

**SERIE ACADEMIQUE CINEMATIQUE**

**EXERCICE I**

Soit  $\vec{OM} = x\vec{i}$  le vecteur position d'un point mobile M animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire :  $X(t) = -5t^2 + 30t + 10 \quad t \geq 0$

- Déterminer les vecteurs vitesse  $\vec{V}$  et accélération  $\vec{a}$  du point mobile. Quelle est la nature du mouvement ? Préciser les valeurs de l'accélération, de la vitesse et de l'abscisse de M à l'instant initial.
- Etudier la variation de vitesse V en fonction du temps t. A quelle date le mouvement de M change-t-il de sens ? Entre quels instants ce mouvement est-il accéléré ? décéléré ?
- Représenter graphiquement la fonction x(t). Déterminer sur ce graphique l'instant où le vecteur  $\vec{V}$  s'annule et change de sens. Quelle est alors l'abscisse de point M ?

**EXERCICE II**

Un mobile ponctuel se déplace dans un repère  $R(o, \vec{i}, \vec{j})$  ; son mouvement débute à l'instant  $t = 0$  ; son vecteur vitesse est  $\vec{V} = \vec{i} + 2t\vec{j}$ , ( en  $m \cdot s^{-1}$ ). A l'instant  $t = 4$  s il passe par le point A de coordonnées  $(2, 0)$

- Etablir les lois horaires du mouvement ;
  - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
  - Construire la courbe de la trajectoire dans le repère  $R(o, \vec{i}, \vec{j})$  entre les instants  $t_0 = 0$  s et  $t = 5$  s .

Echelle 1 cm correspond à 1 m.

- Déterminer la durée  $\Delta t$  du mouvement entre le sommet de la trajectoire et le point A .
  - Déterminer le vecteur accélération  $\vec{a}$  .
  - Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse  $\vec{V}_A$  ; lorsque le mobile passe par le point A.
  - Représenter sans échelle en A le vecteur vitesse  $\vec{V}_A$  et le vecteur accélération  $\vec{a}$  .
  - En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération en A.

**EXERCICE III :**

Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  sont : 
$$\begin{cases} x = 3t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$$

- Calculer la vitesse du mobile à l'instant  $t = 2$  s.
- Calculer les composantes tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$  de l'accélération  $\vec{a}$  du mobile dans la base de Frenet  $(M, \vec{N}, \vec{T})$  à l'instant  $t = 2$  s. En déduire la valeur du rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire à  $t = 2$  s.

**EXERCICE IV**

Une voiture, assimilée à un point matériel M, se déplace sur une trajectoire **OABC**, constituée d'une partie rectiligne **OA** et une circulaire **ABC** de rayon R. O est l'origine de l'axe (ox) orienté positivement de O vers A (voir figure 1).

A  $t = 0$ s la voiture est au point O, elle arrive au point A à  $t = 20$ s. Elle atteint le point B à  $t = 30$  s avec une accélération de  $2 \text{ m/s}^2$ .

L'évolution de la vitesse de la voiture M en fonction du temps a été représentée à la figure 2.

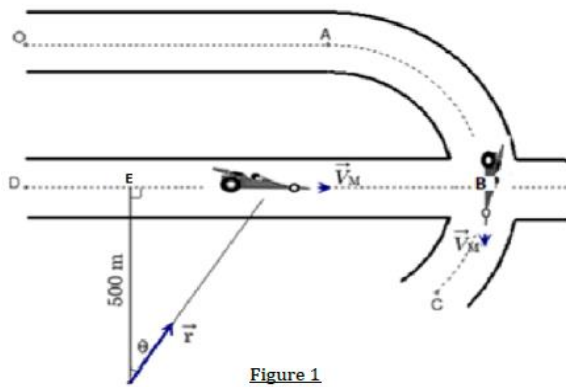


Figure 1

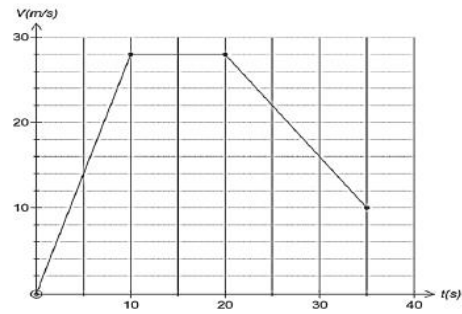


Figure 2

1. Ecrire les équations horaires de la vitesse entre  $t=0$  et  $t=35$  s.
2. Ecrire les équations horaires de l'abscisse de M dans la partie OA en précisant la nature du mouvement.
3. Quelle est la longueur de l'arc  $\widehat{AB}$ .
4. Tracer le graphe de l'accélération tangentielle entre 0 et 35s
5. Déterminer le rayon de courbure  $R_B$  de la trajectoire du mobile au point B.
6. Calculer la valeur de la vitesse et celle de l'accélération 10 s après le passage au point A.

### EXERCICE V

Dans un référentiel R, muni du repère d'espace cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  la loi horaire d'un point M est donnée par:  $\vec{OM} = 2t \vec{i} + \sqrt{4(1-t^2)} \vec{j}$ , avec t exprimé en seconde et les distances en mètre.

1. On suppose :  $t > 0$ . Pour quelles valeurs de t le mouvement de M est-il défini ?
2. Quelle est la nature de la trajectoire ? construire cette trajectoire.
- 3.1. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{V}$  du point M dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ . Le mouvement de M est-il uniforme ? justifier la réponse.
- 3.2. Représenter, sur le graphique du 2), le vecteur vitesse du point M, à l'instant  $t=0,5$ s.  $1\text{cm} \leftrightarrow 0,50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- 4.1. Exprimer la vitesse angulaire  $\omega$  du point M en fonction du temps.
- 4.2. Quelle est sa valeur numérique pour  $t=0,5$ s ?
- 5.1. Exprimer les coordonnées, dans la base de Frenet, du vecteur accélération  $\vec{a}$  de M.
- 5.2. Représenter, sur le graphe du 2) le vecteur  $\vec{a}$  à l'instant  $t = 0,5$ s.  $1\text{cm} \leftrightarrow 0,50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
6. A la date :  $t=0,5$ s, le mouvement de M est-il accéléré ou décéléré. Justifier la réponse.
7. Quelle est la valeur numérique de l'abscisse curviligne de M, à la date  $t=0,5$ s, si l'origine des abscisses curvilignes est la position  $M_0$  du point M à la date :  $t_0=0,0$ s ?
8. Soit  $\varphi$  l'angle  $(\vec{OX}, \vec{OM})$ , nul à l'instant initial  $t=0$ .
- 8.1. Exprimer  $\varphi$  en fonction du temps t.
- 8.2. Calculer la vitesse angulaire  $w(t)$  de M.

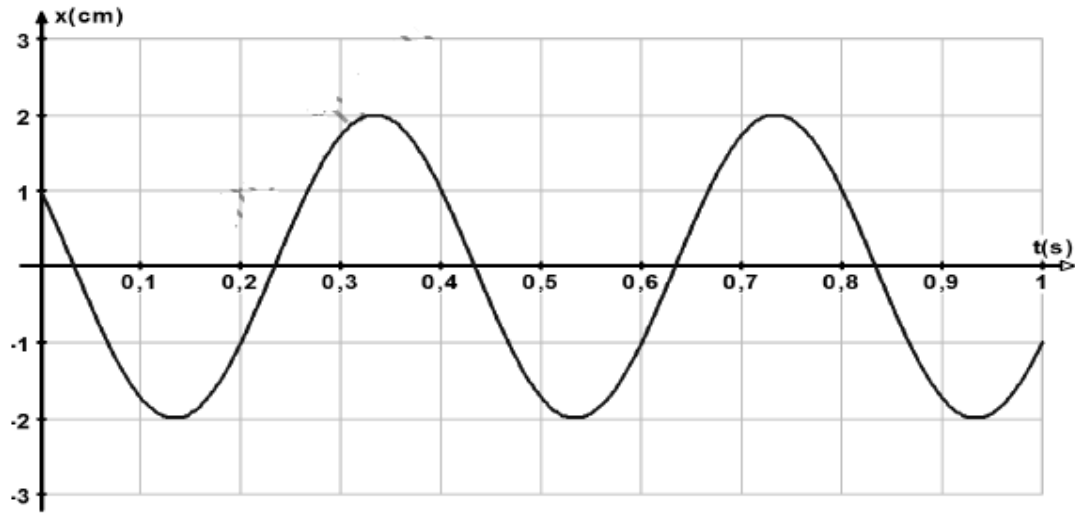
### EXERCICE VI

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal dans le référentiel terrestre selon l'équation :  $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ .

Dans un repère  $(O, \vec{i})$  lié à ce référentiel, porté par la trajectoire dont l'origine est la position d'équilibre du mobile,

L'élongation x du mobile, évolue dans le temps suivant le chronogramme de la figure ci-dessous.

1. Déterminer graphiquement les valeurs de l'amplitude  $x_m$ , de la pulsation  $\omega$  et de la phase initiale  $\phi$  du mouvement du mobile.
2. Déterminer la date à laquelle le mobile passe pour la **2ème fois** par la position d'abscisse  $x_1 = -1\text{cm}$ .
- 3.1. Etablir l'expression en fonction du temps, de la vitesse v du mobile puis montrer que la vitesse et en quadrature avance sur l'élongation x.
- 3.2. Etablir la relation  $V^2 = \omega^2 \cdot (X_m^2 - X^2)$ .
- 3.3. Déterminer la position du mobile pour laquelle sa vitesse prend la valeur maximale  $V_m$ .
- 3.4. Calculer la valeur de la vitesse du mobile quand son élongation vaut **0,5 cm**.



**EXERCICE VII**

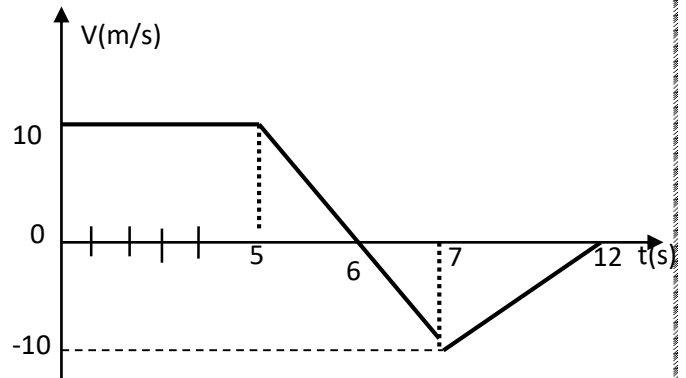
Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. L'axe  $xx'$  est le support de la trajectoire, l'origine  $O$  est le centre du mouvement. La période du mouvement est  $T=2,0s$ . A l'instant choisi pour origine des dates, l'abscisse du mobile est  $x_0 = 1,2cm$ , sa vitesse est nulle.

1. Déterminer l'équation horaire du mouvement.
2. Quelle est la vitesse maximale du mobile ?
3. Quelle est l'accélération maximale du mobile ?
4. Calculer l'abscisse, la vitesse et l'accélération du mobile à la date  $t = 1,5s$

**EXERCICE VIII**

La représentation graphique de la vitesse  $V = f(t)$  d'un mobile est donnée à la figure ci-contre.

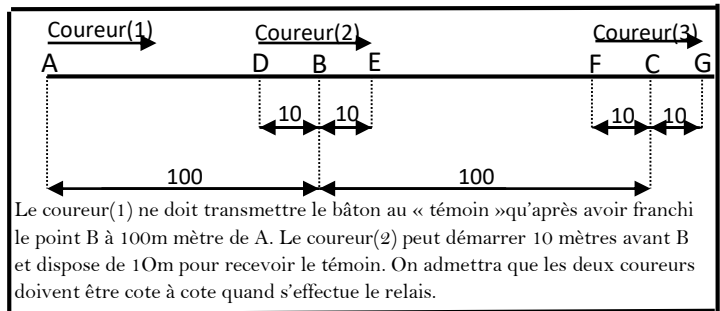
- 1.1. Calculer les accélérations du mobile au cours du mouvement.
- 1.2. Tracer la représentation graphique  $a = g(t)$  de l'accélération  $a$  en fonction du temps avec  $t \in [0 ; 12]$  en seconde.
2. Calculer l'espace parcouru par le mobile.



**EXERCICE IX**

La figure ci-contre donne les règles essentielles de la course de relais 4x100m.

1. Le coureur(1) démarre à l'instant  $t_0$  du point A. Son mouvement est rectiligne uniformément accéléré. Il atteint la vitesse  $v_1 = 9.8m.s^{-1}$  en  $\Delta t_1 = 0,8s$ . Il se trouve alors au point  $A_1$ .



- 1.1. Déterminer la valeur de l'accélération  $a_1$  de cette première phase de son mouvement.
- 1.2. Etablir dans des repères que l'on précisera les lois horaires littérales et numériques :  $x_1(t)$  et  $v_1(t)$  du mouvement du coureur(1) dans cette phase.

2. A  $t_1=0,8s$ , commence la deuxième phase du mouvement du coureur (1). Son mouvement devient rectiligne et uniforme à la vitesse  $V_1$ . En prenant comme origines des repères les éléments suivants :

Repère d'espace : point  $A_1$  ; repère de date :  $t = 0$  : « le coureur(1) est en  $A_1$  », établir les lois horaires littérales et numériques :  $x_2(t)$  et  $V_2(t)$  du mouvement du coureur(1) dans cette deuxième phase.

3. Quel temps réalise –t-il aux 100m ?

**EXERCICE X**

Une automobile franchit un feu rouge, à un instant pris comme origine du temps, à une vitesse constante  $V_1=30 \text{ m.s}^{-1}$  ( $108 \text{ Km.h}^{-1}$ ). Deux secondes plus tard une voiture de police, placée au niveau du feu rouge, démarre à une accélération  $a = 4 \text{ m.s}^{-2}$  à la poursuite de l'automobile. Les mouvements des deux mobiles sont rapportés à un repère ( $o ; i$ ) horizontal, l'origine  $O$  coïncide avec la position du feu rouge. Le parcours des deux mobiles est supposé rectiligne.

1. Quelle est la nature de mouvement de l'automobile ? Donner sa loi horaire de mouvement.
2. Quelle est la nature de mouvement de la voiture de la police ? Donner sa loi horaire de mouvement.
3. Déterminer l'instant de rattrapage de l'automobile par les agents de police. Déduire la position du rattrapage ainsi que la vitesse de chaque voiture.
4. En réalité la vitesse maximale de la voiture des policiers ne peut pas dépasser la valeur  $50 \text{ m.s}^{-1}$ .
- 4.1. L'automobile peut-elle être rattrapée par les policiers.
- 4.2. Si non déterminer la distance minimale qui sépare les deux mobiles lors de la poursuite.

**EXERCICE XI:**

Un dispositif permet d'enregistrer à des intervalles de temps égaux, les positions d'un point matériel en mouvement rectiligne. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

t (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
x (cm)	5	15	29	47	69	95	124,5	154,5	184,5	214,5	244,5

1. Montrer que le mouvement admet une première phase uniformément accélérée et calculer son accélération. Etablir l'équation du mouvement dans cette phase.
2. Montrer que le mouvement devient uniforme vers la fin de l'enregistrement. Etablir l'équation horaire pour cette phase. On considérera qu'à l'instant initial  $v = v_0 = 0$ .

**FIN DE SERIE**