



SERIE D'EXERCICES SUR P10 : OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

EXERCICE 1:

On dispose d'un condensateur de capacité $C = 10\mu\text{F}$ d'une bobine parfaite d'inductance $L = 0,1\text{H}$ et de résistance interne négligeable.

1/ Pour charger le condensateur, on le soumet à une tension $U_0 = 10\text{V}$ délivrée par un générateur de courant continu. Le condensateur étant chargé, on le branche aux bornes de la bobine. Des oscillations électriques périodiques prennent naissance dans le circuit réalisé.

- a/ Calculer la période propre T_0 de l'oscillateur électrique utilisé.
- b/ Etablir l'expression de la tension instantanée $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
- c/ Donner l'expression de l'intensité instantanée $i(t)$ du courant dans le circuit. Calculer sa valeur efficace.

2/

- a/ Rappeler les expressions des énergies E_e et E_m emmagasinées respectivement par le condensateur et la bobine, à une date t quelconque.
- b/ Montrer que l'énergie totale E de l'oscillateur électrique utilisé est constante et donner sa valeur numérique.
- c/ Représenter sur le même graphique les allures de courbes: $E_e = f(t)$; $E_m = g(t)$; $E = h(t)$ représentant les variations respectives de E_e , E_m et de E en fonction du temps. Commenter.

EXERCICE 2:

On réalise le circuit électrique de la figure 1 ci-dessous.

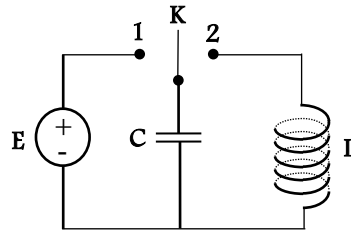


Figure 1

On place le commutateur K en position (1).

Une fois que le condensateur est complètement chargé, on le bascule en position (2).

1/ Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$ au cours de la décharge du condensateur dans la bobine.

Pourquoi appelle-t-on le circuit obtenu « oscillateur libre non amorti » ?

2/ La solution de l'équation différentielle est de forme: $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

On choisit $t = 0\text{s}$ date où la charge du condensateur est maximale (voir figure 2).

- a/ Déterminer, à partir de la figure 2 ci-dessous, les valeurs numériques de Q_m , de la période propre T_0 de l'oscillateur et de la phase initiale φ de la charge q du condensateur.
- b/ Dédire la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
- c/ Ecrire alors l'expression numérique de $q(t)$.
- d/ Dédire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

3/

- a/ Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur en fonction de q et de i .
- b/ Montrer qu'elle restera constante au cours du temps et donner son expression en fonction de C et de Q_m .
- c/ Sachant que $E = 50 \cdot 10^{-6}\text{J}$, calculer la valeur numérique de C et déduire celle de l'inductance L de la bobine.

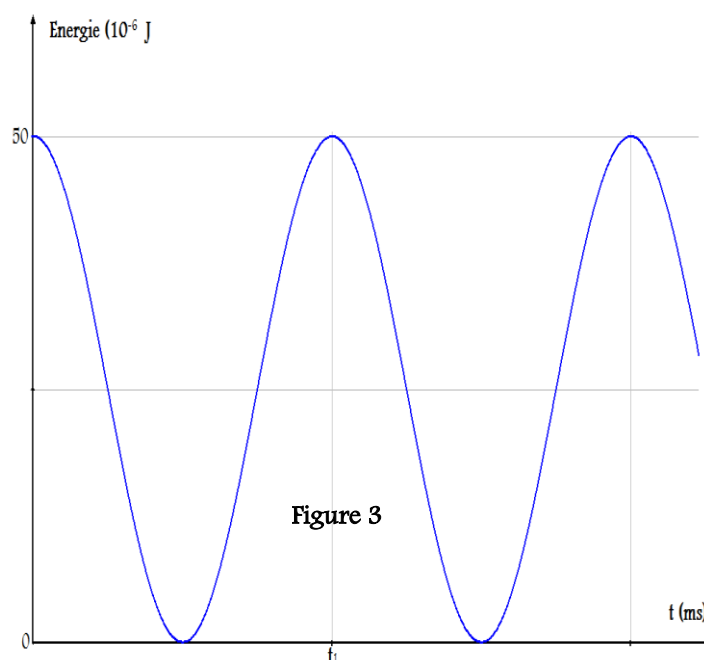
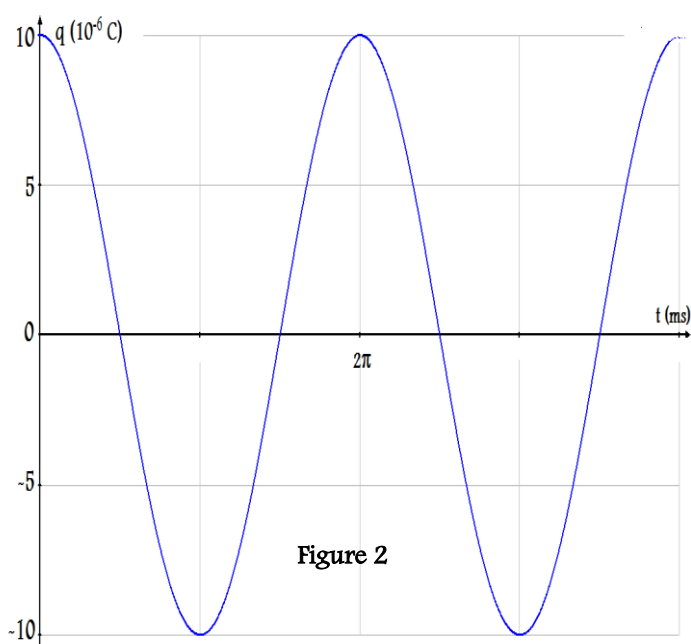
4/ Sur la figure 3 ci-dessous, on a représenté les variations au cours du temps de l'énergie emmagasinée dans l'un des dipôles (le condensateur ou la bobine).

- a/ Préciser le nom de cette énergie.



b/ Ajouter sur la figure 2 l'énergie électromagnétique E de l'oscillateur et l'énergie emmagasinée dans l'autre dipôle.

c/ Que représente la date t_1 indiquée sur la figure 3. Donner sa valeur numérique.



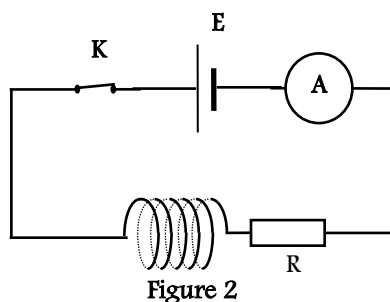
EXERCICE 3:

Un groupe d'élèves, sous la supervision de leur professeur, se propose de déterminer la valeur de l'inductance (L) d'une bobine et celle de la capacité (C) d'un condensateur de leur laboratoire puis d'étudier les transformations et transferts d'énergie dans un circuit les associant.

La bobine est assimilée à un solénoïde de longueur $\ell = 80$ cm, comportant $N = 1280$ spires de surface $S = 314$ cm² chacune.

1/ Détermination de l'inductance de la bobine.

Dans un premier temps, le groupe réalise le circuit électrique de la figure 2 comprenant la bobine, un générateur de tension continue ($E = 6$ V), un résistor de résistance $R = 20$ Ω et un ampèremètre.



a/ Donner le nom du phénomène qui se produit au niveau de la bobine lorsque l'interrupteur K est fermé.

b/ Reproduire le schéma de la bobine et représenter le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ qu'elle crée en son centre.

c/ A partir des expressions du flux magnétique à travers la bobine, montrer que l'inductance s'écrit:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S \quad \text{Calculer } L.$$

2/ Détermination de la capacité du condensateur et considérations d'énergie.

Dans un second temps, le groupe réalise le montage en série de la bobine, du condensateur et du résistor (figure 3). Le condensateur est initialement chargé (le circuit de charge n'est pas représenté sur la figure).



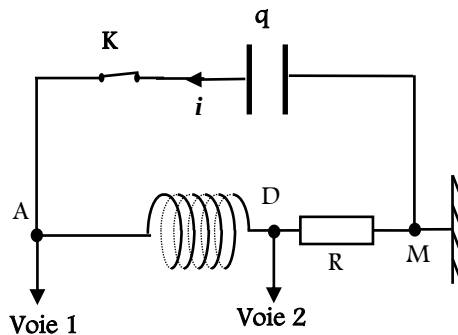


Figure 3

A la date $t = 0$, l'interrupteur K est fermé. A l'aide d'un oscilloscope le groupe visualise l'évolution des tensions u_{AM} aux bornes du condensateur et u_{DM} aux bornes du résistor en fonction du temps (figure 4).

a/ Attribuer à chaque courbe la grandeur associée en justifiant.

Quel phénomène explique la décroissance de l'amplitude de la courbe 1 ?

b/ Donner la relation qui lie à chaque instant l'intensité $i(t)$ et la charge $q(t)$ ainsi que celle qui lie à chaque instant l'intensité $i(t)$ et la tension $u_{DM}(t)$. Le sens arbitraire choisi pour l'orientation du circuit est sortant par rapport à l'armature du condensateur portant la charge q .

c/ A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, montrer que l'équation différentielle

vérifiée par $u_{AM}(t)$ s'écrit:
$$\frac{d^2(u_{AM})}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(u_{AM})}{dt} + \frac{u_{AM}}{LC} = 0$$

Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T . En déduire la valeur de la capacité C du condensateur sachant que T est pratiquement égale à la période propre du dipôle ($R L C$).

d/ Donner l'expression de l'énergie électromagnétique $E_{e,m}$ du circuit en fonction de L , C , q et i . En déduire son expression en fonction des tensions u_{AM} et u_{DM} .

e/ A partir de l'expression établie précédemment et en utilisant la figure 4, calculer la valeur de $E_{e,m}$ à la date $t_2 = 14,7$ ms. En déduire la valeur de l'énergie dissipée entre les instants $t_0 = 0$ ms et $t_2 = 14,7$ ms.

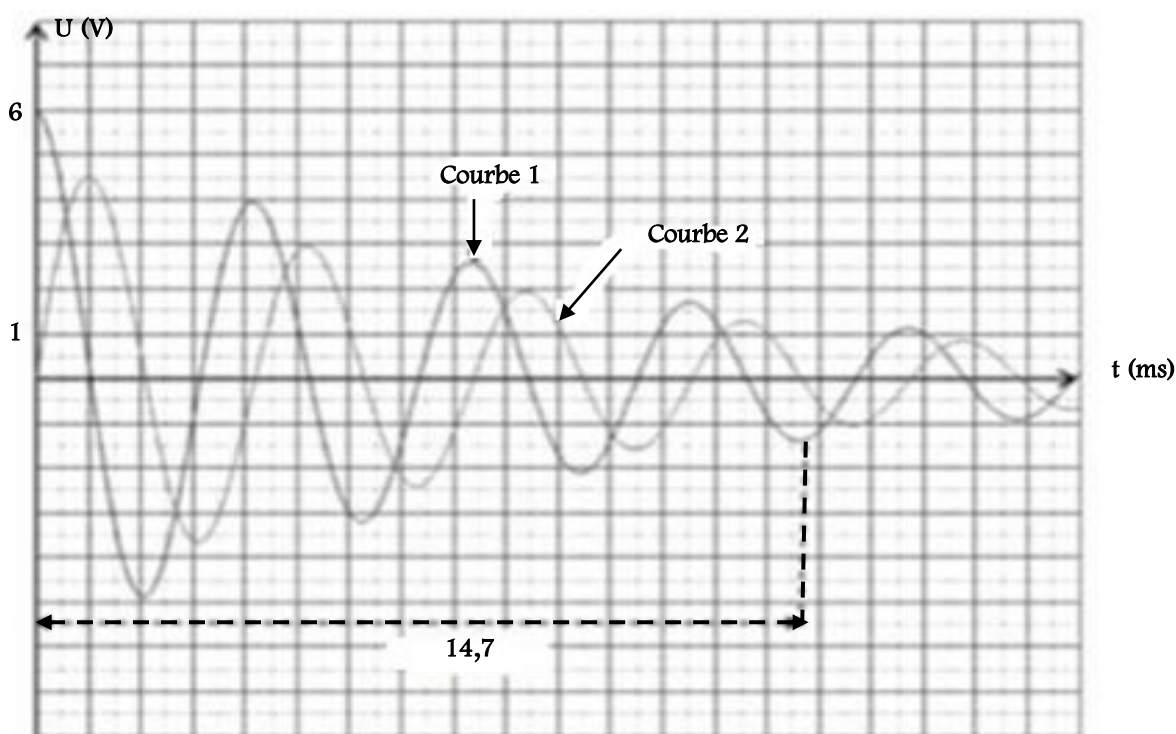
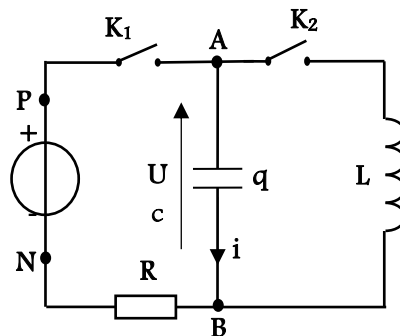


Figure 4



EXERCICE 4:

Soit le montage électrique schématisé ci-contre permettant d'étudier le comportement d'un condensateur de capacité $C = 10\mu\text{F}$. Le générateur maintient entre ses bornes une tension constante de valeur $E = 6,0\text{ V}$. L'inductance de la bobine est $L = 0,10\text{ H}$. La résistance du conducteur ohmique vaut $R = 10\ \Omega$.



1/ Le condensateur étant initialement déchargé, on le charge en fermant K_1 et en maintenant K_2 ouvert. L'opération de charge étant terminée, indiquer, justifications à l'appui, les valeurs des grandeurs électriques suivantes:

- la tension aux bornes du condensateur,
- la charge du condensateur,
- l'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique,
- la tension aux bornes du conducteur ohmique.

2/ Maintenant on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2 à un instant de date $t = 0$. Pour cette question on suppose que la résistance de la bobine est nulle.

a/ Quel phénomène se produit alors ?

b/ Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur en fonction de la charge q du condensateur et celle de la tension instantanée aux bornes de la bobine en fonction de $\ddot{q}$ (dérivée seconde de q par rapport au temps), compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i (voir figure).
c/ En déduire l'expression de l'équation différentielle du circuit vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur.

d/ Donner la solution littérale de cette équation différentielle et dessiner l'allure de la courbe donnant les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps.

e/ Calculer la période propre T_0 des oscillations qui ont ainsi pris naissance dans le circuit.

3/ En réalité la bobine a une résistance $R' = 40\ \Omega$, on charge d'abord le condensateur comme décrit en 1/, puis on ouvre K_1 et ferme K_2 .

a/ Etablir l'équation différentielle relative à la charge q du condensateur à une date quelconque t puis en déduire celle relative à U_c .

b/ Comment varie l'énergie totale du circuit ? Justifier.

c/ La pseudo-pulsation ω_1 des oscillations électriques est donnée: $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{R'}{2L}\right)^2$, relation où ω_0 est la pulsation propre. Calculer la pseudo-période T_1 . La comparer à T_0 .

d/ Donner l'allure de la courbe $q = f(t)$ dans un intervalle de temps $\Delta t = 3T_1$ (on donnera la valeur initiale de la charge et l'allure de la courbe sans faire de calculs intermédiaires de charges).

