La tige étant écartée toujours de $\theta = 60°$, quelle vitesse minimale faut-il donner à l'extrémité libre de la tige pour que cette dernière fasse un tour.

Exercice 10

Son centre d'inertie étant initialement animé de la vitesse $V=7 m.s^{-1}$, une sphère de rayon R=2cm et de masse m=300g monte une pente de 1%. Quelle distance parcourt-elle pour s'arrêter si elle est soumise à une force de frottement constante d'intensité f=5N lorsqu'elle :

1. glisse.
2. roule.

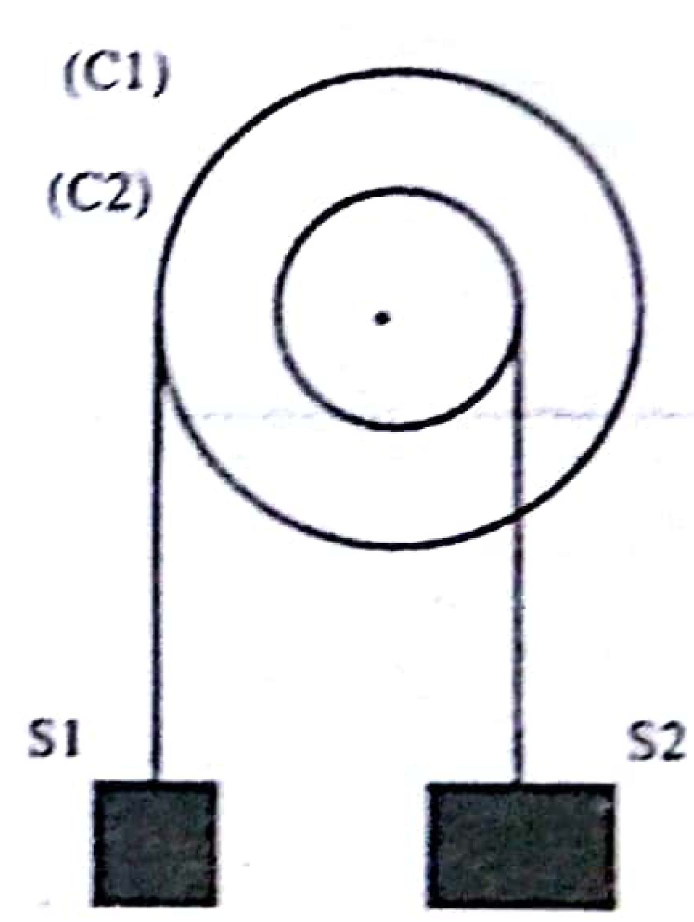
Exercice 11

Une poulie à deux gorges est constituée de deux disques homogènes solidaires de rayons R_1 et R_2. ($R_1=2R_2=20cm$), de masses m_1 et m_2 ($m_1=2m_2=500g$).

Sur les gorges de cette poulie passent deux cordes de masses négligeables supportant des solides S_1 et S_2 de masses respectives M_1 et M_2 ($M_1=\frac{2}{3}M_2= m_2$).

S_1 étant à 5m du sol, on lâche l'ensemble sans vitesse initiale.

On néglige les dimensions de S_1 et S_2 et les frottements.



1. Montrer que l'ensemble tourne dans le sens qui rabaisse S_1.
2. Exprimer les vitesses V_1 et V_2 de S_1 et S_2 lorsque S_1 est à une hauteur quelconque du sol.
3. Lorsque S_1 est à 3m du sol les cordes se cassent.
   - 3.1. Avec quelle vitesse S_1 touchera-t-il le sol ?
   - 3.2. Décrire le mouvement de S_2 tout juste après la cassure du fil.

Exercice 12:

Un skieur de masse m = 80 kg est mis en mouvement, à partir de sa position de repos O à l'aide d'un câble, sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. La tension du câble est représentée par une force $\vec{F}$ dont la droite d'action est parallèle à la ligne de plus grande pente. (fig 1).

Les frottements exercés par la piste sur le skieur sont équivalents à une force $\vec{f}$ de valeur constante et de sens opposé au déplacement.

Lorsqu'il atteint la position A d'abscisse x_A = 100 m, le câble se casse ; l'énergie cinétique du skieur s'annule alors en C d'abscisse x_C = 120 m.

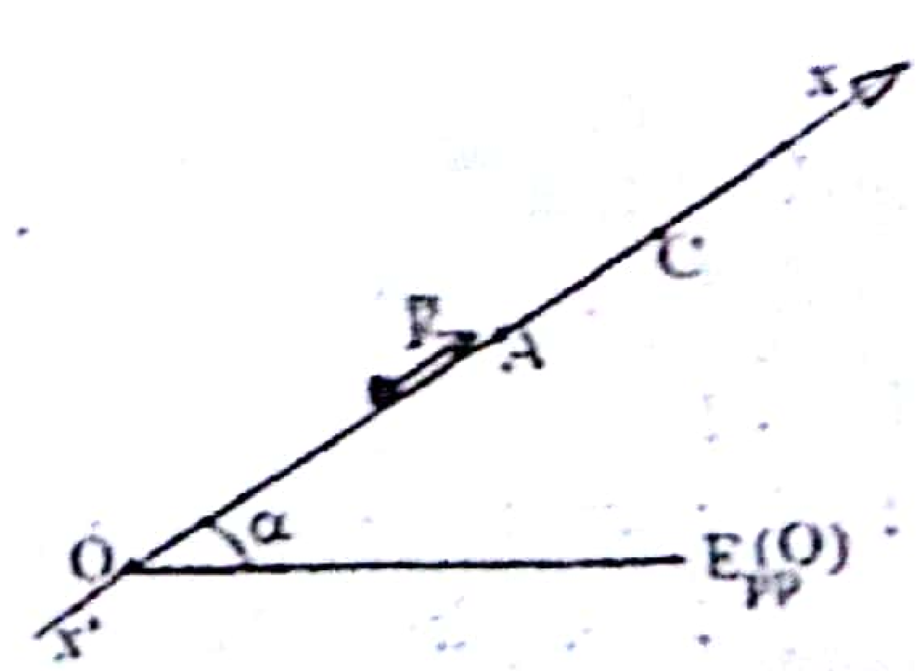


Fig1

Un dispositif de mesure approprié permet de tracer le diagramme de l'énergie cinétique E_c du scieur en fonction de l'abscisse x de son centre d'inertie par rapport au repère x'x d'origine O (figure2).

1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {skieur} :
   - 1.1. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_c en fonction de x, m, g, f, F et α, dans l'intervalle [0 ; 100 m].
   - 1.2. Donner l'expression de cette énergie cinétique E_c' en fonction de x, m, g, f et α, dans l'intervalle [100 m ; 120 m].
2. En déduire les valeurs de f et F.

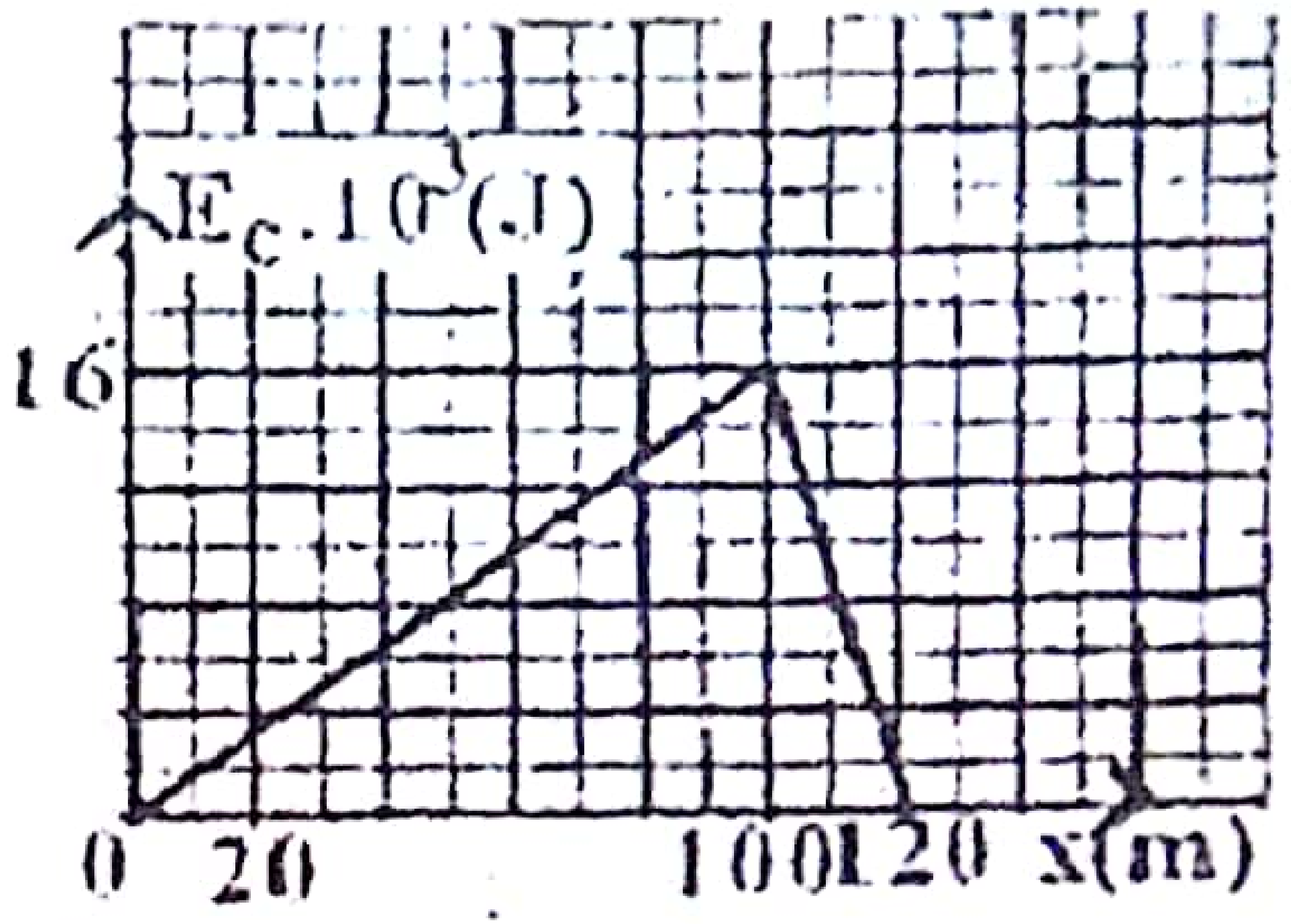


Fig2