COMPOSITION 1ER SEMESTRE DE SCIENCES PHYSIQUES – DUREE: 4 HEURES

Exercice 1: cinétique d'une réaction d'estérification (4 points)

Le méthanoate de butyle est un composé organique A de formule brute $C_5H_{10}O_2$, qui réagit lentement avec l'eau au cours du temps.

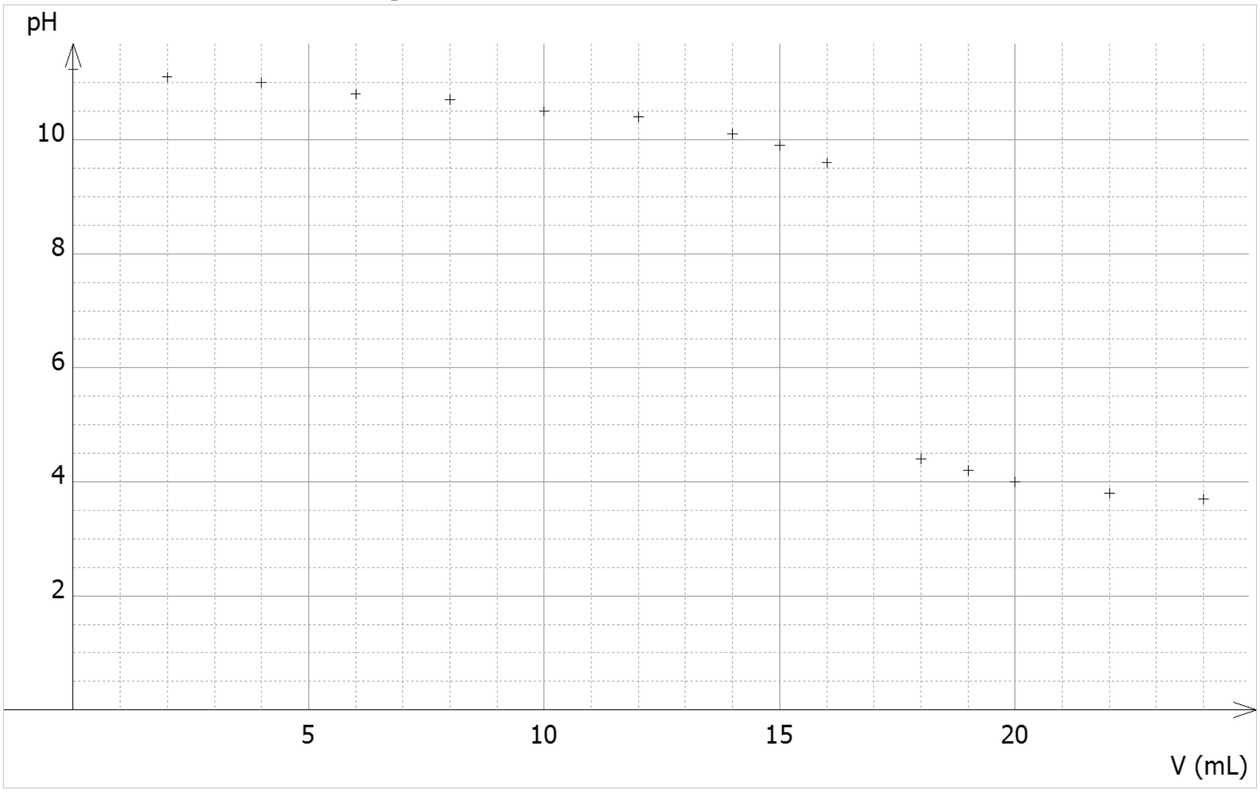
1. Etude de la molécule
   1.1. À quelle famille des composés organiques appartient le méthanoate de butyle?
   1.2. Donner sa formule semi-développée.
   1.3. Comment s'appelle la réaction de ce corps avec l'eau?
   1.4. Ecrire l'équation bilan de la réaction et donner les noms des produits formés. À quelle famille appartiennent-ils respectivement ?
2. On dissout une mole du composé A dans une quantité d'eau suffisante afin d'obtenir une solution de 1 litre. Cette solution est répartie à volume égal dans 10 tubes, placés à l'instant t = 0 dans une enceinte isotherme maintenue à la température de 100°C. On prélève à intervalles de temps réguliers un tube que l'on refroidit brusquement et l'on détermine la concentration C en composé A n'ayant pas réagi. Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-après.

t(h)	0	4	10	20	40	70	100	120	150	160
$C=[C_5H_{10}O_2](mol\cdot L^{-1})$	1	0,850	0,750	0,670	0,580	0,530	0,515	0,510	0,500	0,500

   2.1. Indiquer le principe d'une méthode expérimentale permettant de déterminer cette quantité restante de concentration C.
   2.2. Représenter graphiquement $C = f(t)$. On utilisera pour échelles: en abscisse 1mm pour 1 heure ; en ordonnées 1 cm pour 0,1 $mol\cdot L^{-1}$.
   2.3. Qu'appelle-t-on vitesse volumique instantanée de disparition du corps A. La déterminer graphiquement en $mol\cdot L^{-1}\cdot h^{-1}$ aux instants $t_1 = 20$ h et $t_2 = 80$ h.
   2.4. Vers quelle valeur tend la vitesse instantanée de disparition du corps A?
   2.5. La valeur de la concentration tend-elle vers une limite? Si oui, la déterminer et interpréter le résultat.
   2.6. Déterminer le temps de demi-réaction τ.
   2.7. Comment augmenter la vitesse de disparition de A? Donner sans calcul l'allure que prendrait la courbe $C = f(t)$, dans le même système d'axe que la précédente.

Exercice 2: variation du pH lors de l'addition ($H_3O^+ + Cl^-$) à une solution de soude (4 points)

Le graphique ci-dessous représente la variation du pH d'une solution d'hydroxyde de sodium à laquelle on ajoute progressivement une solution d'acide chlorhydrique de concentration 10^{-3} $mol\cdot L^{-1}$. Le bécher contient initialement 10 mL de solution basique.

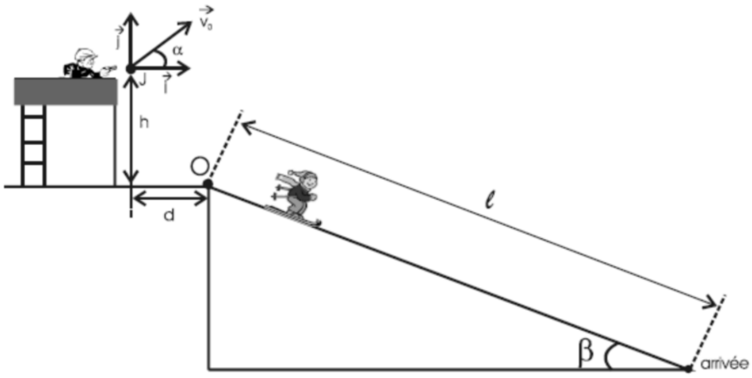


1. Déterminer le volume de la solution d'acide chlorhydrique versé à l'équivalence et la concentration de la solution d'hydroxyde de sodium initiale.
2. Calculer la concentration des ions chlorure quand on a versé 10 mL de solution acide.
3. À l'équivalence, quelle masse de chlorure de sodium se trouve dissoute dans la solution? Cette masse augmente-t-elle si l'on continue d'ajouter la solution acide? Justifier.
4. Déterminer graphiquement le pH du mélange obtenu lorsqu'on a versé 11 mL de la solution d'acide. Vérifier le résultat par le calcul.
5. Vers quelle valeur tend le pH du mélange quand on continue à ajouter la solution acide?

Exercice 3: Accident ou meurtre? (4 points)

Données: Valeurs numériques : $\alpha = 20°$, $\beta = 33°$, $l = 150$ m, $h = 4$ m, $d = 3$ m

À partir de sa loge, un membre du jury de ski émet, avec son pistolet, une balle, ayant une vitesse initiale $\vec{v}_0$, faisant un angle α avec l'horizontale.
Au même instant, le skieur démarre sa descente au point O et en ligne droite sur la piste en forme de plan incliné (angle d'inclinaison β, longueur de la piste est l).

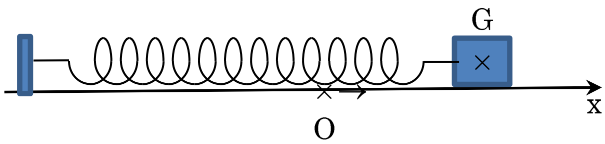


1. Etablir les équations horaires ainsi que l'équation cartésienne de la balle dans un repère ayant le point J comme origine.
2. Malheureusement, la balle touche et tue le skieur lorsqu'il se trouve à 10 m de l'arrivée.
   2.1. Déterminer les coordonnées du point d'impact dans le référentiel $(J, \vec{i}, \vec{j})$
   2.2. Déterminer la valeur de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la balle.
   2.3. Après combien de temps, l'impact a-t-il lieu ?
3. Calculer la hauteur maximale atteinte par la balle dans le référentiel $(J, \vec{i}, \vec{j})$
4. Dans un nouveau référentiel (à préciser), montrer que l'accélération du skieur sur la piste vaut $g \cdot \sin\beta$, sachant qu'il effectue un mouvement rectiligne uniformément varié.
5. Déduire des résultats précédents la vitesse initiale v_0' du skieur.

Exercice 4: oscillations d'un pendule élastique (4 points)

Un solide (S) de masse m = 150 g est suspendu à un ressort élastique à spires non jointives. Ce dernier subit un allongement $a_0 = 4{,}9$ cm.

1. Calculer la constante de raideur k du ressort. g = 9,8 m/s².
2. Le ressort est maintenant disposé suivant l'horizontal ; le solide (S) est écarté de sa position d'équilibre de $a_0 = 4{,}9$ cm puis lâché sans vitesse initiale à l'instant t = 0. La position du centre d'inertie G du solide est repéré à l'instant t par son abscisse x dont la valeur est nulle lorsque le solide est en équilibre au repos.



   2.1. En appliquant la seconde loi de Newton au solide (S), montrer que l'équation différentielle du mouvement de G est $m\ddot{x} + kx = 0$

2.2. Sachant que la solution de cette équation est de la forme $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$ avec $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ déterminer les valeurs de X_m et φ.

2.3. Que représente T_0 ? Comment l'appelle-t-on ? Calculer sa valeur.

3. Donner l'expression de l'énergie mécanique de ce pendule élastique en fonction de sa position **x** et de sa vitesse $\dot{x}$.
4. Montrer que l'énergie mécanique du solide (S) est constante. L'exprimer en fonction de k et a_0. Calculer sa valeur.
5. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, retrouver à nouveau l'équation différentielle de ce mouvement.

Exercice 5 : voyage autour de Saturne (4 points)

Données:

$G = 6{,}67\ 10^{-11}$ SI ; rayon de l'orbite de Titan $R_T = 1{,}22\ 10^6$ km ; rayon de la planète Saturne $R_S = 6{,}0\ 10^4$ km ; période de rotation de Saturne sur elle-même $T_S = 10$ h 39 min. Masse de Saturne : $M_S = 5{,}69\ 10^{26}$ kg.

Dans tout l'exercice on se place dans le référentiel Saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes. On considère que Saturne et ses satellites sont des corps dont la répartition de masse est à symétrie sphérique. Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.

1. Quelques caractéristiques de Titan :

1.1. On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne.

1.1.1. Nommer la (les) force (s) extérieure (s) appliquée(s) au satellite Titan, de masse M_T.

1.1.2. Représenter qualitativement sur un schéma Saturne, Titan et la (les force(s) extérieure(s) appliquée(s) à Titan.

1.1.3. Donner l'expression vectorielle de cette (ces) force(s).

1.2. On étudie le mouvement du centre d'inertie T de Titan. S est le centre d'inertie de Saturne. Soit $\vec{u}$ le vecteur unitaire porté par la droite ST dirigé de S vers T

1.2.1. Exprimer son accélération vectorielle en précisant la loi utilisée.

1.2.2. Montrer que le mouvement de Titan est uniforme.

1.2.3. Déterminer l'expression de la vitesse de Titan sur son orbite autour de Saturne.

2. D'autres satellites de Saturne : après le survol de Titan, la sonde Cassini a survolé le satellite Encelade en février 2005. On peut considérer que dans le référentiel Saturno-centrique, Encelade a un mouvement de révolution circulaire uniforme, dont la période (en jour terrestre) est $T_E = 1{,}37$ et le rayon est R_E.

2.1. Etablir la 3ème loi de Kepler

2.2. Déterminer la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade.

3. Sonde Saturno-stationnaire : on cherche dans cette partie de l'exercice à déterminer l'altitude h à laquelle devrait se trouver la sonde Cassini pour être Saturno-stationnaire (immobile au-dessus d'un point de l'équateur de Saturne)

3.1. Quelle condition doit-on avoir sur les périodes T_S (rotation de Saturne sur elle-même) et T_C (révolution de Cassini autour de saturne) pour que la sonde soit Saturno-stationnaire.

3.2. Calculer la valeur de h.

*** BONNE CHANCE ***

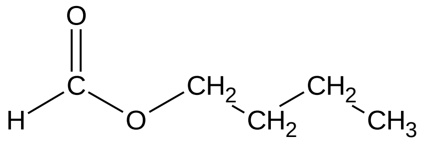
COMPOSITION 1ER SEMESTRE DE SCIENCES PHYSIQUES – CORRECTION

Exercice 1

1. Etude de la molécule

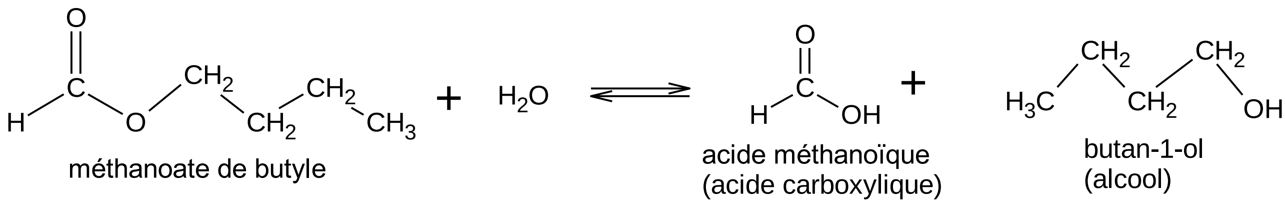
1.1. Le méthanoate de butyle appartient à la famille des ester.

1.2. Formule semi-développée du méthanoate de butyle



1.3. La réaction entre le méthanoate de butyle et l'eau est une réaction d'hydrolyse

1.4. Equation bilan de la réaction d'hydrolyse du méthanoate de butyle



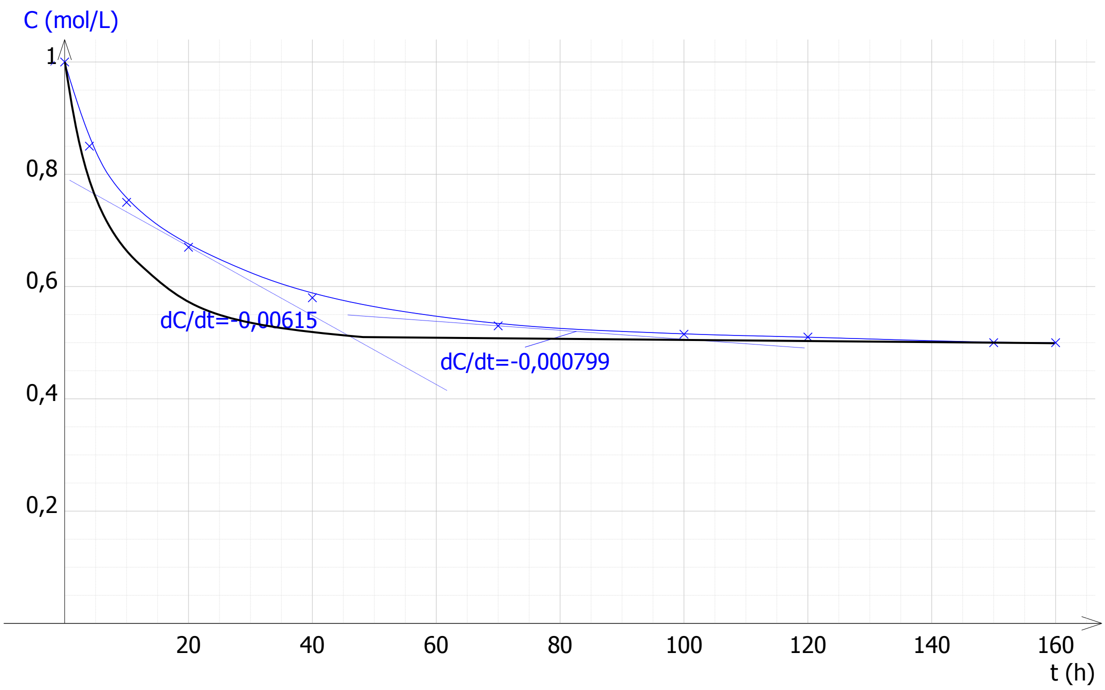
2. Etude de la cinétique de la réaction

2.1. Principe: à une date t où l'on veut déterminer la concentration C de l'ester restant, on effectue une trempe sur un échantillon puis on effectue son dosage par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_b connue afin de déterminer la concentration l'acide méthanoïque formé. Soit V_b le volume de base versé à l'équivalence du dosage.

$$n_{acide} = n_{base} = C_b V_b \text{ or } n_{ester} = n_{intial} - n_{réagi} = \frac{1}{10} - n_{acide} = \frac{1}{10} - C_b V_b.$$

$$\text{Puisque le volume de l'échantillon est } V = \frac{1}{10} = 0{,}1\,L \text{ donc } C = 1 - C_b V_b$$

2.2. Représentation graphique de $C = f(t)$



2.3. Vitesse de disparition de A: $V = -\dfrac{d[A]}{dt}$.

D'après le graphe: $\mathbf{v_{20h}=6{,}15.10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}h^{-1}}$ **et** $\mathbf{v_{80h}=8.10^{-4}\ mol\cdot L^{-1}h^{-1}}$

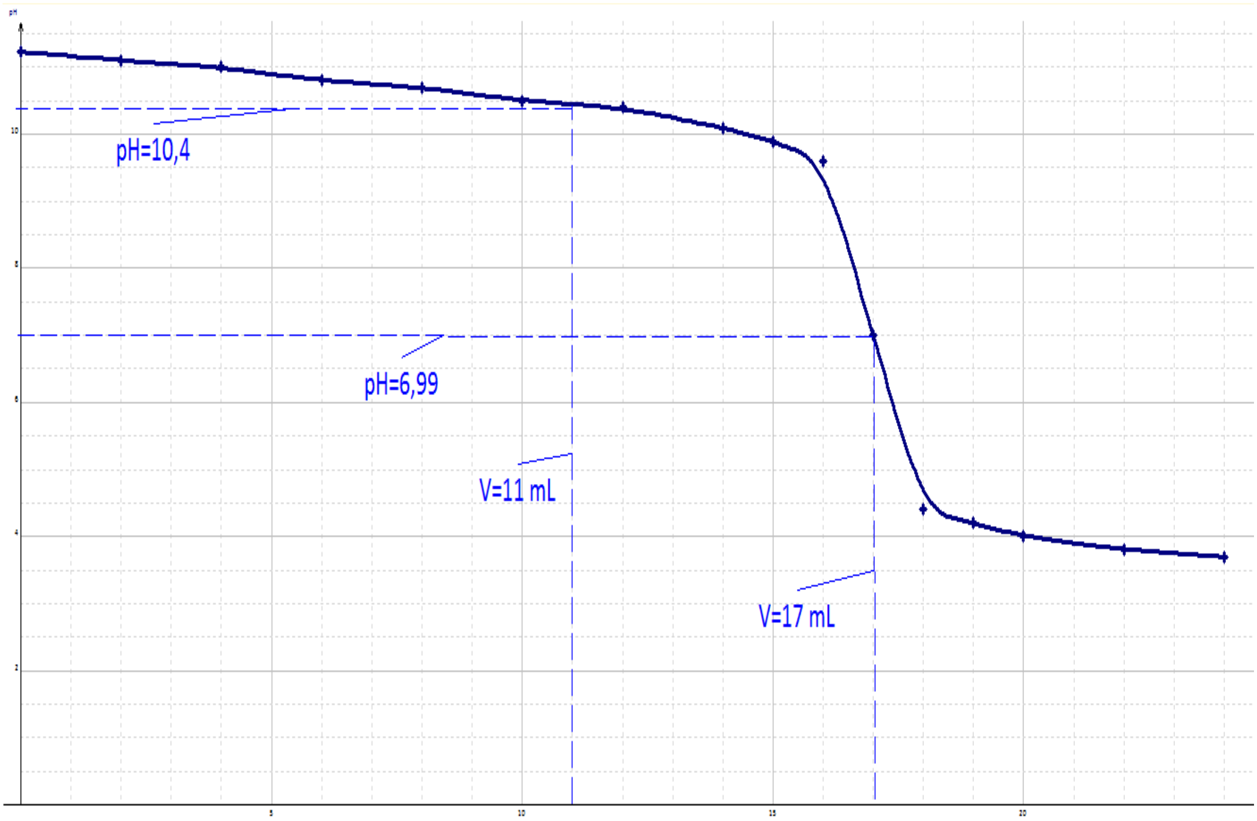
2.4. **La vitesse instantanée de A tend vers zéro** (la courbe présente à l'infini une asymptote horizontale).

2.5. La concentration à l'infini est $\mathbf{[A]_\infty=0{,}5\ mol\cdot L^{-1}}$. **La réaction est un équilibre chimique**.

2.6. Temps de demi-réaction: à t = τ on a $[A]=[A]_0-\dfrac{[A]_\infty}{2}=1-\dfrac{0{,}5}{2}=0{,}75\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$. D'après le graphe on obtient: **τ=10 h** (la valeur est disponible dans le tableau)

2.7. On peut augmenter la vitesse de réaction en instruisant un catalyseur ou en augmentant la température du milieu réactionnel. (voir figure: courbe noire). Attention! Ces actions ne permettent que d'atteindre plus rapidement la limite d'estérification mais jamais la modifier.

Exercice 2



1. D'après le graphe $\mathbf{V_{AE}=17mL}$ et $C_B=\dfrac{C_AV_{AE}}{V_B}=\dfrac{10^{-3}\times17}{10}=\mathbf{1{,}7.10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}}$

2. $[Cl^-]=\dfrac{C_AV_A}{V_A+V_B}=\dfrac{10^{-3}\times10}{10+10}=\mathbf{5.10^{-4}\ mol\cdot L^{-1}}$

3. $m_{NaCl}=n_{Na^+}\times M_{NaCl}=\dfrac{C_BV_B}{V_A+V_B}\times M_{NaCl}=\dfrac{1{,}7.10^{-3}\times10}{10+17}\times(23+35{,}5)=\mathbf{3{,}7.10^{-2}g}$

4. Graphiquement à $V_A=11mL$ on trouve pH = 10,4

$V_A=11mL$ nous sommes avant l'équivalence, la solution est donc basique: $pH=14+\log[OH^-]_{restant}$

$[OH^-]_{restant}=\dfrac{C_BV_B-C_AV_A}{V_A+V_B}=\dfrac{1{,}7.10^{-3}\times10-10^{-3}\times11}{11+10}=2{,}86.10^{-4}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\Rightarrow pH=14+\log(2{,}86.10^{-4})=\mathbf{10{,}45}$

5. Au-delà du point équivalent la solution est acide car la solution acide est verse en excès

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log\left(\frac{C_A V_A - C_A VAE}{V_A + V_B}\right)$$

Pour obtenir la valeur limite du pH il faut calculer la limite de la fonction $pH = f(V_A)$ lorsque V_A tend vers $+\infty$

$$pH_{\text{limite}} = \lim_{V_A \to +\infty} pH = -\log C_A = -\log 10^{-3}) = \mathbf{3}$$

Exercice 3

1. Equations horaires et cartésienne de la balle dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \times t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OB} = \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \times t \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \Rightarrow y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha$$

2. Soit I le point d'impact
   2.1. Coordonnées de I:
   $x_I = d + (l - 10)\cos\beta = 3 + (150 - 10) \times \cos 33 = \mathbf{120{,}41\,m}$
   $y_I = -[h + (l - 10)\sin\beta] = -[4 + (150 - 10)\sin 33] = \mathbf{-80{,}25\,m}$
   2.2. Vitesse v_0
   I est un point de la trajectoire de la balle donc ces coordonnées vérifient l'équation cartésienne la trajectoire donc $y_C = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x_C^2 + x_C \tan\alpha \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g x_C^2}{[2\cos^2\alpha(x_C \tan\alpha - y_C)]}} = \mathbf{25{,}5\ m{\cdot}s^{-1}}$
   2.3. Durée du parcourt: $t = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha} \approx \mathbf{5s}$

3. La hauteur maximale dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$ est l'ordonnée de la flèche $y_F = h_{max} = y_F = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \mathbf{3{,}9\,m}$

4. On considère le repère $(o\,;\,\vec{u})$ avec $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OI}}{\|\overrightarrow{OI}\|}$

   TCI: $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow$ suivant $\vec{u}$: $P\sin\beta + 0 = ma \Rightarrow mg\sin\beta = ma \Rightarrow \boldsymbol{a = g\sin\beta}$

5. $v = g\sin\beta \times t + v'_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} g\sin\beta \times t^2 + v'_0 t$ d'où $v'_0 = \frac{x}{t} - \frac{gt\sin\beta}{2}$

   Au point d'impact $x = 140\,m$ (repère $(O, \vec{u})$) et t = 5s (même origine temporelle dans les 2 mouvements)

$$v'_0 = \frac{140}{5} - 9{,}8 \times 5 \times \frac{\sin 33}{2} = \mathbf{14{,}6\ m{\cdot}s^{-1}}$$

Exercice 4

1. $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow$ P = T donc $k = \frac{mg}{a_0} = \mathbf{30\ N{\cdot}m^{-1}}$

2.
   2.1. $\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} + m\vec{a} \Rightarrow -T + 0 + 0 = m\ddot{x} \Rightarrow -kx = m\ddot{x} \Rightarrow \boldsymbol{m\ddot{x} + kx = 0}$
   2.2. $\boldsymbol{x_m = a_0 = 4{,}9\,cm}$
   à t = 0 on a $x = +x_m = x_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$ d'où $\boldsymbol{\varphi = 0}$
   2.3. T_0 est la durée d'une oscillation complète. Elle est appelée période. Sa valeur est $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}15}{30}} = 0{,}44\,s}$

3. A un instant t donné: $Em = Ec + Ep_e = \boldsymbol{\frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2}$

4. En remplaçant les expressions $x = x_m \cos\omega t$ et $\dot{x} = x_m \omega \sin\omega t$ dans celle de E, on obtient:

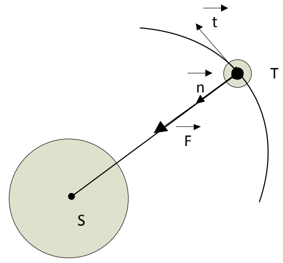
$$E = \frac{1}{2} m[-x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k[x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 = \boldsymbol{\frac{1}{2} k x_m^2}$$

$E = \frac{1}{2}ka_0^2 = \frac{1}{2}\times 30\times 4{,}9.10^{-2} = \mathbf{0{,}36J}$ c'est une constante indépendante du temps.

5. $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 = m\ddot{x}.\dot{x} + k\dot{x}.x = \dot{x}(m\ddot{x}+kx) = 0 \Rightarrow \dot{x} \neq 0$ donc $\boldsymbol{m\ddot{x}+kx=0}$

Exercice 5

1. Quelques caractéristiques de Titan



1.1.

1.1.1. Titan subit la force d'interaction gravitationnelle exercée par Saturne.

1.1.2. Représentation de la force (voir figure)

1.1.3. $\vec{F} = -\frac{GM_TM_S}{R_T^2}.\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la droite ST dirigée de S vers T.

1.2. Accélération et vitesse.

1.2.1. TCI: $\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{GM_S}{R_T^2}\vec{u}$

1.2.2. Pour Titan, en orbite circulaire de rayon R_T autour de Titan, on a : $\vec{a} = \frac{GM_S}{R_T^2}\vec{n}$

Le vecteur accélération de Titan étant normal on a donc $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} = 0$, la valeur de la vitesse v de Titan est donc constante. **Le mouvement de Titan autour de Saturne est uniforme.**

1.2.3. D'après la deuxième loi de Newton on a : $a = a_n \Rightarrow \frac{GM_S}{R_T^2} = \frac{v^2}{R_T} \Rightarrow \boldsymbol{v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}}}$

2. D'autres satellites de Saturne :

2.1. Loi de Kepler

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM_S}{R}} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}}$$

2.2. $\frac{R^3}{T^2} = \frac{G.M_S}{4\pi^2} \Leftrightarrow R^3 = \frac{G.M_S}{4\pi^2}.T^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GM_S}{4\pi^2}T^2}$

Soit : $R_E = \sqrt[3]{\frac{GM_S}{4\pi^2}T_E^2} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}69\times10^{26}}{4\pi^2}\times(1{,}37\times3600\times24)^2} = \underline{\mathbf{2{,}38\times10^8\ m}}$

3. Satellite saturno-stationnaire

3.1. Un satellite saturno-stationnaire reste à la verticale du même point. Sa période de révolution est égale à la durée d'un jour sur Saturne. $T_C = T_S$.

3.2. Altitude de la sonde

On a vu à la question 2.2 : $R_C = \sqrt[3]{\frac{GMS}{4\pi^2}T_C^2}$ où R_C est le rayon de l'orbite de la sonde Cassini.

Or $R_C = R_S + h$ et $T_C = T_S$ donc : $\underline{\mathbf{h = 5{,}2.10^7\ m}}$

Pensez à convertir T_S en secondes, R_S en m