

SERIE SUR LA DYNAMIQUE : BASES ET APPLICATIONS
Exercice n°1 :

Un solide de masse m_1 est lancée avec une vitesse $\vec{V}_1$. Il heurte un solide de masse m_2 lancée à la vitesse $\vec{V}_2$. Les deux solides supposés ponctuels se déplacent sur le même plan horizontal, leur vecteur vitesse $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ sont colinéaires mais de sens contraires.

On donne : $m_2 = 2m_1 = 400\text{g}$; $V_1 = 1,20\text{m.s}^{-1}$ et $V_2 = 0,75\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Le choc est supposé élastique
 - a) Trouver les normes des vecteurs vitesses immédiatement après le choc.
 - b) On désigne par G le centre d'inertie des deux solides.
- ✓ Quelle est la vitesse de G avant le choc ?
- ✓ Quelle est la vitesse de G immédiatement après le choc ?
- c) On considère le repère R_G défini par le centre d'inertie G du système et l'axe Gx orienté positivement dans le sens de $\vec{V}_1$.

Déterminer dans ce repère les vitesses des solides avant et après le choc.

- 2) Les deux solides se heurtent maintenant avec les mêmes vitesses que précédemment mais restent collés après le choc qui est mou.

Déterminer la vitesse V de l'ensemble après le choc. Comparer ce résultat à celui obtenu plus haut et conclure. Comparer les énergies cinétiques du système avant et après le choc.

Exercice n°2 :

Une particule de masse m_1 lancée avec une vitesse V_1 heurte une particule cible immobile de masse m_2 . La particule projectile repart avec une vitesse V'_1 et sa trajectoire est déviée d'un angle α (voir croquis). La

particule cible est chassée avec une vitesse V'_2 telle que $\left(\frac{\vec{V}'_2}{V'_2}, \frac{\vec{V}'_1}{V'_1}\right) = \beta$.

- 1) Donner l'expression de m_2 en fonction de m_1 , V_1 , V'_2 , α et β puis calculer sa valeur.

- 2) Donner l'expression de V'_1 en fonction de m_1 , m_2 , V'_2 , α et β puis calculer sa valeur.

On donne : $V_1 = 20000\text{km.s}^{-1}$; $V'_2 = 6250\text{km.s}^{-1}$; $m_1 = 1\text{u}$; $\sin\alpha = 0,50$; $\sin\beta = 0,40$; $\sin(\alpha + \beta) = 0,80$.

Exercice n°3 :

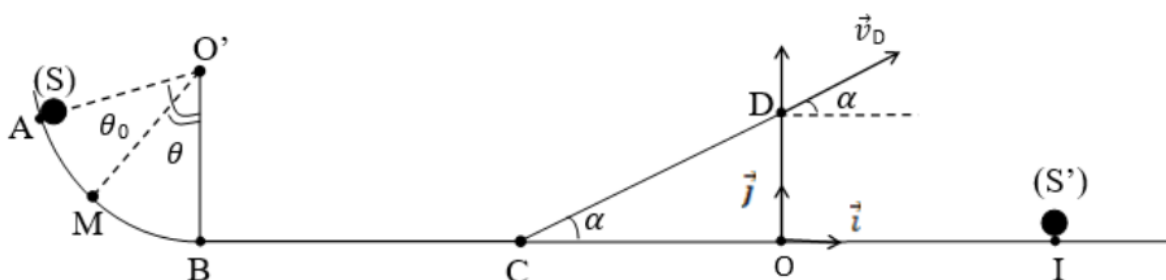
Un jeu consiste à lancer un solide (S) de masse $m = 50\text{g}$ à partir d'un point A pour qu'il heurte un solide (S') placé en I. Le dispositif de jeu est représenté par la figure ci-dessous constitué par une piste ABCD :

- AB est un arc de cercle parfaitement lisse de centre O' et de rayon $r = O'A = O'B = 90\text{cm}$

et tel que $(\widehat{AO'B}) = \theta_0 = 72^\circ$;

- BC est une piste rectiligne de longueur $\ell_1 = 10\text{cm}$;

- CD est une piste rectiligne de longueur $\ell_2 = 15\text{cm}$ inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale ;



Ton ami qui participe au jeu, lance le solide en A avec une vitesse initiale $v_A = 7 \text{ m.s}^{-1}$. Le solide arrive à un point M défini par l'angle $(\widehat{MO'B}) = \theta$.

Le solide (S) aborde la partie BC avec la vitesse $v_B = 7,8 \text{ m.s}^{-1}$, les frottements sont assimilables à une force constante f et opposée au mouvement. La vitesse acquise en C est $v_C = 6 \text{ m.s}^{-1}$.

Le solide (S) quitte la piste au point D avec la vitesse $v_D = 2,7 \text{ m.s}^{-1}$.

Tu es sollicité pour étudier le mouvement du solide sur les différents trajets. On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

1) Mouvement sur AB

- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
- Etablir l'expression de la vitesse v_M en fonction de v_A , g , r , θ et θ_0 .
- Vérifier que $v_B = 7,8 \text{ m.s}^{-1}$.
- Montrer que la réaction en M peut se mettre sous la forme $R = mg \left(3\cos\theta - 2\cos\theta_0 + \frac{v_A^2}{rg} \right)$
- En quel point la réaction est-elle maximale ? Calculer $R_{\max}$.

2) Mouvement sur BC :

- Déterminer l'expression de l'intensité f de la force de frottement en fonction de m , v_B , v_C et ℓ_1 .
- Calculer f .

3) Mouvement dans le repère (O, i, j)

- Déterminer les coordonnées du point D dans le repère (O, i, j).
- Établir les équations horaires du mouvement du solide (S) en fonction de g , α , v_D , ℓ_2 et t . L'instant initial est choisi lorsque le solide se trouve en D.
- Déduis de la question précédente l'équation cartésienne de la trajectoire du solide (S) sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des constantes estimées à 10^{-3} près.
- Détermine la distance OI pour que le solide (S) heurte (S') situé au point I.

Exercice n°4 :

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'élèves de Terminale S₂ du lycée Lymamoulaye utilise le dispositif présenté en annexe pour étudier le mouvement des ions oxygène $^{16}\text{O}^{2-}$ de masse $m = 2,6784 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. Le dispositif comprend deux condensateurs plans à armatures parallèles. Le premier condensateur disposé verticalement sert à accélérer les ions et le second disposé horizontalement pour la déflexion électrostatique (voir figure).

En A, les particules entrent avec une vitesse négligeable par un trou entre deux armatures verticales aux bornes desquelles règne une différence de potentielle $U_1 = U_{AB}$.

Les particules arrivent en O, origine du repère (Ox, Oy) (voir figure, feuille annexe).

Les ions forment un point lumineux sur un écran fluorescent en I situé à la distance $L = 17,5 \text{ cm}$ par rapport au centre C du condensateur P₁P₂.

On donne : Charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

1) Accélération des ions :

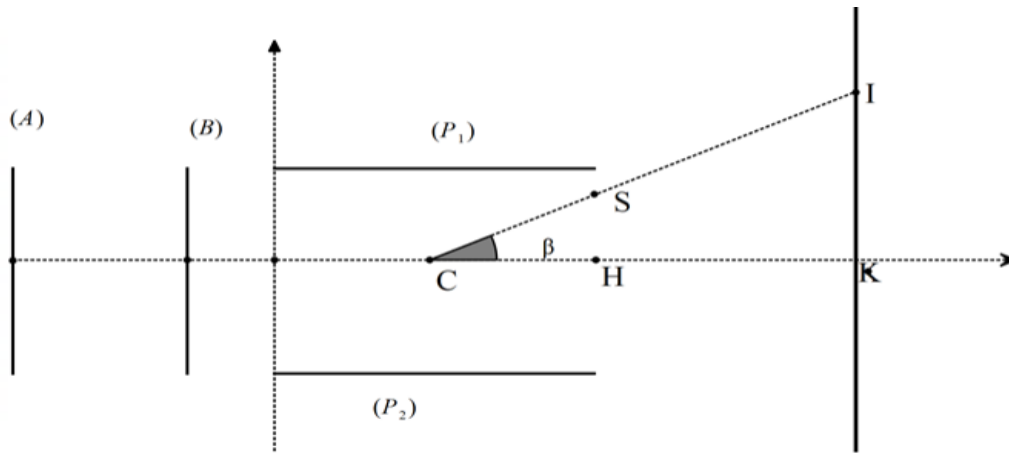
- Déterminer le signe de la tension U_1 pour que les ions soient accélérés de A à B.
- Représenter sur la figure le champ électrique $\vec{E}_1$ et la force électrique $\vec{F}_1$ que subit chaque particule ;
- Déterminer U_1 pour que les particules sortent en B avec une vitesse $V_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$.

2) Déflexion des ions :

- Indique la polarité des plaques pour que les particules soient déviées vers le haut. Justifie ta réponse.
- Représente sur la figure le champ électrique $\vec{E}_2$ et la force électrique $\vec{F}_2$ sur l'ion $^{16}\text{O}^{2-}$.
- Établir les équations horaires du mouvement d'un ion $^{16}\text{O}^{2-}$ et déduis-en l'équation cartésienne de sa trajectoire en fonction de m , V_1 , U_2 , d et e ; où $U_2 = V_{P1} - V_{P2}$ est la tension appliquée entre les armatures P₁ et P₂.
- Détermine la tension U_2 à établir entre P₁ et P₂ pour que les particules sortent au point S d'ordonnée $y_S = 1 \text{ cm}$, sachant que les armatures sont longues de $\ell = 5 \text{ cm}$ et distantes de $d = 4 \text{ cm}$.

3) Point d'impact :

- Vérifie que $\tan\beta = -\frac{U_2\ell}{2dU_1}$.
- Donne l'expression de la déflexion IK de l'ion $^{16}\text{O}^{2-}$ en fonction de U_1 , U_2 , d , ℓ et L . et calcule sa valeur.



Exercice n°5 :

Données : Masse volumique de l'eau peau = 1000 kg.m^{-3} ; rayon de la goutte $r = 1,0 \text{ mm}$.

Constante de frottement $k = 6\pi\eta r$; intensité du champ de pesanteur terrestre $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

La pluie peut apparaître sous forme de gouttes d'eau provenant des nuages et tombant vers le sol.

On s'intéresse au mouvement de chute d'une goutte d'eau dans l'air. La goutte d'eau est assimilable à une sphère de rayon r et de masse m . On suppose que la goutte ne subit pas de déformation lors de sa chute.

On négligera dans tout l'exercice la poussée d'Archimède. Le repère d'étude est indiqué sur la figure 2.

3.1. Etude du mouvement de la goutte d'eau sous l'action du vent sans frottement :

Dans cette partie, on néglige toutes les forces de frottement.

A l'instant initial $t=0$, le centre d'inertie G de la goutte d'eau situé à 300 m au-dessus du sol, est animé d'une vitesse verticale de valeur $v_0 = 9,3 \text{ m.s}^{-1}$. Une rafale de vent très brève communique à la goutte d'eau une vitesse horizontale $\vec{v}_H$ (figure 2).

3.1.1. Montrer que les équations horaires des coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ du centre d'inertie G de la goutte d'eau

dans repère d'étude indiqué à la figure 2 sont : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_H t \\ y(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \end{cases}$

3.1.2. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire puis préciser sa nature.

3.1.3. Déterminer la valeur v_H de la vitesse du vent pour que le centre d'inertie de la goutte d'eau atterrisse au sol au point M situé à 50 m du point A qui se trouve à la verticale passant par O .

3.2. Etude du mouvement de la goutte d'eau avec frottement sans action du vent.

La goutte d'eau est maintenant en mouvement de chute verticale et l'action de l'air sur la goutte est modélisée par une force de frottement unique $\vec{f} = -k\vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse du centre d'inertie de la goutte à l'instant t et k la constante de frottement.

On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, début du mouvement, la vitesse de la goutte est nulle.

3.2.1. Faire un schéma en y représenter les forces appliquées à la goutte d'eau pour $t > 0$.

3.2.2. Montrer que l'équation différentielle relative à la vitesse v du centre d'inertie de la goutte peut s'écrire sous la forme :

$\frac{dv}{dt} + Cv = g$, où C est une constante qu'on exprimera en fonction de m et k puis en fonction de ρ , r , et η .

3.2.3. Donner l'expression de la vitesse limite en fonction de m , g et k puis en fonction de ρ , r , η et éventuellement de g .

3.2.4. A la date $t = 55 \text{ s}$, la vitesse de la goutte atteint sa valeur finale appelée vitesse limite (v_{lim}) : $v_{lim} = 117,2 \text{ m/s}$.

3.2.4.1. Trouver la valeur de la constante C et préciser son unité.

3.2.4.2. En déduire la valeur de la viscosité η de l'air dans ces conditions.

Exercice n°6 :

Partie I :

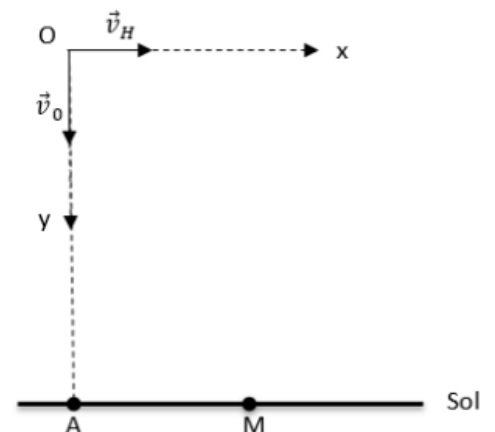
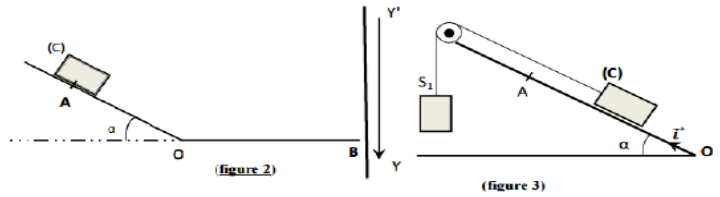


Figure 2

Un chariot (C) de masse $m=0,5$ Kg glisse sans frottement sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale (figure 2). Le solide est abandonné sans vitesse initiale au point A. On donne $OA=4,9$ m et $OB=4$ m.

1.
 - a) Représenter sur un schéma les forces extérieures qui s'exercent sur le chariot (C) le long de son mouvement sur le plan (OA).
 - b) Donner l'expression de l'accélération a_1 en fonction de g et de α . La calculer.
 - c) Calculer la vitesse du chariot au point O.



2. On admet que la vitesse au point O garde la même valeur lorsque sa direction change.
 - a) Déterminer la nature du mouvement sur (OB).
 - b) Déterminer sa vitesse au point B.

3. En réalité, le chariot atteint le point B avec une vitesse $V_B = 5$ m/s. En admettant l'existence d'une force de frottement f constante, opposée au vecteur vitesse, déterminer la valeur de cette force.

Partie II :

Le chariot (C) est attaché à un fil inextensible f_1 qui passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est accrochée à un solide S_2 de masse m_2 inconnue (figure 3). Le contact entre le chariot et le plan se fait avec des forces de frottement supposées équivalentes à une force f parallèle, de sens contraire au mouvement de valeur $f=0,5$ N. Le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale à partir de O, l'origine des temps est choisie à cette date. Le chariot arrive au point A situé à 4,9 m de O, à l'instant $t = 3,14$ s.

1. Etablir l'expression de l'accélération a_2 du centre d'inertie du chariot en fonction de m , m_2 , g , f et α . En déduire la nature du mouvement.
2. Ecrire l'équation horaire du mouvement du chariot. En déduire la valeur de son accélération a_2 .
3. Déduire la valeur de la masse m_2 du solide.

Exercice n°7 :

Un skieur glisse sur une piste recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau. La figure ci-dessous donne l'emplacement du lac par rapport au point O où le skieur quitte la piste pour effectuer saut en vue d'atterrir sur la partie EF de la piste inclinée d'un angle β par rapport à l'horizontale. Le prolongement de la piste EF passe par le point O origine du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Le mouvement du skieur se fait dans un plan vertical. On assimilera le skieur et ses accessoires à un point matériel G et on négligera tous les frottements de la piste et de l'air.

Données :

- Masse du skieur et ses accessoires : $m = 60$ kg ;
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Hauteur $H = 0,50$ m ; l'angle $\alpha = 30^\circ$; largeur du lac : $DE = d = 10$ m ;
- Rayon de la partie circulaire BCO : $r = 2$ m

- 3.1. Dans un premier essai, le skieur part sans vitesse initiale d'un point A situé à une hauteur $h = 4,0$ m au-dessus de l'horizontale passant par les points B et O.

3.1.1. Exprimer la vitesse V_M du skieur au point M, en fonction de g , h , r , α et θ .

3.1.2. Montrer que l'expression de la réaction de la piste au point M repéré par l'angle $\theta = \widehat{BTM}$ est : $R = mg \left[\frac{2h}{r} + 3 \cos(\alpha - \theta) - 2 \cos \alpha \right]$

3.1.3. En quel point de la piste la réaction est-elle maximale ? Calculer sa valeur.

- 3.2. A un instant pris comme origine des dates ($t = 0$ s), le skieur quitte la piste au point O avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale passant par le point O origine du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3.2.1. Montrer que, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'équation de la trajectoire du skieur au-delà du point O peut s'écrire sous la forme : $y = -\frac{x^2}{4h \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$.

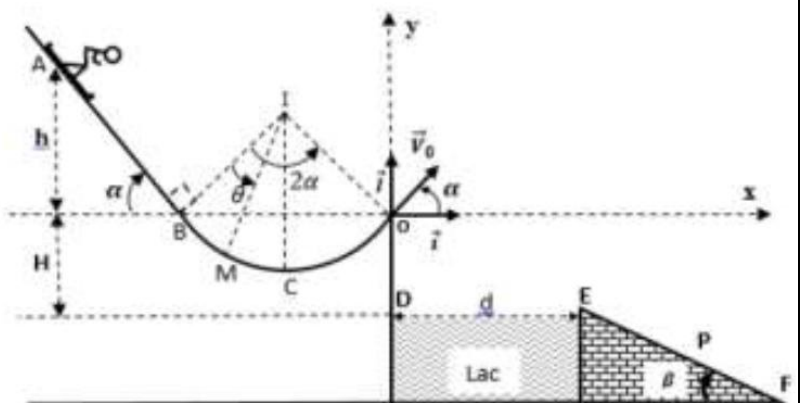
3.2.2. Dans ce premier essai, montrer que le skieur tombe dans le lac.

3.2.3. Déterminer la valeur minimale de la hauteur pour que le skieur ne tombe pas dans le lac.

- 3.3. Dans un deuxième essai, le skieur part sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 10$ m au-dessus du plan horizontal passant par les points B et O. il atterrit en point P de la piste d'atterrissage EF. On appelle la distance OP : « performance du skieur ».

Montrer que : $OP = \frac{4h \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\cos^2 \beta}$. Calculer sa valeur.

On donne : $\sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta)$



Fin de la série