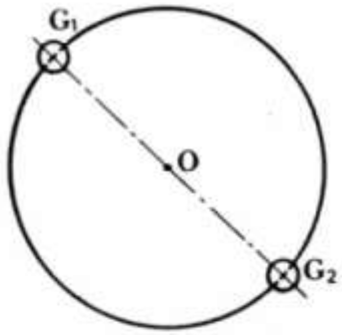
EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES – ENERGIE CINÉTIQUE

EXERCICE N°1

Un disque D, homogène de centre O, de rayon $R = 10$ cm, de masse $M = 200$ g, peut tourner dans le plan vertical autour de son axe de révolution Δ. Il est surchargé de deux masselottes sphériques, homogènes, de même masse $m = \frac{M}{4}$, de rayon $r = 1$ cm, et dont les centres G_1 et G_2, symétriquement disposés par rapport à Δ, sont situé à la distance R de cet axe. On rappelle l'expression :

- du moment d'inertie de D par rapport à Δ : $\frac{1}{2}MR^2$
- du moment d'inertie de l'une des sphères par rapport à un diamètre : $\frac{2}{5}mr^2$



1) Ecrire l'expression, en fonction de M, R et r, du moment d'inertie J du système par rapport à Δ.
2) Ecrire de même en fonction de R et M, l'expression du moment d'inertie I du système lorsque l'on assimile les sphères à des points matériels, de même masse m, situés en G_1 et G_2.
3) Exprimer en fonction de $\frac{r}{R}$ l'écart $\frac{J-I}{I}$. Calculer numériquement I et l'écart précédent.
4) Dans la suite du problème, on assimile les surcharges à des points matériels et le moment d'inertie à utiliser est donc I.
   Le disque surchargé est lancé à la vitesse angulaire $\omega_0 = 50$ rad/s. Un dispositif permet d'exercé sur le disque des forces de frottement dont le moment $\mathcal{M}$ par rapport à l'axe de rotation Δ est constant. Le disque s'arrête au bout de 10 tours.
   a) Déterminer la valeur du moment de frottement $\mathcal{M}$.
   b) Calculer la vitesse linéaire de G_2 lorsque le disque a effectué 6 tours.

EXERCICE N°2

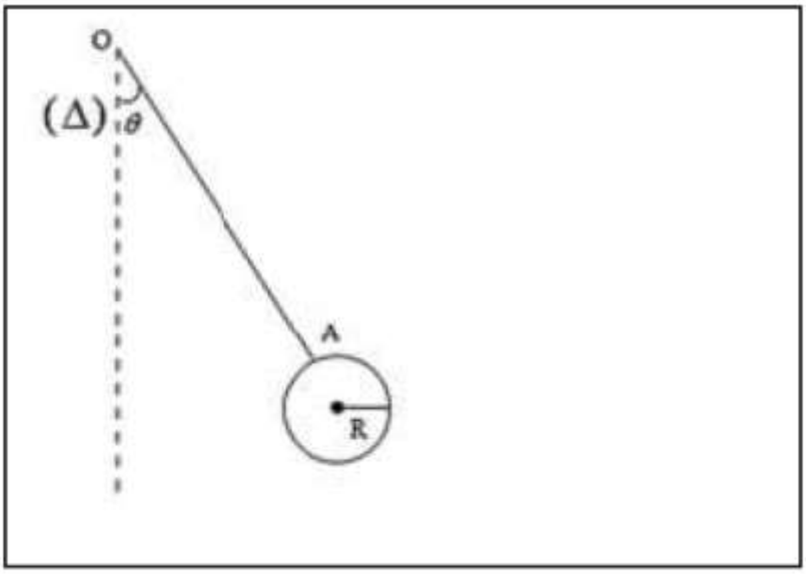
Le balancier d'une horloge peut être schématisé par un disque D et masse M de de rayon R soudé l'extrémité d'une tige AO de masse m et de longueur l. L'ensemble peut tourner autour de l'axe (Δ) passant par O.

- On donne $M = 2m = 1$ kg ; $l = 3R = 30$ cm.
- Moment d'inertie d'une tige de masse m et de longueur l par rapport à son centre d'inertie est $\frac{1}{12}ml^2$
- Moment d'inertie d'un disque de rayon R de masse M par rapport à son centre d'inertie: $\frac{1}{2}MR^2$

1) Montrer que le moment d'inertie Jo de l'ensemble par rapport à l'axe (Δ) passant au point O est $J_O = 18.\ 10^{-2}$ kg m².
2) Montrer que la position la centre d'inertie G de l'ensemble est $OG = \frac{19R}{6}$.
3) On écarte le système d'un angle $\theta = 60°$ par rapport à la verticale et on le lâche sans vitesse.
   a) Calculer la vitesse linéaire et angulaire du balancier lors de son passage par la position d'équilibre stable.

b) Avec quelle vitesse angulaire minimale il faut lancer le balancier pour qu'il effectue un tour complet. En déduire la vitesse linéaire du centre d'inertie du disque.

Donnée : g = 10 $N.kg^{-1}$



EXERCICE N°3

Une piste est formée d'une partie rectiligne AB de longueur ℓ = 2m incliné d'un angle β = 60° et d'une partie circulaire BCD de rayon r = 50 cm. Une bille de masse m = 500 g est lâchée sans vitesse initiale en A.

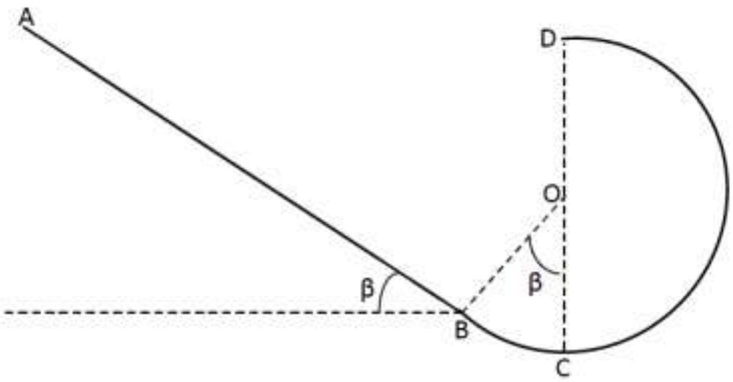
1. Calculer la vitesse de la bille au point B, C et D. On supposera que les frottements sont négligeables.
2. On constate qu'en D la vitesse n'a que la moitié de la vitesse précédente du fait de l'existence des forces de frottement entre A et D.

2.1. Montrer que la longueur du trajet ABCD notée L est donnée par $L = \ell + \frac{4}{3}\pi r$.

2.2. Montrer que l'intensité des forces de frottement f est donnée par $f = \frac{3mV_D^2}{8(l+\frac{4\pi r}{3})}$.

2.3. En déduire la valeur supposée constante de la force de frottement qui s'exerce sur la bille entre A et D.

On prendra g = 10 N/Kg.



EXERCICE N°4

Une bille de masse m = 50 g, de moment d'inertie $J = 1.10^{-3}$ $Kg.m^2$ et de rayon r = 5 cm, partie du point O d'un plan incliné OA avec une vitesse V_0 = 2 m/s, arrive au bas de ce plan en A avec une vitesse V_A. Puis sans perdre de vitesse, la bille aborde une piste circulaire ABC de centre D et de rayon R. Quelques instants après, la bille se trouve en un point M repéré par l'angle φ par rapport à la verticale (BD). Le plan incliné fait un angle θ = 30° par rapport à l'horizontale et a une longueur

OA = l = 5m. Les forces de frottement sur la bille sont équivalentes à une force constante f sur toute la longueur OA-ABC-CA.

Notons que le tronçon OA se trouve en plein air alors que l'intérieur de la portion circulaire est un vide poussée (absence d'air). Par ailleurs on ne négligera pas la poussée d'Archimède.

Le rayon de la bille est négligeable devant celui de la portion circulaire. Ainsi, sur la portion circulaire, la bille pourra être assimilée à un point matériel dépourvu d'énergie cinétique de rotation.

Soit V la vitesse linéaire de la bille à une portion quelconque du plan incliné sur la piste.

1. Exprimer l'énergie cinétique de la bille en un point quelconque du plan incliné en fonction de m, J, r et V.
2. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour montrer que le solide atteint le bas du plan incliné avec une vitesse

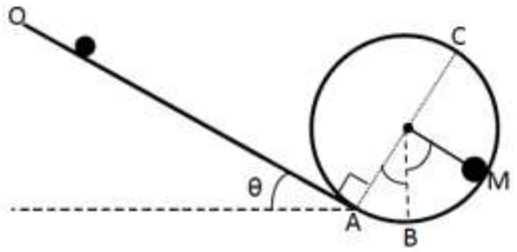
$$V_A = \sqrt{V_0^2 + \frac{2\left[(\rho-\rho_0)\frac{4}{3}\pi r^3 g\sin\theta - f\right].l}{\frac{J}{r^2}+\frac{4}{3}\pi r^3\rho}}$$

   Où ρ et ρ_0 sont respectivement les masses volumiques du solide et de l'air : $\rho = 8900\ \text{Kg/m}^3$ et $\rho_0 = 1{,}3$ g/L. Calculer alors V_A.
3. Montrer que sur la portion circulaire l'énargie cinétique est $Ec = \frac{1}{2}mV^2$.
4. Quelle relation existe-t-il entre α et θ?
5. Déterminer la vitesse V de la bille au point M, en fonction de V_A, α, φ, f, m, g et R.
6. Quelle est la vitesse minimale que doit avoir la bille à son premier passage en A pour atteindre le point C?

   On prendra θ = 30°.

Données :

- Volume de la bille : $V_{bille} = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Intensité de la poussée d'Archimède : $F_A = \rho_{fluide} \times V_{bille} \times g$



Exercice n°5

NB : Dans tout le problème on négligera les frottements et on prendra pour $g = 10\text{Nkg}^{-1}$.

Un disque D de masse m = 2kg et de rayon r = 20 cm est fixé par un axe horizontal (Δ) perpendiculaire au plan du disque et passant par un point O' de sa périphérie.

1) Montrer que le moment d'inertie du disque est $J_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$
2) On écarte le pendule d'un angle $\theta_0 = 60°$ par rapport à sa position d'équilibre stable et on l'abandonne sans vitesse.
   a) Calculer sa vitesse angulaire ω_e lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre ainsi que la vitesse linéaire du centre O du disque à cet instant.

b) Quelle vitesse angulaire initiale minimale ω_{0m} aurait-il fallu communiquer au disque pour qu'il fasse un tour complet autour de l'axe ?

3) On immobilise D et on fixe une surcharge ponctuelle S de masse $m'=\frac{1}{2}m$ en A diamétralement opposé à O'. On écarte de nouveau le disque et sa surcharge de $\theta_0 = 60°$ par rapport à sa position d'équilibre stable puis on l'abandonne sans vitesse.

a) Calculer l'énergie cinétique du système lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre ainsi que la vitesse de S à cet instant.

b) Parvenue à la position d'équilibre, la surcharge S se décroche. De quelle valeur θ_0' le disque remonte-t-il ? (On négligera l'énergie cinétique de S à l'instant du décrochage).

4) On remplace l'axe (Δ) par un fil de constante de torsion C = 1,5 $N.m.rad^{-1}$. Lorsque D se trouve dans la position verticale en dessous du fil, celui-ci n'est pas tordu. Le disque est écarté de cette position de $\theta_0 = 60°$ et maintenu en équilibre par une force $\vec{F}$ verticale appliquée en A.

a) Calculer l'intensité F de $\vec{F}$

b) On supprime $\vec{F}$. Avec quelle vitesse angulaire $\omega_{e'}$ D repasse-t-il par sa position d'équilibre ?

EXERCICE N°6

Les frottements sont négligeables. On considère le dispositif schématisé par la figure ci-dessous : S et S' sont deux solides de même masse M. La poulie de rayon r a une masse $M'=\frac{M}{2}$. On abandonne le système sans vitesse initiale. Les cordes sont inélastiques et de masse négligeable.

1) Représenter les forces appliquées à S, S'et à la poulie.

2)

a) Etablir l'expression de la vitesse V de S lorsqu'il parcourt à partir de sa position initiale une distance h_1. On exprimera V en fonction de M, g, h_1, J, r et α. On rappelle que le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe de rotation est $J=\frac{1}{2}M'r^2$

b) Faire l'application numérique pour h_1 = 110 cm, g = 9,8 Nkg^{-1} ; α=30°

3) Après avoir parcouru la distance h_1 précédente, le fil se casse. S se trouve à ce moment même à une hauteur h_2 de la surface libre d'une eau tranquille et profonde.

a) Déterminer h_2 sachant que S arrive à la surface de l'eau avec une vitesse V_0 = 8ms^{-1}.

b) Le solide S s'immerge ensuite totalement dans l'eau et atteint une profondeur h_3 = 2m avant de remonter vers la surface du liquide. Quelle est la densité de S ?