Énergie cinétique – Théorème de l'énergie cinétique

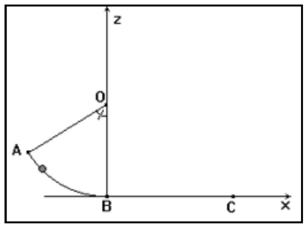
Exercice 1:

Un pendule est constitué d'une bille supposée ponctuelle, de masse m = 100 g, suspendue à un fil de masse négligeable, de longueur ℓ = 60 cm et dont l'autre extrémité est attachée en O, situé à 1,50 m au-dessus du sol. On écarte le pendule d'un angle θ = 30° par rapport à sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse.

1) Calculer la vitesse de la bille à l'instant où elle passe par sa position d'équilibre.
2) A l'instant où la bille passe par sa position d'équilibre, le fil se détache et la bille poursuit son mouvement sur une trajectoire parabolique. Avec quelle vitesse arrive-t-elle au sol ?

Exercice 2:

Un skieur de masse m = 80 kg glisse sur un début de piste formée de deux parties AB et BC. La piste AB représente un sixième de circonférence de rayon r = 10 m ; BC est une partie rectiligne horizontale d'une longueur L = 50 m. Tout la trajectoire a lieu dans un même plan vertical. Le skieur part de A sans vitesse initiale. On peut remplacer le mouvement du skieur par le mouvement de son centre d'inertie.



1) La piste verglacée : on peut alors supposer les frottements négligeables. Calculer la vitesse du skieur en B et C.
2) La piste est recouverte de neige. La force de frottement est toujours tangente à la trajectoire et a une intensité constante *f*.
   a) Exprimer v_A et v_B en fonction de m, r, *f* et L.
   b) Calculer l'intensité f qui amène le skieur en C avec une vitesse nulle. On prendra g = 10 N/kg.

Exercice 3:

Un solide de masse m = 100 g est enfilé sur une tige horizontale sur laquelle il peut glisser. Il est attaché à un ressort, à spires non jointives, de constante de raideur k = 20 $N.m^{-1}$ dont l'autre extrémité est fixe et qui est aussi enfilé sur la tige. On tire sur le solide en allongeant le ressort. Quand son allongement vaut 6 cm, on lâche le solide sans lui communiquer de vitesse.

1) Avec quelle vitesse le solide repasserait-il par sa position d'équilibre s'il n'y avait pas de frottement ?
2) Lorsqu'il passe pour la première par sa position d'équilibre, le solide est animé d'une vitesse de 0,53 m/s. Évaluer la force de frottement exercée par la tige sur le solide en la supposant constante.

Exercice 4:

Un ressort, disposé suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné lisse faisant un angle α = 30° avec l'horizontale, soutient un wagonnet de masse m = 200 g. Le ressort a pour coefficient de raideur k = 50 $N.m^{-1}$ et pour longueur à vide ℓ_0=20cm.

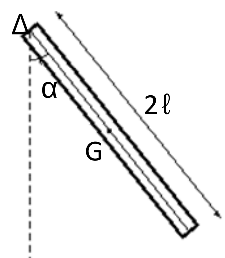
1) Quelle est la longueur du ressort dans cette position d'équilibre ?
2) On désir utiliser le ressort afin de réaliser une mini catapulte. On comprime à cet effet le ressort de 5 cm supplémentaire et on lâche le ressort. Quelle est la vitesse du wagonnet à son passage par la position d'équilibre ?
3) Jusqu'à quel point le wagonnet remonte-t-il sur le plan incliné ? *On prendra g = 10 N/kg.*

Exercice 5:

Un disque de masse m = 200 g, de rayon R = 20 cm, est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe. Sa vitesse angulaire est ω=120tr/min.

1) Quelle est la vitesse d'un point M situé à 5 cm du centre du disque ?
2) Quel est le moment d'inertie du disque par rapport à son axe ?
3) Pour entretenir ce mouvement, un moteur exerce un couple de moment M dont la puissance est P = 500 mW. Que vaut M. Monter que des frottements interviennent et calculer le moment du couple de frottement agissant sur ce disque.
4) À un instant donné, le moteur est débrayé et dès lors, on applique une force $\vec{f}$ tangente au disque d'intensité *f* = 0,2 N. En supposant que le couple de frottement dont le moment a été calculé précédemment continu à agir, (en gardant toujours ce même moment), calculer le nombre de tours effectués par le disque avant qu'il ne s'arrête.

On rappelle que le moment d'inertie d'un disque par rapport à son axe est $J=\frac{1}{2}mR^2$



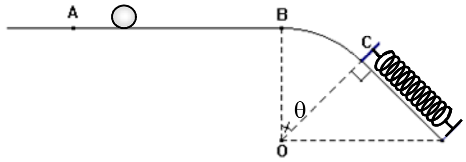
Exercice 6:

Une règle homogène (masse m = 400 g, de longueur 2ℓ = 1 m, de moment d'inertie $J_\Delta=\frac{4}{3}m\ell^2$) a la possibilité de tourner autour d'un axe horizontal passant au voisinage de l'une de ses extrémités. On suppose le mouvement sans frottement. On lâche la règle sans vitesse dans la position où elle forme l'angle θ = 60°avec la verticale. Calculer l'énergie cinétique de la règle et la vitesse de son centre d'inertie G lorsqu'elle passe :

1) par la position $\alpha = 30°$ avant la verticale
2) à la verticale de l'axe, au-dessous
3) par la position $\alpha = 15°$ après la verticale.

Exercice 7 :

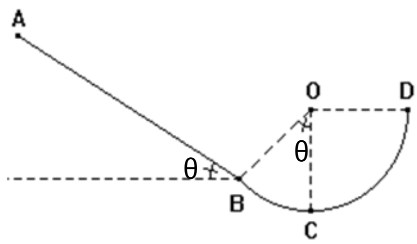
Une petite bille de masse m=300g glisse sans roulement sur le trajet ABC. Il existe des forces de frottement d'intensité constante f = 0,03 N durant tout le parcours de la bille. Le trajet BC est un arc de cercle de centre O et de rayon R=2 m. On donne: AB=L=500 m, $\theta = \widehat{BOC} = 45°$ et g = 10 N.kg^{-1}.



1) Quelle est la vitesse v_A de la bille lors de son passage en A sachant qu'elle s'arrête en B? .
2) L'équilibre de la bille en B est instable, celle-ci glisse alors vers le point C. Déterminer la vitesse v_C de la bille au point C.
3) Au point C est placée l'extrémité d'un ressort de raideur k=500 N.m^{-1}. La bille bute en C sur le ressort avec la vitesse v_C = 3,4 ms^{-1} qu'il comprime. Soit x la compression maximale du ressort (x est positif).
   a) par application du théorème de l'énergie cinétique, monter la relation: $kx^2 + 2x(f - mg\sin\theta) - mv_C^2 = 0$.
   b) Calculer la compression maximale x du ressort.

Exercice 8 :

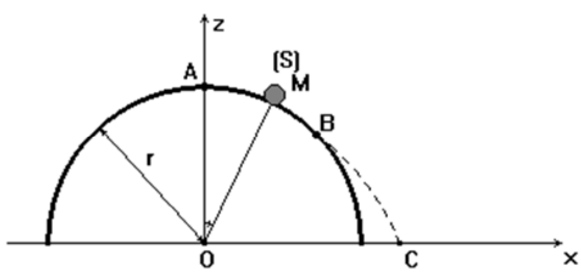
Une piste verticale est formée d'une portion rectiligne $AB = 1{,}2\,m$ incliné d'un angle $\theta = 45°$ sur l'horizontale et d'une partie circulaire BCD raccordée en B à AB, de rayon $r = 25\,cm$. Un solide S supposé ponctuel de masse $m = 180\,g$ est abandonné en A sans vitesse initiale.



1) En supposant les frottements négligeables, calculer la vitesse du solide aux points B, C et D.
2) En réalité, les frottements ne sont négligeables que sur la portion BCD et la nouvelle vitesse en D est v_D=3 m/s.
   a) Calculer la vitesse v_B réelle du solide.
   b) En déduire la valeur de la force de frottement supposée constante qui s'exerce sur le solide.

Exercice 9:

Une petite bille solide (S) considérée comme ponctuelle et de masse m, est abandonnée sans vitesse depuis le sommet A d'un hémisphère de rayon r et de centre O. Les frottements sont négligés et la bille effectue un mouvement dont la trajectoire ABC est curviligne et contenue dans le plan de la figure. Sur le parcours AB, la bille reste en contact avec la surface de l'hémisphère et sa position est repérée par l'angle $\alpha = \widehat{AOM}$. Au point B, la bille perd le contact et suit la trajectoire BC.



1) Représenter sur un schéma clair les forces qui s'exercent sur la bille en un point M quelconque du trajet AB.
2) Exprimer le module v de la vitesse de la bille en M en fonction de g, r et α.
3) Lors de la perte de contact en B, quelle valeur prend l'intensité R de la réaction de l'hémisphère sur la bille?
4) Sur le trajet AB, on montre que $R = mg\left(\cos\alpha - \dfrac{v^2}{rg}\right)$ en tout point M situé entre A et B.
   a) Déduire des questions précédentes, les valeurs numériques de α_B et de v_B au point B.
   b) Calculer la vitesse de la bille à l'instant où elle touche le sol en C.

On donne: g=9,80 m/s²; r=1,00 m; m=0,100 kg