

### SERIE D'EXERCICES SUR ENERGIE CINETIQUE

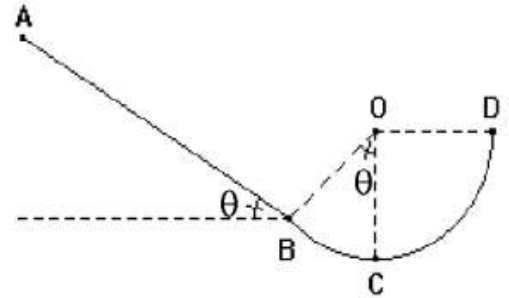
**Exercice n°1 :**

Une piste verticale est formée :

- D'une portion rectiligne AB de longueur  $L = 1,2 \text{ m}$ , inclinée d'un angle  $\theta = 45^\circ$  par rapport à l'horizontale.
- Et d'une partie circulaire BCD, de rayon  $r = 25 \text{ cm}$ .

Un solide S, ponctuel, de masse  $m = 180 \text{ g}$  est abandonné en A sans vitesse initiale.

1. En négligeant les forces de frottement, déterminer les vitesses du solide aux points B et C.
2. En réalité, sur la portion AB, il existe des forces de frottement assimilables à une force unique  $\vec{f}$  constante et colinéaire à la trajectoire. Le solide arrive alors au point D avec une vitesse  $V_D = 2 \text{ m/s}$ .
  - 2.1. Déterminer la vitesse réelle  $V_B$  du solide au point B.
  - 2.2. En déduire l'intensité  $f$  des forces de frottement qui s'exercent sur le solide S.

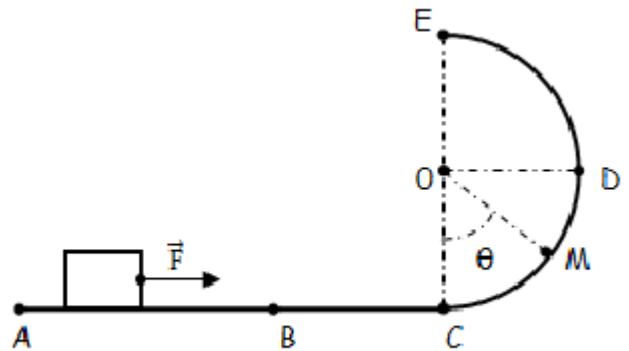
**Exercice n°2 :**

Un solide ponctuel (S), de masse  $m = 0,5 \text{ kg}$ , est initialement au repos en A. On le lance sur une piste ABCDE, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force  $\vec{F}$  horizontale et d'intensité  $F$  constante. On pose  $AB = L = 1 \text{ m}$  et on suppose que les frottements sont négligés.

N.B : On précise que  $\vec{F}$  n'agit sur le solide que sur le long de la partie AB.

La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CDE est un demi-cercle de centre O et de rayon  $r = 1 \text{ m}$ . Ces deux portions sont dans un même plan vertical (voir figure).

1. Exprimer en fonction de  $F$ ,  $L$  et  $m$  la valeur de la vitesse de (S) en B.
2. Montrer que l'énergie cinétique du solide en B est la même qu'en C.
3. Au point M défini par l'angle  $\theta = (\vec{OC}, \vec{OM})$  :
  - a) Etablir en fonction de  $F$ ,  $L$ ,  $m$ ,  $r$ ,  $\theta$  et  $g$  l'expression de la vitesse de (S) en M.
  - b) En déduire la valeur minimale notée  $F_0$  de  $F$  pour que (S) arrive au point E.
4. On applique maintenant au solide à partir du point A et sur la même distance  $AB = L$ , une force d'intensité  $F = 1,5 F_0$ . Déterminer alors la vitesse  $V_D$  du solide au point D.
5. Avec quelle vitesse, le solide retombe-t-il sur le plan ABC ?

**Exercice n°3 :**

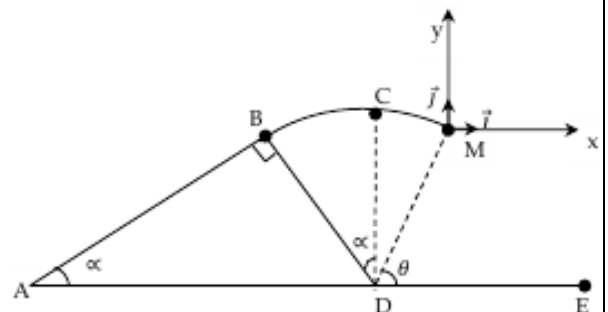
Une piste ABCM est formée de deux parties AB et  $\widehat{BM}$  :

- AB est une partie rectiligne de longueur  $AB = \ell$ . Elle fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale ADE.
- $\widehat{BM}$  est une portion de cercle de rayon  $r = 2,5 \text{ m}$ .
- $(CD)$  est perpendiculaire à  $(AD)$ .

On prendra  $g = 10 \text{ N/Kg}$  et  $\theta = 80^\circ$ .

Un solide ponctuel de masse  $m = 400 \text{ g}$  est propulsé du point A avec une vitesse  $V_A = 8 \text{ m/s}$ .

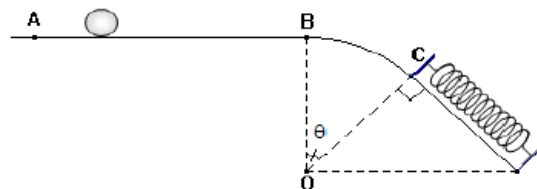
1. On suppose que les frottements sont négligeables sur la piste ABCM.



- Déterminer les expressions des vitesses du solide en B et en C en fonction de  $V_A$ ,  $g$ ,  $r$  et  $\alpha$ . Calculer  $V_C$ .
  - Déterminer l'expression des vitesses de la vitesse  $V_M$  du solide en M en fonction de  $V_A$ ,  $g$ ,  $r$  et  $\theta$ . Calculer  $V_M$ .
  - On montre par une loi physique que l'intensité de la réaction en M s'écrit :  $R = mg \sin \theta - m \frac{V_M^2}{r}$ , déterminer l'expression  $R$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $V_A$  et  $\theta$ . Calculer sa valeur.
- En réalité, sur le tronçon ABC existent des forces de frottement qui équivalent à une force unique  $\vec{f}$  d'intensité constante. Le solide arrive en C avec une vitesse  $V_C = 0,75$  m/s. Déterminer l'expression de  $f$  en fonction de  $V_A$ ,  $V_C$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $m$  et  $\alpha$ . Calculer la valeur de  $f$ .
  - Le solide quitte la piste en M avec une vitesse  $V_M = 3,85$  m/s. L'équation de sa trajectoire dans le repère  $(M, \vec{i}, \vec{j})$  s'écrit :  $y = -0,349x^2 - 0,176x$ .
    - Calculer les coordonnées du point de chute E.
    - Calculer sa vitesse au point de chute E.

**Exercice n°4 :**

Une petite bille de masse  $m = 300$  g glisse sans rouler sur le trajet ABC. Sur tout le trajet la bille est soumise à des forces de frottement d'intensité constante  $f = 0,03$  N. Le tronçon AB est un arc de cercle de centre O et de rayon  $r = 2$  m. On donne  $AB = L = 500$  m ;  $\theta = \widehat{BOC} = 45^\circ$  et  $g = 10$  N.kg<sup>-1</sup>



- Quelle est la vitesse  $V_A$  de la bille lors de son passage en A sachant que qu'elle s'arrête en B ?
- L'équilibre de la bille en B étant instable, celle-ci glisse alors vers le point C. Déterminer la vitesse  $V_C$  de la bille en C.
- Au point C est placée l'extrémité d'un ressort de raideur  $k = 500$  N.m<sup>-1</sup>. La bille bute en C sur le ressort avec la vitesse  $V_C = 3,4$  m.s<sup>-1</sup> qu'elle comprime. Soit  $x$  la compression maximale du ressort ( $x$  est positif).
  - Par application du T.E.C. montrer la relation :  $kx^2 + 2x(f - mg \sin \theta) + -mV_C^2 = 0$
  - Calculer la compression maximale  $x$  du ressort.

**Exercice n°5 :**

Pendant les vacances scolaires tu assistes à un jeu d'enfant dont le jouet est constitué d'un ressort (R) de constante de raideur  $k$  à spires non jointives et de masse négligeable, servant à propulser un solide (S) de masse  $m$  sur une piste A'ABCD (voir figure ci-dessous).

Le joueur veut déterminer la vitesse du solide lors de son arrivée dans le réceptacle. Etant un élève de 1ère, apporte-lui ton soutien.

Dans tout l'exercice, on négligera la résistance de l'air ainsi que les frottements sur la piste A'ABC On donne :  $k = 150$  N/m ;  $m = 60$  g ;  $g = 10$  N/kg ;  $BC = 20$  cm ;  $\theta = 60^\circ$  et  $CO' = O'D = r = 5$  cm

- Mouvement sur la partie A B
 

Le ressort est comprimé d'une longueur  $A'A = a = 10$  cm. On lâche le système {ressort + solide} sans vitesse initiale.

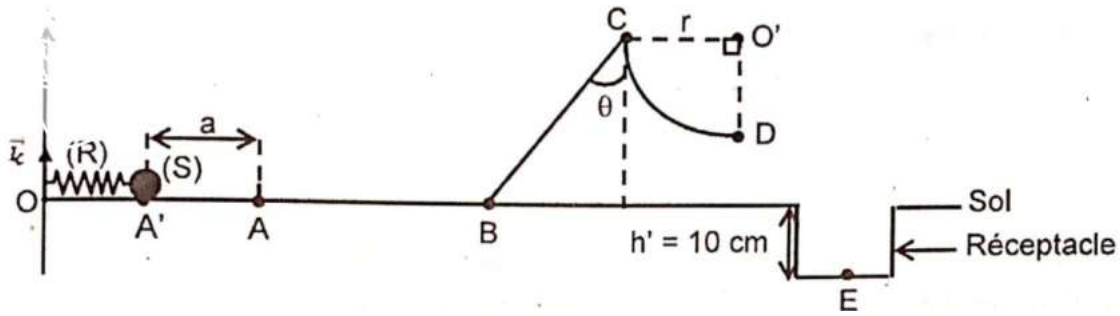
  - Montrer que le solide est propulsé en A avec une vitesse  $V_A = 5$  m/s.
  - Détermine la vitesse  $V_B$  du solide au point B.
- Mouvement sur la partie BC
 

Le solide aborde la partie BC avec une vitesse de 5 m/s.

  - Calcule la vitesse  $V_C$  du solide en C.
  - On veut que le solide arrive au point C avec une vitesse nulle. Détermine la longueur  $a'$  dont il devrait comprimer le ressort.
- Mouvement sur la partie CD et mouvement ultérieur
 

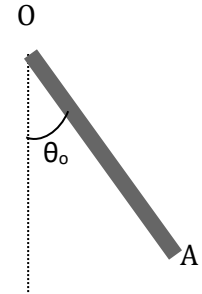
On suppose que le ressort est comprimé de la longueur  $a$ . Sur cette partie s'exercent des frottements équivalents à une force constante d'intensité  $f = 0,04$  N.

  - Calcule la vitesse  $V_D$  du solide au point D.
  - Le solide quitte la piste en D et tombe au point E, dans un réceptacle de profondeur  $h' = 10$  cm. Calcule la vitesse  $V_E$  du solide en E.

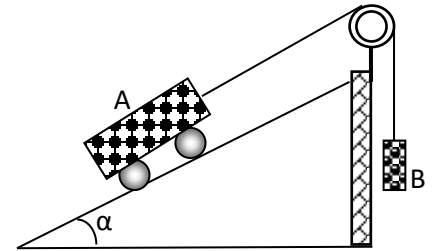
**Exercice n°6 :**

Une tige cylindrique homogène de masse  $m = 400 \text{ g}$  et de longueur  $OA = \ell = 60 \text{ cm}$  est mobile dans un plan vertical autour d'un axe horizontal ( $\Delta$ ) de rotation passant par son extrémité  $O$ . On néglige tous les frottements et on donne  $J_O = \frac{1}{3} m \ell^2$ , le moment d'inertie de la tige par rapport à son extrémité  $O$

- On écarte la tige d'un angle  $\theta_0 = 45^\circ$  par rapport à la verticale puis on l'abandonne sans vitesse. Déterminer la vitesse angulaire de passage de la tige :
  - Par la position correspondant à  $\theta = 30^\circ$ .
  - Par la position d'équilibre stable.
- On écarte à nouveau la tige d'un angle  $\theta_0 = 45^\circ$  par rapport à la verticale puis on la lance avec la vitesse angulaire  $\omega_0 = 15 \text{ rad/s}$ .
  - Calculer la vitesse angulaire de la tige au sommet de sa trajectoire.
  - La tige fait-elle un tour complet ? Justifier.

**Exercice n°7 :**

Un chariot de masse  $m_A$  est placé sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal. Il est attaché à un fil passant sur la gorge d'une poulie et portant à son extrémité un solide B de masse  $m_B > m_A$ . Les deux corps A et B initialement au repos, sont animés d'un mouvement rectiligne uniformément varié. Les masses de la poulie et du fil inextensible sont négligeables. On néglige de même tous les frottements.



- Lorsque le solide chute d'une hauteur  $h$ , donner les expressions des travaux des poids des solides A et B.
- En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de la tension du fil (son intensité étant constante au cours du temps) en fonction de  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $\alpha$  et  $g$ .
- Calculer la vitesse de A ainsi que la tension du fil lorsque B chute de 1 cm.

Données :  $m_A = 80 \text{ g}$  ;  $m_B = 100 \text{ g}$  ;  $g = 10 \text{ N/Kg}$  ;  $\alpha = 30^\circ$ .

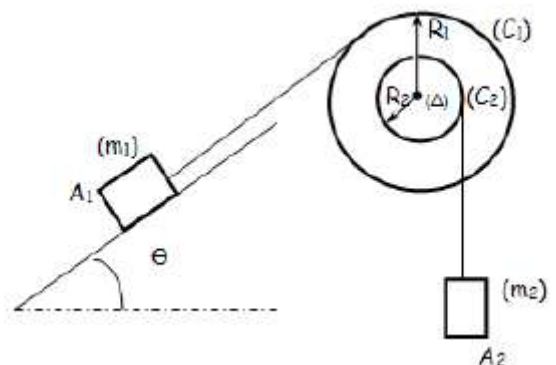
**Exercice n°8 :**

N.B : Les deux parties sont indépendantes : On donne  $\theta = 45^\circ$

Dans tout le problème on considérera que les frottements sont négligeables et on prendra pour accélération de la pesanteur  $g = 10 \text{ N/kg}$ . Deux cylindres ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ), coaxiaux, solidaires l'un de l'autre ont respectivement pour rayon  $R_1 = 10 \text{ cm}$  et  $R_2 = 5 \text{ cm}$ . Ils constituent un système (S) pouvant tourner au tour d'un axe horizontal confondu avec leur axe de révolution, sur lequel se trouve le centre de gravité. Le moment d'inertie du système (S) par rapport à cet axe de révolution  $J_A$  vaut  $27 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ .

Le cylindre ( $C_1$ ) soutient un corps ( $A_1$ ) de masse  $m_1 = 100 \text{ g}$ , par l'intermédiaire d'un fil inextensible, de masse négligeable, fixé au cylindre. Le cylindre ( $C_2$ ) soutient, de la même façon, un corps ( $A_2$ ) de masse  $m_2 = 120 \text{ g}$ . Les fils étant verticaux et leur sens d'enroulement tel que ( $A_1$ ) et ( $A_2$ ) se déplacent en sens contraire, on libère ce dispositif sans vitesse initiale. Le système se déplace dans le sens trigonométrique.

- Quelles sont les relations qui lient la vitesse angulaire de (S) et les vitesses de translation de ( $A_1$ ) et de ( $A_2$ ) à un instant  $t$ .



- Exprimer l'énergie cinétique du système formé par (S) - (A<sub>1</sub>) - (A<sub>2</sub>) en fonction de m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>, J<sub>A</sub>, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> et V vitesse de (A<sub>1</sub>) à l'instant t
- Exprimer le travail des forces de pesanteur entre l'instant initial et l'instant t où la hauteur de (A<sub>1</sub>) à varier de h<sub>1</sub> en fonction de m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>, g et h<sub>1</sub>.
- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système (S) - (A<sub>1</sub>) - (A<sub>2</sub>) entre l'instant de départ et l'instant où la vitesse de (A<sub>1</sub>) est V<sub>1</sub> = 2m/s, calculer la hauteur h<sub>1</sub>.

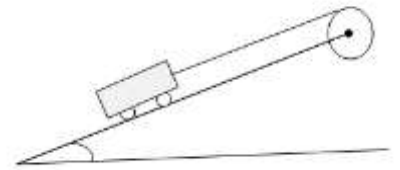
A cet instant (V<sub>1</sub> = 2m/s), on coupe le fil maintenant (A<sub>2</sub>) et l'on freine le système (S) en le soumettant à un couple de moment constant. Les mouvements de (S) et (A<sub>1</sub>) sont alors ralentis.

- Quelle doit - être la valeur du moment du couple de freinage pour que l'arrêt se produise au bout de dix tours de (S) ?

#### Exercice n°9 :

Une benne de masse M=1000 kg, est attachée à un câble enroulé autour d'une poulie de masse m<sub>0</sub>=100 kg de rayon r<sub>0</sub>=50cm. La poulie assimilable à un cerceau a pour moment d'inertie J<sub>0</sub>=m<sub>0</sub>r<sub>0</sub><sup>2</sup>. La poulie est mise en rotation, ce qui permet de faire monter la benne le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle =15° par rapport à l'horizontale. La montée de la benne se fait en trois phases successives.

- Première phase : la benne partant au repos, acquiert une vitesse V<sub>1</sub>= 5 m/s après un parcours de 20 m.
- Deuxième phase : la benne parcourt 500 m à la vitesse constante V<sub>1</sub> = 5 m/s.
- Troisième phase : la poulie étant bloquée, la benne parcourt encore une certaine distance avant de s'immobiliser (pendant cette phase le câble n'est plus tendu).

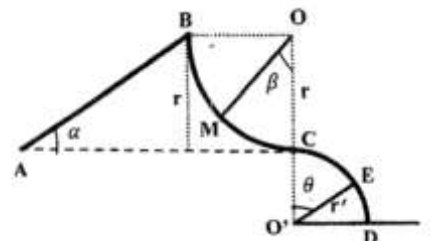


On admettra que tous les frottements sont négligés en on pendra g= 10 N/kg.

- Exprimer puis calculer la distance parcourue par la benne lors de la troisième phase du mouvement.
- Calculer la tension du câble pendant la première et la deuxième phase du mouvement.
- Calculer la vitesse angulaire de la poulie lors de la deuxième phase du mouvement.
- Calculer le moment du couple moteur appliqué à la poulie pendant les deux premières phases du mouvement

**Exercice n°10 :** Un solide de masse m = 1 kg assimilable à un point matériel se déplace sur une piste constituée de trois parties

- Une partie rectiligne AB incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale
  - Une partie circulaire BC, de centre O et de rayon r = 1 m
  - Une partie circulaire CD de centre O' et de rayon r' =  $\frac{r}{2}$
- Le solide est lancé à partir du point A avec une vitesse v<sub>A</sub> = 6 m/s.
    - En supposant les frottements négligeables sur la partie AB, calculer la vitesse du solide au point B.
    - En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique  $\vec{f}$  s'exerçant sur le solide sur toute la partie AB. Calculer l'intensité de f, sachant que la vitesse au point B est nulle.
  - Le solide aborde maintenant, sans vitesse initiale, la partie circulaire BC. La position du solide sur la partie BC est repérée par l'angle β = (OM, OC). On suppose les frottements négligeables.
    - Exprimer la vitesse du solide en M en fonction de r, g et β.
    - Calculer la valeur de cette vitesse au point C.
    - En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique  $\vec{f}'$  s'exerçant sur le solide sur toute la partie BC. Calculer l'intensité de f', sachant que la vitesse au point C est V<sub>C</sub> = 2 m.s<sup>-1</sup>
  - Le solide arrive au point C avec une vitesse ; où il aborde enfin la partie circulaire CD qui est verglacée ; les frottements seront donc négligés.
    - Le solide passe en un point E de la partie CD, défini par θ = (O'C, O'E), OD étant porté par l'horizontale. Exprimer sa vitesse V<sub>E</sub> en fonction de g, r', V<sub>C</sub> et θ.
    - Le solide quitte la piste en E avec la vitesse V<sub>E</sub> = 3 m.s<sup>-1</sup>. Calculer la valeur de l'angle θ.
    - Avec quelle vitesse, le solide atterrit-il sur la piste de réception en un point P.



**Fin de la série**