Cuadernos de Economía
ISSN: 0121-4772
revcuaeco_bog@unal.edu.co
Universidad Nacional de Colombia
Colombia

Monsalve, Sergio
A CIEN AÑOS DE LA MUERTE DE LEÓN WALRAS I: SOBRE SU OBRA ORIGINAL
Cuadernos de Economía, vol. XXIX, núm. 53, julio-diciembre, 2010, pp. 287-319
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia

Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=282121959010

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

A CIEN AÑOS DE LA MUERTE DE LEÓN WALRAS I: SOBRE SU OBRA ORIGINAL

Sergio Monsalve[1]

Sin duda alguna, la teoría del equilibrio general walrasiano es un tópico central de la teoría económica actual. De hecho, se cree que no es probable que una persona sea un buen economista si no tiene un firme conocimiento de la economía walrasiana, aunque también es razonable creer que nadie sea un buen economista si solamente sabe economía walrasiana. Sin embargo, en mis años como profesor de matemáticas y economía, fue corriente escuchar de muchos estudiantes y profesionales, afirmaciones confusas y sesgadas con respecto al papel histórico de León Walras, concentradas principalmente en el desarrollo de las teorías de libre mercado como mecanismo de asignación eficiente y su improbable relación con las teorías de la "mano invisible" de Adam Smith.

[1]Ph.D. en Economía. Actualmente se desempeña como Docente del Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional (Bogotá, Colombia). Dirección de correspondencia: Cra 30 N. 45-03. Departamento de Matemáticas, Edificio 404, Oficina 317, Universidad Nacional de Colombia, (Bogotá, Colombia). E-mail: smonsalveg@unal.edu.co.

El autor agradece los comentarios del profesor Carlos Andrés Álvarez a una versión preliminar de este manuscrito.

El presente artículo es el primero de dos, que componen un estudio sobre la obra de León Walras. El segundo, *A cien años de la muerte de Léon Walras II: la tradición paretiana*, fue publicado en Ensayos de Economía (Monsalve, 2009).

Este artículo fue recibido el 10 de mayo de 2010, la versión ajustada fue recibida el 5 de septiembre de 2010 y su publicación aprobada el 30 de septiembre de 2010.

Con esta preocupación en mente, quise hacer en el centenario de su muerte, un poco de justicia con Walras, presentando un estudio personal (sin pretensiones de historiador profesional de pensamiento económico), de su modelo original de equilibrio competitivo, además de una aproximación parcial a su pensamiento sobre economía social y aplicada, sin las cuales es imposible entender a cabalidad su obra y, menos aun, estar en posición de señalar la forma particular como algunos de sus seguidores (en especial, Vilfredo Pareto y John Hicks) tomaron algunas ideas y desdeñaron otras, dejando completamente desarticulada su obra original.

Este artículo busca, entonces, que el lector tenga la sensación de estar aumentando su comprensión sobre las raíces originales de estos problemas, aun cuando en ocasiones no estuviera tratando de decir nada nuevo: al fin y al cabo es sólo un esfuerzo en búsqueda de síntesis y claridad más que de originalidad.

SOBRE LA VIDA DE LEÓN WALRAS

Marie-Esprit Léon Walras nació en Evreux (Francia) en diciembre de 1834. Su padre, Antoine Auguste Walras, fue crítico literario, administrador de escuelas de secundaria y un moderadamente reconocido economista *amateur*; su madre, Louise Aline de Sainte Beuve, era la hija de un notario de Evreux. Después de estudiar en el Colegio de Caen (1844-1850), se matriculó en el *Lycée de Douai* en donde se graduó como *bachelier-és-lettres* en 1851 y *bachelier-es-sciences* en 1853. Al año siguiente entró a la Escuela de Minas de París, pero desertó al querer profundizar de manera autodidacta en literatura, filosofía y ciencias sociales. De esto resultaría, en 1858, una novela de manifiesto por justicia social (*Francis Sauveur*) y también el convencimiento de que eran las ciencias sociales lo que realmente le interesaba. A los veinticuatro años le prometió a su padre que dedicaría su vida al estudio de la economía política. Y así comenzaría a desarrollarse una de las más importantes propuestas generales de filosofía social y económica de la historia.

Desde 1859 hasta 1862, Walras escribió en el *Journal des Economistes* y en *La Presse*, incluyendo allí una famosa crítica (Walras, 1860) a las bases filosóficas de las doctrinas normativas de P. J. Proudhon (específicamente sobre si existía una antinomia entre justicia e interés material). Sin embargo, no tenía medios económicos y por ello, mientras reflexionaba y anotaba sus primeros avances sobre la estructura del sistema económico y social que tenía en mente, fue empleado de una empresa de ferrocarriles (1862), direc-

tor de una asociación bancaria cooperativa (1866-1868), dictó conferencias sobre asociaciones cooperativas y otros tópicos sociales (1865-1868), coeditó un periódico sobre el movimiento cooperativo (1866-1868), y luego del fracaso de la asociación bancaria, encontró empleo en un banco privado (1868-1870).

Durante este período que va desde 1859 hasta 1870, intentó conseguir una de las pocas posiciones académicas que había en la Francia de entonces, pero no tenía las credenciales necesarias. Aún así, un político suizo, Louis Ruchonnet, se había fijado en él desde 1860 cuando Walras dictó una conferencia en un congreso sobre impuestos en Lausanne (Suiza) y, con su ayuda, en 1870 Walras consiguió fuera de su país lo que venía buscando: una posición de profesor de economía política en la Universidad de Lausanne, en donde desarrollaría el núcleo de su sistema social y económico hasta 1892, año en el que se retiró definitivamente de la actividad académica oficial.

Aunque esmerado y consciente, Walras no fue un maestro carismático en Lausanne, por lo que nunca consiguió formar verdaderos discípulos. Además, en esos años setenta, su tiempo y energía para leer, escribir y enseñar, se vieron menguados por la larga enfermedad y muerte de su esposa Célestine (1879)[2], por la necesidad de suplementar su salario de profesor dictando clases extras y escribiendo para revistas y periódicos, como también por servir de consultor para una compañía de seguros. Pero, sobre todo, por los frecuentes ataques de agotamiento mental e irritabilidad que comenzó a sufrir, y que a la postre lo llevaron a culminar su carrera académica a los cincuenta y ocho años.

Con el apoyo de su nueva esposa Léonide, con una modesta pensión de Lausanne y una importante suma que le heredara su madre Louise Aline, pudo continuar trabajando y promoviendo su obra entre colegas críticos (muchos) y defensores (pocos). En 1900 murió Léonide y entonces decidió retirarse en solitario a Clarens, un pequeño pueblo cerca de Lausanne, en donde pasaría los últimos años repensando su obra, hasta su fallecimiento hace cien años, en enero de 1910.

SOBRE LA OBRA ORIGINAL DE WALRAS

A partir de su consagración a la economía política en 1858, el joven Walras comenzaría sus estudios económicos clasificándolos en tres cate-

[2] Con Célestine tuvo hijas gemelas, pero una de ellas murió en su infancia a finales de los años sesentas. Le sobrevivió Marie Aline, su albacea en el final de sus días.

gorías: ciencia pura, ciencia aplicada y propósitos normativos. La primera tenía que ver con la creación de una ciencia pura de la economía política que, para él, consistió en el estudio científico de la formación de la riqueza social bajo competencia perfecta. La segunda categoría se refería al problema general de la repartición de la riqueza. Y, la tercera, al problema general de la producción de la riqueza.

Para confirmar su destino publica en Lausanne, en dos partes (1874 y 1877)[3], la obra por la que más se le conoce: *Éléments d´Économie Politique Pure* (en la que estudia un sistema de relaciones económicas de equilibrio bajo competencia perfecta). Ya retirado, diecinueve años después, en 1896, publica *Études d´Économie Sociale* (en donde se preocupa por problemas ético-sociales tales como el comunismo, el individualismo, la propiedad privada, la nacionalización de la tierra y las finanzas públicas). Dos años más tarde (1898), publica *Études d´Économie Politique Appliquée* (texto en el cual analiza problemas como bimetalismo vs. monometalismo, monopolio vs. competencia libre y temas como el libre comercio, el papel de la banca y el crédito, entre otros). Salvo algunas excepciones, toda la obra científica de Walras gira alrededor de esta trilogía.

Los *Éléments* (1874-77): la economía política como ciencia pura

Desde muy joven, Walras leyó a Adam Smith, John Stuart Mill, François Quesnay, A.R.J. Turgot y Jean-Baptiste Say, entre otros. Fue de Smith que tomó las primeras ideas con respecto a las consecuencias del *laissez-faire, laissez-passer* y también la noción de valor normal; de hecho, en la sección I de los *Éléments* ("Objeto y divisiones de la economía política y social") se aparta de Smith en relación con la noción economía política.

Smith afirmaba que el objeto de la economía política es proporcionar unos ingresos abundantes a la gente, y al Estado unos ingresos suficientes; pero para Walras esto era definir una ciencia por sus aplicaciones (es decir, como un *arte*), y aseguraba que el verdadero carácter de una ciencia es: "la indiferencia total respecto a las consecuencias, ventajosas o perjudiciales, que se derivan de la búsqueda de la verdad pura" (Walras, 1874, 27). E iba más allá en la crítica a Smith: aseguraba que proporcionar a la gente

[3] La primera edición fue publicada en dos partes, una en 1874 (que es la que comúnmente se cita en las bibliografías de Walras) y otra en 1877. La segunda edición fue publicada en 1889, la tercera en 1896, la cuarta en 1900 y la quinta en 1926, después de su muerte. Fue la edición de 1900 a la que Walras llamaría su "edición definitiva" que, de hecho, no contiene diferencias esenciales con la edición de 1926.

de ingresos abundantes y al Estado de ingresos suficientes, son dos operaciones "importantes y delicadas", pero de carácter distinto; el primero es un problema de *utilidad práctica*, mientras que el segundo es un problema de *equidad* (Walras, 1874, 28).

También, se aparta de la definición de economía política de J. B. Say cuando éste afirma que su objeto es dar a conocer los medios por los cuales la riqueza se produce, distribuye y consume. Para Walras, una definición así es colocar la economía política como una *ciencia natural*: las riquezas se producen, se distribuyen y se consumen, sino espontáneamente, al menos sí independiente de la voluntad humana, y por consiguiente la economía política se reduciría a la "simple exposición de esta manera de producción, distribución y consumo" (Walras, 1874, 30).

Al final de las dos primeras lecciones de los *Éléments*, Walras resume que la economía política es una ciencia pura, un arte y también una ciencia moral (ética) y que "sus criterios respectivos son la *veracidad*, la *utilidad* o interés material, y la *bondad* o justicia" (Walras, 1874, 42). No hay duda de que estos son, precisamente, los criterios de demarcación de su trilogía *Éléments, Économie Appliquée y Économie Sociale*.

Así mismo, se apartó de los economistas clásicos en su concepción de *riqueza social* y de *valor de cambio*. Sobre la primera afirmaba que es el "conjunto de cosas materiales o inmateriales (...) que son *escasas*, es decir, que por una parte nos son útiles y, por otra, están a nuestra disposición en *cantidades limitadas*" (Walras, 1874, 45). Y sobre lo segundo aseguraba que "es la propiedad que tienen ciertas cosas de no ser obtenidas o cedidas gratuitamente, sino de ser *compradas* y *vendidas*, recibidas y entregadas en proporciones cuantitativas determinadas, a cambio de otras cosas". Y llamó *mercancías* a las cosas valiosas e intercambiables, y al *mercado* lo definió como el lugar donde se cambian las mercancías (Walras, 1874, 70).

Pero en lo que concierne específicamente a la *estructura científica* de los *Éléments*, hubo varias influencias determinantes además de la de su padre Auguste[4]. Una, y la más fundamental, fue la lectura por parte del joven Walras de *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* (1838) de Augustin Cournot, y su innovador uso de formas funcionales y del cálculo diferencial para describir relaciones económicas, antes sometidas exclusivamente al reino de lo literario. Fue este ejercicio

[4] Auguste Walras publicó en 1831 *De la Nature de la Richesse et de L´origine de la Valeur*, una obra que influyó profundamente en el joven Walras. En particular, su sugerencia de que la economía es una ciencia matemática, impulsó a Walras en sus primeras construcciones teóricas y después en sus *Éléments.*

lo que le hizo creer a Walras en la posibilidad de construir una economía política como ciencia pura o, más específicamente, una economía política como ciencia matemática "con el mismo título de la mecánica y de la astronomía" (Walras, 1909).

Otra influencia primordial en la concepción de los *Éléments* fue la fuente de la que provino su noción de "economía en equilibrio". Esta idea fue sugerida al joven Walras por la lectura de los *Éléments de Statique* (1803) de Louis Poinsot, texto en el cual aprendió cómo se deducían ecuaciones de equilibrio general de un sistema mecánico, a partir de las ecuaciones de equilibrio de las partículas. La nebulosa idea de Walras de que en un sistema económico, todo afecta todo (cada cambio induce cambios y cada uno de estos, a su vez, causa otros) lo conduciría, eventualmente, a que las partículas eran los consumidores y productores, que las "fuerzas" del mercado eran la oferta y la demanda por los productos, y que éstas dependían de los precios de todos los otros productos (incluyendo allí, salarios y rentas). Finalmente, llamó "precios de equilibrio" a los precios que hacían que la oferta igualara a la demanda en cada mercado.

Sin embargo, una cosa era tener una idea primitiva de interdependencia y una posible noción de equilibrio, y otra muy distinta era construir una teoría matemática explícita que revelara claramente estas interdependencias dentro de un sistema articulado de equilibrio general. Y al empeñarse en este monumental esfuerzo, con las dificultades teóricas y conceptuales implicadas allí, tuvo que limitarse en sus hipótesis y construcciones, lo que le valdría las críticas y ataques de los economistas de la época.

No obstante, Walras ya tenía algunas ideas básicas de interrelación de sectores y variables económicas, puesto que sin duda, había leído a Quesnay y conocía el *Tableau Économique* (1758), en el cual se explicaba la interdependencia de sectores definidos en términos de estructura de clase (productivos, propietarios, clases manufactureras "estériles", etcétera), y que los flujos de bienes, servicios y dinero eran controlados por el empresario; además Turgot (1766) había estructurado este modelo de Quesnay dentro de un sistema simultáneo de variables mutuamente determinadas. También se asegura que Walras habría tenido influencia del *Traité des Richesses* de A. N. Isnard (1781) (Jaffé, 1969), texto en el cual se estudian sistemas de ecuaciones para intercambio, producción y capital.

De cualquier forma que haya sido, no hay evidencia de que Quesnay, Turgot e Isnard hubiesen tenido el nivel de influencia sobre Walras, como sí lo reconociera explícitamente, de Cournot y Poinsot.

Competencia perfecta vs. laissez-faire

> (...) Los mercados mejor organizados desde el punto de vista de la competencia son aquellos en que las ventas y las compras se hacen mediante subasta, a través de agentes tales como los agentes de cambio, corredores de comercio o voceadores que las centralizan, de tal forma que ningún cambio tiene lugar sin que las condiciones sean anunciadas y conocidas y sin que los vendedores tengan la oportunidad de rebajar sus precios y los compradores de aumentarlos. Así funcionan las bolsas de valores públicos, las bolsas de comercio, los mercados de grano, de pescado, etc. Al lado de estos mercados existen otros donde la competencia, aunque no tan bien organizada, funciona todavía de una manera bastante adecuada y satisfactoria: tales son los mercados de frutas y legumbres, de volatería. Las calles de una ciudad donde se encuentran almacenes y panaderías, carnicerías, tiendas de ultramarinos, sastrerías, zapaterías, constituyen mercados con una organización un poco más defectuosa desde el punto de vista de la competencia pero, sin embargo, ésta se encuentra presente de forma suficiente. (...) Supondremos un mercado perfectamente organizado[5] desde el punto de vista de la competencia, de igual forma que en la mecánica pura se supone que las máquinas se encuentran libres de rozamientos (Walras, 1874, 70).

Desde muy joven, Walras tenía el convencimiento intuitivo de que la *competencia perfecta* no tenía rival en cuanto a eficiencia, aunque reconocía que no era aplicable a cualquier situación, ni resolvía el problema de la distribución justa de la riqueza. Afirmaba que la solución competitiva era superior desde el punto de vista científico, pero no era aplicable mecánicamente a las situaciones reales, y aclaraba, además, que no era defensor de la competencia perfecta como algunos en su época le señalaran, sino que su objetivo al estudiarla en los *Éléments* era puramente científico:

> (...) Me parece que usted me considera un defensor de la competencia libre absoluta... pero lo que es cierto es lo opuesto; más bien ha sido el deseo de responder a la mal fundada e ininteligible aplicación de la noción de competencia, lo que me ha llevado al estudio de la competencia libre en el comercio y la producción (Jaffé, 1965, 36, citando a Walras).

Y tenía razón Walras en su preocupación de precisar la noción de competencia perfecta y su interés científico en ella, ya que en ocasiones, confundiéndola con el difuso concepto de *laissez-faire*, fue acusado de ser su defensor y abogado. Pero era todo lo contrario: Walras siempre creyó firmemente

[5] Quizás de aquí proviene el término "competencia perfecta".

en la intervención del Estado, aunque sólo hasta el punto en que asegurara la "*igualdad de condiciones*" (que, en particular, requiere que la tierra sea propiedad del Estado y que no sea heredada de unos a otros) y evitara la "*desigualdad de posiciones*" (que demanda que las habilidades personales les sean dejadas a los individuos). Sólo en esta forma, según él, podrían evitarse los posibles perjuicios de, por ejemplo, el monopolio privado:

> Libertad del individuo, Autoridad del Estado, Igualdad de Condiciones, Desigualdad de Posiciones: esta es la fórmula general de la constitución de la ciencia social. Una vez se aplique esta fórmula (...) la ley del comportamiento del Hombre estará científicamente establecida, como lo es la ley del movimiento de la Tierra alrededor del Sol (Walras, 1898, 453).

De hecho, como reformador social presentó algunas teorías sobre la propiedad de la tierra y la reforma de su distribución, llamando la atención sobre la urgencia en este punto de la intervención del Estado en la economía. Esto, en contravía de los economistas franceses de la época, que insistían en limitar al máximo el papel del Estado en la economía. Por esto, Walras se vería obligado a estudiar los límites del hombre como parte del Estado y al hombre como individuo, y los respectivos dominios de la propiedad individual y de la propiedad del Estado en asuntos de distribución, y esto lo haría en su *Économie Appliquée y Économie Sociale*. Para él la economía aplicada (*Économie Appliquée*) fue, precisamente, la aplicación de sus concepciones de economía pura (*Éléments*) y filosofía científica (*Économie Sociale*) como fórmula para alejarse del *laissez-faire, laissez-passer*.

También se ha afirmado (Morishima, 1977, 4) que: "el propósito último [de los *Éléments* de Walras] fue construir un modelo, mediante el cual podemos estudiar cómo funciona el sistema capitalista". Pero ninguna de las categorías concernientes a este sistema económico aparece en el modelo de competencia perfecta de Walras. Los *Élements* fueron diseñados para mostrar cómo podría funcionar un sistema imaginario de conformidad con ciertos criterios morales de justicia de acuerdo con las leyes filosóficas naturales, aunque por supuesto, atado a las pasiones, intereses y restricciones del mundo material. Era lo que Jaffé llamaba una "utopía real, i.e., un bosquejo del estado de cosas que no se encuentran en el mundo real, independientes de tiempo y lugar, idealmente perfecto en ciertos aspectos, pero compuesto de ingredientes materiales y psicológicos reales" (Jaffé, 1980, 530). En definitiva, en los *Éléments*, estaba en el dominio de la ciencia, en el de las ideas y en el del ideal de perfección.

El modelo de equilibrio general de los Éléments

Walras supone una economía en régimen de competencia perfecta en el que todos los agentes (consumidores y productores) responden a precios tomados de manera paramétrica. Luego divide el estudio de su sistema económico en cuatro bloques: la teoría del intercambio puro (Secciones II y III), la teoría de la producción (Sección IV), la teoría de la formación de capital (Sección V), y la teoría monetaria y de la circulación (Sección VI).

En la *teoría del intercambio puro*, Walras asume que cada consumidor está caracterizado por curvas de utilidad sobre los bienes y servicios de la economía, y que busca el máximo de satisfacción[6]. Y aunque Gossen, Menger, Jevons y Marshall desarrollaron de manera casi simultánea la ecuación de proporcionalidad en equilibrio entre la utilidades marginales (que Walras llamó *raretés*) y los precios de los bienes, sólo Walras atacó el mismo problema para más de dos mercancías (Lección 11°). La forma de resolver este problema fue la de conectar los diferentes mercados a través de la condición de equilibrio de "oferta igual a demanda", y mediante la aparición de un precio uniforme que llamó *numerario*[7], el cual permite reducir los precios de todos los bienes en términos de éste.

Al establecer el problema de intercambio (Walras, 1874, 177) de manera matemática, Walras comienza asumiendo que existe un número específico (m) de mercancías $(j = 1, 2, \ldots, m)$ en el mercado y que cada individuo i posee *inicialmente* unas cantidades q_{ji} de cada una de ellas. Luego toma el precio de una de las mercancías como numerario (específicamente, toma la mercancía $j = 1$, y así $p_1 = 1$), denota los precios de todas las mercancías, $p = (p_j)_{(j=1)}^{m}$, con respecto a éste, y escribe inicialmente dos sistemas de ecuaciones. El primero es una sola ecuación (que hoy se conoce como *ley de Walras*[8]) y que afirma que: "nuestro individuo no podrá demandar ciertas mercancías más que a condición de ofrecer ciertas otras en cantidad equivalente [[igual valor]]" (Walras, 1874, 177):

$$x_{1i} + \sum_{j=2}^{m} x_{ji} p_j = 0 \tag{1}$$

[6] Walras, inspirado en la física, creía que los hechos matemáticos se clasificaban en dos categorías: los primeros son *externos*, suceden fuera de nosotros, en la naturaleza, y son los objetos de las ciencias físico-matemáticas; los segundos son *internos*, ocurren dentro de nosotros, en el interior profundo, y son los hechos psíquico-matemáticos. La mecánica y la astronomía pertenecen a la primera categoría; la economía (en particular, la noción de utilidad) pertenece a la segunda (Walras, 1909).

[7] Término que había acuñado su padre Auguste en *De la Nature* (1831).

[8] Término acuñado por Oskar Lange (1942).

Siendo x_{ji} la cantidad de la mercancía j que el individuo i le agregará (o le restará) a las cantidades iniciales q_{ji}. El segundo sistema de $m-1$ ecuaciones es en el cual, bajo "satisfacción máxima", el individuo i igualará la proporción de utilidades marginales (ϕ_{ji}) a la proporción de los respectivos precios de las mercancías (cada una comparada con respecto a la mercancía cuyo precio es el numerario):

$$\phi_{ji}(q_{ji}+x_{ji}) = p_j\phi_{1i}(q_{1i}+x_{1i}) \quad para \;\; j=2,3,\ldots,m \qquad (2)$$

Luego Walras recoge la ecuación [1] y las $m-1$ ecuaciones del sistema [2] de "satisfacción máxima" para formar un sistema de m ecuaciones, en el que según él, se pueden ir eliminando las variables x_{ji} de tal forma que al final resulte otro sistema de m ecuaciones: las que expresan las demandas (u ofertas) del individuo i para cada una de las m mercancías, en función de los precios de todas las mercancías:

$$\begin{aligned} x_{1i} &= -\sum_{j=2}^{m} x_{ji}p_j \qquad (3)\\ x_{ji} &= f_{ji}(p) \quad para \;\; j=1,2,\ldots,m \end{aligned}$$

Todo lo anterior lo realiza después para cada uno de los consumidores i de la economía; entonces suma las demandas (u ofertas) de los individuos para cada una de las mercancías, formando así las $m-1$ ecuaciones de demandas (u ofertas) agregadas que luego igualará a cero:

$$F_j(p) = 0 \qquad paraj = 2,3,\ldots,m \qquad (4)$$

Y este sistema de $m-1$ ecuaciones determinará los precios de las $m-1$ mercancías en términos del numerario. Así, Walras ha calculado los precios de intercambio

> (...) mediante la triple condición: 1. Que cada individuo obtiene la satisfacción máxima de sus necesidades, siendo las proporciones entre las *raretés* iguales a los precios; 2. Que cada individuo debe recibir en proporción a lo que entrega y entregar en proporción a lo que recibe, teniendo cada mercancía un solo precio en términos del numerario, aquel para el cual la demanda total efectiva iguala a la oferta total efectiva; 3. Que no se realiza arbitraje, porque el precio de equilibrio de cualesquiera dos mercancías en términos de una de ellas es igual al cociente entre los precios de equilibrio de ambas en términos de una tercera cualquiera (Walras, 1874, 187).

Ahora, para "solucionar" este sistema de ecuaciones agregadas introdujo su famoso *tâtonnement*. Inspirado en la observación de los mercados de bolsa y, particularmente, del *Paris Stock Exchange* donde nunca se realizan transacciones fuera del equilibrio, Walras concibió el *tâtonnement* como un proceso (a la manera de una subasta centralizada) mediante el cual el mecanismo de mercado "resuelve" las ecuaciones de equilibrio de intercambio. En palabras del propio Walras, el mercado lleva a cabo este proceso de la siguiente forma: "si la demanda es superior a la oferta, el precio de dicha mercancía en términos del numerario, subirá; si es la oferta la que supera la demanda, bajará" (Walras, 1874, 189)[9].

Parecería entonces que nunca tuvo una conciencia clara sobre el problema de la existencia del equilibrio, y la confundía con el problema de su estabilidad a través del *tâtonnement*. De hecho, trataba el problema de la existencia del equilibrio y su unicidad, con un argumento que descansaba en la idea de que si su sistema contenía exactamente el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, no tendría por qué dejar de haber soluciones (la llamaba "solución científica"), ni habría más que una solución, y esto se resolvía "en el mercado por el mecanismo de la competencia", es decir, por *tâtonnement* (Walras, 1874, 187)[10].

Por su parte, en la *teoría de la producción* bajo competencia perfecta (Sección IV), Walras afirmaba que esta operación debería arrojar precios para cada servicio y para cada producto, de tal manera que la oferta y la demanda para cada servicio y producto fueran iguales. Así mismo planteaba que los precios de venta de los productos deberían ser equivalentes al costo unitario de los servicios empleados en su producción. Esta última condición la basaba en el argumento *tâtonnement* de que, en competencia perfecta: "(...) para alcanzar la segunda igualdad [podemos hacer] un aumento de la cantidad de los productos cuyo precio de venta sea superior a su coste de producción, y una disminución de la cantidad de aquellos cuyo coste de producción sea superior a su precio de venta" (Walras, 1874, 329).

---

[9] Curiosamente, Walras nunca utilizó la palabra "subastador" (*auctioneer* en inglés y que ocasionalmente su traductor, W. Jaffé, sí utilizó) en los *Éléments*. Muy seguramente, la palabra francesa para "*auctioneer*" es *commissaire-priseur*, pero Walras siempre utilizó alternativamente *courtier* o *crieur*.

[10] Lo anterior no es nada sorprendente si se recuerda que la física del siglo XIX nunca se preocupó por la *existencia* de los equilibrios. El mismo Poinsot (1803) en su sistema mecánico, podría haber influido en Walras al asegurar que un sistema de n ecuaciones con n incógnitas siempre tiene solución. Además, dicho sea de paso, en aquella época tampoco se tenían herramientas matemáticas adecuadas para un propósito de tal nivel.

Pero en el camino hacia esta síntesis sobre el equilibrio en la producción, Walras tuvo que enfrentar el reto de conectar los mercados de productos y de servicios productivos, y al hacerlo incorpora dentro de su teoría económica los conceptos de terrateniente, trabajador, capitalista y el muy particular de empresario [*entrepreneur*]. En la Lección 18 (Walras, 1874, 280) los define así:

> Llamamos terrateniente a cualquier poseedor de tierras, trabajador al poseedor de facultades personales, capitalista al poseedor de bienes de capital. Y ahora llamamos empresario a una cuarta figura, totalmente distinta de las precedentes, cuyo papel consiste en tomar en arriendo la tierra del terrateniente, las facultades personales del trabajador y los bienes de capital de los capitalistas, para combinar los tres servicios productivos en la agricultura, la industria o el comercio.

Así como los terratenientes y los capitalistas obtenían rentas por sus oficios, sería natural pensar que también el objetivo de la particular figura del empresario era recibir ganancias por su tarea. Sin embargo, Walras resaltaba que, en condiciones de equilibrio, el hecho de que el precio de venta de los productos igualara a los costos unitarios de los servicios empleados, conllevaba que el empresario no obtuviera ningún beneficio por su trabajo y que su papel sólo consistiera en *conectar* los mercados de productos y servicios.

Esto por supuesto, le valdría muchas críticas puesto que no se entendía cómo un individuo podría realizar un trabajo con la promesa de no recibir ningún beneficio; a lo que Walras respondía parcialmente afirmando que el empresario sí obtiene beneficios pero en *otras* funciones: "En estado de equilibrio en la producción, los empresarios no tienen ni pérdidas ni beneficios. Ellos se ganan la vida, no como empresarios, sino como propietarios de la tierra, trabajadores o capitalistas en su propio negocio o en otros" (Walras, 1874, 283). Sin embargo, aunque parezca extraño, una revisión de los *Éléments* muestra que esta figura del empresario no es la de un simple intermediario entre mercados, sino la verdadera fuerza que equilibra el modelo productivo de Walras, dado que a pesar de no obtener beneficio directo por su gestión de empresario, es *en su propio beneficio* hacerlo al tener también intereses como terrateniente, capitalista o trabajador.

Otro de los retos que enfrentó Walras al tratar de garantizar la existencia de la solución científica del equilibrio productivo a través de *tâtonnement*, fue que al vocearse determinados precios que no son de equilibrio, se requerirá fabricar cantidades de productos que tampoco son de equilibrio, y

esto podría llevar en la segunda etapa, a producciones inferiores a las que ya se tenían. Para resolver este problema, asume (a la manera de las subastas públicas) que los empresarios operarán entonces con *vales* hasta que se alcance la cantidad de equilibrio. Pero aún si hubieran sido voceadas las cantidades de equilibrio, es un hecho que llevar a cabo la producción *toma tiempo*, y Walras, aunque esquiva este problema *asumiendo que tal hecho no sucede*, entiende que deberá estudiar los problemas del capital circulante y, fundamentalmente, del *dinero*. Esto lo haría en secciones posteriores de los *Éléments*.

Estos (y otros) problemas de su teoría de la producción, fueron ignorados por Walras momentáneamente y procedió a plantear (Lección 20) cuatro sistemas de ecuaciones en las cuales, para la colección de precios de los n servicios productivos y de los $m-n$ productos $(p=[(p_i)_{i=1}^{n},(p_j)_{j=n+1}^{m}])$, y para los coeficientes constantes de producción a_{ij} (cantidades del servicio productivo i que se utiliza en la fabricación de una unidad del producto j), se tiene que:

$$O_i = F_i(p) \quad para \;\; i = 1,2,3,\ldots,n \tag{5}$$

(Sistema de n ecuaciones de oferta total (O) de servicios productivos).

$$D_j = F_j(p) \quad para \;\; j = n+1, n+2, ..., m \tag{6}$$

(Sistema de m ecuaciones de demanda total (D) de productos)[11].

$$\sum_{j=n+1}^{m} a_{ij} D_j = O_i \quad para \;\; i = 1,2,3,...,n \tag{7}$$

(Cantidades de servicios productivos empleados e iguales a las cantidades efectivamente ofrecidas).

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} p_i = p_j \quad para \;\; j = n+1, n+2, ..., m; \;\; p_j = 1 \;\; sij = n+1 \tag{8}$$

[11] Nótese que al plantear este sistema de ecuaciones, Walras independiza explícitamente el modelo de producción del de intercambio que fue discutido anteriormente, puesto que en aquel no se hace evidente cómo se obtienen las demandas totales de los productos.

(El precio de venta de los productos es igual al coste de los servicios productivos utilizados en su fabricación).

Por lo tanto, tenía $2m$ ecuaciones que podía reducir a $2m - 1$ ecuaciones:

> Si se multiplican ambos miembros de las n ecuaciones del sistema [7] respectivamente por $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$ y los dos miembros de las $m - n$ ecuaciones del sistema [8] respectivamente por D_{n+1}, D_{n+2}, $..., D_m$ y se suman por separado las ecuaciones de cada sistema, se obtiene (...):
>
> $$D_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} O_i p_i - \sum_{j=n+2}^{m} D_j p_j$$
>
> que no es otra que la [primera] ecuación del sistema [6] (Walras, 1874, 307)[12].

Y así obtuvo su sistema de mercados de productos y servicios productivos: $2m - 1$ ecuaciones para determinar $2m - 1$ incógnitas (n precios de servicios productivos, $m - n - 1$ precios de productos, n ofertas de servicios productivos y $m - n$ demandas de productos): "Queda solamente por demostrar, en lo que concierne al equilibrio de la producción, al igual que concernía al equilibrio del intercambio, que el problema al que acabamos de dar solución es el mismo que se resuelve en la práctica en el mercado por el mecanismo de libre competencia" (Walras, 1874, 307)[13]. Y allí aplica su problemático *tâtonnement* en la producción.

Ya en la Lección 36 de la última edición de los *Éléments* (Walras, 1900), incorporaría una generalización a la hipótesis de que los coeficientes de producción eran constantes, algo que también le había valido la crítica de muchos de sus colegas. Y para ello recurrió a una ecuación de producción ["*équation de fabrication*"] con rendimientos constantes a escala de la forma $Q = \varphi(T, P, K, ...)$ y, como era de esperarse, en el proceso de minimización de los costos unitarios de producción llegaría a la teoría de la productividad marginal: "En estado de equilibrio, cuando el coste de producción y el precio de venta son iguales, los precios de los servicios son

[12] Que es una versión diferente de la ya mencionada Ley de Walras. Cabe advertir que, en esta cita, se han cambiado algunos subíndices con respecto al texto original de Walras, buscando que fuera compatible con la notación del modelo planteado en este artículo.

[13] Nótese el sentido unidireccional del modelo productivo walrasiano: toda mercancía es un servicio productivo o un producto. No estudia aquí los bienes intermedios aunque esto sí aparece en ediciones posteriores.

proporcionales a las derivadas parciales de la función de producción, es decir, a las productividades marginales"(Walras, 1900, 589).

Pero quizás debido a que este intento fue tardío dentro de su trabajo científico, Walras nunca incorporó una teoría completa de la productividad marginal en el modelo de producción: "He preferido no introducir la teoría de la productividad marginal en mi teoría general del equilibrio económico, ya suficientemente complicada por sí misma, por temor a que resulte demasiado difícil de asimilar en su conjunto" (Walras, 1900, 589).

Al comienzo de la teoría del capital bajo competencia perfecta (Sección V), Walras afirmaba que:

> Los productos se demandan en razón de su utilidad; los servicios se demandan en razón de su utilidad y en razón de los precios de los productos que ayudan a fabricar. ¿En razón de qué se demandan los bienes de capital? En razón de los servicios que procuran, pero principalmente por las rentas, salarios e intereses que proporcionan (...) Una persona que compra una casa como vivienda propia debe descomponerse desde nuestro punto de vista en dos individuos, uno de los cuales hace una inversión, y el otro consume directamente los servicios de su capital. Hemos hablado ya del último; es el primero el que ahora nos ocupa (Walras, 1874, 345).

Es claro que el hecho de que un individuo se haga más rico o más pobre implica cambios en gustos, tecnología, recursos, capital, etcétera. Y aunque no fue explícito en esto, Walras asumía que todas las variables permanecían constantes hasta que el equilibrio se alcanzara. Inclusive su teoría de formación de capital está restringida al cálculo del equilibrio en el momento de hacer las inversiones y todo lo demás es estático. En los *Éléments*, Walras forza la teoría de la formación de capital dentro de una estructura *estática* y así era imposible que pudiese estudiar las consecuencias de la inversión. Posteriormente, en el artículo *La Bourse, la Spéculation et l´Agiotage*[14] de 1880, sí discutió los efectos de nuevas inversiones y de otros cambios en los parámetros del modelo.

Walras consideraba cuatro mercados separados en la formación del capital y del crédito en una economía: a) servicios productivos; b) productos para el consumo; c) nuevos bienes de capital; y d) un bien abstracto E ("*ingreso neto perpetuo*") que es una expresión del ahorro[15]. Aquí, al igual que en

[14] Incluido en *Économie Appliquée* (1898).

[15] Con este concepto, Walras eludió el estudio del problema dinámico inherente a cualquier aproximación a la noción de capital.

las economías de intercambio y producción, los bienes nuevos de capital y el bien E son intercambiados de acuerdo con las reglas de la libre competencia, y sus precios (precios y tasa de ingreso neto, respectivamente) son indexados en términos del numerario. Además, los precios de equilibrio de los nuevos bienes de capital y del bien E se establecen mediante igualación de oferta y demanda, es decir, por la relación entre los precios de venta (precios de demanda) de los productos y sus costos de producción (precios de oferta). Estos últimos se establecen como se hace para los bienes de consumo, pero la especificación de los precios de venta para los bienes de capital difiere de la determinación de los bienes de consumo. Más precisamente, el precio de venta de un bien de capital estará dado por:

$$\pi = \frac{p}{i + \mu + \nu} \tag{9}$$

Siendo π es el precio de venta del bien de capital; p el ingreso bruto del bien de capital, (es decir, el precio de su servicio incluyendo la tasa de depreciación y la prima del seguro); i la tasa de ingreso neto (que es la misma para todos los bienes de capital); μ la tasa de depreciación, que variará para los diferentes bienes de capital; y ν es la tasa de prima del seguro, que también variará con los diferentes bienes de capital.

De otro lado, para que haya demanda (es decir, compra) de bienes de capital deberá haber algunos agentes cuyos ingresos excedan su compra de bienes de consumo y servicios, y que en el *agregado* también ocurra esto; es decir, que el ingreso agregado sea mayor que el gasto agregado en bienes de consumo y servicios. Así, cuando para un agente este exceso de ingreso con respecto al gasto sea mayor que la cantidad necesaria para cubrir la depreciación y la prima de seguro, el agente ahorra.

Buscando convertir este nuevo término (ahorro) en uno que se asimilara a otro bien de consumo, fue que Walras introdujo la mercancía abstracta (E) que, como se mencionó anteriormente, llamaba *ingreso neto perpetuo*, y cuyo precio era $p_e = 1/i$ siendo i la tasa de ingreso neto. Con esto, la cantidad E podía ser demandada (D_e) u ofrecida (O_e) por los agentes de la economía, como cualquier otro servicio de capital, además de ser incluida en la función de utilidad y ser entonces asignada mediante el principio de la satisfacción máxima.

Las ecuaciones originales de Walras (*Éléments*, Sección V "Teoría de la Formación de Capital y Crédito" (Walras, 1874, 343) para el equilibrio de la formación del capital y el crédito, están resumidas en ocho sistemas. Asumiendo una colección de precios para los cuatro mercados (servicios,

productos, nuevos bienes de capital y excedente) de la forma $p = [(p_i)_{i=1}^{n}, (p_j)_{j=n+1}^{m}, (p_s)_{s=m+1}^{l}, p_e]$, con $p_{n+1} = 1$ (numerario), se tendrá un sistema similar e independiente del estudiado para el modelo de producción:

$$O_i = F_i(p) \quad para \;\; i = 1, 2, 3, ..., n \tag{10}$$

(Sistema de n ecuaciones de oferta total de servicios productivos).

$$D_j = F_j(p) \quad para \;\; j = n+2, n+3, ..., m \tag{11}$$
$$D_{n+1} = \sum_{i=1}^{l} O_i p_i - \sum_{j=n+1}^{m} D_j p_j - E$$

(Sistema de $m - n$ ecuaciones de demanda total de productos).

$$E = D_e p_e = F_e(p) p_e \tag{12}$$

(Ecuación de excedente total de la renta sobre el consumo).

$$\sum_{j=n+1}^{m} a_{ij} D_j + \sum_{s=m+1}^{l} k_{is} D_s = O_i \quad para \;\; i = 1, 2, 3, ..., n \tag{13}$$

(Sistema de n ecuaciones que expresa que las cantidades de servicios productivos empleadas son iguales a las cantidades efectivamente ofrecidas).

$$\sum_{i=1}^{l} a_{ji} p_i = p_j \quad para \quad j = n+1, n+2, ..., m \;\; con \;\; p_{n+1} = 1 \tag{14}$$

(Sistema de $m - n$ ecuaciones que expresa que el precio de venta de los productos es igual al coste de los servicios productivos utilizados en su fabricación).

$$\sum_{i=1}^{n} k_{si} p_i = p_s \quad para \;\; s = m+1, m+2, ..., l \tag{15}$$

(Sistema de $l - m$ ecuaciones que expresa que los precios de venta de los bienes de capital nuevos son iguales a sus costes de producción).

$$\sum_{s=m+1}^{l} D_s P_s = E \quad para \;\; s = m+1, m+2, ..., l \tag{16}$$

(Ecuación que indica la igualdad entre el valor de los bienes de capital nuevos y el excedente de renta total sobre el consumo).

$$P_s = \frac{p_s}{i + \mu_s + \nu_s} \quad para \;\; s = m+1, ..., l \tag{17}$$

(Sistema de $l - m$ ecuaciones que expresan la igualdad de la tasa de renta neta para todos los bienes de capital).

Pero estas $2l + 2$ ecuaciones se reducen a $2l + 1$ puesto que, como muestra Walras, si se multiplican los dos miembros de la ecuación [13], respectivamente por $p_i, i = 1, 2, ..., n$, y los dos miembros de las ecuaciones [14] y [15], respectivamente, por $D_j (j = n+1, n+2, ..., m)$ y $D_s (s = m+1, m+2, ..., l)$, y se suman, se obtiene (utilizando la ecuación $n + 1$ de [13]) la ecuación [18]. En definitiva, se tienen $2l + 1$ ecuaciones con el mismo número de incógnitas: n cantidades totales ofrecidas de servicios y sus n respectivos precios; $m - n$ cantidades totales de demandas de productos y sus $m - n - 1$ precios respectivos (el otro es el numerario); las $l - m$ cantidades de bienes de capital nuevos y sus respectivos precios; el valor del excedente total de la renta sobre el consumo (E); y, finalmente, la tasa de ingreso neto (i)[16].

Ahora, para establecer el equilibrio de manera similar a como hiciera en intercambio y producción, Walras recurrió nuevamente a su *tâtonnement*. Además de los procesos *tâtonnement* para esos sectores, en este nuevo modelo existen otros dos procesos iterativos. El primero es para establecer el equilibrio en el mercado de nuevos bienes de capital mediante los precios de venta y los costos de producción: si el precio de venta es menor que el costo de producción, la cantidad producida aumentará y su precio de venta caerá; si el precio de venta es mayor que el costo de producción, la cantidad producida disminuirá y su precio de venta se incrementará. El

[16] Se ha demostrado que existen soluciones parciales a los sistemas originales de ecuaciones de formación de capital (van Daal, 1998).

segundo es para establecer el equilibrio en el mercado del bien abstracto llamado *ingreso neto*. Si el ahorro total (valor total del ingreso neto) es menor que el valor total de los nuevos bienes de capital, entonces la tasa de ingreso subirá; y en el caso opuesto tendrá que reducirse. En equilibrio, la tasa de ingreso se determina una vez que el valor del ahorro es igual al valor total de nuevos bienes de capital.

El proceso de *tâtonnement* implica que los precios de equilibrio de los nuevos bienes de capital están determinados por la comparación entre el costo de producción (que aparece como P en el sistema [15]) y los precios de venta (notados por π) que no se presentan explícitamente en el sistema [10]-[17]. En la ecuación [17] son directamente reemplazados por P. Lo mismo sucede con los precios de las mercancías de consumo puesto que el costo de producción p aparece en [14], pero los precios de venta (π) son sustituidos por p en [11]. Algo similar ocurre con las cantidades de servicios: las ofrecidas aparecen como O en [10], pero las demandadas, notadas por $D_{h,}$ fueron directamente substituidas por O en [13]. Finalmente, esto también ocurre con la demanda agregada de los nuevos bienes de capital (notados por D) que fue sustituida por el exceso agregado del ingreso sobre el consumo E en el sistema [16]. Por todo lo anterior, para poder aplicar el *tâtonnement*, Walras se vio obligado a reescribir las ecuaciones [11], [13], [16] y [17].

En la sección V ("Teoría de la formación de capital y crédito" (Walras, 1874, 343) de los *Éléments*, Walras proponía un modelo macroeconómico de equilibrio más general que el de intercambio y producción. Con incógnitas adicionales para los nuevos bienes de capital y sus respectivos precios, y también para el ahorro agregado y su precio, el sistema funciona como una versión extendida (aunque independiente) del modelo de economía de producción previamente estudiado.

De otro lado, después de muchas dudas e intentos que vienen desde antes de su época en Lausanne, y con la idea central de que estabilizando las variaciones de los precios mediante regulaciones de la oferta monetaria se lograría preservar el equilibrio económico, en la cuarta edición de los *Éléments* (1900) le da cierta coherencia interna al modelo bajo competencia perfecta con la inclusión del dinero. En su *teoría monetaria* (Sección VI) define el dinero como aquél que

> (...) permite sincronizar en el tiempo los flujos de ingresos y gastos de los consumidores, los flujos de materias primas y bienes intermedios con los de producción de los empresarios. Es decir, el dinero cubre desfases temporales psicológicos, institucionales y técnicos;

> tiene, por tanto, utilidad y su demanda puede obtenerse del proceso de maximizar la utilidad de los individuos (Lecciones 29 y 30). Una vez logrado el cierre del sistema, todo vuelve a ser teoría del intercambio,... pero con dinero (Walras, 1900, 525).

Desde el principio, Walras entendió el problema de darle lugar al dinero en un ambiente bajo certidumbre y estático. La primera limitante la "resolvió" asimilando el dinero con "capital circulante", es decir, con capital que se utiliza inmediatamente o en espera mientras se lleva a cabo el proceso productivo o de consumo ("*service d´approvisionnement*"), lo que según Walras, permitía procesos completamente predecibles. Estos "servicios de disponibilidad o aprovisionamiento" del dinero, medidos en las dimensiones correctas, entran al modelo de Walras como coeficientes técnicos de producción y sus precios son incluidos dentro de los costos. Por su parte, la segunda condición la resolvió creando una figura similar a la E del modelo de capital: incluyó el "*encaisse désirée*" (o cantidades monetarias deseadas *ex ante*). Cada unidad de éste, se destina y conserva en unidades monetarias con el propósito de comprar capital fijo o circulante. Deduciendo estas demandas como las de cualquier otra mercancía, y agregándolas, obtenía las demandas de saldos monetarios que, igualadas a las ofertas de saldos monetarios (dados exógenamente en el caso de dinero legal –*fiat Money*–), arrojaban los precios de equilibrio de los *services d´approvisionnement* del dinero. Fue así que pudo integrar el complemento monetario a la estructura de equilibrio general.

En la sección X (Walras, 1874, 437), se plantea el modelo monetario de diez sistemas de ecuaciones con notación similar (y de manera simétrica) a la expuesta en los tres modelos anteriores. Se asume que los servicios productivos están indexados por $i = 1, 2, 3, ...n$; los productos por $j = n+1, n+2, ..., m$; y los bienes de capital nuevos por $s = m+1, m+2, ..., l$. Aquí, $j = n + 1$ será el numerario. Sea U el "dinero que consideraremos inicialmente como un objeto sin utilidad propia y del que existe una cantidad dada $[Q_u]$, un bien distinto de $j = n + 1$ que tiene precio p_u, siendo el precio de su servicio en términos monetarios igual a $p_{u'} = ip_u$" (Walras, 1874, 449). Reuniendo toda esta información en $p = (p_i)_{i=1}^{n}, (p_j)_{j=n+1}^{m}, (p_s)_{s=m+1}^{l}, p_{u'}, p_e]$ es posible escribir las ecuaciones de la siguiente manera:

$$O_{(i)} = F_i(p) \quad para \;\; i = 1, 2, 3, ..., n \tag{18}$$

(Sistema de n ecuaciones de oferta total de servicios productivos).

$$D_j = F_j(p) \quad para \;\; j = n+2, n+3, ..., m \tag{19}$$
$$D_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} O_i p_i + O_u p_{u'} - \sum_{j=n+2}^{m} D_j p_j - E$$

(Sistema de $m - n$ ecuaciones de demanda total de productos).

$$E = D_e p_e = F_e(p) p_e \tag{20}$$

(Ecuación de excedente total de la renta sobre el consumo).

$$\sum_{j=n+1}^{m} a_{ij} D_j + \sum_{s=m+1}^{l} k_{is} D_s = O_i \quad para \;\; i = 1, 2, 3, ..., n \tag{21}$$

(Sistema de n ecuaciones que expresa que las cantidades de servicios productivos empleadas son iguales a las cantidades efectivamente ofrecidas).

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} p_i + \sum_{s=n+1}^{l} a_{js} p_s \left(\frac{p_{u'}}{p_u} \right) = p_j \quad para \;\; j = n+1, n+2, ... \tag{22}$$

(Sistema de $m - n$ ecuaciones que expresa que el precio de venta de los productos es igual al coste de los servicios productivos utilizados en su fabricación).

$$\sum_{i=1}^{l} k_{si} p_i + a_{uj} p_{u'} = P_s \quad para \;\; s = m+1, m+2, ..., l \tag{23}$$

(Sistema de $l - m$ ecuaciones que expresa que los precios de venta de los bienes de capital nuevos son iguales a sus costes de producción).

$$\sum_{s=m+1}^{l} D_s P_s = E \tag{24}$$

(Ecuación que indica la igualdad entre el valor de los bienes de capital nuevos y el excedente de renta total sobre el consumo).

$$P_s = \frac{p_s}{i + \mu_s + \nu_s} \quad para \;\; s = m+1, ..., l \tag{25}$$

(Sistema de $l - m$ ecuaciones que expresa la igualdad de la tasa de renta neta para todos los bienes de capital).

$$O_u = Q_u - \frac{\sum_{j=n+1}^{l} H_j p_j}{p_{u'}} \tag{26}$$

(Ecuación de oferta de servicios monetarios –*encaisse désirée*–).[17]

Siendo H_j las cantidades de productos y bienes de capital j, que los consumidores desean aprovisionar en forma de dinero para comprar capital fijo o circulante.

$$\sum_{j=n+1}^{l} \left(\sum_{k=n+1}^{m} c_k j D_k + \sum_{s=n+1}^{l} a_{sj} D_s \right) = p_u O_u \tag{27}$$

(Ecuación de equilibrio –oferta=demanda– en servicios de U).

Pero, como era de esperarse, estas $2l + 5$ ecuaciones se reducen a $2l + 4$ puesto que, como muestra Walras, si se multiplican los dos miembros de la ecuación [21] por P_s, luego se multiplica la ecuación [26] por $p_{u'}$, y después se multiplican las ecuaciones [22] y [23] respectivamente por $-a_{ij}, j = n+1, n+2, ..., m$ y $a_{is}, s = m+1, n+2, ..., l$, y se suman, se obtiene la ecuación [24]. En definitiva, se tienen $2l + 4$ ecuaciones con el mismo número de incógnitas: n cantidades totales ofrecidas de servicios y sus n respectivos precios; $m - n$ cantidades totales de demandas de productos y sus $m-n-1$ precios respectivos (el otro es el numerario); $l-m$ cantidades totales de demandas de bienes de capital y sus $l - m$ precios respectivos; el valor del excedente total de la renta sobre el consumo (E); la tasa de ingreso

[17] "Este valor de la totalidad o parte de los productos consumibles que los participantes en el intercambio desean comprar y mantener materializados en forma de dinero o de ahorros monetarios, constituyen los saldos líquidos deseados [*encaisse désirée*]" (Walras, 1874, 449).

neto (i); la oferta monetaria O_u; el precio p_u y el precio $p_{u'}$ (Rebeyrol, 1999).

También para "solucionar" este sistema de ecuaciones agregadas, aplicó *tâtonnement*. Sólo que basado en este mismo proceso para los tres modelos anteriores (intercambio, producción y capital) considera (de manera vaga y confusa) que únicamente se requiere aplicarlo al precio $p_{u'}$ en la ecuación [9] de *encaisse desirée*: "El precio del servicio del dinero se establece por medio de su alza o baja según que, respectivamente, los saldos líquidos deseados sean superiores o inferiores a la cantidad de dinero" (Walras, 1874, 461)[18]. Esto daría origen a fuertes críticas por parte de Schumpeter (1954) y Patinkin (1956), entre otros, quienes aseguraban que un proceso como este, a diferencia de lo que creía Walras, conducía a lo contrario, es decir, a la indeterminación del precio p_u y, por tanto, a la incompatibilidad de su estructura monetaria con los modelos "reales" de consumo, producción y capital.

Sin éxito, hacia el final de los *Éléments* Walras también intenta mostrar cómo hacer el paso a un "mercado continuo", tratando de evitar el problema del modelo estático. Y para esto también tuvo que recurrir al *tâtonnement*:

> Finalmente, y para acercarnos más y más a la realidad, vamos por ahora a reemplazar nuestra hipótesis de un mercado anual periódico por la de un mercado continuo; en otras palabras, debemos pasar de lo estático a lo dinámico...[El mercado continuo] está perpetuamente tendiendo hacia el equilibrio sin realmente alcanzarlo nunca ya que el mercado no tiene forma de aproximarse al equilibrio distinta a la del *tâtonnement*, y antes de que el objetivo se alcance, tienen que empezar a agruparse todos los datos básicos del problema, tales como las cantidades iniciales poseídas, las utilidades de los bienes y servicios, los coeficientes técnicos, el exceso del ingreso sobre el consumo, los capitales de trabajo requeridos, etc., que han venido cambiando mientras tanto (Walras, 1900, 579).

Walras plantea sus ideas centrales sobre moneda en, fundamentalmente, cuatro trabajos (*Éléments, Économie Appliquée, Theorie Mathématique du Bimetallisme* (1881) *Théorie de la Monnaie* (1886). Y aunque en los tres últimos nunca alcanzó el alto nivel formal del primero, sus aportes más sustantivos en teoría monetaria podrían resumirse en tres puntos:

[18] En este proceso, reconoce que el darle a una mercancía el carácter de dinero (por ejemplo, el oro), aumenta el precio de la misma por encima de su precio como mercancía pura, y que para igualar estos dos precios se requiere de acuñación o fundición.

1. En primer lugar, acepta (aunque detectando algunas deficiencias importantes) la *teoría cuantitativa del dinero*, en el sentido de que el nivel de precios únicamente lo determina la masa monetaria en circulación (Walras, 1900, 525). Aquí, dado que el modelo de Walras era esencialmente estático, no había motivos para mantener saldos monetarios y, así, la función del dinero era la de ser únicamente unidad de cuenta y medio de intercambio. El dinero no era activo y, por lo tanto, no estudió a fondo las posibles interdependencias entre los mercados de mercancías y los mercados de valor.

2. En segundo lugar, defiende parcialmente el *monometalismo*: el oro debería ser la única moneda aceptable en cualquier transacción internacional, y todo el dinero circulante tendría que estar respaldado en oro aunque con un *billon régulateur* en plata (monedas de plata), ya que para él, esta era la única forma de controlar los precios. Consecuente con ello, era un defensor de la nacionalización de las minas de oro y plata, puesto que creía que era esperar demasiado que intereses privados actuaran de manera responsable con los intereses de la sociedad:

   > Uno debería utilizar oro en todas las transacciones internacionales, junto con una cantidad limitada de plata como moneda (*billon régulateur*) para pagar las transacciones domésticas. Por consiguiente, siempre que la cantidad de oro aumente o disminuya, la cantidad de plata también disminuirá o aumentará de tal forma que se eviten las crisis de altos y bajos precios (Walras, 1898, 163).

   Además, rechazaba la creación de papel moneda porque aumentaba la cantidad de dinero en circulación, incrementaba los precios, impulsaba las importaciones, desalentaba las exportaciones y todo esto haría que saliera dinero metálico del país por el que, al fin de cuentas, había sido sustituido (Walras, 1898, 179).

   Y es que Walras estaba convencido de que cambios en el nivel de precios podría tener consecuencias dañinas (unas veces para los empresarios y otras para los trabajadores –salarios–), es decir, negaba que el dinero fuera simplemente un "velo" en el sentido de que todos los intercambios funcionarían bien, simplemente con una unidad de cuenta. Su recomendación en esto era utilizar la oferta monetaria como factor crucial de estabilización de precios en aquellos niveles que garantizaran el funcionamiento equilibrado de la economía. Pero

aquí el punto clave del pensamiento monetario de Walras aparecería claro: la economía es un sistema (en equilibrio o en desequilibrio) en el que cualquier política monetaria tendría impacto en sus distintos sectores:

> Cuando la cantidad de dinero aumenta (...) los productores ganan, mientras que los trabajadores y otros consumidores, pierden. De otro lado, cuando la oferta de dinero disminuye, los empresarios sufren, mientras que los terratenientes, los trabajadores, y los capitalistas, ganan. En cada caso se destruye el equilibrio económico. La crisis durará hasta que se establezca un nuevo equilibrio (Walras, 1898, 163).

3. En tercer lugar, para controlar la oferta monetaria, Walras no era partidario de que un banco central lo implantara, puesto que dudaba de su independencia con respecto al partido político en el poder. En su lugar, creía que las políticas monetarias de un país debían tomarse en comunión con los bancos centrales de todos los otros países con que comerciaba. De hecho, estaba convencido de que, en el futuro, la oferta monetaria sería universalmente controlada (Walras, 1898, 177).

Al final de cuentas, la teoría monetaria de Walras estuvo casi totalmente concentrada en el lado de la oferta de dinero desde su perspectiva de equilibrio general estático: nunca mostró cómo podría integrarse el dinero como activo en un sistema de equilibrio general. Este programa de investigación fue comenzado por otros de la Escuela de Lausanne[19] (por ejemplo, Fossati, 1955). Sin embargo, para Walras fue claro que si no se llevaba a cabo un control responsable de la oferta monetaria, no podría asegurarse que se alcanzara el equilibrio, y también era claro que las fluctuaciones en la actividad económica (y particularmente el ingreso nacional) dependían de los cambios en la cantidad de dinero. Muchas de estas visiones habían sido planteadas antes de Walras, pero serían respaldadas posteriormente (Fisher, 1911; Friedman, 1989).

[19] En el período comprendido entre la Primera y la Segunda Guerra Mundial, es decir, fundamentalmente en los últimos años del decenio de 1920 y casi durante toda la década de 1930, la teoría del equilibrio general recibió mucho ímpetu en Italia con el trabajo de la Escuela de Lausanne conformada por Amoroso, Pietri-Tonelli, Sensini, La Volpe, Palomba y Fossati, entre otros. Éstos adoptaron las técnicas matemáticas más avanzadas disponibles en su época buscando en el análisis dinámico una respuesta a la necesidad de mayor realismo en la teoría de Walras pero, sobre todo, en la de su sucesor en Lausanne, Vilfredo Pareto (Pareto, 1906).

BIENESTAR ECONÓMICO: EL TEOREMA DE LA MÁXIMA SATISFACCIÓN SOCIAL

Desde su primer trabajo sobre economía –*L'Économie Politique et la Justice* (1860)–, publicado a los 26 años, hasta su muerte en 1910, la preocupación fundamental de Walras fue el problema de la justicia social. De hecho, su división entre *économie sociale* (normativa) y *économie pure* (positiva) muestra bien esto, y, cabe resaltarlo, *el propósito de su modelo de equilibrio general no era únicamente analizar el funcionamiento de un sistema bajo régimen de competencia perfecta, sino demostrar la posibilidad de formular un sistema económico racionalmente consistente que satisficiera las demandas de justicia social, pero sin traspasar los límites impuestos por las exigencias naturales del mundo real*. Y afirmaba en 1870, en carta a Ruchonnet, que intentaba

> (...)[estudiar] al hombre y a su destino desde un punto de vista psicológico-económico y psicológico-moral, buscando concordancia entre interés y justicia; [definir] al individuo y al Estado, llegando a discusiones sobre el interés privado y el interés general, y sobre los servicios privados y públicos: [resolver] los problemas de orden al conciliar libertad y autoridad, y los problemas de justicia al conciliar igualdad y desigualdad; [mostrar] el principio de igualdad de condiciones como opuesto a la igualdad de posiciones (Jaffé, 1965, 119).

En particular, en *Théorie de la Proprieté* (1896b, 212), Walras definió la justicia en el intercambio (a la que llamó "justicia conmutativa"), en términos de dos condiciones: primero, la total libertad de cada individuo para buscar su propia ventaja en el mercado; y segundo, la completa eliminación de cualquier oportunidad para un individuo de beneficiarse en el intercambio a expensas de su contraparte o de cualquier otro. No cabe duda de que bajo esta mirada, el sistema de equilibrio general walrasiano es *profundamente moralista*, al menos en términos de la moral individualista y burguesa de la Europa del siglo XIX[20]. Y esto se confirma en su primera formulación del *teorema de la máxima satisfacción social* (Walras, 1874, 141):

> El intercambio de dos mercancías en un mercado regido por la libre competencia es una operación por medio de la cual todos los posee-

[20] Cabe advertir aquí que Walras no creía que la competencia perfecta en un mercado fuera la mejor manera de generar la máxima suma de satisfacción total para la sociedad, sino que era un sistema diseñado para *eliminar* todo beneficio individual del intercambio y de la producción. Y esto no era por condenar la natural búsqueda de ganancia en las actividades económicas, sino para realizar la función moral de no dar algo por nada, no ganado, o el fruto de "conspiraciones antisociales", todas ellas injustas.

> dores, tanto de una como de las dos mercancías, pueden lograr la mayor satisfacción posible de sus necesidades, con la condición de entregar la mercancía que venden, y recibir la mercancía que compran en una proporción común e idéntica[21].

A partir de este teorema, llegó a pensarse que Walras pretendía establecer que la libre competencia con uniformidad de precios arrojaba un mayor estado de satisfacción social que cualquier otro sistema de determinación de precios. Sin embargo, no se encuentra ningún rastro de esto ni en los *Éléments* ni en otro de sus escritos.

LA ECONOMÍA SOCIAL Y APLICADA DE WALRAS

La propuesta general de Walras en sus tres trabajos principales (*Éléments, Économie Sociale, y Économie Appliquée*) era un "semi-socialismo" que, en cierta forma, conciliaba las doctrinas del laissez-faire y del socialismo. Jaffé (1965) describía esta idea así:

> (...)[era] un esquema social fundado en la justicia exacta de acuerdo con la ley natural. Es del interés material de la sociedad el que el producto social sea lo más grande posible, pero una justa distribución de este producto, precisa de que todo individuo tenga libre disposición del producto de sus facultades personales. Con respecto al Estado, que [Léon Walras] considera como entidad económica a la par de los individuos, la justicia obliga que obtenga el ingreso que necesita para llevar a cabo los servicios sociales, no privando a los individuos del fruto de sus facultades personales, sino explotando los recursos colectivos de producción, tales como la tierra, los medios de transporte y comunicación, y los instrumentos de pago.
>
> El precio normal que el Estado debería pagar en la recompra de la tierra de los actuales individuos propietarios debería tomar en cuenta el valor descontado del aumento futuro en la renta de la tierra que se espera del crecimiento de la población y del capital, pero no el valor descontado de los futuros incrementos en renta esperados de la evolución de la sociedad de la etapa agrícola a la etapa industrial.

[21] Este teorema, desde el punto de vista del autor, no es más que una anticipación del concepto de optimalidad de Pareto.

> Así, el Estado eventualmente podrá amortizar el costo de la recompra y luego podrá apoyarse a sí mismo sin recurrir a los impuestos, lo que es siempre esencialmente confiscatorio (Jaffé, 1965, 32)[22].

El primer paso para substanciar esta propuesta fue el estudio de un modelo que (de algún modo) se asimilara al *laissez-faire*: este fue el objetivo de los *Éléments* y su modelo de equilibrio general. En particular, debe recordarse que Walras definía la esencia de la economía pura como la teoría de la determinación de los precios bajo un régimen hipotético de competencia libre y perfecta.

El segundo paso lo hace en *Économie Sociale* de 1896. Este trabajo consta de cuatro capítulos: "Investigación del Ideal Social", "Propiedad", "Realización del Ideal Social", e "Impuestos". Allí estudia inicialmente el problema del individuo y el Estado desde diferentes perspectivas (filosófica, psicológica, económica, entre otras), para después seguir a una discusión del problema de la propiedad incluyendo aquí una teoría de los precios de la tierra en el caso de recompra por parte del Estado: al igual que su padre, y muy seguramente por su influencia, Walras era un defensor de la nacionalización de la tierra mediante la recompra. Según él, el Estado obtendría de allí un ingreso, rentándola en el libre mercado. Esto lo estudia en el capítulo III ("Realización del Ideal Social") en el cual hace un estudio *matemático* de este problema[23]. Finalmente, lleva a cabo un análisis de los impuestos (aquellos que pensaba eliminar), y de problemas fiscales en general.

El tercer paso en su propósito fue en *Économie Appliquée* de 1898. Este trabajo consta de siete capítulos: "Moneda", "Monopolios", "Agricultura", "Industria y Comercio", "Crédito", "Banca", "Bolsa", y, finalmente, una "Disquisición Breve sobre Doctrina Económica y Social". En el primero se dedica, fundamentalmente, a problemas de política monetaria, ya discutidos aquí, tales como la estabilización de los precios mediante regulaciones de la oferta monetaria a la luz de la teoría cuantitativa, proponiendo el monometalismo (oro) con la plata como regulador, en lugar del bimeta-

[22] Pero en esto también recibió críticas de Wicksell: en primer lugar, le señalaba que los valores futuros de la tierra podrían no crecer por encima del valor capitalizado de las rentas futuras esperadas; en segundo lugar, que emitir bonos para la recompra de la tierra, como Walras proponía, podría precipitar una caída en la tasa de interés; y en tercer lugar, que la compra de la tierra implicaría una redistribución del ingreso, ya que podría suceder que la clase propietaria del capital comprara los bonos de tierra a expensas de otras inversiones, haciendo que los salarios de la clase trabajadora bajaran con el incremento de las tasas de interés.

[23] Parecía asumir que el Estado podría fungir como uno de los "empresarios", y la tierra, como uno de los bienes de capital descritos en los *Éléments.*

lismo (oro y plata), además de tener más confianza en una oferta monetaria universalmente controlada que en un banco central del Estado.

Más adelante, en el capítulo II, hace un análisis muy general del monopolio[24] y después estudia el problema de que el Estado asumiera el control total de los ferrocarriles como servicios públicos y la asignación de tarifas. Este asunto de las comunicaciones era central puesto que Walras era consciente de la transición que se vivía en Europa –de una agrícola a una industrializada y de mayor comercio. Finalmente, dedicó los siguientes dos capítulos al problema de la banca y la bolsa (con el objetivo de estudiar la posibilidad de nacionalizar algunos medios de pago), y a una nueva disquisición sobre problemas éticos, morales, y económicos de la ciencia y de la práctica económica.

Una mirada general muestra entonces que el pensamiento walrasiano era una *propuesta de filosofía social y económica* que él creía que era la mejor forma de armonizar con el espíritu de la época. Una época en la que la Revolución Industrial se desarrollaba, particularmente en términos de la creación y empobrecimiento de una creciente clase trabajadora que provenía de una sociedad agraria, y que condujo a las manifestaciones en París de la Revolución de 1948, al comienzo de la Segunda República de Louis Bonaparte[25] y sus represivas políticas sociales y económicas. Walras, defensor de la justicia social, siempre abogaba por políticas más "humanas de progreso eterno" que fundamentaran el desarrollo dentro de una perspectiva parcialmente liberal y parcialmente socialista (Jolink, 1996).

Un capítulo interesante de los años finales de Walras, fue su postulación por parte de algunos colegas de la Universidad de Lausanne y por sí mismo, al Premio Nobel de Paz de 1906. El sustento para esto era que bajo su propuesta central de *laissez-faire*[26], nacionalización de tierra y eliminación de todos los impuestos, habría paz y justicia social. Sin embargo, el Comité del Premio Nobel no fue tan entusiasta al respecto y sus miembros no veían cómo esta teoría fuera suficientemente benéfica para servir a la causa de la paz y resolvieron entregarle el premio a Theodore Roosevelt (Sandmo, 2007).

[24] Curiosamente, aquí lo hace sin recurrir al tratamiento formal de la teoría del monopolio, tal como aparece en los *Recherches de Cournot*, del que había sido asiduo lector. Esto aparece así sólo en la última edición (1900) (Sección VIII, Lección 41) de los *Éléments*.

[25] Posteriormente, entronizado como el emperador Napoleón Bonaparte III.

[26] Quizás utilizó este difuso término para su propósito de obtener el Nobel, en lugar del científico "competencia perfecta".

OBSERVACIONES FINALES

En ocasiones se afirma que todo economista ve en un nuevo trabajo únicamente lo que ya sabe, y en el mejor de los casos, una pequeña "dosis de novedad", que es minúscula en comparación con el cuerpo acumulado de la doctrina económica. En la historia del pensamiento económico pocos ejemplos ilustran esto mejor que el tratamiento dado a las contribuciones de León Walras, por parte no sólo de sus contemporáneos, sino de aquellos que vinieron después de él.

A partir del trabajo pionero de Walras, aquellos seguidores sólo interesados en teoría pura, marcaron un derrotero de desconexión entre ésta y su economía aplicada y social. Este hecho sería parcialmente responsable de que, en adelante, el estudio de la economía se dividiera entre las aproximaciones normativa y positiva y, además, allanó el camino para que falsearan el modelo de equilibrio general de Walras, presentándolo como la restauración de la teoría liberal económica. Hicieron del mercado competitivo eficiente, la base objetiva científica para comparar todo tipo de problemas sociales y económicos: si una política económica fallaba, entonces la razón era que alguna de las hipótesis de funcionamiento del mercado "walrasiano", no se cumplía. Y este programa de investigación (sobre el cual Walras no podría haber coincidido) comenzaría con la bifurcación en dos grandes "escuelas" de pensamiento postwalrasiano.

La primera, conocida como la "tradición paretiana", tuvo su inspiración en el *Manuel d'Économie Politique* (1906) del sucesor de Walras en Lausanne, el italiano Vilfredo Pareto. Éste, aunque reconocía la teoría pura formal (es decir, los *Éléments*) como su principal fuente de inspiración, una y otra vez aseguraba que el resto del trabajo de su maestro era especulación metafísica (Pareto, 1897, 491). Y también John Hicks, aunque reconoció la importancia de los *Éléments*, afirmaba que si se trataba de estudiar el problema del equilibrio general planteado por Walras, era mejor ir al mismo Pareto o a Wicksell (Hicks, 1934, 345), y en su clásico e influyente *Value and Capital* (1939) así lo confirmó. Posteriormente, la visión paretiana-hicksiana del trabajo original de Walras sería apuntalada por la saga de tratados clásicos *Traité d'Économie Pure de Allais*(1943), *Foundations of Welfare Economics* de Lange (1942) y el *Foundations of Economic Analysis* de Samuelson (1947).

Pareto y Hicks fueron, sin duda, los pioneros de una corriente muy influyente en el pensamiento económico del siglo XX: *el estudio del concepto de equilibrio general competitivo y su profunda relación con el problema*

del bienestar económico. Sólo que, en su propósito, no sólo limitaron el pensamiento original walrasiano, sino que aplicaron y discutieron sobre objetos de los que no tenían la seguridad de que existieran; por cualquiera que haya sido la razón, los problemas de existencia del equilibrio general competitivo nunca estuvieron en su agenda de investigación. Pareto y Hicks, al igual que Walras, se contentaban con el argumento falaz de que si el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas, entonces la existencia de solución estaba garantizada.

Precisamente, al problema matemático de la existencia del equilibrio ge neral fue que se dirigió la segunda corriente de pensamiento postwalrasiano, conocida como la "tradición alemana". Durante el período que va entre las dos guerras mundiales, esta línea de investigación, enmarcada dentro del Seminario Menger de Viena e impulsada por el trabajo de Karl Schlesinger (1933), se basó en el modelo Walras-Cassel difundido en el *Theoretische Sozialökonomie* (1918) de Gustave Cassel que, a su vez, había evidentemente recurrido (sin reconocerlo) al modelo de producción de los *Éléments* de (Walras, 1874, 302). Y la primera prueba que se conoce sobre la existencia de un equilibrio competitivo (Wald, 1936), provino efectivamente, de esta corriente postwalrasiana.

Posteriormente, Kenneth Arrow y Gerard Debreu (1954) probarían, de manera más general, la existencia del equilibrio competitivo en una estructura que hoy se considera la versión paradigmática de un modelo de equilibrio general desde la perspectiva paretiana. Pero, como podría esperarse, una mirada cuidadosa de esta estructura, conduce rápidamente a la convicción de que, aunque inspirado en los *Éléments*, se aparta de manera importante de la intención amplia de Walras, es decir, de aquella inmensa formulación científica de nuevos ordenamientos sociales y económicos que, quizás, generaciones posteriores no han sabido entender a cabalidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Allais, M. (1943). *Traité d´Économie Pure*. Paris: Imprimerie Nationale.

[2] Arrow, K. y Debreu, G. (1954). Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica, 22*(3), 265-290.

[3] Cassel, G. (1918). *Theoretische Sozialökonomie*. Leipzig: Winter.

[4] Cournot, A. (1838). *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Paris: Hachette.

[5] Fisher, I. (1911). *The Purchasing Power of Money*. New York: MacMillan.

[6] Fossati, G. (1955). *Essays in Dynamics and Econometrics*. Chappel Hill: University of North Carolina Press.

[7] Friedman, M. (1989). Quantity Theory of Money. En J. Eatwell *et al.* (eds.), *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, 1-40. New York: The Macmillan Press Limited.

[8] Hicks, J. (1934). Leon Walras. *Econometrica, 2*(4), 338-348.

[9] Hicks, J. (1939). *Value and Capital*. Oxford: Clarendon Press.

[10] Isnard, A. (1781). *Traité des Richesses*. Lausanne: Grasset et Cie.

[11] Jaffé, W. (1965). *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co.

[12] Jaffé, W. (1969). A. N. Isnard, Progenitor of the Walrasian General Equilibrium Model. *History of Political Economy, 1*, 19-43.

[13] Jaffé, W. (1980). Walras's Economics as Others See It. *History of Economic Literature, 18*(2), 528-549.

[14] Jolink, A. (1996). The Evolutionist Economics of Leon Walras. *Annals of The Society for The History of Economic Thought, 35*, 178-180.

[15] Lange, O. (1942). The Foundation of Welfare Economics. *Econometrica, 10*(3/4), 215-228.

[16] Monsalve, Sergio (2009). A Cien años de la muerte de Léon Walras II: Huellas de la tradición paretiana. *Ensayos de Economía, 19,* 13-40.

[17] Morishima, M. (1977). *Walras's Economics: A Pure Theory of Capital and Money*. Cambridge and New York: Bambridge University Press.

[18] Pareto, V. (1897). *Corus d´Économie Politique professé á l´Université de Lausanne*. Lausanne: F. Rouge.

[19] Pareto, V. (1906). *Manuale di Economía Polítical: con una Introduzione alla Scienza Sociale*. Padova: CEDAM.

[20] Patinkin, D. (1956). *Money, Interest and Prices*. Evanston: Row, Peterson & Co.

[21] Poinsot, L. (1803). *Éléments de Statique, Suivais de Quatre Mémoires sur la Composition des Moments et des Aires; sur le Plan Invariable du Système du Monde; sur la Théorie Générale de l'Équilibre et du Mouvement des Systèmes; et sur une Théorie Nouvelle* (8th. ed.). Paris: Bachelier.

[22] Quesnay, F. (1758 [1972]). *Le Tableau Économique*. New York: Kelley.

[23] Rebeyrol, A. (1999). *La Pensée Économique de Léon Walras*. Paris: Dunod.

[24] Samuelson, P. (1947). *Foundations of Economic Analysis*. Cambridge: Harvard University Press.

[25] Sandmo, A. (2007). Retrospectives: Leon Walras and the Nobel Prize. *Journal of Economic Perspectives, 21*(4), 217-228.

[26] Schlesinger, K. (1933 [1968]). On the Production Equations of Mathematical Economics. En W. Baumol & S. Goldfeld, *Precursors in Mathematical Economics*. London: London School of Economics.

[27] Schumpeter, J. (1954). *History of Economic Analysis*. New York: Oxford University Press.

[28] Turgot, A. (1766 [2009]). *Reflexiones sobre la Formación y la Ditribución de las Riquezas*. Madrid: Union.

[29] Van Daal, J. (1998). Leon Walras's General Economic Equilibrium Models of Capital Formation. Existence of a Solution. *Revue Économique, 49*(5), 1175-1198.

[30] Wald, A. (1936). Uber die Produktionsgleichungen der Okonomischen Wertlehre II. *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums, 7*, 1-6.

[31] Walras, A. (1831). *De la Nature de la Richesse et de L´Origine de la Valeur*. Paris: Johanneau.

[32] Walras, L. (1860/1970). *L´Économie Politique et la Justice; Examen Critique et Réfutation des Doctrines Économiques de M. P.J. Produhon. Précédes d´une Introduction*. Lenox Hill: New York. Diponible en: http://fr.wikisource.org/wiki/L-%E2 %80 %99 %C3 %89conomie_politique_et_la_justice.

[33] Walras, L. (1874). *Éléments d´Économie Politique Pure ou Théorie de la Richesse Sociale* (1st. part) Laussane: Guillaumin.

[34] Walras, L. (1877). *Éléments d´Économie Politique Pure ou Théorie de la Richesse Sociale* (2d. part). Laussane: Corbaz.

[35] Walras, L. (1880). La Bourse, la Spéculation et l' Agiotage. *Bibliothéque Universelle et Revue Suisse, 3*(5), 452-76.

[36] Walras, L. (1881). Theorie Mathématique du Bimetallisme. *Journal des Economistes, 14*(41), 189-199.

[37] Walras, L. (1886). *Théorie de la Monnaie*. Lausanne: Corbaz.

[38] Walras, L. (1896a). *Études d'Économie Sociale ou Théorie de la Richesse Sociale*. Lausanne: Rouge.

[39] Walras, L. (1896b). Theorie de la Proprieté. *Revue Socialiste, 23*(138), 668-81.

[40] Walras, L. (1898). *Études d´Économie Politique Appliquée ou Théorie de la Production de la Richesse Sociale*. Lausanne: Rouge.

[41] Walras, L. (1900). *Éléments d´Économie Politique Pure ou Théorie de la Richesse Sociale (4th. ed.)*. Lausanne: Rouge.

[42] Walras, L. (1909). Économique et Méchanique. *Bulletin de la Société Vaudoise de Sciences Naturelles, 45*(166), 313-325.