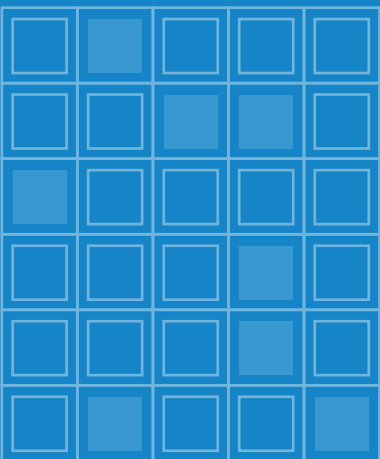




Educación General Básica - Subnivel Superior



MATEMÁTICA

8.º EGB
TEXTO DEL ESTUDIANTE



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Lenín



PRESENTACIÓN

Las páginas de este texto reflejan la suma de voluntades más importante del país en torno a la Educación. En ellas se conjuga el esfuerzo de millones de estudiantes que día a día asisten a clases y también el de sus padres, madres, maestros y autoridades. Cada uno de estos actores, desde su espacio, apuntalan la construcción de esa sociedad de oportunidades y de justicia que aspiramos todos los ecuatorianos.

En el Ministerio de Educación trabajamos arduamente para favorecer el desarrollo integral de todos los estudiantes del país. El reto es enorme, pero lo asumimos con absoluta responsabilidad, sabiendo que contamos con el apoyo y compromiso de miles de educadores, héroes silenciosos que son referentes de vida para las niñas, niños y adolescentes.

Nuestras líneas de trabajo están enfocadas a obtener los siguientes resultados:

Lograr que el acceso a la educación y la permanencia en el sistema educativo sean derechos efectivos de todos los estudiantes. Lo más importante para esta Cartera de Estado es que todos nuestros estudiantes alcancen sus metas educativas y estén listos para asumir nuevos retos en su vida adulta. Y éste es el motivo por el que también mantenemos las puertas abiertas para los adultos que no tuvieron la oportunidad de concluir sus estudios.

Generar las mejores condiciones de aprendizaje para formar agentes transformadores de la sociedad, capaces de manifestar sus ideas y empoderarse de sus derechos y responsabilidades.

Propiciar una cultura de diálogo y participación dentro de la escuela, que tanta falta hace en nuestra sociedad. Creemos en el gran potencial de las ideas de las niñas, niños y adolescentes. Por ello, creamos espacios de participación para formular políticas públicas que garanticen sus derechos.

Impulsar estrategias participativas con todos los actores de la comunidad educativa, para fomentar valores como el respeto, la tolerancia, la solidaridad, la honestidad y la equidad. Aprender a vivir armónicamente es un saber tan importante como cualquier asignatura.

Estos resultados solo se pueden alcanzar con el compromiso de todos; involucrarse es el gran primer paso.

La educación siempre será una buena noticia para todos los ecuatorianos, juntos soñamos, juntos construimos.

Gracias por ser parte de este gran proyecto.

Monserrat Creamer
Ministra de Educación



8

EGB

Matemática

Texto del alumno

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA

Lenín Moreno Garcés

MINISTRA DE EDUCACIÓN

Montserrat Creamer Guillén

Viceministra de Educación

Susana Araujo Fiallos

Viceministro de Gestión Educativa

Vinicio Baquero Ordóñez

Subsecretaria de Fundamentos Educativos

María Fernanda Crespo Cordovez

Subsecretario de Administración Escolar

Mariano Eduardo López

Directora Nacional de Currículo

Graciela Mariana Rivera Bilbao la Vieja

Director Nacional de Recursos Educativos

Ángel Gonzalo Núñez López

**Directora Nacional de Operaciones
y Logística**

Carmen Guagua Gaspar

Primera impresión

Marzo 2020

Impreso por:



MAYA EDICIONES CÍA. LTDA.

Dirección general

Patricio Bustos Peñaherrera

Edición general

Juan Páez Salcedo

Autoría

Sonia del Pilar Tabango Sánchez

Coordinación editorial

Soledad Martínez Rojas

Dirección de arte

Paulina Segovia Larrea

Diseño y diagramación

Equipo de diseño Maya Ediciones

Investigación gráfica

Flavio Muñoz Mejía

Investigación TIC

Fernando Bustos Cabrera

Terminación y acabados

Santiago Carvajal Sulca

Ilustraciones

Andrés Fernández Analuisa, Shutterstock y sitios web debidamente referidos

Fotografías

Shutterstock, archivo editorial y sitios web debidamente referidos

Nº de derecho de autor QUI-057155

de 10 de septiembre de 2019

ISBN: 978-9978-52-326-1

Este libro fue evaluado por la Universidad SEK, mediante **ACUERDO Nro. MINEDUC-SFE-2018-00039-A**, con fecha 16 de agosto de 2018.

© MAYA EDICIONES CÍA. LTDA., 2020

Av. 6 de Diciembre N52-84 y José Barreiro

Teléfono: 02 510 2447

coordinacion@mayaeducacion.com

www.mayaeducacion.com

Quito, Ecuador

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

© Ministerio de Educación del Ecuador

Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa

Quito-Ecuador

www.educacion.gob.ec

La reproducción parcial o total de esta publicación, en cualquier forma y por cualquier medio mecánico o electrónico, está permitida siempre y cuando sea por los editores y se cite correctamente la fuente autorizada.

DISTRIBUCIÓN GRATUITA PROHIBIDA SU VENTA

ADVERTENCIA

Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

Lenín



Toda una Vida



Unidad 3 Los números racionales en el deporte

92

ET 1	Números racionales.....	94
ET 1	Expresión decimal de números racionales.....	98
ET 1	Adición y sustracción con números racionales.....	102
ET 1	Multiplicación y división de números racionales.....	106
ET 1	Ecuaciones.....	110
ET 1	Polígonos de frecuencias y diagramas circulares.....	114
ET 1	Estrategias para resolver problemas.	
ET 1	Resolver el problema en etapas.....	118
ET 1	Proyecto. El deporte favorito en números.....	120

Desarrollo del pensamiento.	
Razonamiento lógico.....	121
Cálculo mental	121
Recuerda y practica	122
Aplico en la vida cotidiana	124
Olimpiadas matemáticas	126
Evaluaciones estandarizadas	127
Evaluación sumativa	130

Unidad 4 El mundo en nuestras manos

132

ET 1	Potenciación y radicación con racionales.....	134
ET 1	Polinomios aritméticos con números racionales.....	138
ET 2	Triángulos y su construcción.....	142
ET 2	Clasificación de triángulos y polígonos.....	146
ET 2	Puntos y líneas notables del triángulo.....	150
ET 2	Figuras congruentes y semejantes.....	154
ET 2	Estrategias para resolver problemas.	
ET 2	Realizar etapas de cálculo.....	158
ET 2	Proyecto. Elaboramos tarros para clasificar basura en el aula.....	160

Desarrollo del pensamiento.	
Contando figuras.....	161
Cálculo mental	161
Recuerda y practica	162
Aplico en la vida cotidiana	164
Olimpiadas matemáticas	166
Evaluaciones estandarizadas	167
Evaluación sumativa	170

Unidad 5 Ciencia y tecnología

172

ET 1	Monomios.....	174
ET 1	Proposiciones simples y compuestas.....	178
ET 2	Conjuntos.....	182
ET 2	Congruencia de triángulos.....	186
ET 2	Teorema de Pitágoras.....	190
ET 2	Simetría y homotecia.....	194
ET 2	Estrategias para resolver problemas.	
ET 2	Aplicar teorema de Pitágoras.....	198
ET 2	Proyecto. Construyendo murales simétricos.....	200

Desarrollo del pensamiento. Habilidades matemáticas y geométricas.....	201
Cálculo mental	201
Recuerda y practica	202
Aplico en la vida cotidiana	204
Olimpiadas matemáticas	206
Evaluaciones estandarizadas	207
Evaluación sumativa	210

Unidad 6 La matemática en el mundo

212

ET 1	Polinomios y valor numérico.....	214
ET 2	Operaciones con conjuntos.....	218
ET 2	Producto cartesiano y relaciones.....	222
ET 2	Funciones.....	226
ET 2	Cuerpos geométricos.....	230
ET 3	Probabilidad.....	234
ET 3	Estrategias para resolver problemas.	
ET 3	Construir una tabla y una gráfica.....	238
ET 3	Proyecto. Construir espacios creativos.....	240

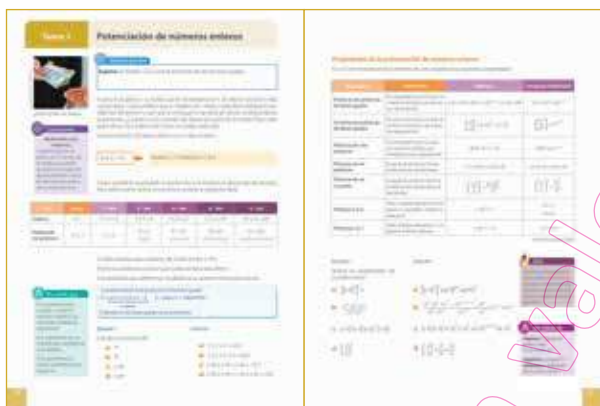
Desarrollo del pensamiento.	
Razonamiento espacial.....	241
Cálculo mental	241
Recuerda y practica	242
Aplico en la vida cotidiana	244
Olimpiadas matemática	246
Evaluaciones estandarizadas	247
Evaluación sumativa	250
TIC. Uso de Geogebra.....	252
Bibliografía / Webgrafía	256

Conoce tu libro



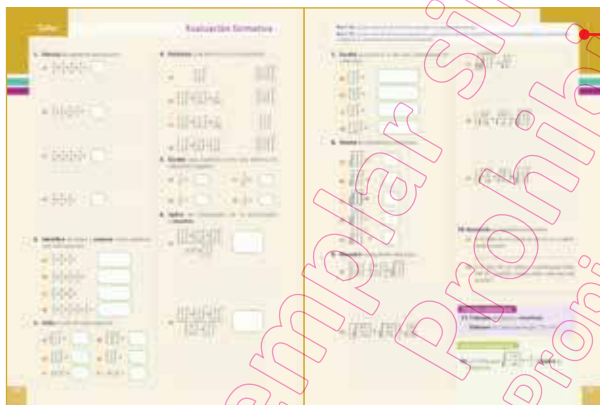
En la apertura de **unidad** hallarás una fotografía, un texto introductorio con lo que podrás "leer las imágenes" e interpretar matemáticamente la realidad.

También encontrarás preguntas generadoras que invitan a familiarizarse con los objetivos por alcanzar en cada unidad.



Los contenidos inician con la sección de **Saberes previos** o **Desequilibrio cognitivo**, que permiten relacionar tus experiencias y tu vida con el nuevo conocimiento. El material se apoya en fotografías, tablas, esquemas gráficos e ilustraciones que harán más divertido el aprendizaje.

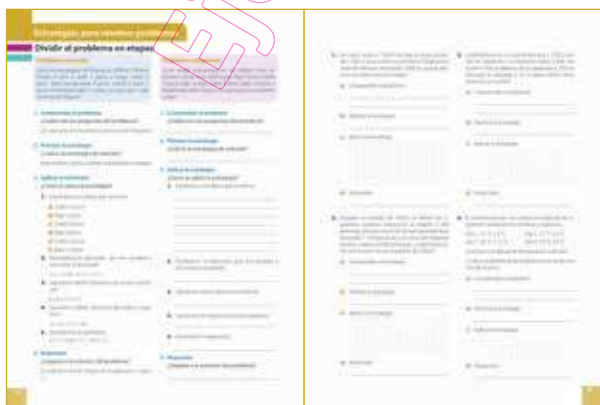
También encontrarás, de manera aleatoria, secciones interdisciplinarias como **DFA** (diversidad funcional en el aula), **Sabías que**, **Recuerda que**, **Conexiones**, las cuales te permitirán vincular la matemática con otras ciencias, y **TIC** que te apoyará con enlaces de Internet para que refuerces tus aprendizajes mediante juegos, información y retos.



Talleres han sido diseñados para evaluar las destrezas, mediante actividades interesantes y dinámicas.

Además se realiza trabajo colaborativo a fin de reforzar el trabajo en equipo y actividades indagatorias que invitan a investigar y aplicar el contenido estudiado.

En los talleres o evaluación formativa, se detallan las destrezas con criterio de desempeño, las mismas que se las denomina con su código por materia, subnivel, bloque y número de destreza.

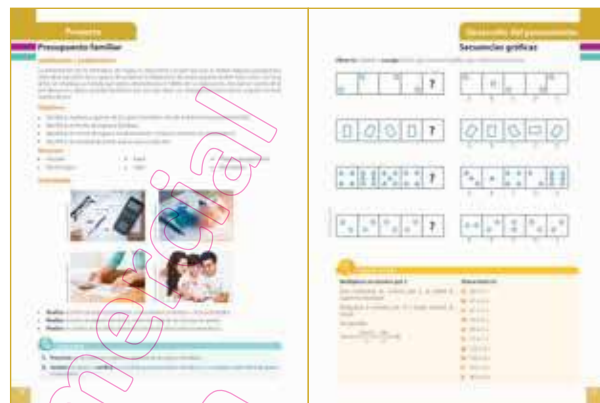


Estrategias para resolver problemas favorecen la aplicación de conceptos y procedimientos para solucionar problemas y situaciones matemáticas; en esta sección pondrás en juego tu inteligencia y creatividad.

Proyecto es una sección encaminada a la aplicación de la matemática en tu vida económica, social, cultural y ambiental, a través de un proyecto aplicado a diferentes contextos.

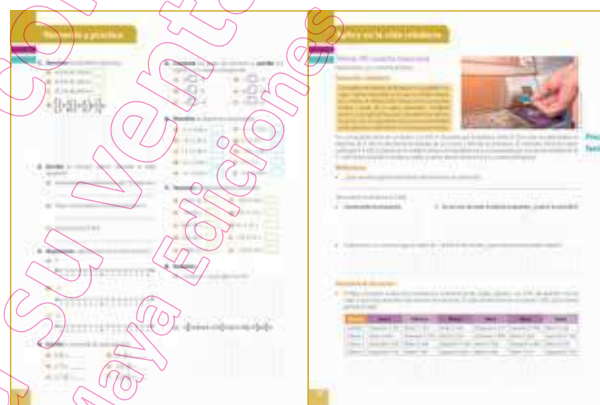
Desarrollo del pensamiento te ayudará a desarrollar tu aptitud verbal, razonamiento numérico y razonamiento abstracto.

Cálculo mental, por su parte, menciona estrategias para realizar cálculos rápidos.



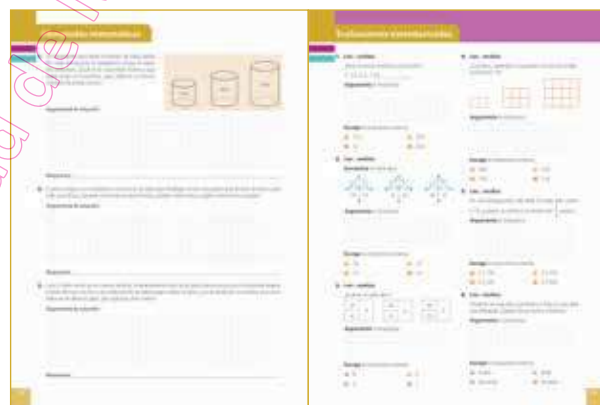
Recuerda y practica es una sección en la que se reforzarán, mediante ejercicios, los temas tratados en la unidad o unidades del texto.

Aplico en la vida cotidiana es un segmento del texto, que está enfocado a la aplicación de la vida cotidiana, utilizando los contenidos de matemática.

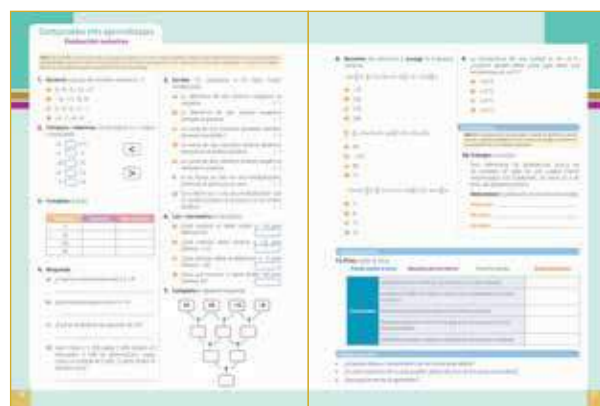


Olimpiadas matemáticas es una sección que invita a desarrollar habilidades matemáticas a través de preguntas tipo reto o concurso.

Evaluaciones estandarizadas es un instrumento que sirve para identificar debilidades y fortalezas de los estudiantes a través de preguntas de opción múltiple.



Evaluación sumativa corresponde a la evaluación de la unidad, con opciones de respuestas y desarrollo; son dos páginas con actividades variadas para evaluar tus destrezas. La sección incluye **coevaluación** y **autoevaluación**.



Los números racionales en el deporte

El deporte trae grandes beneficios para el cuerpo humano y la mente: promueve el trabajo en equipo, lo cual permite superar el individualismo; incrementa o mantiene la densidad ósea y aumenta la fuerza muscular; motiva a seguir normas y reglas; favorece la relación entre las personas; enseña a ser responsable con las obligaciones; ayuda a fomentar la disciplina consigo mismo.

La meta de un deportista profesional es llegar a participar en los Juegos Olímpicos. En los Juegos Olímpicos de Río de Janeiro de 2016 se presentaron 28 disciplinas. La delegación ecuatoriana formada por 35 atletas participó en 12 deportes.

Adaptado de: <http://www.vanguardia.com/vida-y-estilo/jovenes/228621-el-deporte-vital-para-los-jovenes>





Preguntas generadoras

- ¿Qué fracción de deportes representó la delegación ecuatoriana en los Juegos Olímpicos de Río?
- ¿A qué conjunto numérico pertenecen las fracciones?
- ¿Qué deporte practicas para tener un adecuado desarrollo físico?

Álgebra y funciones

Números racionales

- Representación gráfica
- Fracciones equivalentes y números racionales
- Relación de orden
- Racionales decimales
- Clase de decimales
- Fracción generatriz

Operaciones y propiedades

- Adición y sustracción
- Multiplicación y división
- Aplicaciones: ecuaciones

Estadística y probabilidad

- Histograma
- Polígono de frecuencias
- Diagrama circular

Objetivos:

O.M.4.1. Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.



Saberes previos

¿Con qué número representarías la mitad, un tercio y un cuarto?



Shutterstock, (2020). 344304677

¿Qué parte del día pasa Luis en la piscina?

Luis organiza las actividades en su tiempo libre de un día normal así:



Considera el hecho de que Luis comienza a nadar con un punto inicial en 0.

Si Luis está llegando a la piscina, hace $\frac{1}{2}$ hora que salió de casa. Se representa con: $-\frac{1}{2}$. Si él sale de la piscina, llegará a su casa dentro de $\frac{1}{2}$ hora. Se representa con: $+\frac{1}{2}$.

El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ está definido como el cociente entre dos números enteros de la siguiente manera:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in \mathbb{Z} \text{ con } b \neq 0 \right\}.$$

Los números racionales se pueden expresar como una fracción o como un número decimal.

El conjunto de los números racionales se representa gráficamente de dos formas:

Diagrama de Venn

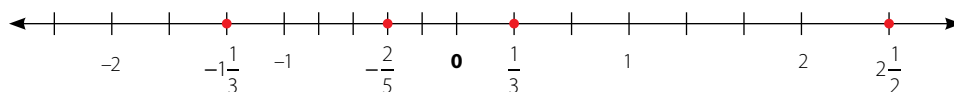
En el diagrama de la figura 3.1, el conjunto de los números naturales está incluido en el conjunto de los enteros. El conjunto de los números enteros está incluido en el conjunto de los racionales.

La semirrecta numérica

Para representar números racionales, se utiliza la recta numérica, en la cual se colocan los números enteros. Entre los números enteros se colocan las fracciones, de forma ordenada: a la derecha del cero, las fracciones positivas, y a la izquierda del cero, las fracciones negativas. El denominador indica las partes iguales en las cuales se divide la unidad. El numerador indica las partes que hay que contar para ubicar la fracción.

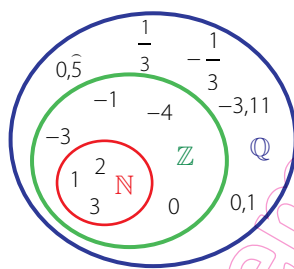
Ejemplo 1

Ubicar los siguientes números en la recta numérica: $-\frac{4}{3}$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}$



Recuerda que...

Para representar el conjunto de los números racionales utilizamos la letra $\mathbb{Q}$.



$\mathbb{N}$: Números naturales

$\mathbb{Z}$: Números enteros

$\mathbb{Q}$: Números racionales

Figura 3.1 Diagrama de Venn.

Fracciones equivalentes e irreducibles

En el curso de Irma, 7 de cada 9 jóvenes practican fútbol. Si hay 36 estudiantes, ¿cuántos practican fútbol?

Para saber el total de estudiantes que practican fútbol, buscamos fracciones equivalentes. Son fracciones equivalentes aquellas que representan la misma parte de la unidad o un mismo punto en la semirrecta.

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{28}{36} \longrightarrow \text{De 36 estudiantes, 28 practican fútbol.}$$



Shutterstock, (2020). 372782428

Práctica de fútbol.

Fracciones equivalentes

Fracciones equivalentes son aquellas que representan la misma parte de la unidad.

Se obtienen fracciones equivalentes por amplificación y simplificación.

El proceso de **amplificación** consiste en multiplicar los dos términos de la fracción por un mismo número distinto de cero.

El proceso de **simplificación** consiste en dividir tanto el numerador como el denominador por un mismo número. Cuando no podemos simplificar una fracción, la llamamos fracción **irreducible** o **irreducible**.

Ejemplo 2

Encontrar dos fracciones equivalentes a $\frac{6}{9}$ por amplificación y simplificación.

Solución

$$\text{Amplificación } \frac{6 \times 2}{9 \times 2} = \frac{12}{18}, \quad \text{Simplificación } \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}.$$

Orden de fracciones con el mismo denominador

Dadas dos fracciones con el mismo denominador, es menor la fracción que tiene el numerador más pequeño.

Orden de fracciones con diferente denominador

Buscamos fracciones equivalentes con igual denominador. El denominador será el mínimo común múltiplo de los denominadores. Comparamos los numeradores.

Ejemplo 3

Comparar las fracciones:

$$\text{a) } \frac{11}{8}; -\frac{5}{8}; \frac{15}{8} \quad \text{b) } -\frac{8}{9} y -\frac{4}{5}$$

Solución

$$\text{a) Comparamos los numeradores: } -5 < 11 < 15, \text{ por lo tanto: } -\frac{5}{8} < \frac{11}{8} < \frac{15}{8}$$

$$\text{b) mcm} = 45; -\frac{8}{9} = -\frac{40}{45} y -\frac{4}{5} = -\frac{36}{45} \quad -\frac{40}{45} < -\frac{36}{45}$$



DFA

Cuando una persona no tiene pulso firme, puede mejorarlo realizando ejercicios con sus dos manos sobre una mesa, simultáneamente, formando círculos.



¿Sabías qué?

Para calcular un término de dos fracciones equivalentes, se utiliza el producto cruzado.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \\ a \times d = b \times c$$



Conexiones

Astronomía

Los números racionales permiten registrar con mayor exactitud los datos de la ocurrencia de un fenómeno atmosférico o el paso de algún cometa cerca del planeta Tierra.

1. **Escribe** (V) verdadero o (F) falso según corresponda.

- a) Un número natural es racional. ()
- b) Cualquier número racional es un entero. ()
- c) Cero es un número racional. ()
- d) Los racionales son números negativos. ()
- e) Los números enteros contienen a los racionales. ()

2. **Expresa** con una fracción cada situación.

- a) La temperatura ambiente es un tercio bajo cero. _____
- b) José entrenará tres cuartos de hora. _____
- c) Cristina ahorra dos quintos del sueldo. _____
- d) Sara gastó dos séptimos de sus ahorros. _____

3. **Identifica** los elementos y **escribe** un visto en el conjunto correspondiente.

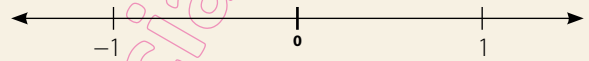
Número	N	Z	Q
-2			
$-\frac{7}{3}$			
0			
$\frac{3}{4}$			
8			

4. **Encuentra** la fracción irreducible.

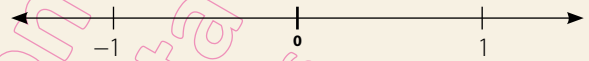
- a) $\frac{15}{75} = \boxed{}$ d) $-\frac{8}{12} = \boxed{}$ g) $-\frac{72}{48} = \boxed{}$
- b) $\frac{30}{36} = \boxed{}$ e) $-\frac{44}{100} = \boxed{}$ h) $-\frac{56}{90} = \boxed{}$
- c) $\frac{120}{48} = \boxed{}$ f) $-\frac{350}{126} = \boxed{}$ i) $-\frac{160}{56} = \boxed{}$

5. **Representa** sobre la recta las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{5}y - \frac{7}{8}$



b) $-\frac{2}{3}y - \frac{2}{3}$



6. **Escribe** tres fracciones equivalentes por ampliación de cada racional.

a) $\frac{3}{5}$ _____

b) $-\frac{3}{7}$ _____

c) $\frac{4}{11}$ _____

d) $-\frac{3}{8}$ _____

7. **Encierra** con un lápiz de color los pares de racionales equivalentes.

a) $\frac{8}{4}y - 2$

f) $\frac{10}{14}y - \frac{15}{21}$

b) $-\frac{17}{51}y - \frac{1}{3}$

g) $-\frac{3}{4}y - \frac{36}{44}$

c) $\frac{4}{9}y - \frac{24}{54}$

h) $\frac{42}{91}y - \frac{6}{13}$

d) $-\frac{2}{9}y - \frac{24}{108}$

i) $\frac{3}{5}y - \frac{6}{20}$

e) $\frac{4}{8}y - \frac{20}{64}$

j) $\frac{5}{4}y - \frac{15}{12}$

M.4.1.13. Reconocer el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ e identificar sus elementos.

M.4.1.15. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números racionales utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$).

- 8. Encuentra** los términos que faltan para formar un par de fracciones equivalentes. **Utiliza** productos cruzados.

a) $\frac{2}{8} = \frac{3}{x}$

d) $-\frac{10}{14} = \frac{x}{35}$

b) $\frac{4}{x} = \frac{6}{24}$

e) $\frac{3}{12} = \frac{x}{20}$

c) $\frac{6}{9} = \frac{x}{21}$

f) $-\frac{2}{4} = \frac{3}{x}$

a) _____ c) _____ e) _____

b) _____ d) _____ f) _____

- 9. Ordena**, de mayor a menor, los números racionales.

a) $-\frac{11}{10}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{6}{5}, -\frac{5}{7}$

b) $-\frac{2}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, \frac{3}{8}$

- 10. Escribe** en cada caso tres números racionales que sean:

a) Mayores que 4.

b) Mayores que 0 y menores a 1.

c) Menores que $-\frac{10}{3}$.

d) Mayores que -2 y menores que $-\frac{1}{2}$.

Trabajo colaborativo

- 11. Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Escriban cinco fracciones y una fracción equivalente de cada una. Un participante representa la fracción y el otro participante representa la equivalente.

Deben utilizar gráficos de la misma medida.

Sobrepongan los gráficos y **comparen**: si son iguales las fracciones, son equivalentes; caso contrario, hay un error.

- 12. Compara** los números y **escribe** los signos $<$ o $>$ según corresponda.

a) $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{8}$

f) $\frac{5}{17}$ $\frac{3}{17}$

b) $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{11}$

g) $\frac{4}{15}$ $\frac{4}{7}$

c) 0 $\frac{1}{8}$

h) 0 $-\frac{3}{5}$

d) $-\frac{5}{6}$ $\frac{5}{8}$

i) $\frac{6}{5}$ $\frac{10}{7}$

e) $-\frac{9}{11}$ $-\frac{6}{7}$

j) $\frac{1}{25}$ -2

- 13.** Uno de estos ejercicios no es correcto. **Averigua** cuál es y **corrígelo**.

a) $-\frac{5}{8} > -\frac{6}{11}$

b) $-\frac{6}{7} > -\frac{15}{8}$

- 14. Halla** el valor absoluto de cada ejercicio.

a) $\left| -\frac{3}{5} \right| =$

d) $\left| +\frac{3}{8} \right| =$

b) $\left| -\frac{2}{7} \right| =$

e) $\left| -\frac{6}{11} \right| =$

c) $\left| -\left| -\frac{5}{9} \right| \right| =$

f) $\left| -\left| -\frac{9}{7} \right| \right| =$

Actividad indagatoria

- 15. Investiga** las dimensiones del trayecto del triatlón en total, y el trayecto de cada uno de sus deportes.

Indica qué fracción (la más cercana) del trayecto corresponde a cada uno de los deportes del triatlón.

Elabora un gráfico del recorrido del triatlón con sus tres trayectos representados en fracción y con la medida de cada uno.



Desequilibrio cognitivo

¿Qué es una fracción decimal?

Expresión decimal

Observa los precios de la frutería. Si Carmen quiere comprar medio kilo de manzanas, ¿cuánto tiene que pagar? ¿Cómo se expresa en fracción?

Para saber cuánto dinero tiene que pagar Carmen, se toma la mitad del precio.

Por un kilo paga \$ 2,10. Por $\frac{1}{2}$ kilo, paga \$ 1,05.

Shutterstock,
(2020). 88871386



El precio se expresa en fracción como: $1,05 = 1\frac{5}{100} = \frac{105}{100}$

Se lee: "uno con cinco centésimos".

Para expresar fracciones decimales en forma decimal, se escribe el numerador y, a partir de la derecha, se separan con una coma tantas cifras como ceros tiene el denominador.

Ejemplo 1

Convertir los números dados a notación decimal o fraccionaria, según sea el caso.

a) $\frac{4}{10} = 0,4$

b) $-\frac{175}{100} = -1,75$

c) $5,5 = \frac{55}{10}$

Todo número fraccionario, sea fracción decimal o fracción común, puede expresarse como número decimal dividiendo el numerador para el denominador.

Ejemplo 2

Expresa como número decimal:

a) Fracción decimal $\frac{17}{100} = 0,17$

b) Fracción común $\frac{2}{3} = 0,\hat{6}$

$$\begin{array}{r|l} 170 & 100 \\ 700 & 0,17 \text{ decimal exacto} \\ \hline 0 & \end{array}$$

residuo cero

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ 20 & 0,66... \text{ decimal periódico} \\ \hline 2 & \end{array}$$

nunca llegará a cero el residuo

Por lo tanto, los números decimales pueden ser exactos o periódicos. Los decimales periódicos pueden ser puros o mixtos. Por ahora solo usaremos los números periódicos puros que son aquellos cuyas cifras que se repiten inician luego de la coma decimal.

0,3 decimal exacto

0,333... decimal periódico puro se escribe $0,\hat{3}$



Manzanas (1 kg) = \$2,10



¿Sabías qué?

Las fracciones decimales se escriben como decimales. Así:

$$\frac{9}{10} \rightarrow \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = 0,9$$

Si dos fracciones son equivalentes, entonces corresponde el mismo número decimal.

Si calculamos el cociente de la fracción $\frac{40}{33}$, obtendremos:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 33 \\ 70 & 1,2121... \\ 40 & \\ 70 & \\ 40 & \end{array}$$

Los residuos se repiten y por lo tanto la división nunca termina, entonces el grupo de números decimales que se repiten los llamaremos período, y se escribe así: $1,2\hat{1}$

Fracción generatriz de un número decimal

Se presentó el proceso para expresar un número decimal en fracción. Ahora se verá el proceso inverso: cómo encontrar el número fraccionario que corresponde a un número decimal dado.

La fracción que genera una expresión decimal se llama **fracción generatriz**.

Ejemplo 3

Encontrar la fracción generatriz del **decimal exacto**: 2,16

Solución

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz se escribe como numerador el número decimal sin coma.

$$216$$

Paso 2. En el denominador se escribe la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

$$\frac{216}{100}$$

(Dos cifras decimales, dos ceros en el denominador)

Paso 3. Luego se simplifica hasta encontrar la fracción irreducible.

$$\frac{216}{100} = \frac{108}{50} = \frac{54}{25}$$
$$2,16 = \frac{54}{25}$$

Ejemplo 4

Encontrar la fracción generatriz de los **decimales periódicos puros**:

a) $0,\overline{7}$

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz cuando tiene 0 enteros, se escribe el período como numerador.

$$\frac{7}{\square}$$

Paso 2. En el denominador se colocan tantos 9 como cifras decimales tenga el período.

$$\frac{7}{9}$$

(Una cifra decimal en el período: va un nueve)

Paso 3. Simplificar si la fracción es reducible.

b) $3,272727\dots$

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz cuando tiene enteros, se escribe el entero como numerador, seguido del período, y se resta el entero.

$$\frac{327 - 3}{\square}$$

Paso 2. En el denominador se colocan tantos 9 como cifras decimales tenga el período.

$$\frac{324}{99}$$

(Dos cifras en el período: van dos nueves)

Paso 3. Simplificar si la fracción es reducible.

$$\frac{324}{99} = \frac{36}{11}$$



¿Sabías qué?

El número 0,9 se aproxima al número 1. En otras palabras, los símbolos "0,999..." y "1" son dos representaciones distintas del mismo número real.



Enlace web

Profundiza sobre el tema de fracción generatriz, puedes utilizar el siguiente enlace web:

bit.ly/2yCShzu



Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:

bit.ly/2SZP4DG

Imprime la hoja 11 para reforzar tu aprendizaje.



Conexiones

Deporte

La forma de expresión decimal en el deporte es algo muy fundamental, por ejemplo para determinar el ganador de una competencia es importante conocer hasta las décimas de segundo.

1. **Escribe** el número decimal correspondiente.

a) $-\frac{7}{100} =$ _____

b) $\frac{345}{100} =$ _____

c) $\frac{873}{1000} =$ _____

d) $\frac{79}{1000} =$ _____

e) $-\frac{7\,893}{10} =$ _____

2. **Clasifica** los siguientes números decimales:

- a) 0,232 d) 16,272 7...
b) -2,434 8 e) -5,373 373...
c) 5,999... f) 3,123

Decimales exactos: _____

Decimales periódicos puros: _____

3. **Completa** la siguiente tabla:

Se lee	Fracción decimal	Número decimal
5 décimas		
76 centésimas		
33 milésimas		
54 décimas		

4. **Contesta** las preguntas:

- a) ¿Cuántas unidades hay en 100 décimas?

- b) ¿Cuántas milésimas hay en 30 décimas?

- c) ¿Cuántas centésimas hay en 500 milésimas?

5. **Transforma** las siguientes fracciones en decimales y **clasifica** los decimales obtenidos.

a) $\frac{12}{5} =$ _____

c) $\frac{200}{75} =$ _____

b) $\frac{45}{36} =$ _____

d) $\frac{19}{33} =$ _____

6. **Relaciona** con una línea el decimal con su fracción decimal.

2,71

$-\frac{2\,717}{1\,000}$

-2,717

$\frac{27}{100}$

0,27

$\frac{271}{100}$

-0,027

$-\frac{27}{1\,000}$

7. **Transforma** los números racionales en fracciones decimales y **escribe** el número decimal correspondiente.

a) $\frac{9}{15} =$

d) $-\frac{7}{5} =$

b) $\frac{7}{4} =$

e) $\frac{12}{400} =$

c) $-\frac{5}{8} =$

f) $\frac{14}{35} =$

8. **Calcula** la fracción generatriz $25,\bar{3}$.

M.4.1.14. Representar y reconocer los números racionales como un número decimal y/o como una fracción.

9. **Halla** la fracción generatriz de cada uno de estos números decimales:

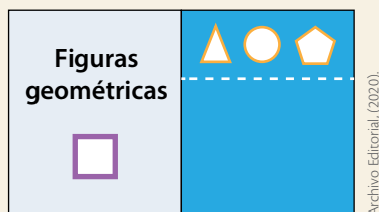
a) $-1,\widehat{3} =$

b) $8,\widehat{34} =$

c) $2,\widehat{116} =$

d) $0,\widehat{007} =$

10. **Observa** la cartelera y **contesta**.



- a) ¿Qué fracción de la cartelera utilizó la maestra con el cartel "Figuras geométricas"?
- _____
- b) ¿A qué decimal equivale la fracción del cartel?
- _____
- c) ¿Qué fracción de la parte que queda de la cartelera utilizó Susana para sus figuras?
- _____
- d) ¿A qué decimal equivale la fracción utilizada por Susana de la parte que queda de la cartelera?
- _____
- e) ¿A qué fracción del total de la cartelera equivale lo utilizado por Susana?
- _____

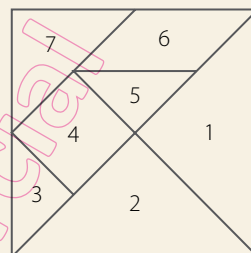
Trabajo colaborativo

11. **Trabajen** en pareja y **resuelvan**.

Escriban tres fracciones con denominador 3 y numerador no nulo. **Busquen** la expresión decimal de cada una. ¿Qué observan?

Escriban tres fracciones cuyos denominadores sean múltiplos de 2 y 5 únicamente.

12. **Completa** la tabla con los números racionales que representa cada ficha del tangram.



Número de ficha	Fracción	Decimal
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

13. **Calcula** la fracción generatriz de cada uno de estos números decimales:

a) 7,4 _____ d) 0,07 _____

b) 4,562 _____ e) $-0,443\overline{1}$ _____

c) $2,\widehat{14}$ _____ f) $-2,444\ldots$ _____

Actividad indagatoria

14. **Investiga** acerca de las notas musicales básicas que se usan en el pentagrama.

Elabora un gráfico de las notas y su equivalencia en fracción con relación a la redonda.

Sabiendo estas equivalencias, **responde**:

¿Qué duración tienen las distintas figuras rítmicas respecto a la negra?



Recuerda que...

Siempre que sea posible, debes simplificar hasta la fracción irreducible el resultado obtenido en las operaciones con fracciones.



Saberes previos

¿Qué distancia existe entre $-\frac{2}{5}y + 2$?

Los estudiantes están pintando carteles para una presentación de teatro. Paulina ha pintado la mitad del paisaje y está ayudando a Carlos a pintar tres partes de lo que le ha tocado. ¿Cuánto pintó en total Paulina?

Para saber cuánto pintó Paulina, se suman las partes que pintó.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$$

Se calcula el mcm de los denominadores.

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 2 \\ 1 \ 4 \ 2 \\ 2 \ 2 \\ 1 \end{array}$$

mcm = 8

Se encuentran las fracciones equivalentes con el mcm del denominador (en este caso, solo de la primera fracción porque la segunda fracción tiene como denominador el 8).

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}; \quad \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

Solución

Paulina pintó $\frac{7}{8}$ de los carteles.

La adición y sustracción de fracciones son operaciones en las que se añaden o quitan fracciones homogéneas respectivamente.

Adición y sustracción de decimales

Ejemplo 1

Restar: $34,63 - 25,86 = 18,77$

En la adición y sustracción de números decimales es importante la posición correcta de las cifras de cada uno de los términos.

Ejemplo 2

Resolver $\frac{3}{5} + 2,35 - \frac{4}{5} + 0,3 - \frac{1}{60}$

Cuando se tienen fracciones y decimales, hay que transformar todos los términos a decimales o todos a fracción, a fin de poder operarlos. Cuando hay un decimal periódico, es más fácil transformar a fracción todos los sumandos.

Solución $2,35 = \frac{235}{100} = \frac{47}{20}; \quad 0,3 = \frac{3}{10} = \frac{1}{3}; \quad \frac{3}{5} + \frac{47}{20} - \frac{4}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{60} =$

$$\frac{36}{60} + \frac{141}{60} - \frac{48}{60} + \frac{20}{60} - \frac{1}{60} = \frac{148}{60} = \frac{37}{15}$$



¿Cuánto pintaron Paulina y Carlos?

Solución

	D	U,	d	c
	3	4,	6	3
-	2	5,	8	6
	1	8,	7	7

Propiedades de la adición de racionales

En la adición de números racionales se cumplen las siguientes propiedades.

Nombre	Propiedad	Definición	Ejemplos
Conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado.	$\forall a, b \in \mathbb{Q}; a + b = b + a$	$\frac{3}{4} + (-0,45) = (-0,45) + \frac{3}{4}$
Asociativa	Si se agrupan tres o más sumandos de distintas formas, su resultado no cambia.	$\forall a, b, c \in \mathbb{Q}$ $(a + b) + c = a + (b + c)$	$\left[\left(+\frac{4}{5} \right) + \left(-\frac{2}{3} \right) \right] + (-0,53)$ $\left(+\frac{4}{5} \right) + \left[\left(-\frac{2}{3} \right) + (-0,53) \right]$
Clausurativa	La suma de dos números racionales es un número racional.	$\forall a, b \in \mathbb{Q}; a + b = c; c \in \mathbb{Q}$	$0,5 + \frac{1}{2} = 1$
Del elemento neutro	La suma de un número racional, con cero, da como resultado el mismo número racional.	$\forall a \in \mathbb{Q}, 0 \in \mathbb{Q};$ $a + 0 = 0 + a = a$	$\left(-\frac{2}{7} \right) + 0 = 0 + \left(-\frac{2}{7} \right) = -\frac{2}{7}$ $(-2,56) + 0 = 0 + (-2,56) = -2,56$
Del opuesto aditivo	La suma de un número con su opuesto es igual a 0.	$\forall a \in \mathbb{Q}, (-a) \in \mathbb{Q};$ $a + (-a) = 0$	$\left(-\frac{2}{7} \right) + \frac{2}{7} = \left(-\frac{2}{7} \right) + \frac{2}{7} = 0$ $(+0,3) + (-0,3) = 0, 3 - 0,3 = 0$

Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 3

Resolver y reconocer qué propiedad se presenta en cada paso del ejercicio: $\frac{3}{7} - \frac{5}{3} + 2,5 - \frac{1}{7} + \frac{5}{3}$

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{7} + \frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{3} =$$

Se cambia el orden de los sumandos: propiedad conmutativa.

$$\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{7} \right) + \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{3} \right) =$$

Se agrupan fracciones homogéneas: propiedad asociativa.

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{2} + 0 =$$

Se obtiene el cero: propiedad del opuesto aditivo.

$$\left(\frac{4}{14} + \frac{35}{14} \right) + 0 =$$

Se resuelve la suma de racionales: propiedad clausurativa.

$$\frac{39}{14} + 0 = \frac{39}{14}$$

Se suma con cero: propiedad del elemento neutro.

1. **Resuelve** las adiciones y sustracciones:

a) $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{10}{5}\right) + \left(+\frac{9}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) =$

b) $\left(\frac{6}{7}\right) - \left(\frac{11}{14}\right) + \left(-\frac{9}{14}\right) - \left(-\frac{4}{7}\right) =$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{2}{9}\right) - \left(-\frac{7}{15}\right) =$

2. **Calcula** las operaciones en forma horizontal.

a) $125,43 + 32,068 =$

b) $25,78 - 6,321 =$

c) $0,0047 + 1,40522 =$

d) $0,0024 - 0,024 =$

3. **Halla** el número que falta para que la igualdad sea verdadera. **Encuentra** el mcm como ayuda.

$$x + \frac{5}{8} = \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$$

4. **Completa** las adiciones con el término que falta.

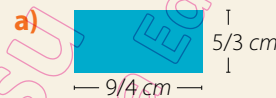
a) $\underline{\hspace{2cm}} + (+5,01) = -1,66$

b) $-8,79 - \underline{\hspace{2cm}} = -3,89$

c) $\underline{\hspace{2cm}} + (-1,3) = -6,13$

d) $-1,7 + \underline{\hspace{2cm}} = -3,8$

5. **Calcula** el perímetro en cada caso.





6. **Colorea** del mismo color las operaciones equivalentes.

$\frac{3}{7} - \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{9}\right)$ ☐ $(0,5 + 3,7) + (1,7 - 2,7)$ ☐

$(0,5 - 1,7) + (3,7 - 2,7)$ ☐ $\left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right) + \frac{5}{9}$ ☐

$\frac{3}{7} - \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{9}\right)$ ☐ $(3,7 + 0,5) - (1,7 + 2,7)$ ☐

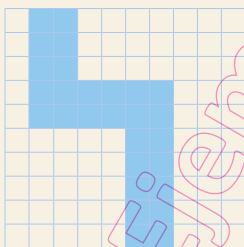
$(0,5 - 2,7) + (3,7 + 1,7)$ ☐ $\left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right) - \frac{5}{9}$ ☐

M.4.1.17. Aplicar las propiedades algebraicas para la suma y la multiplicación de números racionales en la solución de ejercicios numéricos.

a) $\frac{3}{7} + 0,6 + \frac{19}{21} =$

$$\text{b) } \left[\left(3\frac{1}{4} + 3\frac{3}{8} \right) - 2,25 \right] + 1\frac{1}{8} =$$

$$c) \left[\left(\frac{9}{7} - 0,75 \right) + \frac{13}{28} \right] - \frac{11}{14} + \frac{8}{28} =$$



Trabajo colaborativo

Planteen y resuelvan dos problemas combinados que incluyan sumas y restas con fracciones y decimales.

a) Marta compró un juego de sala a \$ 1 567,50 y una cómoda por \$ 458,75. Cancela en efectivo \$ 780 y deja el resto a crédito. ¿A cuánto asciende la deuda pendiente?

b) Mateo mide 1,65 m. Santiago mide 0,29 m menos que Mateo. Si Pablo mide 0,42 m más que Santiago, ¿cuánto mide Pablo?

Versione

c) Ricardo estudió $2\frac{2}{3}$ horas, Xavier, $4\frac{3}{4}$, y Francisca, $5\frac{1}{12}$ horas. ¿Cuánto tiempo estudiaron los tres en total?

d) Karla marcha $8\frac{1}{2}m$ el día lunes, $12\frac{2}{3}m$ el martes, $10m$ el día miércoles y $\frac{35}{8}m$ el día jueves. ¿Qué distancia recorrió en los cuatro días?

bit.ly/2YDwrH0

bit.ly/2MzTMqA

¿Cuál se considera el lugar más frío de la Tierra?
¿Y el más caliente?



Glosario

El **recíproco de una fracción** es una fracción donde tanto el numerador como el denominador se invierten.



Desequilibrio cognitivo

¿Qué distancia practica en una semana una ciclista que recorre $\frac{3}{2}$ de *km* diarios?

Observar las balanzas en equilibrio y responder:

- ¿Cuánto pesa el postre?
- ¿Cuánto pesan cinco conejos?
- ¿Cuántas botellas son necesarias para equilibrar la balanza, si en el otro platillo hay cuatro postres? Explica tu respuesta.

Solución

- El postre pesa 0,75 *kg*.
- Se multiplica $3,5 \times 5$ como si fueran números naturales. Se cuentan las cifras decimales de cada factor y se suma:

3,5 <i>kg</i>	Tiene 1 cifra decimal.	
$\times 5$	No tiene cifras decimales.	Total: 1 cifra decimal.
17,5 <i>kg</i>	Cuenta las cifras de derecha a izquierda y coloca la coma.	

Respuesta: Cinco conejos pesan 17,5 *kg*

- Calcula cuánto pesan los 4 postres.

0,75 Debemos dividir $3 \div 0,5$

$\times 4$ 3 y 0,5 se multiplican por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor (en este caso por 10).

Los postres pesan 3 *kg*.

Se ha convertido en una división de naturales.

$$\begin{array}{r} 30 \quad | \quad 5 \\ 0 \quad | \quad 6 \end{array}$$

Respuesta: Para equilibrar la balanza se necesitan 6 botellas.

Multiplicación y división de fracciones

Resolver las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{2} \times \frac{6}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{1 \times 6 \times 7}{2 \times 4 \times 5} = \frac{42}{40} = \frac{21}{20}$

b) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{8}$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{1 \times 8}{2 \times 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Se resuelve la división multiplicando por el recíproco del divisor. Para encontrar el recíproco, se invierten el numerador y el denominador.



Balanzas en equilibrio.

Propiedades de la multiplicación de números racionales

En la multiplicación de números racionales, se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Expresión general	Ejemplo
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto. <i>Si $m, n \in \mathbb{Q}$, entonces $m \times n = n \times m$.</i>	$\frac{4}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{35}$ y $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$
Asociativa	Al agrupar de diferente forma los factores en una multiplicación, el producto no se altera. <i>Si $m, n, s \in \mathbb{Q}$, entonces $(m \times n) \times s = m \times (n \times s)$.</i>	$\left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{8} = \frac{9}{80}$ $\frac{3}{4} \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{8}\right) = \frac{9}{80}$
Del elemento neutro	La multiplicación de un número racional con 1 da como producto el mismo número racional. 1 es el elemento neutro. <i>Si $m \in \mathbb{Q}$, entonces $m \times 1 = m = 1 \times m$.</i>	$1 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$
Distributiva	Un número racional multiplicado por una adición o sustracción es igual a la suma o resta de los productos del número por cada elemento. <i>Si $m, n, s \in \mathbb{Q}$, entonces $m(n + s) = m \times n + m \times s$.</i>	$-\frac{2}{3} \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$ $= -\frac{8}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{13}{15}$
Clausurativa	Al multiplicar dos números racionales se obtiene como resultado otro número racional. <i>Si $m, n \in \mathbb{Q}$, entonces $m \times n \in \mathbb{Q}$.</i>	$-\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = -\frac{3}{10}$
Inverso multiplicativo	Para cada racional diferente de cero, hay otro racional que multiplicado con aquel da uno. Este racional se conoce como recíproco. <i>Si $m \in \mathbb{Q}, m \neq 0$, entonces $\frac{1}{m}$ es su inverso multiplicativo.</i> $m \times \frac{1}{m} = \frac{m}{m} = 1$	$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{21} = 1$

También se cumplen las propiedades con los números racionales de expresión decimal.

Ejemplo 1

Identificar las propiedades utilizadas en cada ejercicio:

- a)** $1,1 \times 2,5 = 2,5 \times 1,1$
Conmutativa
- b)** $0,9 \times (0,8 + 1,3) = 0,9 \times 0,8 + 0,9 \times 1,3$
Distributiva
- c)** $(0,2 \times 1,5) \times (1,2 \times 1) = (0,2 \times 1,2) \times (1,5 \times 1)$
Asociativa



DFA

Los ritmos y grados de atención suelen variar de persona a persona. Cuando hay dificultades atencionales, es importante respetar los tiempos propios para terminar un trabajo.

1. **Resuelve** las siguientes multiplicaciones y divisiones.

a) $(-5,55 \div 0,25) \times (-2,85) =$

b) $1\,543,65 \div (-4) =$

c) $\frac{34}{12} \times \frac{3}{2} \times \frac{16}{51} \times \frac{1}{6} =$

d) $\frac{7}{24} \times \frac{3}{14} \times \frac{6}{18} \times \frac{8}{3} =$

e) $\frac{21}{30} \times \frac{15}{7} \div \left(\frac{3}{5} \times \frac{25}{12} \right) =$

2. **Resuelve** estas operaciones combinadas.

a) $\frac{4}{3} \times \frac{3}{8} \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{8} \right) \div \frac{3}{8} =$

b) $2,7 \times (2,4 - 1,75) =$

3. **Realiza** las siguientes divisiones:

a) $23,77 \div 0,34 =$

b) $5,63 \div 7,6 =$

4. **Calcula** estas multiplicaciones:

a) $23,84 \times 74,66 =$

b) $2,345 \times 5,775 =$

5. **Resuelve** las siguientes situaciones con fracciones:

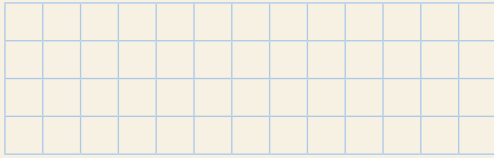
a) Los $\frac{3}{8}$ de los estudiantes de un curso son niños.

Si $\frac{1}{2}$ de las niñas de esa clase está en la biblioteca, ¿qué fracción del curso son niñas? ¿Qué fracción de los estudiantes está en la biblioteca?

M.4.1.16. Operar en $\mathbb{Q}$ (adición y multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos.

M.4.1.17. Aplicar las propiedades algebraicas para la suma y la multiplicación de números racionales en la solución de ejercicios numéricos.

- b) ¿Qué fracción de una hora es $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ de hora?
¿A cuántos minutos equivale?

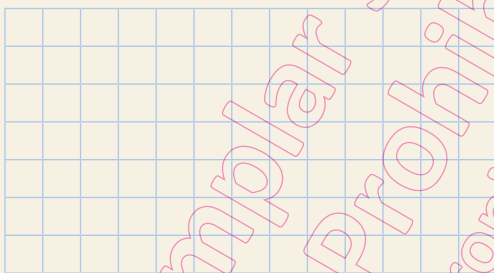


6. Resuelve las siguientes situaciones con decimales.

- a) El autobús para un paseo de un grupo de 20 estudiantes cuesta \$ 138,50 y la estadía cuesta \$ 13,75 por persona (incluye comida). ¿Cuál es el costo total del paseo si se quedan 3 días?



- b) Sebastián recibe \$ 2,50 cada día para que coma el refrigerio en el recreo. Ahorra \$ 0,75 por día durante una semana y la siguiente semana decide ahorrar \$ 1,50 por día. Si lo hace así todos los meses de clases, ¿cuánto ahorra en los diez meses?



Trabajo colaborativo

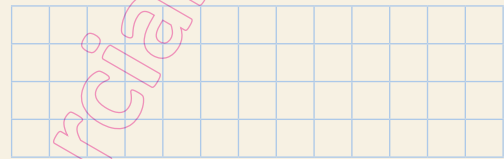
7. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Tracen en sus cuadernos un rectángulo de ancho = $3,5\text{ cm}$ y de largo = $9,5\text{ cm}$. **Tracen** otro rectángulo que tenga el doble de ancho y el mismo largo. **Calculen** el área de cada rectángulo y **comparen** el área.

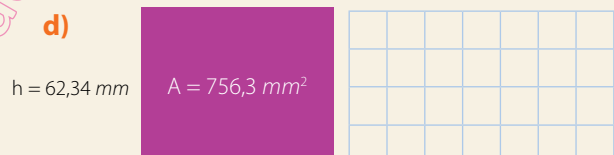
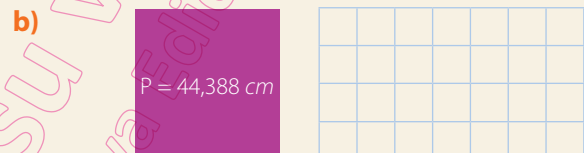
Sin trazar, **calculen** el área de un tercer rectángulo cuyo largo es el doble y el ancho de $3,5\text{ cm}$. Y un cuarto rectángulo donde el largo y el ancho sean el doble.

¿A qué conclusión llegan al comparar el área de los tres rectángulos con el primer rectángulo?

- c) Se ha comprado 24 m de cinta a \$ 36 para decorar el borde de 30 tapetes. ¿Cuánta cinta se ocupó en cada tapete? ¿A cuánto sale el costo de la cinta para cada tapete?



8. Calcula la base de las siguientes figuras geométricas utilizando la división de decimales.



Actividad indagatoria

- 9. Consulta** en tres tiendas diferentes el precio de cuatro artículos. **Suma** cada precio y **divide** para tres. Habrás sacado el promedio del precio de cada artículo.

Suma lo que cuestan en cada tienda los cinco artículos e **indica** cuál es la mejor opción.

Guíate por la tabla para realizar tu investigación.

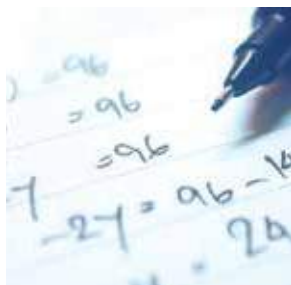
	1	2	3	4	Costo lista
Tienda A					
Tienda B					
Tienda C					
Promedio					



Saberes previos

¿Qué cantidad hay que añadir a 5,74 para que la suma total sea $-11,34$?

Shutterstock, (2020). 499777219



Resolución de ecuaciones.



¿Sabías qué?

En años anteriores realizabas ecuaciones cuando los ejercicios tenían un cajón para completar las igualdades. Ese cajón es ahora reemplazado en las ecuaciones por letras.

$$\square + 6 = 9 \quad \square + 6$$

$$x + 6 = 9 \quad x + 6$$

Ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Q}$

En matemáticas se encuentran expresiones como: $\frac{65}{10} + \frac{5}{10} = 6 + 1$

Estas expresiones reciben el nombre de igualdad.

Toda igualdad está formada por dos miembros:

$$\underbrace{6,5 + 0,5}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{6 + 1}_{2.^\text{o miembro}}$$

1.º miembro 2.º miembro

Observa lo que sucede con una igualdad cuando sumamos, restamos, multiplicamos o dividimos el mismo número racional en ambos miembros de ella:

Suma 2,5	Resta 2,5
$(6,5 + 0,5) + 2,5 = 6 + (1 + 2,5)$ $7 + 2,5 = 6 + 3,5$ $9,5 = 9,5$	$(6,5 + 0,5) - 2,5 = 6 + (1 - 2,5)$ $7 - 2,5 = 6 - 1,5$ $4,5 = 4,5$
Multiplicación $(-4,5)$	División $(-4,5)$
$(6,5 + 0,5)(-4,5) = (6 + 1)(-4,5)$ $-31,5 = -31,5$	$(6,5 + 0,5) : (-4,5) = (6 + 1) : (-4,5)$ $-1,5 = -1,5$

Se observa que la igualdad se conserva en cada caso. Esta **propiedad** recibe el nombre de **propiedad uniforme de la igualdad**.

Si en ambos miembros de una igualdad adicionamos, sustraemos, multiplicamos o dividimos por el mismo número, la igualdad se conserva.

Si en una igualdad se encuentra un término desconocido, la igualdad se llama **ecuación**.

Ejemplo 1

Resolver $y + \frac{3}{4} = -\frac{3}{5}$

Solución

Aplica la **propiedad uniforme** y resta $\frac{3}{4}$.

$$y + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{5} - \frac{3}{4}$$

$$y + 0 = -\frac{27}{20}; y = -\frac{27}{20}$$

Utiliza transposición de términos.

$y = -\frac{3}{5} - \frac{3}{4}$ La incógnita se deja en el primer miembro y el $\frac{3}{4}$ pasa al segundo término con operación contraria, es decir con resta.

$$y = -\frac{27}{20}$$

Situaciones aditivas

Soledad ha reunido dinero. Gastó $\frac{4}{5}$ de lo que tenía y le prestó a su sobrina Martina otra parte de sus ahorros. Si se conoce que en total ha gastado $\frac{5}{6}$ de lo que tenía reunido inicialmente, ¿qué parte de su dinero le prestó a su sobrina?

Para establecer qué cantidad de su dinero le prestó Soledad a su sobrina, es necesario plantear una ecuación, siguiendo estos pasos:

- Primero designamos una letra del alfabeto para identificar el valor desconocido.
- Establecemos la operación que relaciona el dato desconocido con los datos conocidos.
- Planteamos la ecuación.

$$d + \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$$

Una vez planteada la ecuación, se soluciona utilizando cualquiera de los métodos estudiados.

Por adición o sustracción	Por transposición de términos
$d + \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$ $d + \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \frac{5}{6} - \frac{4}{5}$ $d + 0 = \frac{1}{30} ; d = \frac{1}{30}$	$d + \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$ $d = \frac{5}{6} - \frac{4}{5}$ $d = \frac{1}{30}$

Soledad le prestó a Martina $\frac{1}{30}$ del total de su dinero.

Situaciones multiplicativas

En un colegio se verificó que el número de hombres era $\frac{1}{3}$ del número de mujeres.

Si en el colegio hay 1 131 hombres, ¿cuántas mujeres hay en el colegio?

Para conocer la cantidad de mujeres que hay en el colegio, es necesario plantear una ecuación siguiendo los pasos mencionados anteriormente.

Por multiplicación o división	Por transposición de términos
$\frac{1}{3}m = 1\,131$ $\frac{1}{3}m \div \frac{1}{3} = 1\,131 \div \frac{1}{3}$ $1m = 1\,131 \times 3$ $m = 3\,393$	$\frac{1}{3}m = 1\,131$ $m = 1\,131 \div \frac{1}{3}$ $m = 1\,131 \times 3$ $m = 3\,393$
En total hay 3 393 mujeres.	



DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

3. Para cada enunciado **plantea** una ecuación y **resuélvela**.

a) Francisco pensó un número, lo multiplicó por 18 y obtuvo 12. ¿Qué número pensó?

b) La suma de tres números es 26,3; el primer sumando es 3,9; el tercero es la suma de adicionar 4,1 al primer sumando. ¿Cuál es el segundo sumando?

Versione

c) Ocho veces un número más el opuesto de 1,8 es 32,4. ¿Cuál es el número?

4. Escribe un enunciado que represente cada ecuación.

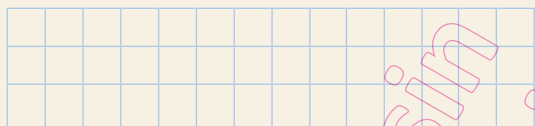
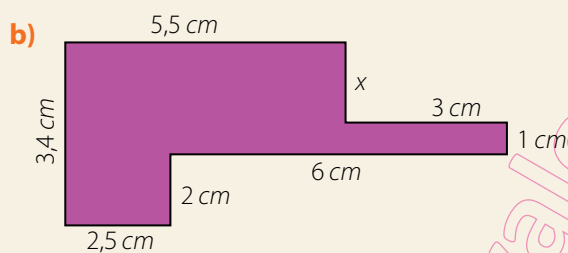
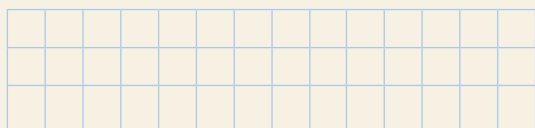
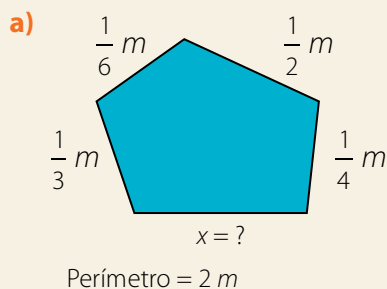
a) $x + \frac{3}{5} = -\frac{7}{25}$

b) $x - 0,45 = 6,78$

c) $2x - 5,34 = 15,25$

d) $3x = \frac{7}{8}$

5. Encuentra la longitud del lado desconocido en cada figura, planteando una ecuación.



6. Resuelve las siguientes ecuaciones. Utiliza la propiedad distributiva.

a) $-6,3(x - 1) + 3,5(3 + 4x) = 10x$



Trabajo colaborativo

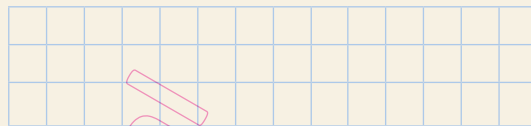
7. Trabajen en pareja y resuelvan.

Rocío hace las siguientes compras:

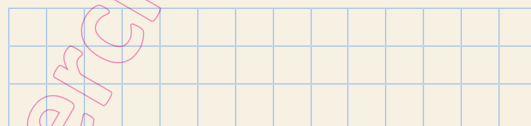
- Un helado, precio $\frac{1}{5}$ del dinero que tiene.
- Dos bizcochos, precio $\frac{1}{3}$ del dinero que sobra.
- Unas uvas, costo $\frac{1}{6}$ del dinero que le queda.

Si después de pagar le sobran \$ 9, ¿cuánto dinero tenía Rocío antes de realizar las compras?

b) $7,52x - 10 = 0,52x + 5$



c) $7,34x + 20 = 0,34x + 10$

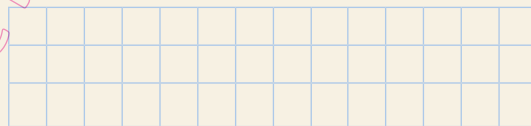


8. Resuelve los siguientes problemas mediante ecuaciones:

a) Si al restar 16 al tercio de un número el resultado es $-\frac{106}{7}$, ¿cuál es el número?

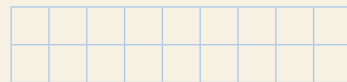


b) La madre de una familia tiene 42 años; tiene 8 años más que el doble de la edad de su hijo mayor. ¿Qué edad tiene su hijo mayor? ¿A qué edad lo tuvo?

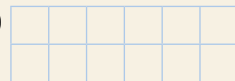


9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

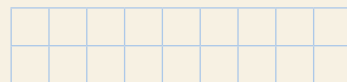
a) $3x = 6x + 10$



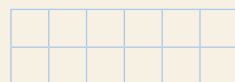
b) $2x - 3 + 4(3 - x) = 2x + 30$



c) $5x + 2 = -10$



d) $3(2x + 4) - x + 2 = 3x + 2$



Actividad indagatoria

10. Averigua cómo se grafica una función lineal con una incógnita.

Elabora el gráfico de estas dos expresiones:

$-8x + 7 = 3$ y $3x = 6x + 10$

Polígonos de frecuencias y diagramas circulares



Desequilibrio cognitivo

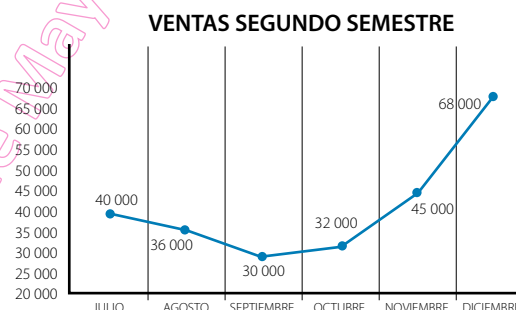
Los resultados de una encuesta arrojaron que el 50 % de los estudiantes de un colegio viven en el centro de la ciudad. Si en el colegio hay 1 000 estudiantes, ¿cuántos estudiantes viven en el centro de la ciudad?

Paulina ha hecho un análisis de las ventas realizadas durante el segundo semestre en su almacén de tecnología. ¿Qué mes ha sido el mejor en ventas? ¿Cuál es la diferencia de ventas entre el mes de agosto y diciembre?

Para elaborar un gráfico de polígono de frecuencias, primero se trazan dos rectas perpendiculares; en la recta horizontal, representamos los meses del segundo semestre y en la recta vertical, se colocan los valores de la venta. En cada mes se marca con un punto el valor correspondiente. Luego unimos los puntos con segmentos.

Para responder las preguntas sobre sus ventas de forma rápida, Paulina trazó un diagrama que muestra las ventas del segundo semestre.

Mes	Valor de ventas
Julio	40 000
Agosto	36 000
Septiembre	30 000
Octubre	32 000
Noviembre	45 000
Diciembre	68 000



Archivo Editorial (2020)



¿Sabías qué?

Un polígono de frecuencias (también conocido como diagrama de líneas) se utiliza para estudiar los cambios de fenómenos que se modifican con el tiempo.

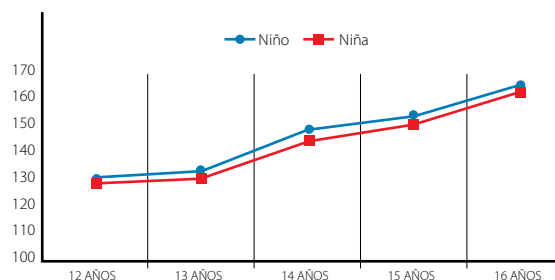
El mejor mes en ventas es el mes de diciembre, y la diferencia de ventas entre agosto y diciembre es de \$ 32 000.

Ejemplo 1

Representar en diagrama de líneas la siguiente información:

Edad	Niño (talla cm)	Niña (talla cm)
12 años	130	128
13 años	133	130
14 años	148	144
15 años	153	151
16 años	165	162

COMPARACIÓN DE TALLAS DE NIÑOS Y NIÑAS



Archivo Editorial (2020)

Diagrama circulares

Rosalía elabora un diagrama circular sobre las notas obtenidas por sus estudiantes en Ciencias. Las notas se reflejan en la siguiente tabla:

10	9	9	7	6	7	6	9	7	6
7	8	8	10	7	8	9	7	9	7
9	10	9	7	8	9	8	8	8	9
4	6	5	6	9	6	10	6	6	9

Para realizar un diagrama circular es necesario completar una tabla de frecuencias.

Notas	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Frecuencia relativa en %
10	4	4	0,100	0,100	10 %
9	11	15	0,275	0,375	27,5 %
8	7	22	0,175	0,550	17,5 %
7	8	30	0,200	0,750	20 %
6	8	38	0,200	0,950	20 %
< 6	2	40	0,050	1,000	5 %
Total	40		1,000		100 %



Recuerda que...

Frecuencia absoluta: es el número de veces que aparece un valor determinado en la muestra.

Frecuencia relativa: es el resultado de la división de la frecuencia absoluta y el número total de datos.

Frecuencia acumulada: es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.



DFA

Mantener contacto visual es clave cuando hay discapacidad o dificultades auditivas.

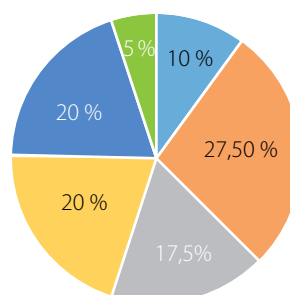
Para realizar diagramas circulares, se necesita dividir un círculo en tantos sectores como valores tenga la variable. La amplitud de cada sector debe ser proporcional a la frecuencia del valor correspondiente.

Para graficar los datos obtenidos, se siguen los siguientes pasos:

1. Trazar una circunferencia.
2. Tomar el valor de los porcentajes y multiplicarlos por 3,6. La respuesta es el valor en grados del ángulo que se debe construir.
3. Para realizar el primer trazo, se debe tomar como vértice el centro del círculo.
4. Con la ayuda de un graduador, se ubica el ángulo correspondiente.
5. Para ubicar los demás porcentajes, se repite nuevamente el proceso desde el paso 3.
6. Pintar con colores diferentes cada sector circular y colocar el porcentaje que corresponde.

Frecuencia relativa en %	Ángulo
10 %	36°
27,5 %	99°
17,5 %	63°
20 %	72°
20 %	72°
5 %	18°

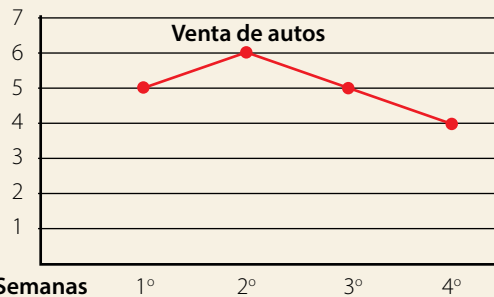
Análisis de notas en Ciencias



Archivo Editorial, (2020).

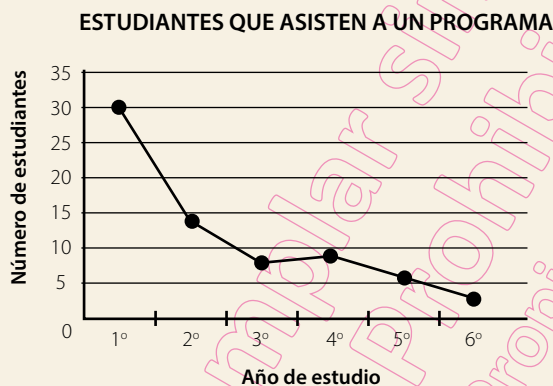
1. **Observa** el diagrama poligonal y **completa** la tabla.

Frecuencias



Análisis de venta de autos en 4 semanas		
Semana	Número de autos vendidos	Frecuencia relativa (hi)
1		
2		
3		
4		
Total		

2. **Observa** el gráfico y **responde** las preguntas.



- a) ¿Cuántos estudiantes de 1.º año asistieron al programa?
- b) ¿Qué año tuvo menor cantidad de asistentes?
- c) ¿Cuántos estudiantes de 3.º y 4.º año asistieron al programa?

- d) ¿Cuántos estudiantes más de segundo que de cuarto asistieron?

3. **Construye** un diagrama poligonal de la tabla que se muestra a continuación.

La tabla indica la cantidad de estudiantes que hay en cada paralelo de 8.º de EGB.

Paralelo	Cantidad de estudiantes
A	35
B	29
C	45
D	32
E	30

- a) ¿Qué paralelo tiene mayor cantidad de estudiantes?
- b) ¿Cuántos estudiantes deben aumentarse o disminuirse en el paralelo D para tener la misma cantidad de estudiantes que el paralelo C?
- c) ¿Cuántos estudiantes hay entre todos los paralelos?
- d) Si ingresan 9 estudiantes más y quieren tener paralelos de igual cantidad de estudiantes, ¿cuántos estudiantes tendría cada paralelo?

M.4.3.3. Representar de manera gráfica, con el uso de la tecnología, las frecuencias: histograma o gráfico con barras (polígono de frecuencias), gráfico de frecuencias acumuladas (ojiva), diagrama circular, en función de analizar datos.

M.4.3.4. Definir y aplicar la metodología para realizar un estudio estadístico: estadística descriptiva.

4. Completa la tabla de frecuencias.

Lista	Número de votos (fi)	Frecuencia relativa fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa acumulada Hi
A	200			
B	350			
C	400			
D	550			
Total	1 500			

5. Con los datos de la tabla anterior, **completa** la tabla de porcentaje y ángulos medidos en grados. Luego **realiza** un diagrama circular.

Lista	Porcentaje	Grados °
A		
B		
C		
D		
Total		



- a) ¿Cuáles la lista ganadora? _____
- b) Si la lista ganadora tiene que tener más del 50 % de votos, para que se cumpla con esa condición, ¿qué listas deberán pasar a la segunda vuelta? _____

Trabajo colaborativo

6. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Busquen datos sobre algún tema de interés del equipo.

Formulen tres preguntas que se puedan responder y **realicen** el diagrama circular.

Intercambien preguntas y **respóndanlas**.

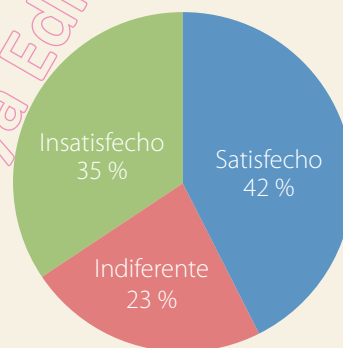
- c) ¿Qué listas obtuvieron menos de la cuarta parte de la votación total? _____

7. Responde (V) verdadero o (F) falso según corresponda.

- a) Para encontrar los grados que corresponden a cada sector circular en el gráfico se tiene que dividir para 360 el porcentaje. ()
- b) Para graficar el sector circular que corresponde al 25 % se debe trazar un ángulo de 90°. ()
- c) El área de cada sector del círculo es proporcional a la frecuencia que se quiere mostrar. ()
- d) El 50 % se representa con un ángulo de 50°. ()

8. El gráfico expresa los resultados de una encuesta de satisfacción al cliente.

Se aplicó la encuesta a 2 000 personas.



Archivo Editorial, (2020).

Contesta

- a) ¿Cuántas personas están satisfechas? _____
- b) ¿Cuántos grados debe tener el sector circular que muestra los clientes insatisfechos? _____
- c) ¿Qué pregunta plantearías con relación a esta información? _____

Actividad indagatoria

9. Busca en diarios o revistas un diagrama de barras y, con los datos que se presentan, **elabora** un diagrama circular.

Resolver el problema en etapas

Problema resuelto

Carlos recibe mensualmente un sueldo de \$ 1 500 dólares. Gasta $\frac{1}{4}$ de su sueldo en pagar la educación de su hija. Del dinero que le sobra, $\frac{2}{5}$ utiliza en el pago de alimentación y con los $\frac{6}{10}$ de lo que queda paga un crédito. ¿Cuánto dinero le sobra para otros gastos? Si utiliza $\frac{2}{3}$ del dinero de otros gastos para ahorrar, ¿cuánto ahorrará durante 8 meses?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuánto dinero le sobra para otros gastos?

¿Cuánto tendrá ahorrado al cabo de 8 meses?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Resolver el problema por etapas.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

Obtenemos la cuarta parte de 1 500.

$$1\,500 \times \frac{1}{4} = 375 \quad \text{educación}$$

$$1\,500 - 375 = 1\,125 \quad \text{valor que le sobra}$$

$$1\,125 \times \frac{2}{5} = 450 \quad \text{alimentación}$$

$$1\,125 - 450 = 675 \quad \text{valor que le sobra}$$

$$675 \times \frac{6}{10} = 405 \quad \text{crédito}$$

$$675 - 405 = 270 \quad \text{otros gastos}$$

$$270 \times \frac{2}{3} = 180 \quad \text{ahorro } 180 \times 8 = 1\,440$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

A Carlos le sobran \$ 270 de su sueldo cada mes para otros gastos, y durante ocho meses ahorrará \$ 1 440.

Problema propuesto

Luisa ha entrenado para una competencia un promedio de 2 200 horas durante 4 meses. El primer mes entrenó $\frac{1}{5}$ del tiempo. Del resto de horas, $\frac{5}{8}$ entrenó el segundo mes. Entrenó el tercer mes los $\frac{2}{6}$ del tiempo que queda. ¿Cuántas horas entrenó el cuarto mes? ¿Cuántas horas más tendrá que entrenar para completar 600 horas el cuarto mes?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

1. Carlos tiene cierta cantidad de botellas. $\frac{1}{5}$ de las botellas son verdes; $\frac{2}{5}$ del resto son de color azul, y el resto son transparentes. ¿Qué fracción del total son transparentes?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia

d) Responder

- 3.** Camilo tiene \$ 4 500. Ha gastado $\frac{1}{3}$ en el seguro del auto. De lo que le sobró $\frac{2}{5}$ gastó en pagar sus deudas pendientes. Con $\frac{4}{6}$ de lo que le quedó, compró un televisor. ¿Cuánto dinero le sobró?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia

[illegible]

d) Responder

- 2.** Freddy siembra $\frac{3}{10}$ de su terreno con apio y $\frac{6}{7}$ del resto con papas. Si permanecen sin cultivar 400 m^2 , ¿cuántos metros cuadrados tiene el terreno de Freddy?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

✓ (1/1/2)

c) Aplicar la estrategia

Verdienen

d) Responder

4. Camila está leyendo un libro. Hasta ahora, ha leído la tercera parte de este; luego leyó los $\frac{3}{4}$ de las páginas que no leyó. Si aún le falta leer 15 páginas, ¿cuántas páginas tiene el libro?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia

[illegible]

d) Responder

El deporte favorito en números

Objetivo

Identificar el deporte preferido de los estudiantes de segundo a séptimo grados de EGB a fin de realizar una presentación que estimule su práctica permanente.

Justificación

Realizar deporte en la etapa escolar se convierte en una herramienta importante para fomentar valores, habilidades, disciplina y mantener una vida sana y divertida. La práctica habitual activa funciones importantes en el organismo, además de que enseña a vivir de manera saludable y disciplinada.

Recursos

- Hojas de papel (si es posible recicladas) para realizar las encuestas
- Lápices y marcadores para elaborar los carteles
- Juego geométrico y compás

Actividades

- **Formen** seis grupos de trabajo.
- Cada grupo **realiza** una encuesta sobre la práctica del deporte y cuál es de su agrado.
- Cada grupo se encargará de un grado de EGB de la institución, por ejemplo: primer grupo encuesta a segundo de EGB, segundo grupo encuesta a tercero de EGB, hasta llegar al sexto grupo.
- Con los resultados obtenidos, **elaboren** una tabla de frecuencias, y en carteles **grafiquen** los resultados con diagramas de barras, poligonales y circulares.
- **Presenten** el trabajo realizado ante la clase.



Gráficos estadísticos.



Niños y niñas trabajando.



Trabajo en computadora.



Evaluación

1. Luego de presentar los resultados, **realicen** un informe sobre el desarrollo del proyecto haciendo uso de la tecnología para la presentación de tablas y gráficos estadísticos.
2. **Presenten** los resultados a los estudiantes encuestados con sugerencias para la buena práctica del deporte ganador.
3. Si es posible, **realicen** una presentación en PowerPoint o Prezi sobre una o un deportista ecuatoriano que se destaque en el deporte preferido por los estudiantes.

Razonamiento lógico

- Calcula** tres números consecutivos cuya suma sea 57.

- Calcula** el número que se triplica al sumarle 34.

- Tres hermanos se reparten \$ 1 500. El mayor recibe el doble que el mediano, y este recibe el triple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

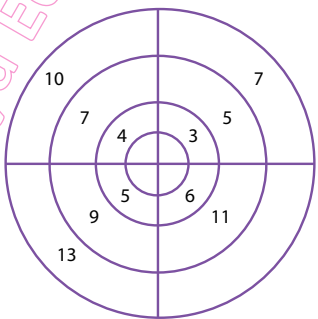
- Si a la edad de Mateo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Mateo si Andrea tiene 33 años?

- Un padre tiene 55 años y su hijo 13. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el triple que la del hijo?

- En un rectángulo la base mide 15 cm más que la altura y el perímetro mide 82 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

- ¿Cuál es el menor número de personas que se requiere para que en una familia haya: un abuelo, una abuela, tres hijos, tres hijas, dos madres, dos padres, una suegra, un suegro y una nuera?

- Tomás, Pedro, Jaime, Susana y Julia realizaron un test. Julia obtuvo mayor puntuación que Tomás, Jaime puntuó más bajo que Pedro pero más alto que Susana, y Pedro logró menos puntos que Tomás. ¿Quién obtuvo la puntuación más alta?

- Un tronco de 12 metros de longitud se corta en tramos de 80 cm. Si cada corte transversal requiere de 1,5 minutos, ¿en cuántos minutos se cortará todo el tronco?
a) 13,5 c) 22,5
b) 21 d) 24,0
- Señala** el número que falta en el espacio en blanco.


- a) 8 d) 14
b) 12 e) 16
c) 13

Archivo Editorial, (2020).



Cálculo mental

Obtener el 50 % y el 25 % de una cantidad

Para obtener el 50 % de una cantidad, se divide para 2, y para obtener el 25 % de una cantidad, se divide para 4.

Observa el ejemplo:

- Obtener el 50 % y el 25 % de 5 000.
50 % de 5 000 = $5\,000 \div 2 = 2\,500$
25 % de 5 000 = $5\,000 \div 4 = 1\,250$

Ahora hazlo tú

Cantidad	50 %	25 %
2 500		
3 000		
4 200		
6 000		
10 400		
5 800		
12 600		

Recuerda y practica

1. **Completa** los ejercicios reemplazando las imágenes con números. Cada imagen tiene el mismo valor en las operaciones.

		4	5	,	5	6
+		7	8	,	9	
	4		4	,	4	9

	7		0	,	0	
—		8		,	8	1
		4	7	,		

11/11

- 2. Resuelve** los siguientes ejercicios:

a) $-16,54 - 5,044$

c) $-17,63 + (-8,0126)$

b) $-0,069 - (-0,1378)$

d) $-6,92 + 2,134$

e) $2,5 + 3,2 \times 2,1 - (-2,3) =$

1. Introduction

f) $8,4 \div 4,2 + 3,8 \div 1,9 + 2,5 =$

Let's find

- 3. Encuentra** el valor de la incógnita.

a) $m + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$

1. Introduction

b) $\frac{1}{n} + \frac{4}{8} = \frac{5}{6}$

- 4. Escribe** la fracción generatriz de cada número decimal.

a) $0,34 =$

b) $0,44444\ldots =$

c) $0,212121... =$

11/11/2019

d) $0,1444... =$

Page 10 of 10

e) $0,245 =$

Page 10

f) $0,326 =$

Page 10

g) $12,37 =$

h) $2,343 =$

Page 10 of 10

- 5. Resuelve** el siguiente problema.

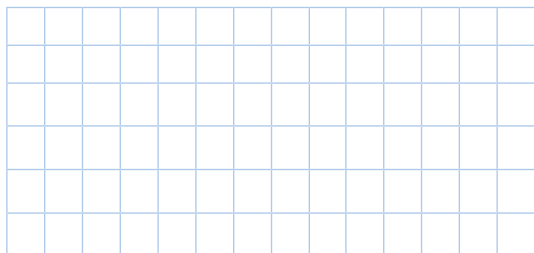
a) Cecy cortó la piña en seis porciones grandes del mismo tamaño. Su prima alcanzó a comerse la tercera parte de una de esas porciones. ¿Qué parte de la piña se comió?

[illegible]

b) Rosario tiene \$ 34,36 en su alcancía. Su hermana Victoria tiene \$ 53,23. Si desean comprar entre las dos una cartera que cuesta \$ 72,45, ¿cuánto dinero les sobra y cuánto de vuelto le corresponde a cada una?

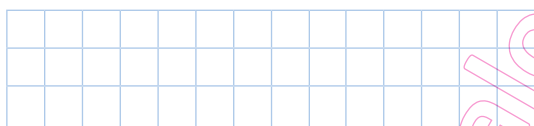
[illegible]

- c) Cristina compró 3,45 m de tela el lunes, luego compró $2\frac{4}{5}$ m el martes. Si necesita hacer dos ternos y en cada uno utiliza 2,95 m, ¿cuántos metros de tela le sobran?

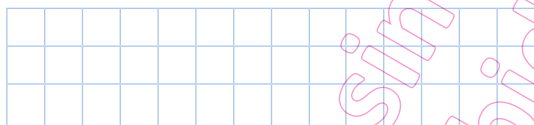


6. **Resuelve** los siguientes ejercicios:

a) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{5} + \frac{11}{20} =$



b) $\frac{3}{25} \times \frac{5}{18} \div \left(\frac{12}{36} \times \frac{4}{3} \right) =$



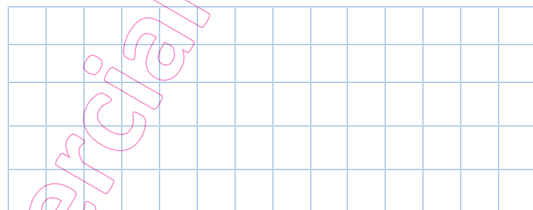
c) $\frac{54}{6} \times \frac{21}{63} \times \frac{72}{12} \div \frac{30}{1} =$



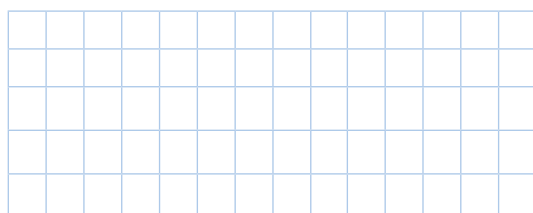
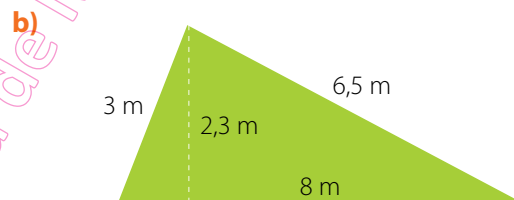
d) $\left(1 - \frac{1}{3} \right) \div \left(2 - \frac{\frac{1}{4} - 1}{2 + \frac{1}{5}} \right) =$



e) $-\left\{ \frac{2}{5} + \frac{6+4-2}{4} + \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{-7+5}{4} \right) - 0,75 \right] + 0,8 \right\} =$

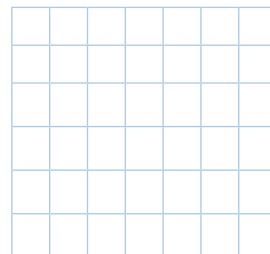


7. **Calcula** el área y perímetro de cada figura.



8. Representa en diagrama circular los siguientes datos.

Bebida	f
Agua	30
Coca cola	20
Inca Kola	40
Otros	10
Total	100



Tema: Elecciones nacionales

Operaciones con números racionales

Situación cotidiana

Cuando se organizan elecciones nacionales, existen procesos previos para realizar campañas. Uno de ellos es planificar los gastos del presupuesto entregado por el Estado.

En las elecciones municipales, el gobierno entrega \$ 36 000 a determinado partido político para su campaña. El partido organizó su presupuesto de la siguiente manera:

- a) La mitad del dinero se utilizó en publicidad.
- b) $\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios de las personas que ayudan a efectuar la campaña.
- c) $\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se emplearon en publicidad de la campaña.
- d) El resto del dinero se destinó para movilización y visitas a barrios.

¿Qué cantidad de dinero se empleó para el último rubro?

Reflexiona

- Realiza un esquema gráfico de la solución.

--

- Comprueba la respuesta.

--

- ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? Explica cómo.

--

Resuelve la situación

- Carlos y Julia compran una torta cuadrada para compartirla. Carlos cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su parte, decidieron repartir lo que quedaba. Carlos volvió a cortar el pedazo en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes y repartió un pedazo para cada uno. Julia indica que comió más de la mitad de la torta. ¿Es eso cierto?

--

Tema: ¿Cuánto cobro por mi salario?

Operaciones con números racionales

Situación cotidiana

Es importante saber la cantidad que se recibirá del salario cada vez que hay un incremento o un descuento para, de esa manera, recibir el pago de un salario justo.

Un ingeniero mecánico ingresó a trabajar en un concesionario, con un sueldo de \$ 600. Si a medio año recibe un incremento de $\frac{1}{5}$ del salario y a final de año recibe otro incremento del $\frac{1}{4}$ de su nuevo salario, ¿cuál será su sueldo básico al final del año? ¿Qué fracción se incrementó en total?

Reflexiona

- Realiza un esquema gráfico de la solución.

- Comprueba la respuesta.

- ¿Qué hubiera sucedido si primero le hacían un aumento del $\frac{1}{4}$ y luego del $\frac{1}{5}$? ¿Puedes generalizar una conclusión de esto?

Resuelve la situación

- Tres amigos se asocian para montar un negocio de consultas tributarias. Ana aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Benito, $\frac{2}{5}$ del mismo capital; y Cecilia, el resto del capital. ¿Qué fracción del capital aportó Cecilia más que Benito?

Evaluaciones estandarizadas

1. Lee y analiza.

¿Cuánto es la cuarta parte de la mitad del triple de 600?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 135 c) 225
b) 600 d) 205

2. Lee y analiza.

La suma de dos números es 68. El mayor excede en 18 unidades al menor. Hallar la diferencia de los dos números.

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 25 c) 20
b) 43 d) 18

3. Lee y analiza.

Una abuelita reparte \$ 4 200 dólares a sus nietos de la siguiente manera:

Mateo recibe la mitad de su dinero,
Patricio recibe la tercera parte de la mitad,
Emilio recibe las $\frac{4}{7}$ partes de lo que le sobró,
Felipe recibió lo que sobró. ¿Cuánto recibió Felipe?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) \$ 400 c) \$ 600
b) \$ 500 d) \$ 800

4. Lee y analiza.

Ricardo tiene \$ 2 800. El banco le pagó 8 % de interés en su cuenta por cada 3 meses. Si dejó esa cantidad de dinero por 9 meses, ¿cuánto recibirá al retirar su dinero del banco?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 224 c) 3 472
b) 672 d) 3 024

5. Lee y analiza.

¿Qué número va en lugar de la x?

8	2	28
20	5	35
64	16	¿ ?

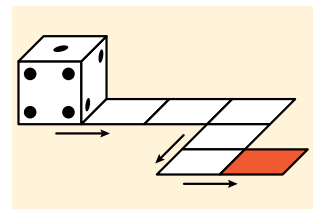
Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 112 c) 42
b) 4 d) 24

6. Lee y analiza.

Si el dado se mueve en las siguientes direcciones, ¿qué número no se podrá visualizar cuando esté en el espacio rojo?



Argumenta la respuesta:

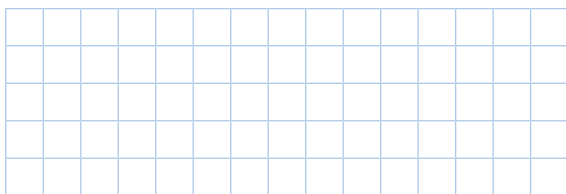
Escoge la respuesta correcta.

- a) 3 c) 5
b) 4 d) 6

7. Lee y analiza.

El perímetro de un rectángulo mide 240 m. Si su largo mide el triple de su ancho, ¿cuánto mide su área?

Argumenta la respuesta:



Escoge la respuesta correcta.

- a) 2 400 m² c) 2 000 m²
b) 2 700 m² d) 900 m²

8. Lee y analiza.

¿Cuánto es el 20 % del 50 % de 600?

Argumenta la respuesta:



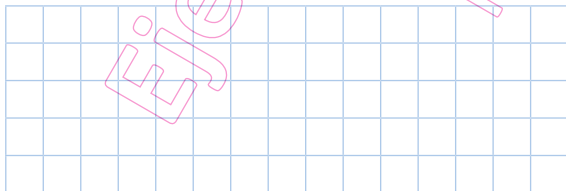
Escoge la respuesta correcta.

- a) 150 c) 60
b) 50 d) 130

9. Lee y analiza.

Si a un número se le multiplica por 24 da como resultado 360. ¿Cuál es ese número?

Argumenta la respuesta:



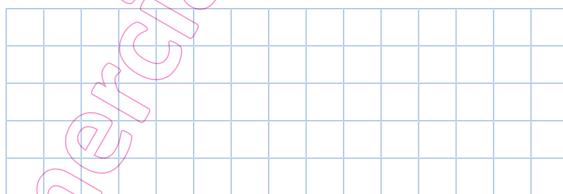
Escoge la respuesta correcta.

- a) 336 c) 15
b) 384 d) 39

10. Lee y analiza.

¿Qué opción representa la siguiente expresión? La diferencia de la mitad de un número y su cuadrado.

Argumenta la respuesta:



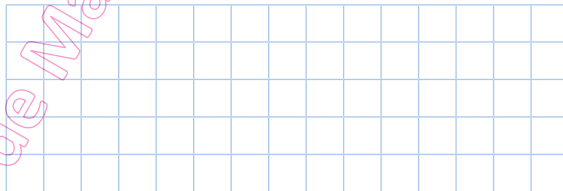
Escoge la respuesta correcta.

- a) $\frac{x}{2} - x^2$ c) $\frac{x}{2} + x^2$
b) $\frac{2}{x} - x^2$ d) $\frac{x}{2} - 2x$

11. Lee y analiza.

El ciento de manzanas cuesta \$ 25. ¿Cuánto se pagará por cuatro docenas y media de manzanas?

Argumenta la respuesta:



Escoge la respuesta correcta.

- a) 12,00 c) 15,00
b) 13,50 d) 12,40

12. Lee y analiza.

El triple de un número más 18 es igual a 126. ¿Cuál es el número?

Argumenta la respuesta:



Escoge la respuesta correcta.

- a) 24 c) 25
b) 36 d) 18

13. Lee y analiza.

Si a cuatro veces un número se le añaden cuatro veces su consecutivo, el resultado es 68. ¿Cuál es el número original?

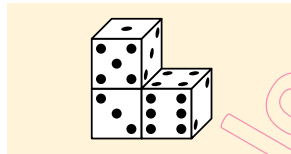
Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 16 c) 8
b) 24 d) 12

14. Lee y analiza.

¿Cuánto suman los puntos de las caras que no se visualizan?



Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 35 c) 39
b) 37 d) 41

15. Lee y analiza.

¿Qué número va en el centro de la cuadrícula?

72	18	6
36	¿?	3
48	12	4

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 9 c) 11
b) 10 d) 12

Nombre del estudiante: _____

Grado: _____

Fecha: _____

Instrucciones

Correcto



Incorrecto



1. Pinta totalmente los círculos.
2. No hagas marcas fuera del círculo.
3. En caso de concluir antes de tiempo, revisa los ejercicios en los que hayas tenido dudas.

- 1) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 2) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 3) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 4) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 5) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 6) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 7) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 8) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 9) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 10) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 11) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 12) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 13) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 14) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
- 15) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

M. 4.1.13 Reconocer el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ e identificar sus elementos.

Establecer relaciones de orden en un conjunto de números racionales utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=$, $<$, $\leq$, $>$, $\geq$).

M.4.1.16. Operar en $\mathbb{Q}$ (adición y multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos.

Escoge la respuesta correcta en cada pregunta.

1. ¿Cuántos cuartos tiene una hora? ¿Cuántos minutos tiene un sexto de hora?

- a) 3 cuartos y 6 minutos
- b) 4 cuartos y 12 minutos
- c) 8 cuartos y 20 minutos
- d) 4 cuartos y 10 minutos

2. Carmen viaja de una ciudad a otra, y la distancia es de 450 km. Para llegar a una ciudad intermedia, recorrió $\frac{5}{9}$ del recorrido total. Si está en la ciudad intermedia, ¿cuántos kilómetros le falta recorrer para llegar a su destino?

- a) 250 km
- b) 150 km
- c) 200 km
- d) 50 km

3. ¿Qué par de fracciones no suman 1?

- a) $\frac{1}{4}$ y $\frac{6}{8}$
- b) $\frac{14}{16}$ y $\frac{1}{8}$
- c) $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$
- d) $\frac{22}{24}$ y $\frac{1}{12}$

4. Si el largo de un rectángulo es $6\frac{2}{7}$ y el perímetro es de $19\frac{27}{35}$, ¿cuál es la medida del ancho?

- a) $4\frac{2}{7}$
- b) $3\frac{3}{5}$
- c) $4\frac{1}{7}$
- d) $4\frac{3}{14}$

5. ¿Cuál es la fracción generatriz de $7,5\overline{4}$?

- a) $\frac{754}{90}$
- b) $\frac{754}{99}$
- c) $\frac{744}{99}$
- d) $\frac{747}{99}$

6. ¿Qué parejas forman fracciones equivalentes?

1. $-\frac{20}{55}$	a) $-\frac{7}{5}$
2. $-\frac{35}{25}$	b) $-\frac{3}{2}$
3. $-\frac{33}{6}$	c) $-\frac{4}{11}$
4. $-\frac{120}{80}$	d) $-\frac{11}{2}$

- a) 2b; 1a; 3c; 4d
- b) 2a; 1c; 3d; 4b
- c) 2c; 1b; 3d; 4a
- d) 2c; 1b; 3a; 4d

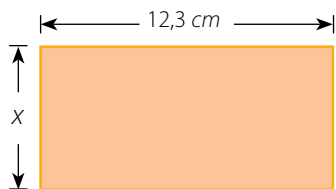
7. La edad de Joaquín es $\frac{1}{3}$ de la mitad de la edad de Ana. Si Ana tiene 60 años, ¿cuántos años tiene Joaquín?

- a) 6 años
- b) 15 años
- c) 12 años
- d) 10 años

8. Ricardo tiene 16 años. Esto es $\frac{1}{2}$ de los $\frac{2}{3}$ de la edad de Clara. ¿Cuántos años tiene Clara?

- a) 32 años
- b) 8 años
- c) 48 años
- d) 24 años

9. El perímetro del rectángulo es 41,6 cm. ¿Cuánto mide el lado que falta?



- a) 17 cm
b) 8,5 cm
c) 29,3 cm
d) 3,38 cm
10. ¿Cuál es la ecuación que corresponde a la siguiente expresión?

La mitad de la suma de 4,5 y otro número es igual 13,5.

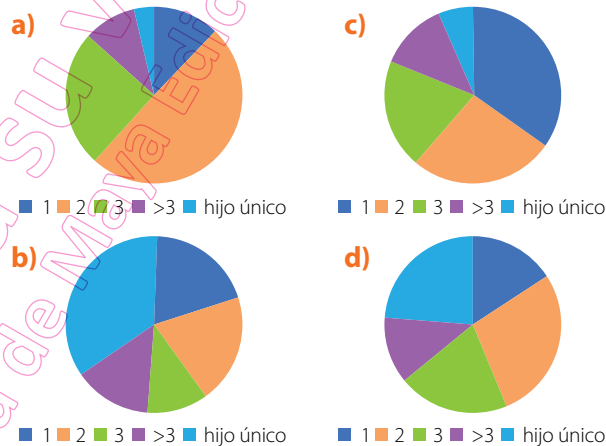
- a) $\frac{4,5+13,5}{3} = x$
b) $\frac{4,5+13,5}{2} = x$
c) $\frac{4,5+x}{2} = 13,5$
d) $\frac{4,5+4,8}{2} = 13,5$

Coevaluación

M.4.3.3. Representar de manera gráfica, con el uso de la tecnología, las frecuencias: histograma o gráfico con barras (polígono de frecuencias), gráfico de frecuencias acumuladas (ojiva), diagrama circular, en función de analizar datos.

11. En parejas, **completan** una tabla de datos y **escojan** el gráfico circular correcto. La información se trata de la cantidad de hermanos que tiene un grupo de 25 personas.

N.º de hermanos	fi	hi	Porcentaje	Ángulo
1	4			
2	7			
3	5			
+ de 3	3			
Hijo único	6			
Total	25			



Autoevaluación

12. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

Contenidos	Identifico números racionales y los comparo.	
	Resuelvo operaciones y problemas con números racionales.	
	Resuelvo problemas y ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Q}$.	
	Realizo análisis de tablas y elaboro diagramas circulares.	
	Identifico población, muestra y variables de situaciones cotidianas.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad 4

El mundo en nuestras manos

Cuidar nuestro planeta es deber de todas las personas. No requiere de grandes esfuerzos, sino de que cada uno de nosotros contribuya a su protección con pequeñas acciones.

A nivel nacional, en los últimos años, se ha incrementado el porcentaje de hogares que clasifican residuos inorgánicos: aproximadamente el 38 % lo hace. Cabe aclarar que recuperar materiales reciclables disminuye la cantidad de residuos sólidos que se depositan en los sistemas de relleno sanitario, y se prolonga la vida útil de estos rellenos. Al disminuir el volumen de los residuos sólidos destinados a los sistemas de relleno sanitario, los costos de recolección y disposición final son menores.



Preguntas generadoras

- ¿De 100 hogares, cuántos realizan prácticas de reciclaje?
- ¿De qué manera reciclan la basura en tu hogar?
- ¿Cómo aportas tú en el cuidado del medioambiente?

Álgebra y funciones

- Potenciación con racionales
 - Propiedades
 - Expresión decimal
- Radicación con racionales
 - Propiedades
 - Expresión decimal
- Operaciones algebraicas
 - Con números racionales
 - Con expresión decimal
 - Combinadas

Geometría y medida

- Triángulos
 - Construcción
 - Perímetro y área
 - Líneas y puntos notables
- Polígonos
 - Clasificación
 - Figuras congruentes
 - Factor escala
- Teorema de Tales

Objetivos:

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.4. Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación en la resolución de problemas con números enteros, racionales, irracionales y reales, para desarrollar el pensamiento lógico y crítico.

O.M.4.5. Aplicar las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.



Saberes previos

Cristina repartió la mitad de sus *stickers* a su amigo Ricardo, quien le regaló la mitad a su amigo Luis. Este, a su vez, le regaló la mitad a su hermana Ana. ¿Qué parte de *stickers* repartió cada uno?



Conexiones

Matemática con economía

La potenciación es muy utilizada al momento de realizar un préstamo, pues con una función potencia, se puede calcular el interés que te corresponde pagar en un cierto tiempo.

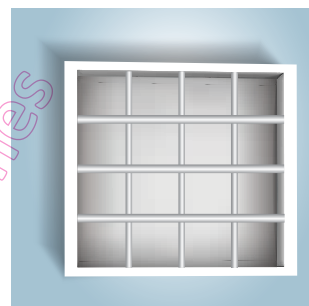
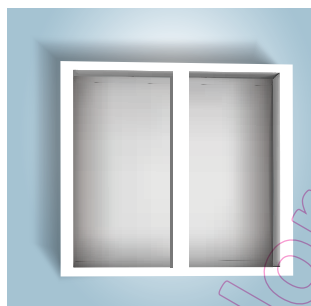


Recuerda que...

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ si } \frac{a}{b} \neq 0 \text{ y}$$

n pertenece al conjunto de números enteros.

Rosario tiene una caja cuadrada que mide 1 metro por lado. Quiere germinar semillas de árboles para el proyecto de forestación de su colegio. Para esto divide 4 veces la caja de la siguiente manera:



Archivo Editorial, (2020).

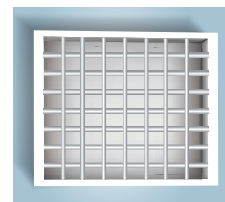
Analicemos cómo se forma cada figura. Sabiendo que el lado de la caja mide 1 metro y si se siguen dividiendo de la misma manera, ¿cuánto medirá el lado de cada cuadrado de la figura 4? ¿Cuántas plantitas se podrán sembrar?

Observemos que, contando desde la segunda figura, el valor del lado de cada cuadrado se puede obtener al multiplicar la medida del lado del cuadrado de la figura anterior por $\frac{1}{2}$, es decir, los lados de cuadrado serán potencias de $\frac{1}{2}$.

Caja	Valor del lado del cuadrado
Caja 1	$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$
Caja 2	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
Caja 3	$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$
Caja 4	$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$

La cuarta caja quedaría dividida en 64 partes y el lado de cada cuadrado medirá:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$



$$100 \text{ cm} \div 8 = 12,5 \text{ cm}$$

Cada lado del cuadrado formado en la cuarta caja medirá 12,5 cm, y se podrán germinar 64 plantitas.

Archivo Editorial, (2020).



Enlace web

Ingresa al siguiente enlace web bit.ly/2T23eEv y conoce de algunos trucos de potenciación que harán tu aprendizaje más divertido.



La potenciación se utiliza para expresar en forma simplificada el producto de factores iguales.

La potencia de un número racional es negativa cuando la base es negativa y el exponente es un número impar.

Ejemplo 1 Obtener las potencias de los siguientes ejercicios:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$

Solución

a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81}$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{27}{64}$

Propiedades de la potenciación

Si $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, si $b \neq 0$ y n pertenece al conjunto de números enteros, se cumple:

Propiedad	Notación	Ejemplos
Producto de potencias de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$
Cociente de potencias de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$	$\left(\frac{5}{7}\right)^7 \div \left(\frac{5}{7}\right)^4 = \left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{125}{343}$
Potencia de una potencia	$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \times n}$	$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2 \times 2} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$
Potencia con exponente entero negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{1}{\frac{a}{b}}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^m$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{\frac{2}{5}}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$
Potencia con exponente 0	$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$	$\left(\frac{8}{24}\right)^0 = 1$

Archivo Editorial, (2020).

Radicación

La radicación es el proceso inverso a la potenciación y nos permite determinar la base de una potencia dada.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ es $\frac{2}{3}$ porque $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{8}{27}\right)$.

La raíz enésima de un número racional es un número que cumple lo siguiente:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{c}{d} \text{ si y solo si } \left(\frac{c}{d}\right)^n = \frac{a}{b}, \text{ con } n \text{ un entero positivo mayor que } 1.$$



Recuerda que...

Si el índice del radical es impar, se puede hallar la raíz de un racional negativo. Si el índice es par, solo es posible hallar las raíces de racionales positivos.

Propiedad	$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m = \sqrt[n]{\frac{a^m}{b^m}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} + \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$
Ejemplo	$\left(\sqrt[3]{\frac{5}{3}}\right)^2 = \sqrt[3]{\frac{5^2}{3^2}}$	$\sqrt[3]{\frac{8}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \sqrt[3]{\frac{8}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{125}}$	$\sqrt[3]{\frac{9}{4} + \frac{16}{25}} = \sqrt[3]{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{16}{25}}$

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{5} =$

b) $\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{7} =$

c) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{4} =$

d) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} =$

2. Identifica las bases y expresa como potencia cada ejercicio.

a) $\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} =$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} =$

c) $\frac{6}{5} \times \frac{6}{3} \times \frac{6}{5} =$

d) $\frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} =$

3. Halla el valor de cada expresión.

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 =$ d) $\left(\frac{10}{6}\right)^3 =$

b) $\left(\frac{2}{4}\right)^4 =$ e) $\left(\frac{2}{5}\right)^5 =$

c) $(0,5)^4 =$ f) $(0,2)^5 =$

4. Relaciona cada ejercicio con su equivalente.

a) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^6$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{16}\right)^3 \times \frac{1}{256}$ $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^3\right)^4$

c) $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \times \left(\frac{1}{27}\right)^2 \times \frac{1}{729}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4$ $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^9$

5. Escribe cada expresión como una potencia de exponente negativo.

a) $\frac{1}{3^4} =$

c) $\frac{1}{6^3} =$

b) $\frac{1}{5^2} =$

d) $\frac{1}{7^2} =$

6. Aplica las propiedades de la potenciación y resuelve.

a) $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{4}\right)^4 \times \left(\frac{9}{6}\right)^3}{(1,5)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4}$

b) $\frac{\left(\frac{4}{5}\right)^4 \times \left(\frac{4}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{10}}{\left(\frac{8}{10}\right)^8 \div \left(\frac{4}{5}\right)^5}$

M.4.1.18. Calcular potencias de números racionales con exponentes enteros.

M.4.1.19. Calcular raíces de números racionales no negativos en la solución de ejercicios numéricos (con operaciones combinadas) y algebraicos, atendiendo la jerarquía de la operación.

7. Escribe la potencia y raíz que corresponde en cada caso.

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^3 =$

b) $\left(\frac{6}{5}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^4 =$

d) $\left(\frac{11}{18}\right)^2 =$

8. Realiza las operaciones solicitadas.

a) $\sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2} =$

b) $\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^6} =$

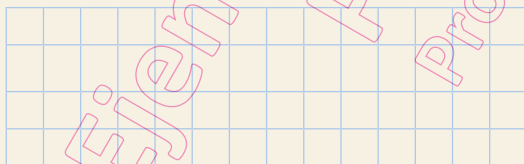
c) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{7}\right)^9} =$

d) $\sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^8} =$

e) $\sqrt[5]{\left(\frac{4}{5}\right)^{-10}} =$

9. Resuelve los siguientes ejercicios.

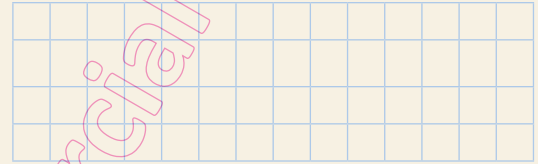
a) $\left[\left(\frac{8}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2\right] + \sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^3}$



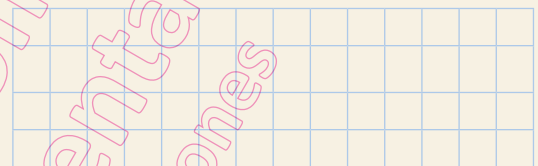
b) $\left(\sqrt[3]{\frac{64}{216}}\right) \times \sqrt[3]{\left(\frac{64}{216}\right)} - \sqrt{\frac{36}{100}}$



c) $\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^{12}}} + \sqrt{\frac{25}{81}}$



d) $\left(\sqrt{\frac{64}{196}} + \sqrt{\frac{144}{16}}\right) + \sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^6}$



e) $\left(\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} + \sqrt{\frac{36}{16}}\right) \times \sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^3}$



10. Responde las siguientes situaciones.

a) Si el radio de un círculo es de 15 cm, ¿cuánto mide su área?

b) Si el área de un terreno cuadrangular mide 169 m², ¿cuántos metros mide cada lado del terreno?

Trabajo colaborativo

11. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Elaboren un cubo que tenga 1 331 cm³.

Actividad indagatoria

12. ¿Es cierto que $\sqrt{\left(-\frac{16}{49}\right)} = -\frac{4}{7}$? **Explica** tu respuesta.



Desequilibrio cognitivo

Encierra el ejercicio que está resuelto correctamente.

$$2 \times 5 + 3 \times 7 - 6 \times 4$$

$$2 \times 5 + 3 \times 7 - 6 \times 4$$

$$2 \times 5 + 3 \times 7 - 6 \times 4$$

$$(10 + 3) \times (7 - 6) \times 4$$

$$10 + 21 - 24$$

$$(2 \times 5 + 3) \times (7 - 6 \times 4)$$

$$13 \times 1 \times 4 = 52$$

$$31 - 24 = 7$$

$$13 \times (-17) = -221$$

Generalmente encontramos expresiones o situaciones que involucran números racionales en las que se combinan dos o más operaciones aritméticas. En algunos casos, estas expresiones contienen signos de agrupación y, en otros casos, no.

Para resolver un polinomio, procedemos de la siguiente manera:

• **Si el polinomio no tiene paréntesis:**

Debemos respetar el orden jerárquico de las operaciones empezando con las potencias y raíces, luego con las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, y finalmente con las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.

• **Si el polinomio lleva paréntesis:**

Resolvemos las operaciones indicadas dentro de cada paréntesis, respetando la jerarquía de las operaciones y, por último, eliminamos los signos de agrupación de adentro hacia fuera.



Enlace web

Realiza operaciones combinadas con números racionales en el siguiente enlace:

bit.ly/2Kmc37Z



Ejemplo 1

Resolver el siguiente ejercicio:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \times \left(\frac{4}{3} \right)^2 \right) \div \frac{5}{3}$$

Solución

Para resolver el polinomio, se realiza primero la potencia que está dentro del paréntesis, luego se lleva a cabo la multiplicación y, finalmente, la adición.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} \right) \div \frac{5}{3} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{3} \right) \div \frac{5}{3} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{23}{6} \right) \div \frac{5}{3}$$

Ahora se resuelve la división y luego se suma y resta de izquierda a derecha.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{23}{6} \right) \times \frac{3}{5} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{23}{2} \right) \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{23}{10}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{23}{10} = \frac{45 + 100 - 138}{60} = \frac{7}{60}$$



Glosario

polinomio. Expresión algebraica que constituye la suma o la resta ordenadas de un número finito de términos o monomios.

Ejemplo 2

Resolver las siguientes operaciones, respetando el orden jerárquico de solución.

$$\text{a)} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{12}{3} \right) - \left(\frac{10}{2} + \frac{3}{5} \right) \div \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right) \right] \div \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{3} \right) =$$

$$\text{b)} \left[\frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} \right) \div \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right)}{\frac{3}{7} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right)} \right]^2 =$$

Solución

$$\text{a)} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{12}{3} \right) - \left(\frac{10}{2} + \frac{3}{5} \right) \div \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right) \right] \div \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{3} \right) =$$

Resolver paréntesis respetando jerarquía.

$$\left[\left(-\frac{7}{6} \right) - \left(\frac{28}{5} \right) \div \left(\frac{13}{12} \right) \right] \div \left(-\frac{5}{6} \right) =$$

Resolver división dentro del corchete.

$$\left[\left(-\frac{7}{6} \right) - \left(\frac{336}{65} \right) \right] \div \left(-\frac{5}{6} \right) =$$

Resolver operación dentro del corchete.

$$\left[-\frac{2\,471}{390} \right] \div \left(-\frac{5}{6} \right) = \left[-\frac{2\,471}{65} \right] \times \left(-\frac{1}{5} \right) = \frac{2\,471}{325} = 7\frac{196}{325}$$

$$\text{b)} \left[\frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} \right) \times \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right)}{\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2} \right)} \right]^2 =$$

Resolver paréntesis respetando jerarquía.

$$\left[\frac{\left(\frac{9}{4} \right) \times \left(\frac{1}{6} \right)}{\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{11}{4} \right)} \right]^2 =$$

Resolver multiplicaciones y divisiones; luego, sumas y restas.

$$\left[\frac{\left(\frac{3}{8} \right)}{\frac{3}{4} + \frac{55}{8}} \right]^2 = \left[\frac{\left(\frac{3}{8} \right)}{\frac{61}{8}} \right]^2 = \left[\frac{3 \times 8}{8 \times 61} \right]^2 = \left[\frac{3}{61} \right]^2 = \frac{9}{3\,721}$$



DFA

La discapacidad no tiene por qué implicar actitudes de sobreprotección o condescendencia. El trato debe ser ecuánime entre todos y todas.



Me refuerzo

Ingresa el siguiente enlace web:
bit.ly/2YnWHto

Imprime la página 2 para reforzar conocimientos.

1. **Resuelve** los siguientes polinomios aritméticos:

a)
$$\frac{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^0 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 \times [(-3)^2]^2}{\left(1-\frac{2}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0} =$$



b)
$$\frac{\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \times \left(-\frac{10}{6}\right)^2}{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)^2} =$$



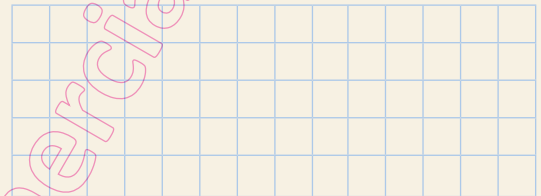
c)
$$\frac{\frac{6}{4} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{12} \times \frac{4}{6}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3}{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)^5 \div \left(\frac{7}{4}\right)^4} =$$



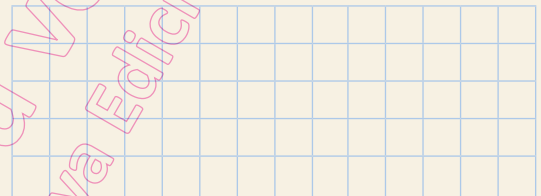
d)
$$\left[\frac{\left(3-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)}{\left(2-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}\right]^2 =$$



e)
$$\left(\frac{\left(\frac{6}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)}{\frac{5}{2} - \frac{16}{3}}\right)^3 =$$



f)
$$\frac{\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)} =$$



2. **Resuelve** las operaciones, respetando la jerarquía de solución.

a)
$$\frac{\sqrt{\frac{5}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{5}{4}}}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \div \sqrt[3]{-\frac{2}{27}}}$$



b)
$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \left(\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} - \sqrt{\frac{4}{9} \times \frac{8}{18}}$$



M.4.1.19. Calcular raíces de números racionales no negativos en la solución de ejercicios numéricos (con operaciones combinadas) y algebraicos, atendiendo la jerarquía de la operación.

c) $\frac{4}{6} - \sqrt{\frac{16}{9}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \sqrt[3]{\frac{1}{64}} - \sqrt[3]{\frac{343}{125}}$



d) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{9}{32}\right)} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}}{\sqrt{\frac{1}{24} \times \frac{1}{6} \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{5}}}$



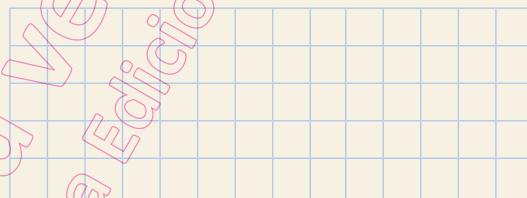
e) $\frac{\sqrt[3]{\frac{5}{9}} \times \sqrt[3]{\frac{25}{3}} + \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{\frac{4}{6}}\right)^6 \times \frac{5}{2}}$



f) $\frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{10} - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)^2}{\sqrt[3]{-\frac{1}{27} \times \frac{2}{3} \div \frac{1}{6}}}$



g) $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{625}} + \frac{3}{4}} - \left[\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right] - \frac{1}{20}$



h) $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}} + \left(\frac{2}{4} + \frac{1}{2}\right)^2} + \frac{2}{3} =$



Trabajo colaborativo

3. Trabajen en parejas y resuelvan.

Realicen un cartel sobre las propiedades de la potenciación y la radicación, utilizando ejemplos para definirlos. Luego **expongan** el cartel ante la clase.

Actividad indagatoria

4. Escribe un polinomio para cada caso, que tenga al menos:

- a) dos divisiones y dos adiciones;
- b) tres multiplicaciones y una sustracción.



Saberes previos

¿Cuánto suman las medidas de los ángulos internos de todo triángulo?

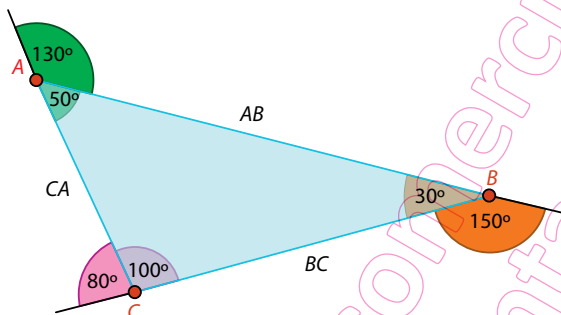


¿Sabías qué?

Para poder realizar la construcción de triángulos, la medida de cada lado ha de ser menor que la suma de los otros dos.

La suma de los dos ángulos conocidos ha de ser menor de 180° .

Archivo Editorial, (2020).



A los **vértices** del triángulo se los nombra con A, B y C.
Los **lados** son los segmentos $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CA}$.
Los **ángulos** son $\angle CAB$; $\angle BCA$; $\angle ABC$.

Demostración de teoremas

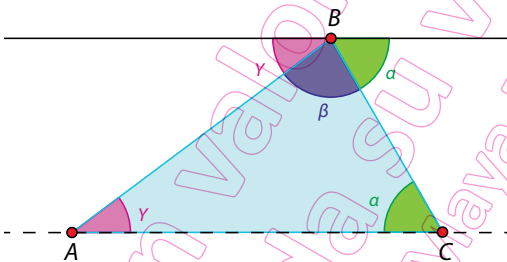
De acuerdo con el teorema:

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° .

$$m\angle ABC + m\angle BCA + m\angle CAB = 180^\circ$$

Se traza una recta paralela al segmento AC, que pase por el vértice B.

Archivo Editorial, (2020).



Se forman tres ángulos:

$$(1) m\angle \alpha + m\angle ABC + m\angle \gamma = 180^\circ, \text{ creándose un ángulo llano.}$$

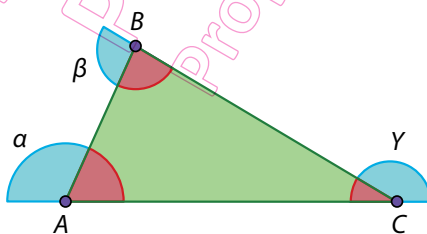
$$(2) m\angle \gamma = m\angle CAB \quad m\angle \alpha = m\angle BCA \text{ por alternos internos.}$$

$$\text{Reemplazamos en (1) los valores de } \gamma \text{ y } \alpha. \quad m\angle CAB + m\angle ABC + m\angle BCA = 180^\circ$$

De acuerdo con el teorema:

La suma de las medidas de los ángulos externos de un triángulo es igual a 360° .

Archivo Editorial, (2020).



En el triángulo se han formado los ángulos $\angle ABC$; $\angle BCA$ y $\angle CAB$.

Prolongamos los lados y se forman los ángulos $\angle \alpha$; $\angle \beta$ y $\angle \gamma$

$$m\angle \alpha + m\angle \beta + m\angle \gamma = 360^\circ$$

$$m\angle \alpha + m\angle BAC = 180^\circ \quad m\angle \beta + m\angle ABC = 180^\circ \quad m\angle \gamma + m\angle BCA = 180^\circ$$

$$(1) m\angle \alpha + m\angle \beta + m\angle \gamma + m\angle ABC + m\angle BCA + m\angle CAB = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

$$(2) m\angle \alpha + m\angle \beta + m\angle \gamma + 180^\circ = 540^\circ$$

Reemplazamos este valor en (1) y sumamos los ángulos del segundo miembro de la igualdad.

$$m\angle \alpha + m\angle \beta + m\angle \gamma = 540^\circ - 180^\circ$$

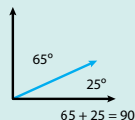
$$m\angle \alpha + m\angle \beta + m\angle \gamma = 360^\circ$$

Recuerda que...

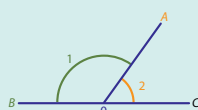


Llano: que mide 180°

Complementarios: sumados dan 90° .

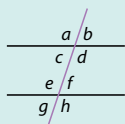


Suplementarios: sumados dan 180°



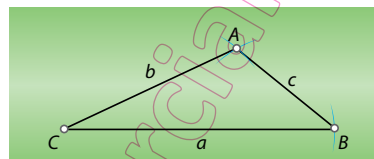
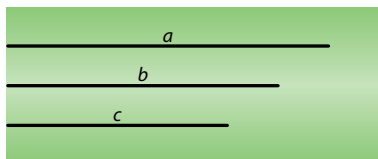
Alternos internos: deben estar en distinto lado de la transversal y los dos quedan dentro de las paralelas. d y e; c y f.

Alternos externos: deben estar en distinto lado de la transversal y los dos quedan fuera de las paralelas. g y b; a y h.

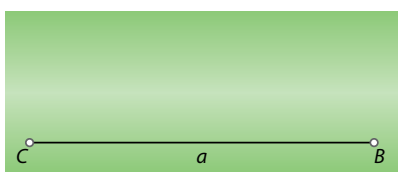


Construcción de triángulos

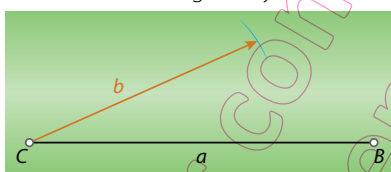
Conociendo los tres lados



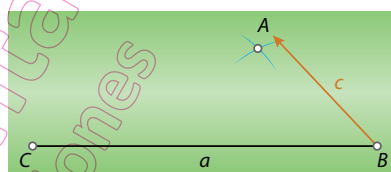
1. Se representa un segmento de medida igual al primer lado.



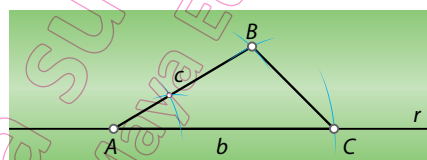
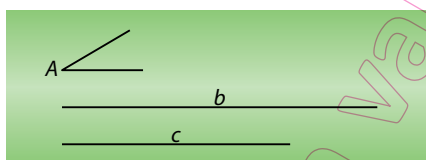
2. Desde cada extremo del primer lado se traza una circunferencia de radio del valor del segundo y tercer lado.



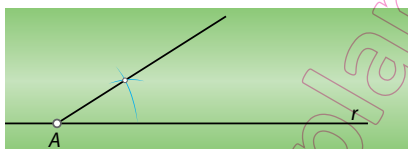
3. El triángulo tiene por vértices los extremos del primer segmento y una de las intersecciones de las circunferencias.



Conociendo dos lados y un ángulo



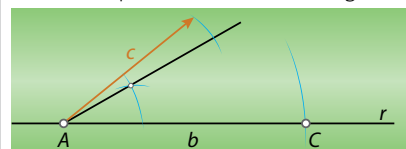
1. Se representa uno de los segmentos, y se traza el ángulo que forman los lados.



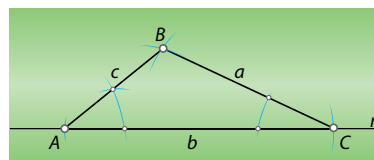
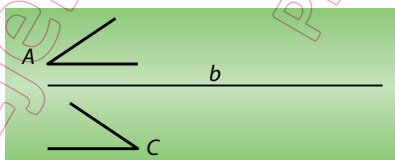
2. Utilizando el compás, tomamos la medida del lado c, y trazamos un arco a partir del vértice A.



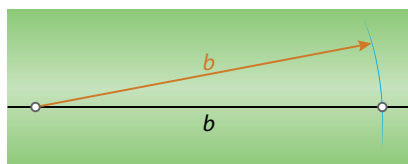
3. Se lleva el segundo lado conocido sobre el lado del ángulo. Basta con unir los extremos de los dos lados para construir el triángulo.



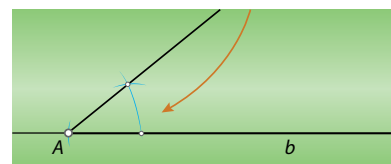
Conociendo un lado y sus ángulos contiguos



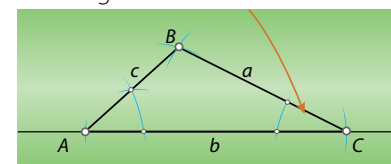
1. Se construye el lado conocido.



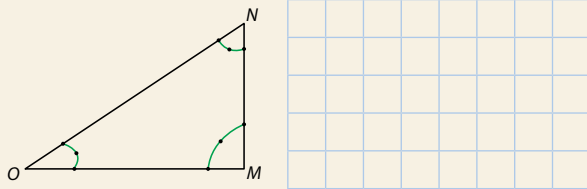
2. Desde cada uno de los extremos del lado, se trazan los ángulos dados.



3. La intersección de los lados de los ángulos es el tercer vértice del triángulo.

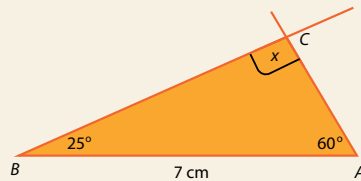


1. **Nombra** con notación geométrica los lados y los ángulos del siguiente triángulo:

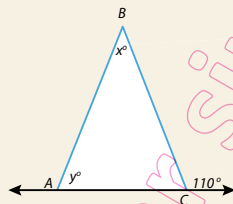


2. **Realiza** demostraciones y **completa** el valor del ángulo que falta en cada caso.

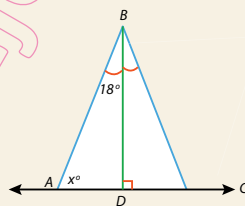
a)



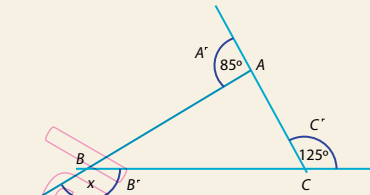
b)



c)



d)



3. **Responde** las siguientes preguntas y **explica** tu respuesta.

a) ¿Cuáles son las medidas de los ángulos congruentes de un triángulo isósceles rectángulo?

b) ¿Un triángulo puede tener dos ángulos rectos?

c) ¿Un triángulo puede tener un ángulo recto y un ángulo obtuso?

d) Si dos lados del triángulo miden 9 cm y 12 cm, ¿cuánto podría ser la medida del tercer lado?

e) ¿Cuándo un triángulo isósceles es también rectángulo?

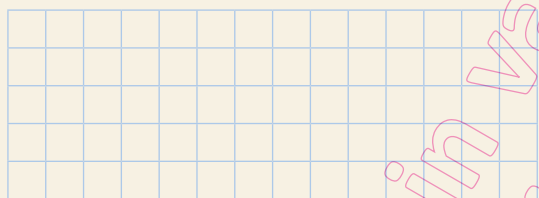
M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

4. **Construye** triángulos rectángulos isósceles de lados iguales.

a) 3,5 cm

b) 2 cm

5. **Construye** un triángulo isósceles cuyo lado diferente mide 3,5 cm.



6. **Traza** en cada caso un triángulo obtusángulo con los ángulos solicitados.

a) Con ángulo de 100° .

b) Con ángulo de 120° .

7. **Construye** un triángulo conociendo sus lados y ángulos.

a) A. 4 cm B.
A. 5 cm C.
C. 6 cm B.

b) A. B.
30° 120°

8. Con un compás, **determina** si es posible trazar los triángulos con las siguientes medidas:

a) 3 cm, 5 cm y 7 cm _____

b) 4 cm, 9 cm y 4 cm _____

c) 8 cm, 3 cm y 6 cm _____

d) 15 cm, 15 cm y 8 cm _____

e) 12,5 cm, 13,5 cm y 11 cm _____

Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Cada uno **construya** un triángulo con las características descritas; luego **comparen** los triángulos y **verifiquen** si tienen la misma forma y tamaño. **Escriban** sus conclusiones.

- a) Un triángulo con las medidas de sus ángulos 30° y 80° .
b) Un triángulo con las medidas 9 cm, 6 cm y un ángulo de 90° .
c) Triángulo de medidas 6 cm, 8 cm y 10 cm.

Actividad indagatoria

10. **Averigua** por qué las estructuras de los puentes están hechas de piezas triangulares.

Puedes utilizar el siguiente enlace web:

bit.ly/2ZuRe0v



Recuerda que...

Triángulo equilátero:
sus tres lados son iguales, y sus ángulos internos son iguales a 60° .

Triángulo isósceles:
dos de sus lados tienen la misma longitud y los ángulos opuestos a estos, son de la misma medida.

Triángulo escaleno:
todos sus lados tienen longitudes diferentes, y los ángulos que hay en el mismo, ninguno de ellos tienen la misma medida.

Triángulo rectángulo:
tiene un ángulo interior recto, cuyo valor es de 90° .

Triángulo obtusángulo:
tiene un ángulo mayor a 90° , denominado obtuso y dos triángulos agudos, que miden menos de 90° .

Triángulo acutángulo:
tiene sus tres ángulos, los cuales son menores a 90° .



Desequilibrio cognitivo

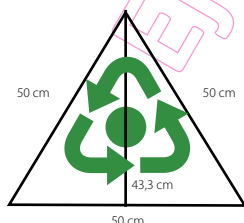
¿Se pueden trazar diagonales de un triángulo?

Los triángulos se clasifican así:

Según su amplitud		
Obtusángulo	Rectángulo	Acutángulo
Según la longitud de sus lados		
Equilátero	Isósceles	Escaleno

Un grupo de estudiantes quiere hacer 14 carteles de forma triangular, tal como se muestra en la figura, para colocarlos en diferentes partes de la escuela. Si se los refuerza con palitos de madera, ¿cuántos metros de madera y cuántos metros de cartulina son necesarios?

Para conocer la cantidad de madera y cartulina, es necesario obtener el perímetro y el área del triángulo.



Perímetro

$$P = l_1 + l_2 + l_3$$

$$P = 50 \text{ cm} + 50 \text{ cm} + 50 \text{ cm}$$

$$P = 150 \text{ cm}$$

Multiplicar por la cantidad de carteles necesarios.

$$150 \times 14 = 2\,100 \text{ cm}$$

Se transforman los centímetros a metros.

$$2\,100 \text{ cm a m} = 2\,100 \div 100 = 21 \text{ m}$$

Área

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{50 \text{ cm} \times 43,3 \text{ cm}}{2}$$

$$A = \frac{2\,165}{2} = 1\,082,5 \text{ cm}^2$$

$$1\,082,5 \text{ cm}^2 \text{ a m}^2 =$$

$$1\,082,5 \div 10\,000 = 0,10825 \text{ m}^2$$

$$0,10825 \times 14 = 1,5155 \text{ m}^2$$

Se necesitan 21 m de madera y 1,5155 m² de cartulina.

Clasificación de polígonos

Los estudiantes de octavo año realizaron un rompecabezas con polígonos para generar conciencia en los estudiantes más pequeños del colegio acerca de la importancia de reciclar. ¿Qué clases de polígonos utilizaron?

En el rompecabezas se pueden observar diferentes polígonos; veamos su clasificación:



Polígono es una porción restringida de un plano que está limitado por segmentos de rectas que se intersecan. Estos segmentos pueden ser tres o más, y determinan una región interior y una región exterior.



¿Sabías qué?

El origen etimológico del término "polígono" se encuentra en la unión de dos vocablos: *poli* (muchos) y *gono* (ángulos).

Los polígonos se clasifican en:

Según sus lados		Según sus ángulos	
Regulares	Irregulares	Cóncavos	Convexos

Los polígonos se pueden nombrar de la siguiente manera:

	Hexágono regular convexo $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ $\angle D$ $\angle E$ $\angle F$	Sus segmentos son: $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$; $\overline{DE}$; $\overline{EF}$; $\overline{FA}$ Sus ángulos miden menos de 180°.
--	--	---

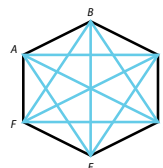
Diagonales de un polígono

Las diagonales de un polígono son segmentos que unen dos vértices no consecutivos. El número de diagonales de un polígono se obtiene de la siguiente manera: $N_d = \frac{n(n-3)}{2}$

Ejemplo 1 ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un hexágono?

Solución

$$N_d = \frac{n(n-3)}{2} \quad N_d = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

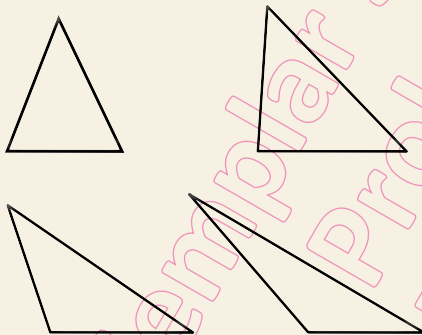


1. **Completa** con una palabra las siguientes afirmaciones.

- Los ángulos interiores de los _____ acutángulos son _____ que 90° .
- Los triángulos rectángulos _____ pueden ser isósceles, pero _____ pueden ser equiláteros.
- Todo triángulo rectángulo tiene un ángulo de _____.
- Los triángulos _____ son siempre acutángulos.
- En un triángulo _____ uno de los ángulos exteriores es agudo.
- En los triángulos _____ la suma de sus ángulos que no son rectos es siempre 90° .
- Si el triángulo es escaleno y la suma de dos de sus ángulos es _____, el ángulo restante mide 60° .

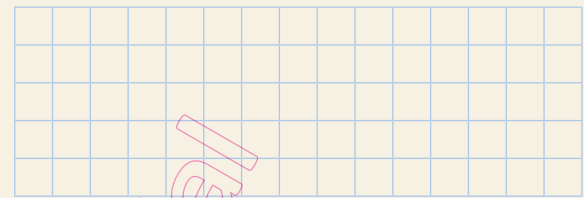
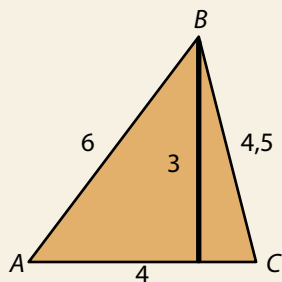
2. **Colorea** los triángulos según lo solicitado.

- Rojo:** un triángulo isósceles acutángulo.
- Verde:** un triángulo obtusángulo isósceles.
- Amarillo:** un triángulo obtusángulo escaleno.
- Azul:** un triángulo acutángulo escaleno.

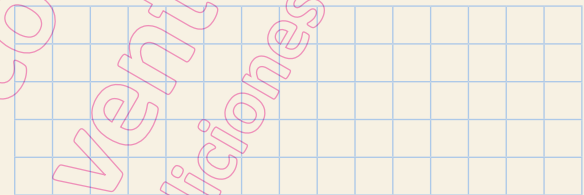
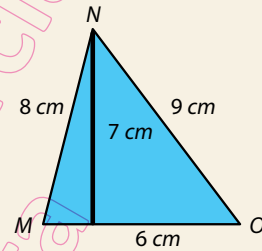


3. **Calcula** el área y perímetro de los siguientes triángulos:

a)



b)



4. **Resuelve** los siguientes problemas:

- Carlos quiere cercar y colocar césped en la mitad de su terreno cuadrangular. Para ello, traza una diagonal que divide su terreno en dos partes. Si el perímetro del cuadrado es 56 m y su diagonal mide $19,8\text{ m}$, ¿cuánto alambre necesita para cercarlo?, ¿cuántos metros cuadrados de césped necesita?

Realiza un dibujo del problema.

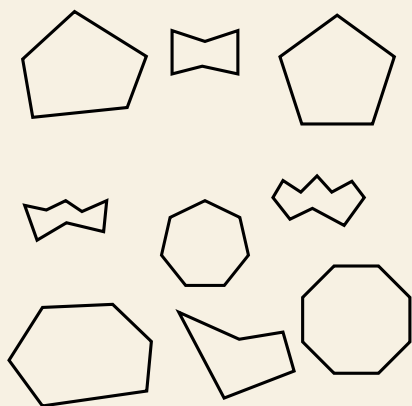


- El perímetro de un triángulo isósceles es de 75 dm . Si el lado desigual mide 28 dm , ¿cuánto miden los lados iguales? **Realiza** un dibujo.



M.4.2.11. Calcular el perímetro y el área de triángulos en la resolución de problemas.

5. **Colorea** de color azul los polígonos cóncavos y de rojo los polígonos convexos.

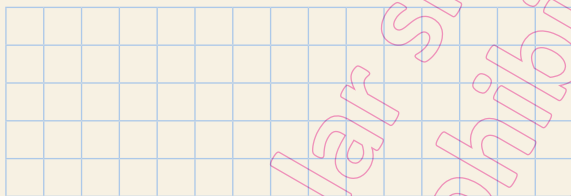


6. **Dibuja** los polígonos solicitados.

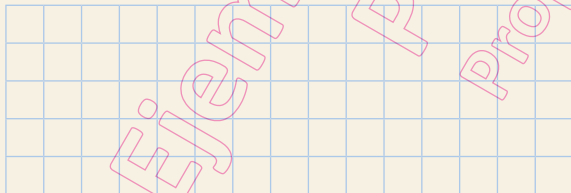
- a) Un hexágono convexo regular.



- b) Un cuadrilátero cóncavo.

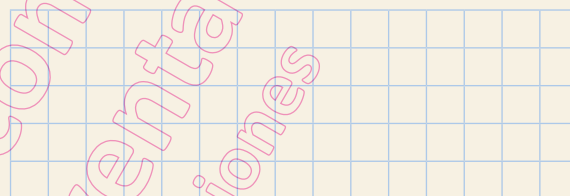
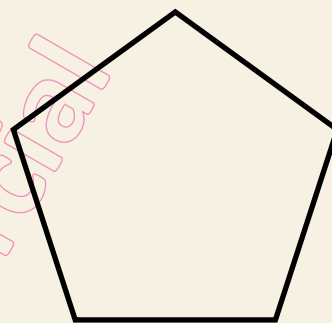


- c) Un heptágono convexo irregular.

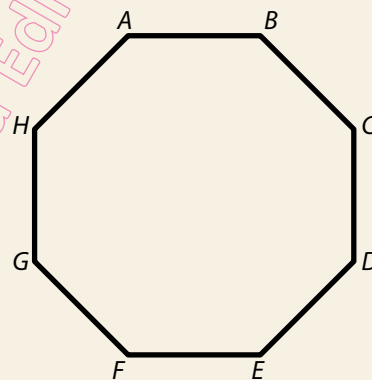


7. **Traza** las diagonales de los siguientes polígonos y **comprueba** mediante la fórmula si son correctos.

a)



b)



Trabajo colaborativo

8. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Calculen a qué polígono corresponde el número de sus diagonales.

35 diagonales 14 diagonales

54 diagonales 2 diagonales

Actividad indagatoria

9. **Averigua** qué polígono tiene 44 diagonales y **nómbra**lo.

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).



Saberes previos

¿Cómo se llama el triángulo que tiene un ángulo recto?

En el patio triangular de un colegio se desea poner un basurero para recolectar botellas plásticas. Si desean colocarlo a la misma distancia de las aulas de clase, ¿cuál sería la mejor ubicación del basurero si las aulas están situadas en cada vértice del triángulo?

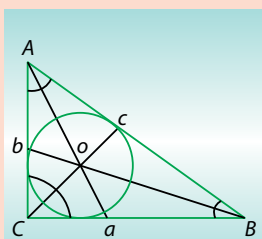
Para colocar el basurero es necesario trazar las líneas notables del patio triangular.

Altura. Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación. El punto de intersección al trazar las **alturas** se llama **ortocentro**.

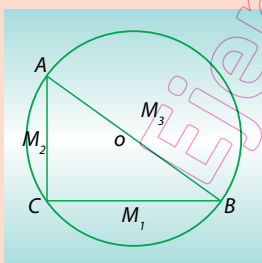


¿Sabías qué?

El **incentro** es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

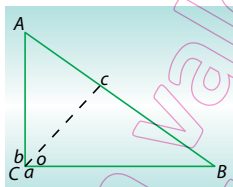


El **circuncentro** es el centro de circunferencia circunscrita al triángulo, y se interseca en cada uno de los vértices.

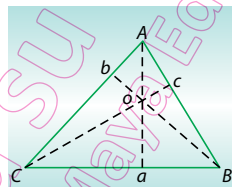


Archivo Editorial, (2020).

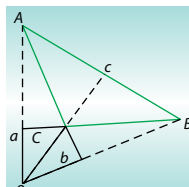
Rectángulo



Acutángulo



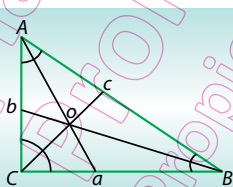
Obtusángulo



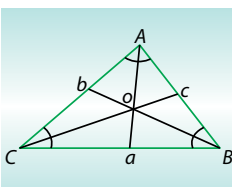
Archivo Editorial, (2020).

Bisectriz. Es la semirrecta que divide al ángulo en dos de igual medida. El punto de intersección al trazar las **bisectrices** se llama **incentro**.

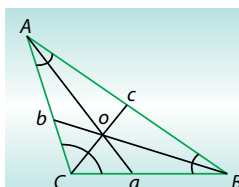
Rectángulo



Acutángulo



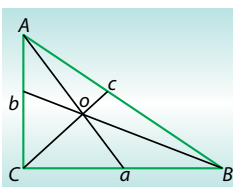
Obtusángulo



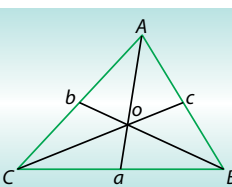
Archivo Editorial, (2020).

Mediana. Es el segmento de recta que une el punto medio del lado del triángulo con el vértice opuesto. El punto de intersección al trazar las **medianas** se llama **baricentro**.

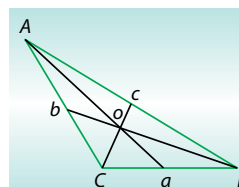
Rectángulo



Acutángulo



Obtusángulo



Archivo Editorial, (2020).

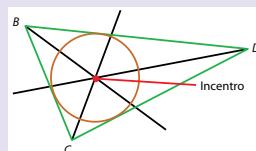
Mediatriz. Es la semirrecta perpendicular trazada en el punto medio de cada lado del triángulo. El punto de intersección al trazar las **mediatrices** se llama **circuncentro**.



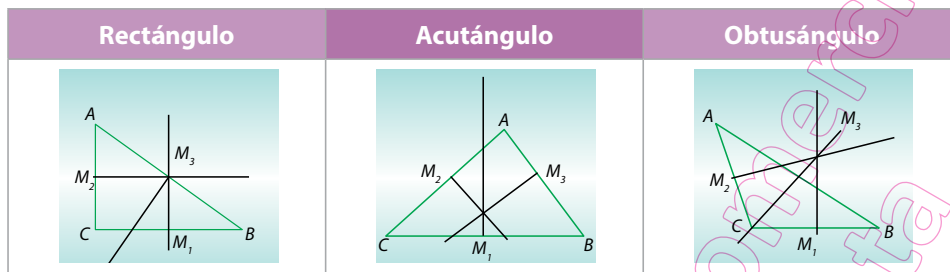
Conexiones

Matemática con construcción

El conocimiento de la distribución de las líneas notables de un triángulo es importante al momento de querer construir (por ejemplo si se quiere construir en un terreno triangular una piscina circular con las mayores dimensiones posibles).



Archivo Editorial, (2020).



Archivo Editorial, (2020).

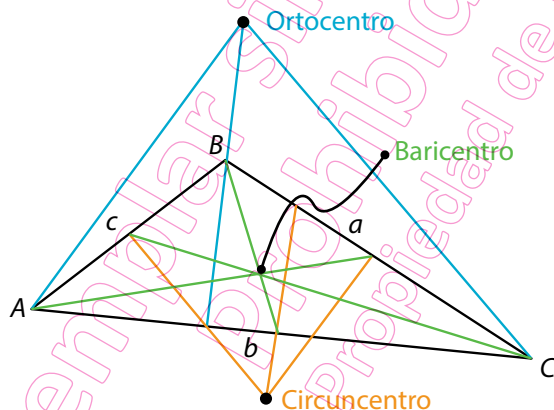
Luego de trazar todas las líneas notables del triángulo, se puede evidenciar que al esbozar las medianas se obtiene el resultado más acertado.

Ejemplo 1

- Trazar las alturas con color azul, las mediatrices con color naranja y las medianas con color verde, e identificar sus puntos notables.
- Trazar las bisectrices y la circunferencia inscrita en el triángulo.

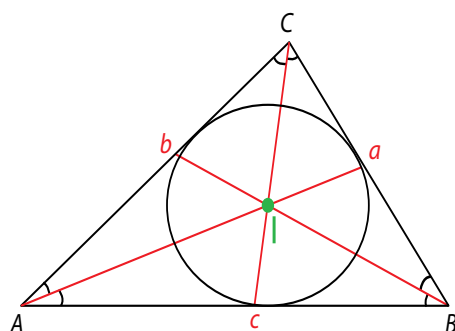
Solución

a)



Archivo Editorial, (2020).

b)



Archivo Editorial, (2020).



¿Sabías qué?

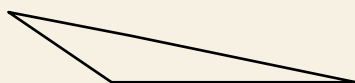
El baricentro es también llamado centro de gravedad, pues si se pasa un hilo por el baricentro de un triángulo hecho de cartulina u otro material y lo mantenemos suspendido, este se mantiene en equilibrio.

1. **Completa** las siguientes afirmaciones.

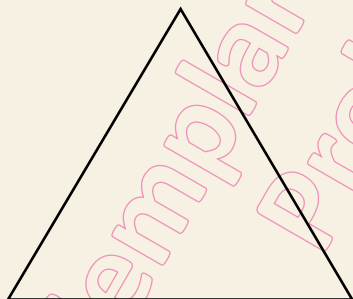
- El _____ es el punto donde se cortan las mediatrices.
- Las _____ se cortan en un punto llamado ortocentro.
- Las _____ se intersecan en un punto llamado baricentro.
- El _____ es el punto de intersección de las bisectrices.
- Se denomina _____ a la recta que divide al ángulo en dos partes iguales.
- Se denomina _____ a la recta que se traza desde el vértice al punto medio del lado opuesto.

2. **Traza** las alturas en los siguientes triángulos y **señala** el ortocentro.

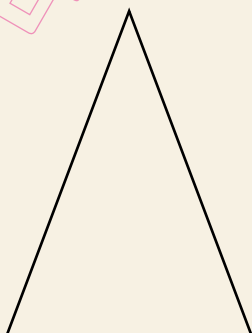
a)



b)

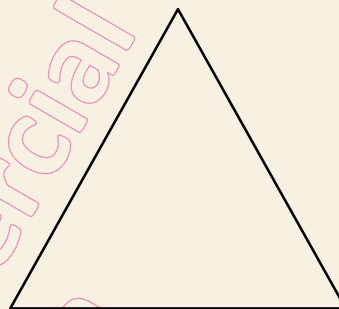


c)



3. **Traza** las medianas en los siguientes triángulos y **encuentra** el baricentro.

a)



b)



c)



4. **Determina** si la respuesta a la pregunta es sí o no. **Justifica** tu respuesta.

- La altura XK del $\triangle XYZ$ queda en el exterior del triángulo. ¿Las otras dos alturas quedan en el borde del triángulo?

- En el punto K se intersecan tres líneas notables de un $\triangle ABC$ y está en el exterior del triángulo. ¿Puede ser K el baricentro del triángulo?

- El punto H es de concurrencia de líneas notables de un triángulo. H también es un vértice del triángulo. ¿Es H el ortocentro del triángulo?

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

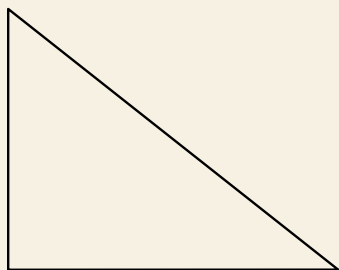
M.4.2.12. Definir y dibujar medianas y baricentro, mediatrices y circuncentro, alturas y ortocentro, bisectrices e incentro en un triángulo.

M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las características de las rectas y puntos notables de un triángulo.

5. **Traza** las bisectrices de los triángulos y la circunferencia inscrita en ellos.

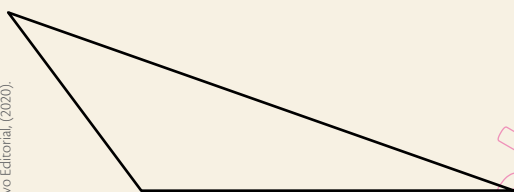
a)

Archivo Editorial, (2020).



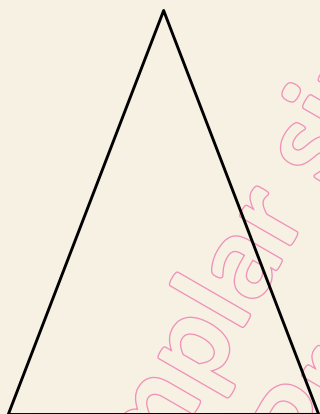
b)

Archivo Editorial, (2020).

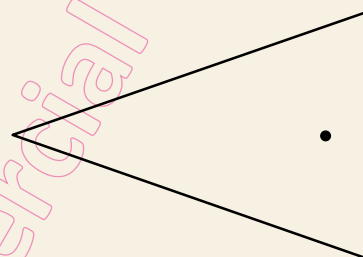


c)

Archivo Editorial, (2020).

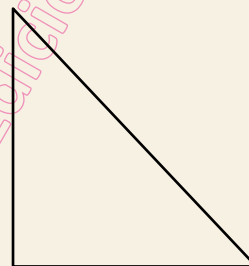


6. **Observa** el punto de intersección del triángulo. **Verifica** a qué punto corresponde. _____



Archivo Editorial, (2020).

7. **Traza** las mediatrices del siguiente triángulo y la circunferencia circunscrita en él.



Archivo Editorial, (2020).

8. **Traza** un triángulo isósceles de 3,5 cm el lado desigual y 60° en los ángulos iguales; **encuentra** el ortocentro.

Archivo Editorial, (2020).

Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Presenten un trabajo con los siguientes trazos.

- Un triángulo equilátero de 8 cm de lado; trazar las alturas.
- Un triángulo isósceles, los dos lados iguales de 6 cm y el desigual de 4,5 cm.
- Un triángulo escaleno de 18 cm, 9 cm y un ángulo de 70° .
- Un triángulo rectángulo escaleno; dos de sus lados miden 11 cm y 8 cm.

Actividad indagatoria

10. **Indaga** en qué triángulo coinciden los cuatro puntos notables.

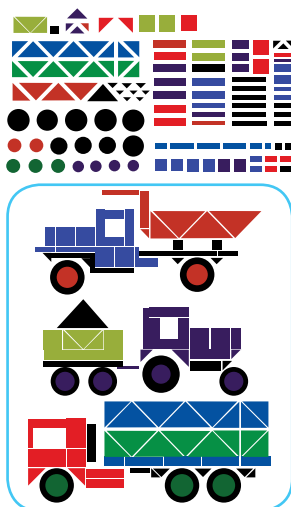


Desequilibrio cognitivo

Realiza un dibujo semejante al que se muestra.



Shutterstock, (2020). 238242412

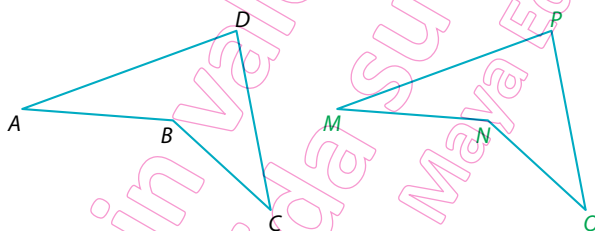


Camiones formados con figuras geométricas.

Daniela necesita saber con qué figuras se forman los camiones.

Para determinar si dos figuras son congruentes, se las compara poniendo una sobre la otra. Observamos si coinciden en tamaño y forma. Para determinar si son semejantes, se compara su forma que debe ser igual y su tamaño diferente.

Dos polígonos son congruentes si existe una correspondencia entre los vértices de ellos, tal que los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son congruentes. El símbolo para denotar congruencia es $\cong$.



$$\begin{aligned} m\angle A &= m\angle M & \overline{AB} &\cong \overline{MN} \\ m\angle B &= m\angle N & \overline{BC} &\cong \overline{NO} \\ m\angle C &= m\angle O & \overline{CD} &\cong \overline{OP} \\ m\angle D &= m\angle P & \overline{DA} &\cong \overline{PM} \end{aligned}$$

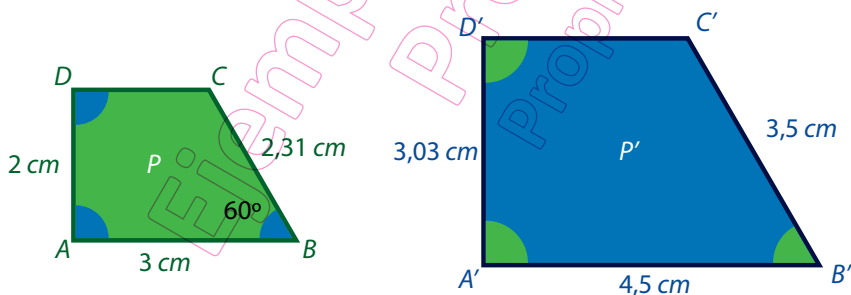
Dos figuras son semejantes si existe una correspondencia entre los vértices, tal que los ángulos correspondientes son congruentes y las medidas de los lados correspondientes son proporcionales. El símbolo para representar semejanza es $\sim$.



¿Sabías qué?

Las nociones de congruencia y de semejanza han estado presentes en todos los tiempos. Esto se evidencia en las manifestaciones artísticas como la decoración de esculturas y construcciones.

Archivo Editorial, (2020).



$$\begin{aligned} m\angle A &= m\angle A' \\ m\angle B &= m\angle B' \\ m\angle C &= m\angle C' \\ m\angle D &= m\angle D' \end{aligned}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}} \\ \frac{3}{4,5} = \frac{2,31}{3,5} = \frac{2}{3,03} = \frac{2}{3,03} = 0,66$$

Shutterstock, (2020). 238242412



La razón de proporcionalidad que existe entre sus lados es de 0,66.

Luego de este análisis, se puede deducir que los camiones están formados por figuras congruentes y semejantes.

Segmentos congruentes



Para definir segmentos, se usan las letras de los puntos límites y una barra sobre ellos.

En esta recta se han señalado varios puntos. Entre ellos se pueden definir algunos segmentos.

$$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FG}$$

Para que dos segmentos sean congruentes entre sí, solo es necesario que tengan la misma longitud.

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{FG}$$

Segmentos semejantes

En los segmentos se pueden encontrar diferentes relaciones de proporcionalidad respecto a su longitud.



El segmento XY es la mitad del segmento AB . La relación que existe entre ellos es de 1 a 2.

$$\overline{XY} = \frac{1}{2} \overline{AB} \quad \overline{AB} = 2 \overline{XY}$$

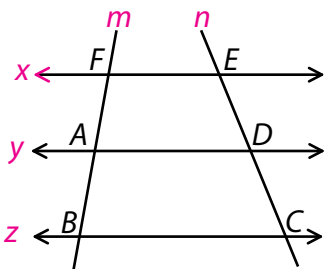


El segmento MN es la tercera parte del segmento AB . La relación que existe entre ellos es de 1 a 3.

$$\overline{MN} = \frac{1}{3} \overline{AB} \quad \overline{AB} = 3 \overline{MN}$$

Teorema de Tales

Si tres o más paralelas son cortadas por dos secantes a segmentos proporcionales en una de ellas, les corresponden segmentos proporcionales en la otra.



$$\vec{x} \parallel \vec{y} \parallel \vec{z} \text{ y } \vec{m} \nparallel \vec{n}$$

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{DC}}; \frac{\overline{FA}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{EC}}; \frac{\overline{AB}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{EC}}$$

Al dividir las distancias FA entre AB , se obtendrá un cociente que será el mismo que al dividir ED entre DC .



Enlace web

Profundiza el tema de teorema de Tales, puedes utilizar el siguiente enlace web:

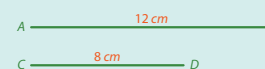
bit.ly/2YHaDhz



Recuerda que...

Es importante determinar cuál es el segmento de comparación, porque no es lo mismo "la relación entre $\overline{AB}$ y $\overline{XY}$ es 2 a 1" que "la relación entre $\overline{XY}$ y $\overline{AB}$ es 2 a 1". Esta última afirmación es falsa.

Por ejemplo:



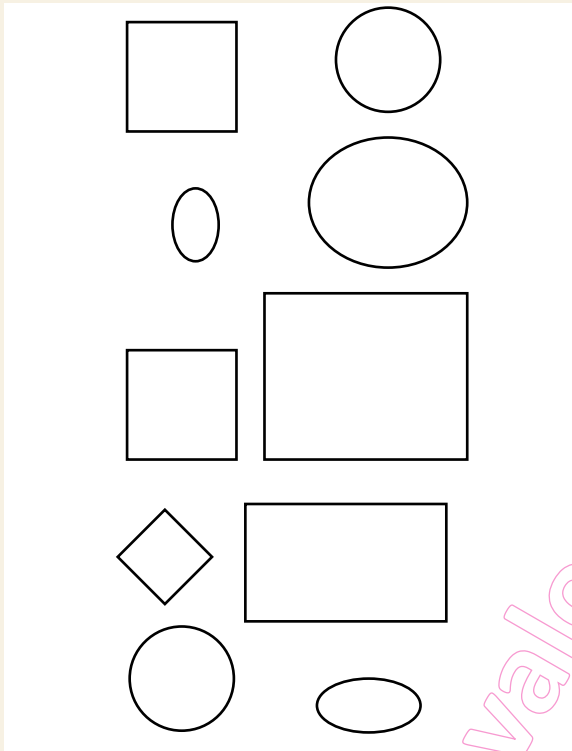
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm}$$

pero si se compara

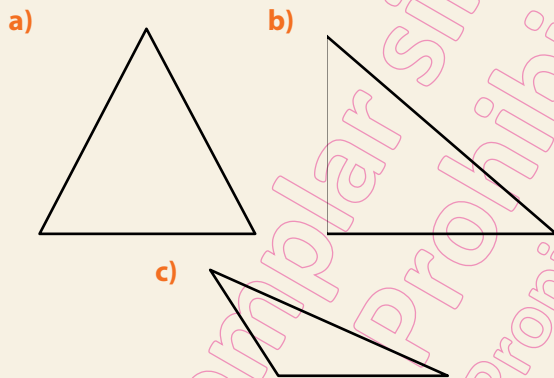
$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3} = 0,666...$$

Las razones obtenidas son diferentes.

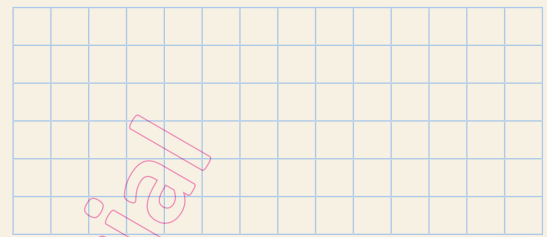
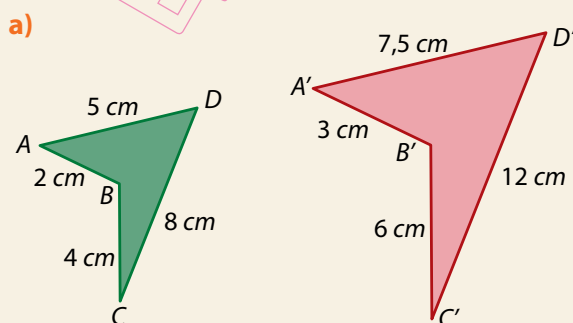
1. **Colorea** de un mismo color las parejas de figuras semejantes.



2. **Traza** una recta para formar dos triángulos semejantes en cada caso. **Colorea** el más pequeño.

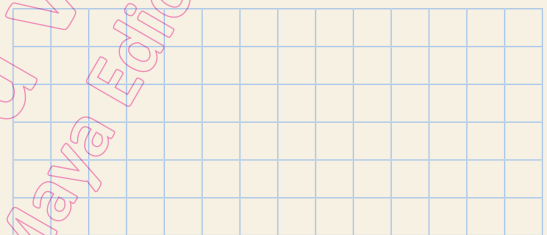
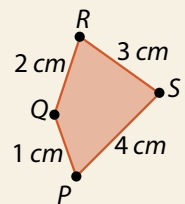
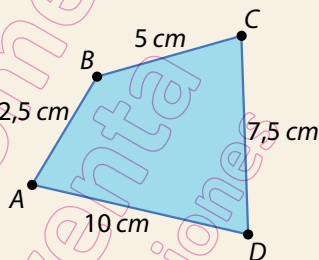


3. **Encuentra** la razón de proporcionalidad en la semejanza de figuras.



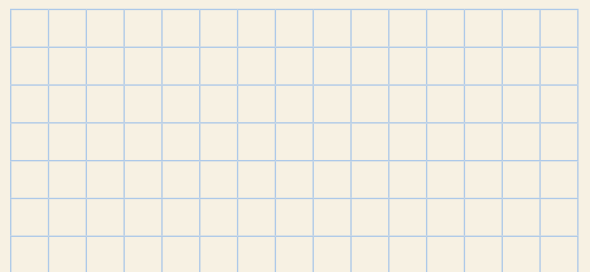
La razón de proporcionalidad es _____.

b)



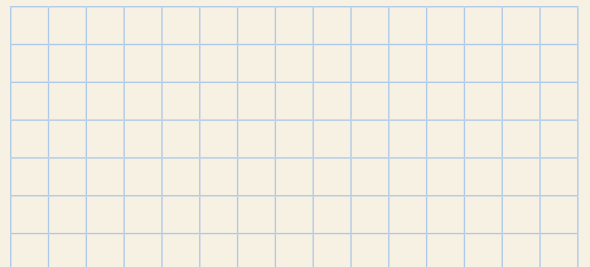
La razón de proporcionalidad es _____.

4. **Dibuja** cuatro segmentos congruentes.



5. **Dibuja** los segmentos semejantes solicitados:

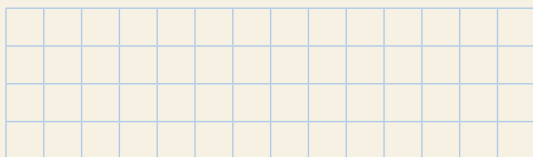
a) Donde los segmentos tengan relación de 1 a 2.



M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).

M.4.2.6. Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.

b) Donde los segmentos tengan relación de 2 a 3.



c) Donde los segmentos tengan relación de 1 a 3.

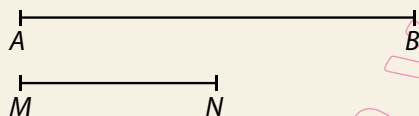


d) Donde los segmentos tengan relación de 2 a 5.



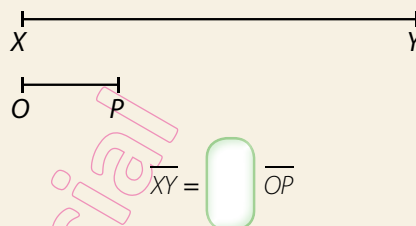
6. Determina la relación de proporcionalidad entre los siguientes segmentos.

a)



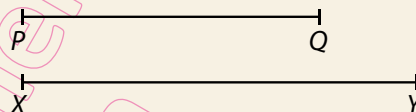
$$\overline{MN} = \boxed{} \overline{AB}$$

b)



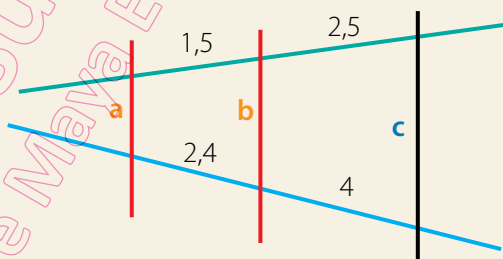
$$\overline{XY} = \boxed{} \overline{OP}$$

c)



$$\overline{PQ} = \boxed{} \overline{XY}$$

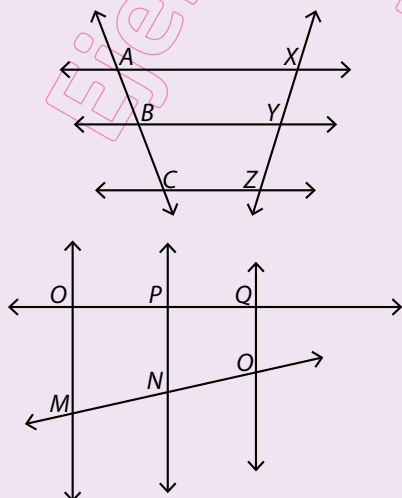
7. Aplicando el teorema de Tales, **encuentra** la razón de proporcionalidad.



Trabajo colaborativo

8. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Observen los gráficos y **escriban** en su cuaderno todas las relaciones de proporcionalidad que se forman.



Actividad indagatoria

9. Investiga en qué momento de la vida se utiliza el teorema de Tales. **Escribe** un ejemplo y su aplicación.

Realizar etapas de cálculo

Problema resuelto

Los lados del triángulo **ABC** miden 4 cm, 6 cm y 7,2 cm. Si se construye otro triángulo **A'B'C'** semejante a este y cuyo lado menor mida 20 cm, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del triángulo?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuál es la razón de semejanza entre los triángulos?

¿Cuánto miden los lados que no se conocen?

2. Plantear la estrategia.

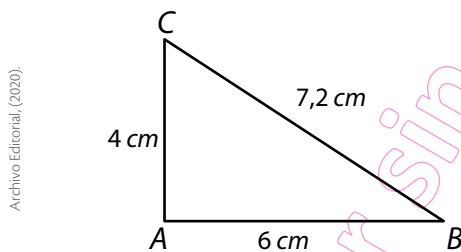
¿Cuál es la estrategia de solución?

Se resolverá el problema aplicando etapas de cálculo.

3. Aplicar la estrategia.

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Dibujamos el primer triángulo.



b) Realizamos la relación de semejanza con el lado conocido del segundo triángulo.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{B'A'}}$$

$$\frac{4}{20} = \frac{7,2}{x} = \frac{6}{y} = \frac{1}{5} = 0,20$$

c) Para encontrar los otros lados, multiplicamos por 5 a las medidas de los lados.

$$6 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

$$7,2 \times 5 = 36 \text{ cm}$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

La razón de proporcionalidad es 0,20 y los lados del otro triángulo son 20, 30 y 36 cm, respectivamente.

Problema propuesto

Los lados del pentágono **ABCDE** miden 3 cm, 2,16 cm, 1,7 cm, 2,4 cm y 2,68 cm. Si se construye otro pentágono **A'B'C'D'E'** semejante a este, cuyo lado mayor mida 5 cm, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del pentágono?

1. Comprender el problema

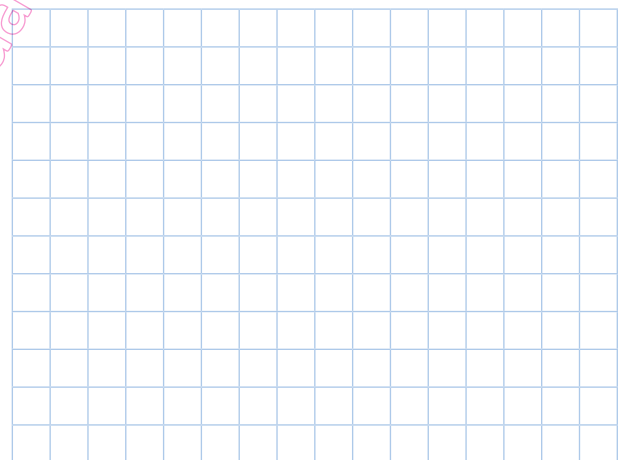
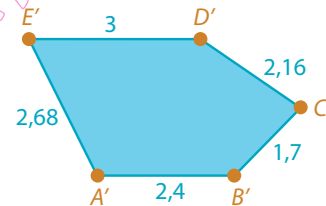
¿Cuáles son las preguntas del problema?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?



4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

1. Los lados del triángulo MNO miden 8 cm, 12 cm y 14,4 cm. Si se construye otro triángulo M'N'O' semejante a este, y cuyo lado menor mida 40 cm, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del triángulo?

a) Comprender el problema

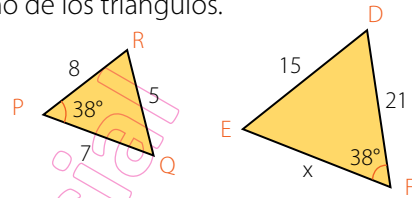
b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder: _____

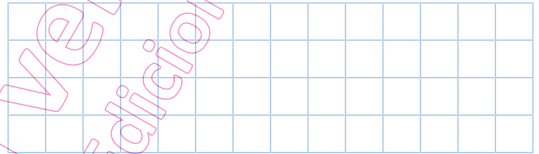
2. Verónica quiere conocer el valor del lado que falta en uno de los triángulos.



a) Comprender el problema

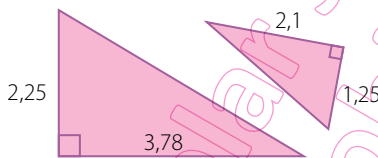
b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder: _____

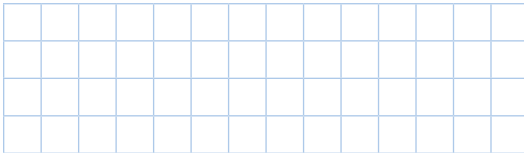
3. Delia realizará individuales y portaplatos para colocar en la mesa. Si necesita que estos sean semejantes, ¿cómo calcula y cuál es la razón de semejanza?



a) Comprender el problema

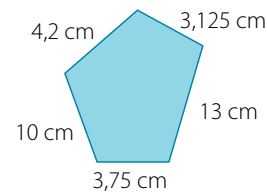
b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder _____

4. Adriana es arquitecta y tiene que construir una mesa semejante a esta. Si la razón de semejanza es de 0,8, ¿cuáles son las medidas de la nueva mesa?



a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder: _____

Elaboramos tarros para clasificar basura en el aula

Justificación

Al clasificar los desechos orgánicos e inorgánicos ayudamos en el proceso de reciclaje. Clasificar la basura significa poner desechos de un solo material en un contenedor y desechos de otro material en otro contenedor, y así sucesivamente para evitar mezclar materiales orgánicos con inorgánicos. Con la separación de materiales se evitan malos olores que los desechos orgánicos (cáscaras de frutas, verduras o restos de comida) producen y, por consiguiente, se evita la propagación de insectos o bacterias que puedan dañar la salud.

La basura se clasifica en: basura orgánica, basura inorgánica y desechos peligrosos.

(<http://culturayaccionverde.blogspot.com/2011/09/importancia-de-la-clasificacion-de.html>).

Objetivos

Concientizar en los estudiantes la importancia de clasificar la basura tanto en la casa como en el colegio.

Recursos

- Cartones
- Pintura
- Lápiz
- Cinta adhesiva
- Fundas plásticas
- Regla

Actividades

- **Realicen** un análisis de la cantidad de basura que se recolecta.
- **Busquen** recipientes adecuados para la clasificación de basura. Por ejemplo, si hay una gran cantidad de basura inorgánica, buscamos un cartón más grande; si hay menos o casi nada de desechos peligrosos, buscamos una caja más pequeña.
- **Recolecten** cartones de diferentes tamaños.
- **Pinten** los recipientes de colores y **decórenlos** a fin de que se pueda identificar el tipo de basura que se debe colocar en cada uno.

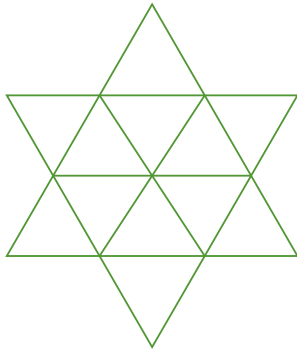


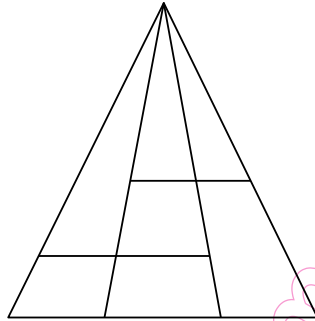
Evaluación

1. **Identifiquen** mediante mediciones y comprobaciones cuáles de los recipientes son proporcionales en su tamaño y forma.
2. **Realicen** un análisis sobre la utilidad de la clasificación de basura y si se les dio un buen uso a los recipientes dentro de la clase.

Contando figuras

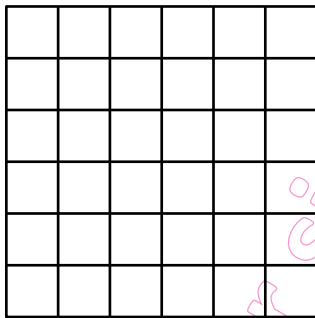
a) ¿Cuántos triángulos hay en cada caso?

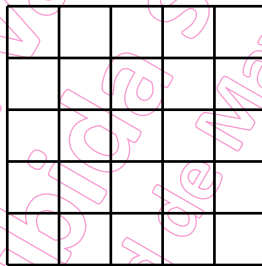


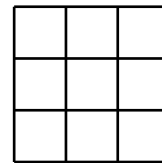




b) ¿Cuántos cuadrados hay en cada caso?







Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).



Cálculo mental

Multiplicar por 12

Para multiplicar un número por 12, podemos multiplicarlo por 10 (añadiendo un cero) y luego sumar el doble de ese número.

$$15 \times 12 = 15 (10 + 2) = 150 + 30 = 180$$

$$23 \times 12 = 23 (10 + 2) = 230 + 46 = 276$$

Ahora hazlo tú

a) $18 \times 12 =$

b) $25 \times 12 =$

c) $36 \times 12 =$

d) $21 \times 12 =$

e) $48 \times 12 =$

f) $50 \times 12 =$

g) $140 \times 12 =$

Recuerda y practica

1. Resuelve los siguientes ejercicios.

a) **Suprime** signos de agrupación.

$$\{[-4 \times (-15 + 7)] \times 5\} \div 2 \times \{-3 + [3(-5 + 1)] - 1\}$$



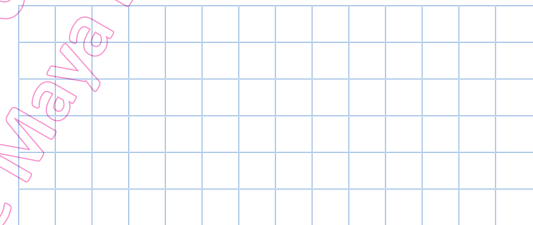
b)
$$\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)\left(\frac{9}{4}\right)^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)^2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)}$$



b) **Aplica** las propiedades de la potenciación.

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^{-6}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \quad$$

c)
$$\frac{2 - \sqrt{\frac{4}{25}} + \frac{3 - (\sqrt{9})^{-1}}{4}}{\frac{5}{\sqrt{16}} - \frac{1}{4} + \frac{4}{5}} \times \left(\frac{100 - 23}{40}\right) =$$



c) **Escribe** en lenguaje algebraico la siguiente expresión:

El doble de la suma de dos números es igual a 58.

d) **Encuentra** el valor de la variable.

$$2x + 35 + 5x - 60 = 95 + 4x$$

e) **Encuentra** la fracción generatriz.

$$0,8 = \quad$$



$$5,8\bar{2} = \quad$$



d)
$$\sqrt{25} + \frac{\sqrt[3]{32+4}}{2^{-1}} =$$

$$1 + \frac{\sqrt[3]{1}}{2 - \sqrt{\frac{1}{16}}}$$



2. Resuelve los siguientes polinomios aritméticos.

a)
$$\left(\frac{\sqrt[3]{1 + \frac{19}{8}} + \frac{2}{7}}{-\frac{10}{5} + \frac{3}{6}} \right)^{-3}$$

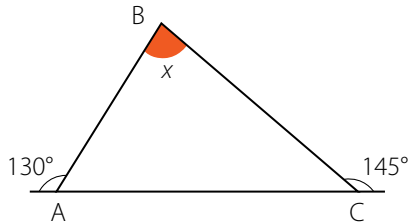


e)
$$3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} + \sqrt{\frac{1}{81}} =$$

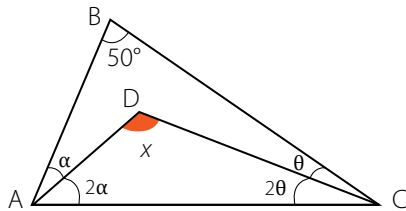


3. **Escribe** el valor del ángulo solicitado.

a) **Suprime** signos de agrupación.



b) Si $\alpha = 22$

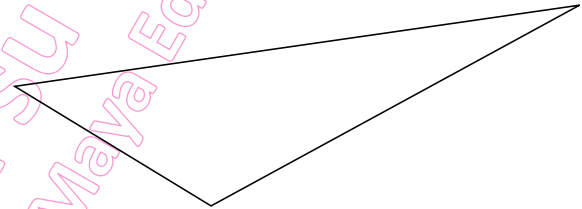


4. **Construye** un triángulo isósceles cuyo lado desigual sea 4 cm y sus ángulos sean de 70° .
Traza en él las alturas y las medianas.

6. **Escribe** junto a cada polígono, el número de diagonales que tendría.

Polígono	Número de diagonales
Pentágono	
Heptágono	
Nonágono	
Dodecágono	

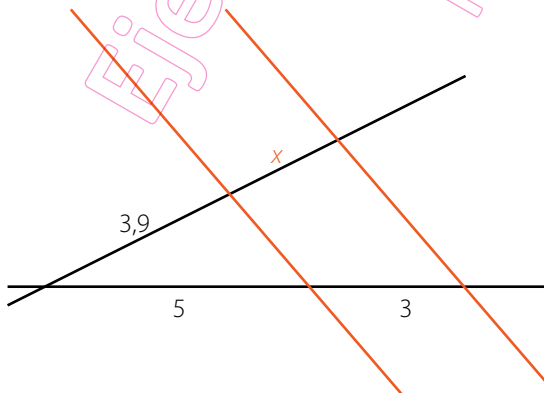
7. **Encuentra** el valor de x aplicando el teorema de Tales.



8. **Dibuja** dos figuras semejantes. **Obtén** la razón de proporcionalidad y **comprueba** su semejanza.



5. **Traza** mediatrices y bisectrices en el triángulo.
Señala los puntos de intersección.



Tema: Identificamos medidas en un mapa

Factor escala

Situación cotidiana

En diferentes ocasiones, nos hemos encontrado con mapas para saber la distancia que hay de un lugar a otro. Esto nos ayuda a saber el tiempo aproximado de llegada a un lugar específico. Además, podemos saber la superficie aproximada de una ciudad o provincia.

Daniela y su familia viven en Quito. Viajaron a la ciudad de Riobamba a conocer sus famosos parques históricos. Luego, visitarán la ciudad de Guayaquil para conocer el hermoso Malecón. Daniela consiguió un mapa como el que se muestra a continuación, con el fin de conocer la distancia que existe entre estas ciudades. El mapa de Daniela está realizado a una escala de 1: 50 000. Ella mide en el mapa la distancia que hay de Quito a Riobamba y la que existe entre la ciudad de Riobamba y la ciudad de Guayaquil. La joven obtiene 4 cm y 4,4 cm, respectivamente.

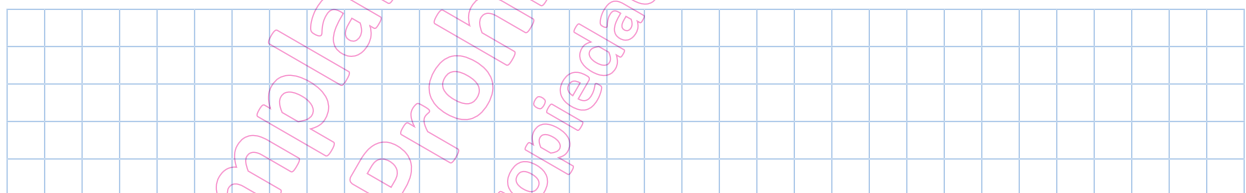
¿Cuál es la medida real en kilómetros de la distancia entre Quito y Riobamba? ¿Y la distancia entre Riobamba y Guayaquil?

Reflexiona

- Fíjate en el mapa y dibuja el esquema.
- ¿Qué significa la expresión "1: 50 000" en el mapa mostrado?



- Comprueba tu respuesta.

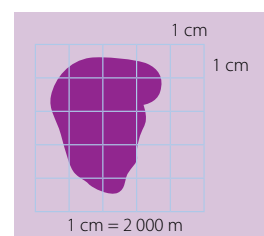


- Mide en un mapa las distancias que hay entre otras ciudades que escojas y escribe la distancia aproximada que hay entre ellas.



Resuelve la situación

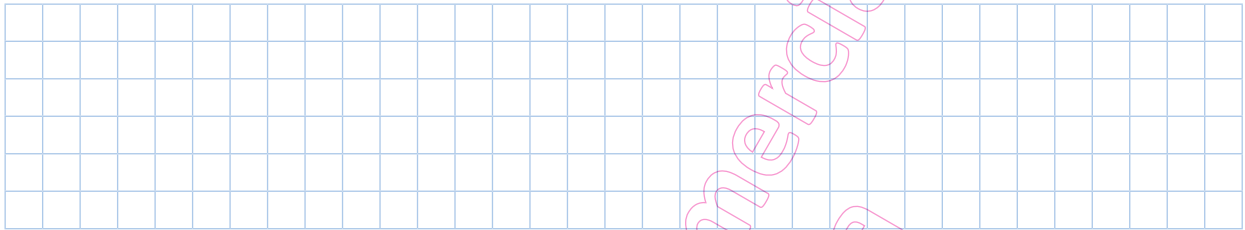
- Raúl quiere calcular el área de su barrio. Para ello, dispone del mapa, mostrado en la figura. Calcula aproximadamente el área del barrio de Raúl, en kilómetros cuadrados.



Mapa político Ecuador, (2019) www.mapsofworld.com

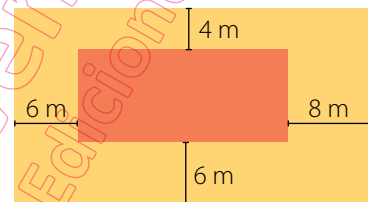
1. Ricardo quería cortar un pedazo de madera en nueve pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Luciana quería cortar el mismo pedazo de madera en solo ocho pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Si el pedazo de madera se corta en todos los puntos que ambos marcaron, ¿cuántos pedazos de madera se obtendrán?

Argumenta la solución:



Respuesta: _____

2. El gráfico muestra dos rectángulos cuyos lados son paralelos. ¿Cuál es la diferencia de los perímetros de los dos rectángulos?

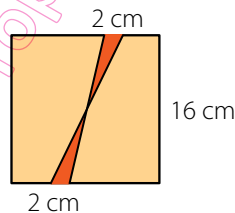


Argumenta la solución:



Respuesta: _____

3. Dos segmentos, cada uno de 2 cm de largo, están marcados en lados opuestos de un cuadrado de lado 16 cm. Los extremos de los segmentos se unen como se muestra en el diagrama. ¿Cuál es el área sombreada?



Argumenta la solución:



Respuesta: _____

Evaluaciones estandarizadas

1. Lee y analiza.

¿Cuántos cuadriláteros hay en total?



Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 13 c) 15
b) 12 d) 20

2. Lee y analiza.

¿Qué número continúa la secuencia?

12 4 $\frac{4}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{27}$ _____

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) $\frac{4}{30}$ c) $\frac{4}{81}$
b) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{27}{4}$

3. Lee y analiza.

Hace 20 años tenía la mitad de la edad que tendrá luego de 16 años. ¿Cuál es su edad actual?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 40 años c) 64 años
b) 60 años d) 56 años

4. Lee y analiza.

El promedio de 7 números es 15. Si la suma de tres números es 45, ¿cuál es la suma de los otros cuatro?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 45 c) 75
b) 60 d) 90

5. Lee y analiza.

Lucas tiene el 5 % de \$ 800, Felipe tiene el 6 % de \$ 1 200 y Rosa tiene el 25 % de 600. ¿Cuánto dinero tienen los tres juntos?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) \$ 72 c) \$ 452
b) \$ 262 d) \$ 222

6. Lee y analiza.

¿Qué expresión representa los tres cuartos de la mitad del 40 % de x?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) $\frac{4}{30}x$ c) $\frac{1}{20}x$
b) $\frac{1}{4}x$ d) $\frac{3}{20}x$

13. Lee y analiza.

El 40 % de empleados de una empresa están casados. Si el número de solteros es 45, ¿cuántos empleados son en total?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 85 empleados c) 105 empleados
b) 60 empleados d) 75 empleados

14. Lee y analiza.

Un pastel cuesta \$ 13, pero el valor del pastel es 5 dólares más que el valor del empaque. ¿Cuál es el valor del empaque?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 4 dólares c) 2 dólares
b) 3 dólares d) 5 dólares

15. Lee y analiza.

2	4	-4
4	16	8
5	25	?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

Nombre del estudiante: _____

Grado: _____

Fecha: _____

Instrucciones

Correcto



Incorrecto



1. Pinta totalmente los círculos.
2. No hagas marcas fuera del círculo.
3. En caso de concluir antes de tiempo, revisa los ejercicios en los que hayas tenido dudas.

- | | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| 1) | A | B | C | D |
| 2) | A | B | C | D |
| 3) | A | B | C | D |
| 4) | A | B | C | D |
| 5) | A | B | C | D |
| 6) | A | B | C | D |
| 7) | A | B | C | D |
| 8) | A | B | C | D |
| 9) | A | B | C | D |
| 10) | A | B | C | D |
| 11) | A | B | C | D |
| 12) | A | B | C | D |
| 13) | A | B | C | D |
| 14) | A | B | C | D |
| 15) | A | B | C | D |

Evaluación sumativa

M.4.1.18. Calcular potencias de números racionales con exponentes enteros.

Escoge la respuesta correcta en cada caso.

1. El resultado de $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}}$ es:

- a) 2^7 c) 5^3
b) 2^{-7} d) $5^3 2^7$

M.4.1.19. Calcular raíces de números racionales no negativos en la solución de ejercicios numéricos (con operaciones combinadas) y algebraicos, atendiendo la jerarquía de la operación.

2. El resultado de $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{-2}} - \frac{1}{8} \div \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{10}\right)\left(-\frac{15}{4}\right) - 3^{-1} =$ es:

[illegible]

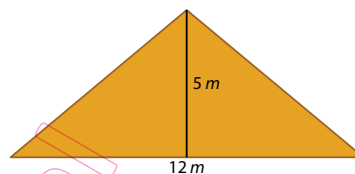
- a) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{4}$

M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

3. **Analiza**, según las medidas dadas, qué triángulo no puede trazarse.
- a) 7 cm; 5 cm; 10 cm
 - b) 12 cm; 10 cm; 15 cm
 - c) 3,2 cm; 2,4 cm; 4 cm
 - d) 5 cm; 3 cm; 8 cm

M.4.2.11. Calcular el perímetro y el área de triángulos en la resolución de problemas.

4. Lorena quiere cubrir con césped su terreno triangular. Una carretilla de césped cubre 15 m^2 .
¿Cuántas carretillas necesita Lorena para cubrir su terreno?



- a)** 2 carretillas **c)** 4 carretillas
b) 3 carretillas **d)** 5 carretillas

M.4.2.12. Definir y dibujar medianas y baricentro, mediatrices y circuncentro, alturas y ortocentro, bisectrices e incentro en un triángulo.

- 5. Relaciona** el punto de intersección y sus líneas notables.

- a)** alturas
b) medianas
c) bisectrices
d) mediatrices
- A)** a1; b2; c3; d4
B) a2; b3; c4; d1
C) a3; b1; c2; d4
D) a4; b1; c2; d3
- 1.** baricentro
2. incentro
3. ortocentro
4. circuncentro

M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las características de las rectas y puntos notables de un triángulo.

- 6. Completa** con las palabras correctas.

Se puede trazar una circunferencia inscrita en un triángulo al trazar las _____.

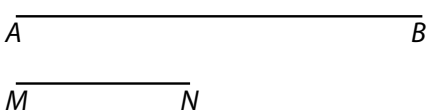
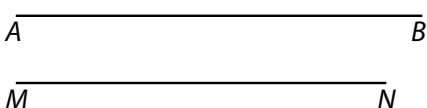
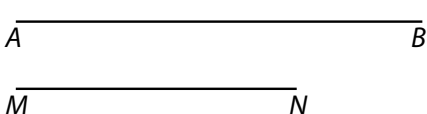
Se puede trazar una circunferencia circunscrita en el triángulo al trazar las _____.

- a) alturas y medianas
- b) bisectrices y mediatrices
- c) medianas y bisectrices
- d) alturas y bisectrices

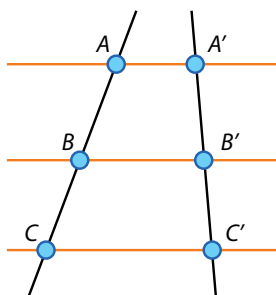
M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).

- 7.** Cuál de los siguientes gráficos cumplen con la condición de proporcionalidad de 3 a 5.



- b) 
- c) 
- d) 

8. ¿Qué relación de proporcionalidad es la correcta?

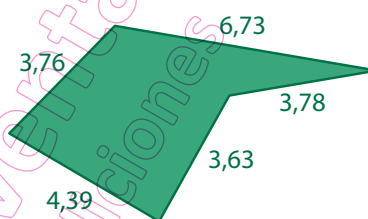
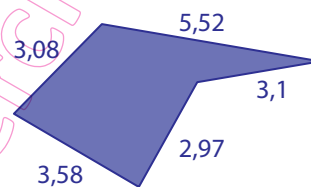


- a) $\frac{\overline{AC}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{B'C'}}$
- b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C'}}$
- c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$
- d) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

Coevaluación

M.4.2.6. Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.

9. Demuestren si las dos figuras son semejantes y escojan cuál es la razón de proporcionalidad.



- a) 0,99
- b) 0,68
- c) 1,22
- d) 1,5

Autoevaluación

10. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

Contenidos	Identifico y aplico propiedades de la potenciación y radicación.	
	Resuelvo operaciones combinadas con números racionales.	
	Identifico líneas y puntos notables de triángulos.	
	Construyo triángulos de acuerdo con sus medidas y ángulos.	
	Identifico la razón de proporcionalidad entre segmentos y figuras.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad 5

Ciencia y tecnología

La ciencia y la tecnología constituyen hoy en día un motor importante para el desarrollo de la humanidad. No existe actividad en el planeta en que estas dos áreas no estén inmersas. Gracias a los descubrimientos científicos, avances e innovaciones tecnológicas, el ser humano puede gozar de una mejor calidad de vida. Esto se evidencia además en el progreso y crecimiento de sectores como la agricultura, la minería, la industria, la salud, los medios de comunicación. Ciencia y tecnología necesitan estar ligadas para lograr un proceso integral en la construcción de nuevos inventos.





Preguntas generadoras

- ¿De qué manera crees que los avances tecnológicos han ayudado en el campo de la salud?
- Nombra dos eventos de tu vida en que hayas utilizado avances tecnológicos.
- Averigua con tus padres de qué manera se comunicaban anteriormente y cuál es la diferencia con las formas de comunicarse en la actualidad.

Álgebra y funciones

- Monomios
- Grado de un monomio
- Monomios semejantes
- Conjuntos: relación y determinación

Geometría y medida

- Proposiciones simples y compuestas
 - Congruencia de triángulos
 - Teorema de Pitágoras
 - Simetría y homotecia
- Disyunción, conjunción e implicación

Objetivos:

O.M.4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.



Saberes previos

¿Cómo escribes con símbolos matemáticos "el valor de 5 cuadernos, si cada uno cuesta \$ d "?



Recuerda que...

Al signo " $\times$ " de la multiplicación lo podemos sustituir por el signo " $\cdot$ ".

$$2 \times a \Rightarrow 2 \cdot a$$



¿Sabías qué?

Cuando el coeficiente de un monomio es 1, este coeficiente se sobrentiende y no se escribe.

Shutterstock, (2020), 561868150



Tía: x dólares

Shutterstock, (2020), 438491002



Madrina: $2 \cdot x$ dólares

Shutterstock, (2020), 424318885



Abuelitos: $3 \cdot x$ dólares

Shutterstock, (2020), 561868150



Mi tía me dio \$20

$$\text{La tía le dio } x \text{ dólares} = \$ 20$$

$$\text{Abuelitos: } 3 \cdot x = 3 \cdot 20 = \$ 60$$

$$\text{Madrina: } 2 \cdot x = 2 \cdot 20 = \$ 40$$

En total Rebeca recibió \$ 120.

Una **expresión algebraica** es un enunciado, expresado en lenguaje matemático, y está formado por números, por símbolos representados por letras y signos que señalan operaciones.



Recuerda que...

Un monomio tiene solo exponentes naturales.

No son ejemplos de monomios:

$$3x^{-3}$$

$$2\sqrt{x}$$

Clases de expresiones algebraicas

Monomio es una expresión algebraica en la que no figuran las operaciones de suma y resta. Un **monomio** consta de dos partes: el coeficiente o número y la parte literal.

Ejemplo 1

Señalar las partes del monomio en cada expresión algebraica.

$3ab^2c^3 \rightarrow$ El número **3** es el **coeficiente** y **ab^2c^3** es la **parte literal**.

$0,75xy \rightarrow$ El número **0,75** es el **coeficiente** y **xy** es la **parte literal**.

Reglas de escritura del lenguaje algebraico

- Cuando el signo de la multiplicación aparece entre letras o entre un número y una letra, se suprime. $7 \cdot b \cdot c = 7bc$
- No se escribe el coeficiente 1. $1x^3y^4 = x^3y^4$
- No escribimos el exponente 1. $a^1b^2c^1 = ab^2c$

Grados de un monomio

Esteban recuerda lo que decía un cartel y se hace la siguiente pregunta: ¿cómo se obtiene el grado absoluto y relativo de un monomio?

Shutterstock, (2020). 103495877



Para obtener el **grado absoluto** se suman los exponentes.

$$\begin{array}{lll} 3ab^2c & 3a^1b^2c^1 & 1 + 2 + 1 = 4 \\ 2a^7bcd^5 & 2a^7b^1c^1d^5 & 7 + 1 + 1 + 5 = 14 \end{array}$$



DFA

Cuando una persona tiene una discapacidad, lo mejor es preguntarle directamente si hay algo en lo que puedas ayudar. Es la propia persona quien mejor nos puede informar de sus necesidades.

Para obtener el **grado relativo** de un monomio, dependemos de la letra y su exponente.

Ejemplo 2

Encontrar el grado absoluto del monomio y relativo de cada letra.

Solución

$$5a^3b^2c \rightarrow \text{Grado absoluto: } 3 + 2 + 1 = 6$$

Grados relativos:

Grado de a : 3

Grado de b : 2

Grado de c : 1

Monomios semejantes

Observar los monomios:

$$3xy^2; 2x^3y; 6xy^2$$

Son monomios semejantes $3xy^2$ y $6xy^2$ porque su parte literal es igual, no importa si los coeficientes son diferentes.

Monomios semejantes son los que tienen la misma parte literal: las **mismas** letras con los **mismos** exponentes.

Ejemplo 3

Encerrar del mismo color los monomios semejantes entre sí y sumar.

Solución

Observamos que la parte literal sea la misma tanto en los literales como en los exponentes, y encerramos con distintos colores a los semejantes entre sí. Luego los sumamos.

$$\begin{array}{ccccc} 4xy^2 & 4x^2y & 2x^2y & 2xy^2 & 3xy^2 \\ & & 9xy^2; 6x^2y & & \end{array}$$



Recuerda que...

Los monomios se pueden operar:

- Suma y resta entre monomios semejantes.
 $3xy + 4xy = 7xy$
 $7mn - 8mn = -1mn$
- Multiplicación y división aunque no sean semejantes.
 $(5xy)(2xy) = 10x^2y^2$

$$\frac{24x^3y}{3xy} = 8x^2$$

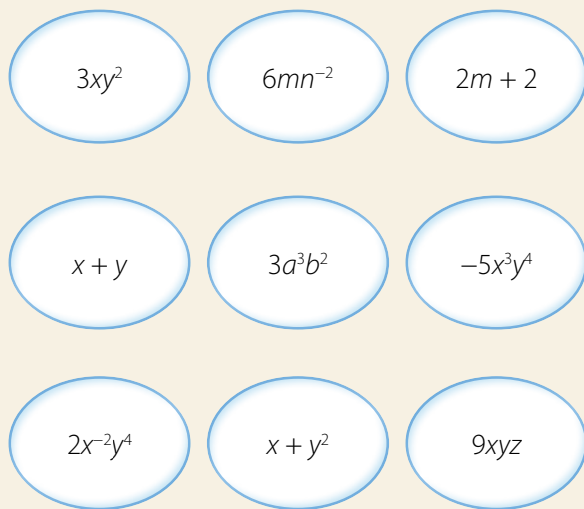


Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/2T3kwAN

Imprime la página 2 y **refuerza** tu conocimiento.

1. **Colorea** los monomios de este grupo de expresiones.



2. **Completa** la siguiente tabla:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$8x^2y$			
$5mno^3$			
x^2y^3			
$\frac{3}{4}p^2qr$			

3. **Escribe** un monomio del grado solicitado.

Grado 3 _____
 Grado 5 _____
 Grado 8 _____
 Grado 12 _____
 Grado 1 _____
 Grado 8 _____
 Grado 6 _____

4. **Relaciona** con una línea monomios semejantes.

$-6mn^4$	m^5
$-mno$	$-6m^4n$
$3m^4n$	$5mno$
$-2m^5$	$-9m^2n^2o$
$-m^2n^2o$	$-2mn^4$

5. **Escribe** cuatro parejas de monomios semejantes.

a) _____
 b) _____
 c) _____
 d) _____

6. **Escribe**, junto a cada monomio, otro que tenga el mismo grado.

	Monomio 1	Monomio 2
a)	$4abc$	
b)	$8a^2b^3c$	
c)	$\frac{1}{2}op^6q$	
d)	$5x^3y^2z$	
e)	$3m^3n^2$	
f)	$-5a^2b^2c^3$	
g)	$-\frac{4}{3}ay^4x$	
h)	$6m$	

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

7. Suma los siguientes monomios.

a) $3xy + 4xy - 5xy =$

b) $6x^2y + 4x^2y =$

c) $-2ab + 5ab - 5ab =$

d) $8mn^3 - 5mn^3 - 7mn^3 =$

e) $6p^2q^2 - 3p^2q^2 - 2p^2q^2 =$

f) $9ab^4 - 5ab^4 - 2ab^4 =$

g) $-2p^3q + 4p^3q - 8p^3q =$

h) $9xyz + 4xyz - 8xyz =$

i) $-5ab^5 + 10ab^5 - 3ab^5 =$

j) $2rs^3t + 6rs^3t + 8rs^3t =$

8. Encuentra la diferencia de los monomios.

a) $3xy - 4xy =$

b) $6x^2y - 7x^2y =$

c) $-2ab - (-5ab) =$

d) $10mn^3 - (-5mn^3) =$

e) $-6p^2q^2 - 3p^2q^2 =$

f) $-12ab^4 - (-5ab^4) =$

g) $-12p^3q - 9p^3q =$

h) $12xyz - (-3xyz) =$

9. Multiplica los monomios.

a) $3xy \cdot 4xy =$

b) $3x^2y^2z \cdot (-2x^2z) =$

c) $9mn^2 \cdot (-3mn) =$

d) $3xy \cdot 2x =$

e) $5m^2n \cdot 6abm^2 =$

f) $7mn \cdot (-3am^2) =$

g) $-2ab \cdot 2ab =$

h) $-5xyz \cdot (-2x^2y) =$

10. Encuentra el cociente entre monomios.

a) $\frac{35x^5y^4}{7xy} =$

b) $\frac{-20a^4b^5}{4a^2b^2} =$

c) $\frac{-72a^5b^4c^5}{-6a^4b^2} =$

d) $\frac{-60r^6st^3}{12rst^2} =$

e) $\frac{12p^4q^3r^2}{4p^4q^3r^2} =$

Trabajo colaborativo

11. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Hagan diez tarjetas con monomios diferentes en cada una. **Coloquen** las tarjetas boca abajo. Cada pareja **escoge** una y **nombra** un monomio semejante.

Actividad indagatoria

12. Indaga qué es un polinomio algebraico y **escribe** tres ejemplos.



Desequilibrio cognitivo

¿Conoces los sólidos geométricos y sus características?

Proposiciones simples

Ana y Pamela arman sólidos geométricos y juegan al verdadero y falso, escribiendo las siguientes proposiciones simples. Las representan con las siguientes letras:

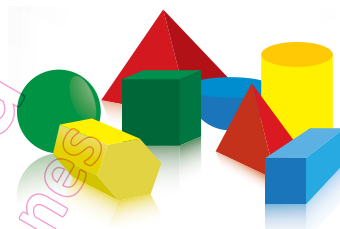
p: Todos los sólidos son amarillos.

q: Hay dos pirámides.

r: Ninguno es esfera.

¿Cuál proposición es verdadera y cuál es falsa?

p: falsa **q:** verdadera **r:** falsa



Shutterstock, (2020), 88919872



¿Sabías qué?

La negación de una proposición cambia su valor de verdad. Se representa con estos signos " $\sim$ "; " $\neg$ " delante de la letra.

Una proposición simple es una oración o enunciado que se comprende como una afirmación que tiene sentido, y que puede determinarse como verdadera o falsa.

Ejemplo 1

Identificar si son o no proposiciones. Justificar la respuesta.

a) ¿Vas a tu casa?

b) Juan tiene 40 años.

c) Micaela y Daniela son hermanas y salen al cine.

Solución

a) No es proposición porque es una pregunta.

b) Sí es proposición porque es una afirmación que puede ser verdadera o falsa.

c) Sí es proposición porque es una afirmación que puede ser verdadera o falsa.

Ejemplo 2

Indicar el valor de verdad de la siguiente proposición y de su negación en una tabla.

Solución

p: La ventana es redonda.

La negación de esta proposición es:

$\sim p$: La ventana no es redonda.

Si **p** es verdadera, la negación de **p** es falsa.

Si **p** es falsa, la negación de **p** es verdadera.

Representación en la tabla

p	$\sim p$
V	F
F	V

En el lenguaje común se utilizan proposiciones simples y proposiciones compuestas. En el lenguaje matemático, que es considerado más preciso y claro, podemos desarrollar el razonamiento de estas proposiciones, reemplazando las palabras con letras y símbolos.

Proposiciones compuestas

Para formar proposiciones compuestas, se unen proposiciones simples mediante conectores lógicos.

Conjunción

Existe conjunción si las proposiciones simples se unen con la conjunción “y”, la cual se representa con el signo “ $\wedge$ ”.

Ejemplo 3

p: El libro es grande.

q: El libro es interesante.

$p \wedge q$: El libro es grande y el libro es interesante.

Para determinar el valor de verdad de la proposición compuesta, se utiliza la tabla de verdad, en la que se presentan los posibles valores de verdad de las proposiciones simples y sus combinaciones.

Tabla de verdad		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

Existe disyunción si las proposiciones simples se unen con la disyunción “o”, la cual se representa con el signo “ $\vee$ ”.

Ejemplo 4

p: El libro es grande.

q: El libro es pequeño.

$p \vee q$: El libro es grande o el libro es pequeño.

La tabla de verdad de la disyunción es:

Tabla de verdad		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicación

Existe implicación si las proposiciones simples se unen con la implicación “Si..., entonces”, la cual se representa con el signo “ $\Rightarrow$ ”.

Ejemplo 5

p: Llueve.

q: Se moja el suelo.

$p \Rightarrow q$: Si llueve, **entonces** se moja el suelo.

La tabla de verdad de la implicación es:

Tabla de verdad		
p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



Enlace web

Profundiza el tema de proposiciones simples y compuestas, puedes utilizar el siguiente enlace web:

bit.ly/2KkohxR



Recuerda que...

Cuando aseguramos que una proposición es verdadera o falsa, se le está asignando un valor de verdad.

1. **Encierra** las expresiones que son proposiciones.

- a) 5 es múltiplo de 10.
- b) ¡Levántate temprano!
- c) María usa lentes.
- d) ¿Has entendido lo que es una proposición?
- e) ¡Estudia esta lección!
- f) Cambia de cuaderno.
- g) El gato es un ave.
- h) El triángulo tiene 3 ángulos.

2. **Determina** si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F).

- a) 5 es divisor de 20. ()
- b) 345 es divisible para 3. ()
- c) Todo cuadrado tiene 3 ángulos. ()
- d) Quito es la capital del Ecuador. ()
- e) Tungurahua es una provincia del Ecuador. ()

3. **Escribe** la negación de cada proposición.

- a) El mono tiene plumas.

- b) $23 + 50$ es igual 73.

- c) Un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos.

- d) Un pentágono tiene seis lados.

- e) La suma de los ángulos de un triángulo es 180° .

- f) El radio mide la mitad del diámetro.

4. **Extrae** tres proposiciones del siguiente texto:

¿Cuáles han sido los avances más impactantes del año 2017?

Podemos nombrar dos de ellos:

Drones: estos aparatos voladores ya consiguen salvar vidas, y es que se han estado utilizando para captar señales de socorro en catástrofes naturales, investigan daños y localizan a las personas que han de ser rescatadas.

Gafas de realidad mixta: el ascenso de la realidad virtual en el mercado ha llevado a crear las HoloLens de Microsoft, gafas de realidad mixta que unifican la realidad aumentada y la virtual. Pueden ayudar tanto a clientes como a empresas de todo el mundo a realizar tareas de manera más rápida y segura. Un ejemplo es su intervención en operaciones quirúrgicas.

Fuente: <https://mrhouston.net/blog/7-avances-tecnologicos-2017/>

- a) _____
- b) _____
- c) _____

5. **Escribe** otra proposición a cada una de las mencionadas para hacerlas compuestas.

Observa el ejemplo:

El 15 es múltiplo de 5 y divisor de 30.

- a) Mi hermana es profesora.

- b) El cuadrado tiene cuatro lados.

- c) Guayaquil está en la región Costa.

M.4.2.1. Definir y reconocer proposiciones simples a las que se puede asignar un valor de verdad para relacionarlas entre sí con conectivos lógicos: negación, disyunción, conjunción, condicionante y bicondicionante; y formar proposiciones compuestas (que tienen un valor de verdad que puede ser determinado).

6. **Forma** dos proposiciones compuestas, a partir de las siguientes proposiciones simples.

p: vivo en Ecuador

q: estudio Matemática

r: tengo 13 años

s: tengo una mascota

a) _____

b) _____

7. **Escribe** la negación de la proposición dada; luego, **indica** el valor de verdad en una tabla.

a) **p:** Todos los triángulos son equiláteros.

$\sim p$: _____

p	$\sim p$

b) **p:** Todos los números primos son pares.

$\sim p$: _____

p	$\sim p$

c) **p:** El pentágono tiene 5 lados.

$\sim p$: _____

p	$\sim p$

8. **Simboliza** las siguientes proposiciones.

a) No fui al cine pero fui al parque.

b) No hice el deber ni traje el cuaderno.

c) Tengo un gato aunque no tengo un perro.

d) Juego con mis amistades o estudio para el examen.

9. **Determina** el valor de verdad de estas proposiciones compuestas:

a) Luis irá al cine si tiende la cama y barre la casa.

p: _____

q: _____

p	q	$p \wedge q$

b) Camila pasará de año si estudia para la prueba y presenta el trabajo especial.

p: _____

q: _____

p	q	$p \wedge q$

c) Tres es un número primo o doce es divisible para tres.

p: _____

q: _____

p	q	$p \vee q$

Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**. **Escriban** dos proposiciones compuestas que contengan implicación, y **establezcan** el valor de verdad. **Representen** en una tabla.

Actividad indagatoria

11. **Indaga** sobre una noticia actual. **Escribe** dos proposiciones simples, dos compuestas y **establece** el valor de verdad en ellas.



Saberes previos

Si tienes muchos cromos, cada uno con la imagen de un animal, ¿de qué manera los clasificarías?

Shutterstock, (2020). 222267340



En casi todos los objetos de la vida cotidiana se pueden ver conjuntos.

Ricardo y Fabiana realizan un trabajo de investigación sobre la clase de algunos animales. Si representamos con O a los ovíparos y con V a los vivíparos, tendríamos lo siguiente:

$O = \{\text{cacatúa, tucán lagarto, loro}\}$

$V = \{\text{jirafa, oso, león, tigre, rinoceronte}\}$

Un conjunto es una colección de objetos que tienen una característica común. Estos objetos se denominan elementos.

Pertenencia

La relación de pertenencia se da entre elementos de un conjunto. Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, utilizamos el símbolo $\in$. Para indicar que no pertenece, utilizamos el símbolo $\notin$.



Recuerda que...

A los conjuntos se los nombra con una letra mayúscula del alfabeto.

La cacatúa $\in$ al conjunto O

El tucán $\in$ al conjunto O

El loro $\in$ al conjunto O

El lagarto $\in$ al conjunto O

La jirafa $\notin$ al conjunto O

El oso $\notin$ al conjunto O

El león $\notin$ al conjunto O

El tigre $\notin$ al conjunto O

Contenencia

La relación de **contenencia** se da entre conjuntos. Un conjunto M está contenido en un conjunto N , o es subconjunto, si todo elemento de M es también elemento de N .

M contenido en N

$M \subset N$

M no está contenido en N

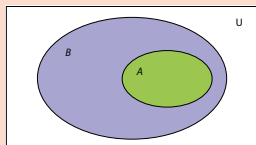
$M \not\subset N$

Si $M \subset N$ y $N \subset M$, entonces $M = N$



¿Sabías qué?

Si $A \subset B$, entonces A es subconjunto de B . Y su representación gráfica es:



Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 1

Determinar si los conjuntos A o B son subconjuntos de

$M = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

Solución

a) A no es subconjunto de M ; $A \not\subset M$, ya que $1 \in A$, pero $1 \notin M$.

b) B sí es subconjunto de M ; $B \subset M$, porque todos los elementos que pertenecen a B también pertenecen a M .

Determinación de conjuntos

Un conjunto se determina por **extensión** si se nombra cada uno de sus elementos, y por **comprensión** cuando se menciona una característica común a todos ellos.

Es importante utilizar símbolos matemáticos al momento de definir un conjunto por comprensión.

Por comprensión

$$A = \{x / x \in \mathbb{N}, x \text{ es par}, 4 \leq x < 16\}$$

Se lee: x tal que x , pertenece a números naturales mayores o igual a 4 y menor a 16.

Por extensión

$$A = \{4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

Representación gráfica



Ejemplo 2

Determinar por extensión y comprensión los números múltiplos de 5 que van desde -15 al 15 , utilizando símbolos matemáticos.

Solución

Por comprensión $C = \{x / x \in \mathbb{Z}, x \text{ es múltiplo de } 5, -15 \leq x \leq 15\}$

Por extensión $C = \{-15, -10, -5, 0, 5, 10, 15\}$



Recuerda que...

Existen otros símbolos de relación de conjuntos:

$=$ es igual a

$\neq$ no es igual a

Conjunto complemento

Para conocer el complemento de un conjunto, es necesario saber cuál es el conjunto universo.

El conjunto complemento es aquel que tiene como elementos todos aquellos que no pertenecen al conjunto dado. Se expresa A' o A^c , y se lee "complemento de A ".

$U = \{\text{números dígitos}\}$

$A = \{\text{números dígitos pares}\}$

$A' = \{\text{números dígitos impares}\}$

Este conjunto, expresado por comprensión, es:

$$A' = \{x \in U / x \notin A\}$$

Lo que está coloreado es complemento de A .

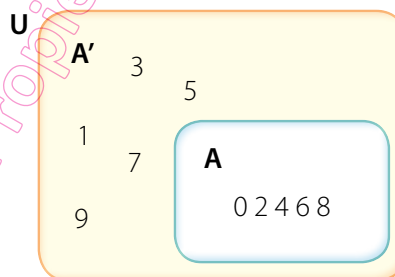
Si un conjunto es complemento de otro conjunto, se dirá que los dos son complementarios.

Ejemplo 1

Dado $U = \{a, e, i, o, u\}$ $A = \{\text{vocales abiertas}\}$, determinar su conjunto complemento.

Solución

$$A^c = \{i, u\}$$



Enlace web

Revisa más sobre conjuntos y sus operaciones, para esto puedes utilizar el siguiente enlace web:

bit.ly/2OCnoq4



1. **Identifica** características de los elementos y **forma** tres conjuntos con ellos.

2	5	3	20	25	30
18	24	40	32	50	36
45	28	12	39	60	75

A = { _____ }

B = { _____ }

C = { _____ }

2. Sean los conjuntos:

A = {d} **B** = {c, d}

C = {a, b, c} **D** = {a, b} **E** = {a, b, d}

Establece si es verdadero (V) o falso (F) cada caso:

a) $D \subset C$ () **f)** $b \in A$ ()

b) $B \neq E$ () **g)** $E \subset A$ ()

c) $A \not\subset D$ () **h)** $E \not\subset C$ ()

d) $a \in C$ () **i)** $d \in E$ ()

e) $C = B$ () **j)** $a \notin D$ ()

3. **Toma** en cuenta como conjunto universal a los estudiantes de tu aula. **Determina**, por extensión, los siguientes conjuntos:

a) Estudiantes que usan lentes.

L = { _____ }

b) Estudiantes que tienen el cabello ondulado.

O = { _____ }

c) Estudiantes que tienen hermanos mayores.

H = { _____ }

d) Estudiantes que son hijos únicos.

I = { _____ }

4. **Determina** por extensión los siguientes conjuntos:

A = {números pares mayores que 6 y menores que 16}

A = { _____ }

N = { $x/x \in \mathbb{Z}$, x es múltiplo de 3, $-12 \leq x \leq 21$ }

N = { _____ }

O = { $x/x \in \mathbb{Z}$, x es par, $-10 \leq x \leq 4$ }

O = { _____ }

5. **Determina** por comprensión los siguientes conjuntos.

M = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

M = { _____ }

Q = {-11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7}

Q = { _____ }

P = {-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25}

P = { _____ }

6. **Escribe** dos subconjuntos a partir de cada conjunto.

a) **A** = {animales domésticos}

b) **B** = {números enteros}

c) **C** = { x/x provincias del Ecuador}

d) **D** = {frutas cítricas}

7. **Escribe** un conjunto universo para cada subconjunto.

a) **A** = {martes, jueves, sábado}

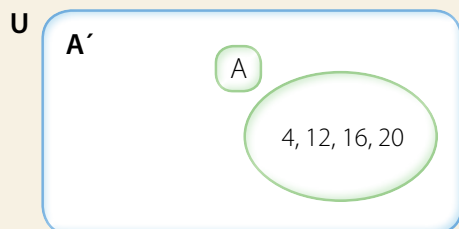
b) **B** = {enero, febrero, marzo}

c) **C** = {agudo, recto}

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

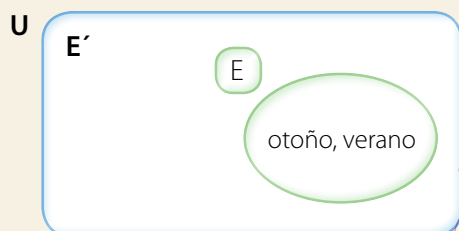
8. Escribe en cada caso el conjunto complemento en el gráfico correspondiente.

a) $U = \{\text{números pares hasta el 20}\}$



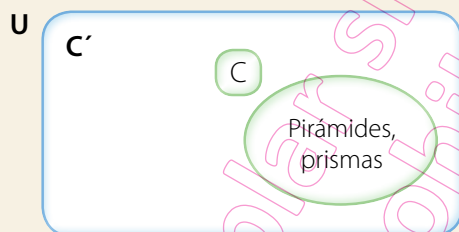
$A^c = \{ \quad \quad \quad \}$

b) $U = \{\text{estaciones del año}\}$



$E^c = \{ \quad \quad \quad \}$

c) $U = \{\text{cuerpos geométricos}\}$



$C^c = \{ \quad \quad \quad \}$

9. Completa el conjunto complemento y **representa** por comprensión en el diagrama de Venn.

a) $U = \{\text{abecedario}\}$

$V = \{\text{vocales}\}$

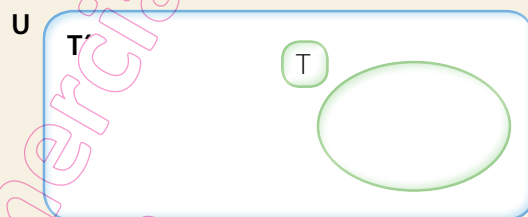
$V^c = \{ \quad \quad \quad \}$



b) $U = \{\text{clases de triángulos por la medida de sus ángulos}\}$

$T = \{\text{equiángulo}\}$

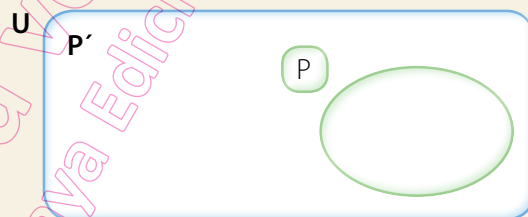
$T^c = \{ \quad \quad \quad \}$



c) $U = \{\text{poliedros regulares}\}$

$P = \{\text{tetraedro, cubo, octaedro}\}$

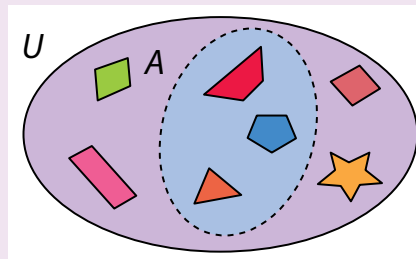
$P^c = \{ \quad \quad \quad \}$



Trabajo colaborativo

10. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Analicen el gráfico y **completen** con los símbolos $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$ según corresponda.



Archivo Editorial, (2020).

triángulo ☐ U

estrella ☐ U

círculo ☐ U

estrella ☐ A

rectángulo ☐ U

rombo ☐ A

A ☐ U

trapecio ☐ A

pentágono ☐ A

romboide ☐ U

Actividad indagatoria

11. Averigua qué son conjuntos iguales, disjuntos, intersecantes y **escribe** ejemplos de cada uno.



Desequilibrio cognitivo

¿Cuándo dos figuras son congruentes?

Camilo juega con su tangram y quiere saber si los triángulos de la gráfica son congruentes. ¿Cómo puede saber Camilo si lo son o no?

Para que Camilo sepa si los triángulos son congruentes, es necesario que identifique los criterios de congruencia de los triángulos.

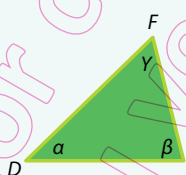
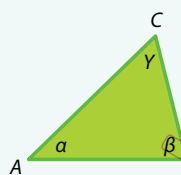


¿Sabías qué?

Dos figuras son congruentes si no varían sus dimensiones y si sus áreas son iguales.

Dos triángulos son congruentes si sus ángulos correspondientes tienen la misma medida y si sus lados homólogos miden lo mismo.

Son congruentes si:



$$\begin{aligned} \overline{AB} &\cong \overline{DE} & \angle BAC &\cong \angle EDF \\ \overline{BC} &\cong \overline{EF} & \text{y} & \angle CBA &\cong \angle FED \\ \overline{CA} &\cong \overline{FD} & \angle ACB &\cong \angle DFE \end{aligned}$$

Los triángulos de la gráfica, si son congruentes porque tienen el mismo tamaño y forma.

Para construir un triángulo congruente, es necesario que conozcamos tres medidas de este, ya sean ángulos o lados. Dicha información debe basarse en los criterios de semejanza.



Conexiones

Matemática con la construcción

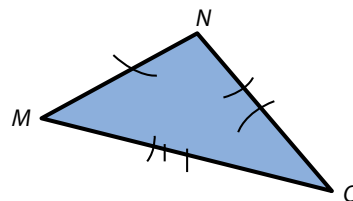
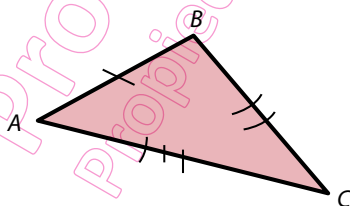
Los triángulos congruentes se utilizan para construir puentes, soportes de techos o andamios.



Shutterstock, (2020). 677901256

1. Lado, lado, lado (LLL)

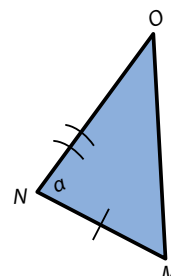
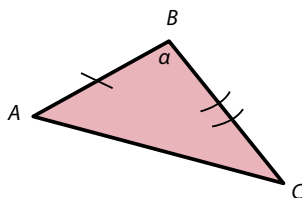
Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes.



Archivo Editorial, (2020).

2. Lado, ángulo, lado (LAL)

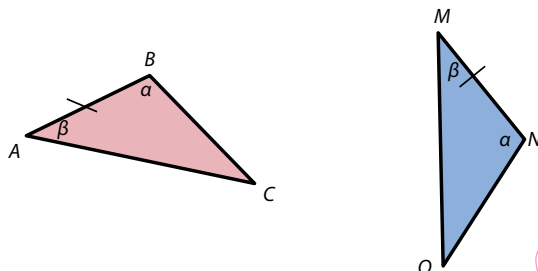
Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y el ángulo comprendido entre ellos también es congruente.



Archivo Editorial, (2020).

3. Ángulo, lado, ángulo (ALA)

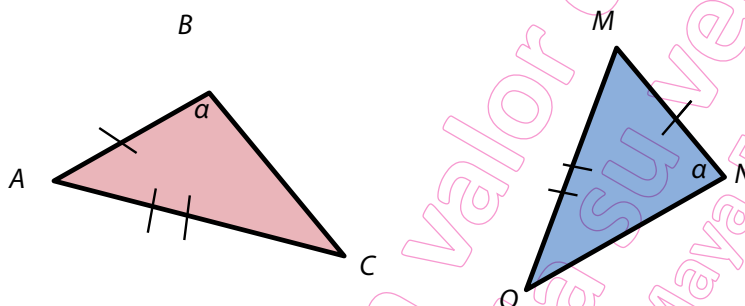
Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos correspondientes y el lado comprendido entre ellos es congruente.



Archivo Editorial, (2020).

4. Lado, lado, ángulo (LLA)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados correspondientes y el ángulo opuesto a estos es congruente.



Archivo Editorial, (2020).



Enlace web

Revisa ejercicios resueltos sobre congruencia de triángulos, puedes usar el siguiente enlace web:

bit.ly/2ZviuMg



Ejemplo 1

Identificar si $\triangle AMB \cong \triangle AMC$, tomando en cuenta que $\triangle BAC$ es isósceles y M es punto medio. Justificar la respuesta.

Solución

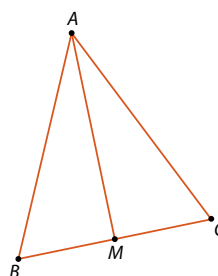
Sí existe congruencia entre los dos triángulos según el criterio LLL.

Justificación:

Si M es punto medio, entonces, $\overline{BM} \cong \overline{CM}$.

Por reflexión $\overline{AM} \cong \overline{AM}$

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$ Porque el triángulo isósceles tiene dos lados iguales.



Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

Identificar qué postulado de congruencia se aplica en este par de triángulos.

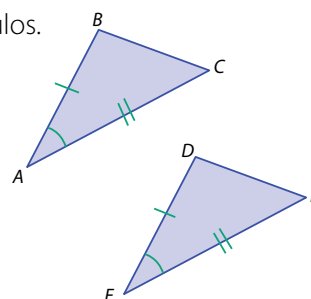
Solución

$\overline{AB} \cong \overline{ED}$

$\angle ABC \cong \angle EDF$

$\overline{AC} \cong \overline{EF}$

El postulado de congruencia aplicado es LAL.



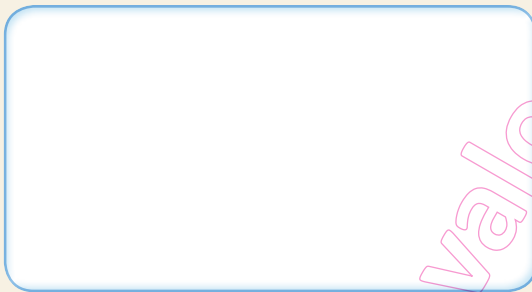
Archivo Editorial, (2020).

1. **Traza** los triángulos solicitados en cada caso.

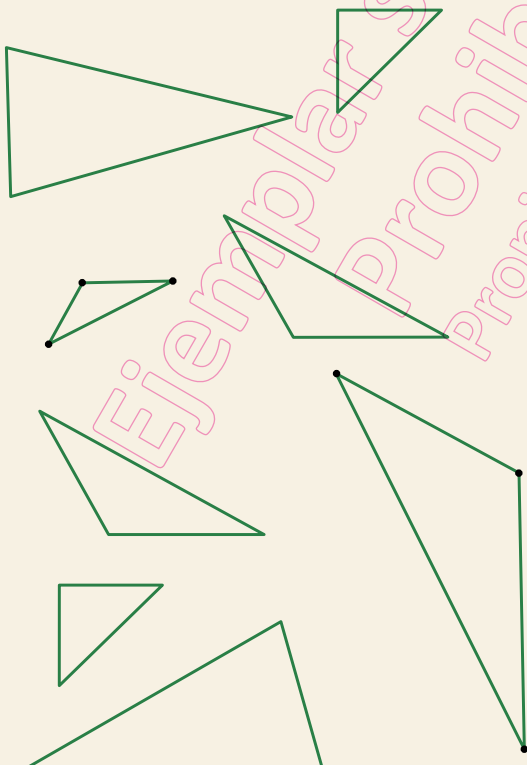
a) Triángulos congruentes isósceles en diferentes posiciones.



b) Triángulos congruentes rectángulos en diferentes posiciones.



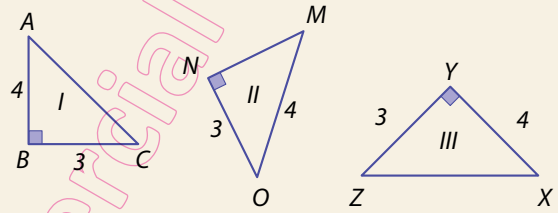
2. **Pinta** con colores diferentes los triángulos que son congruentes entre sí.



Archivo Editorial, (2020).

3. En cada grupo de triángulos, **escoge** los que sean congruentes y **justifica** con el respectivo postulado.

a)



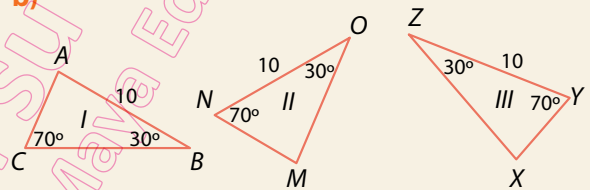
Archivo Editorial, (2020).

Los triángulos ____ y ____ son congruentes.

Cumple el postulado ____ porque:



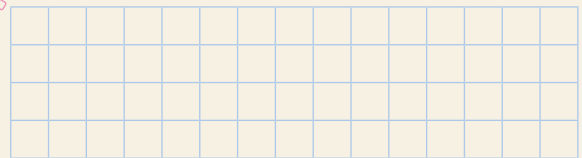
b)



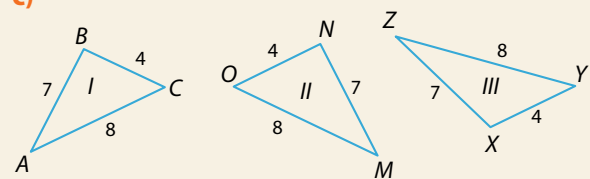
Archivo Editorial, (2020).

Los triángulos ____ y ____ son congruentes.

Cumple el postulado ____ porque:



c)



Archivo Editorial, (2020).

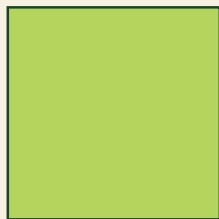
Los triángulos ____ y ____ son congruentes.

Cumple el postulado ____ porque:



M.4.2.9. Definir e identificar la congruencia de dos triángulos de acuerdo a criterios que consideran las medidas de sus lados y/o sus ángulos.

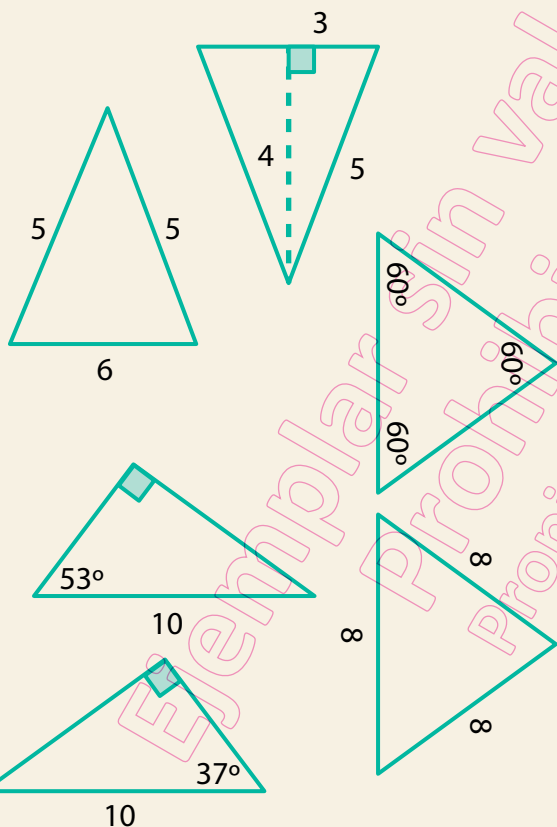
4. **Traza** las diagonales del cuadrado y **encierra** la respuesta correcta.



Al trazar las diagonales del cuadrado se forman:

- a) 4 triángulos equiláteros congruentes
- b) 4 triángulos isósceles congruentes
- c) 4 triángulos escalenos congruentes
- d) 4 triángulos obtusángulos congruentes

5. **Observa** los gráficos y **colorea** aquellas parejas que son triángulos congruentes.



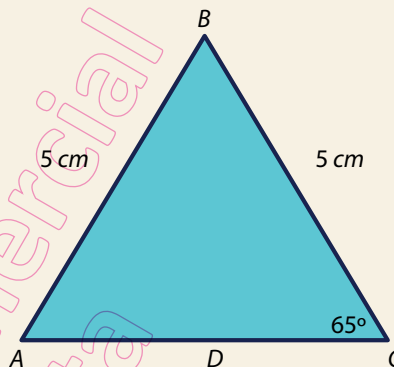
Trabajo colaborativo

6. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

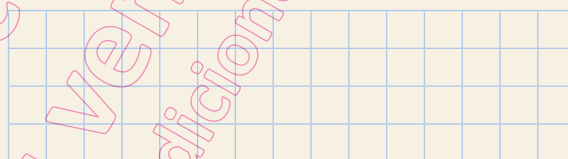
Tracen, tres triángulos isósceles, **determinen** sus alturas y **demuestren** los postulados de congruencia (LAL, AAA, ALA) en cada uno.

7. **Traza** una bisectriz en cada caso y **demuestra** la congruencia de los postulados solicitados

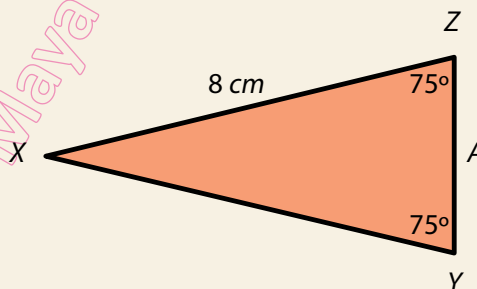
a)



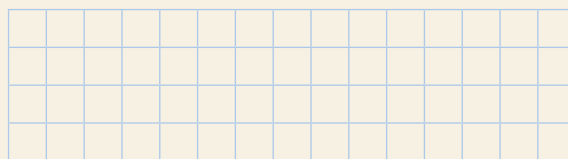
Postulado ALA



b)

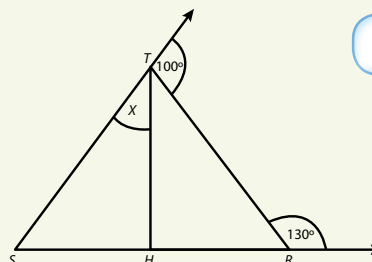


Postulado LAL



Actividad indagatoria

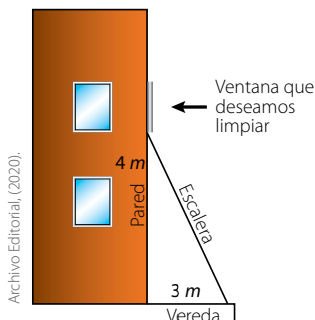
8. **Observa** el gráfico y tomando en cuenta que TH es altura, **indaga** cuál es el valor de x.





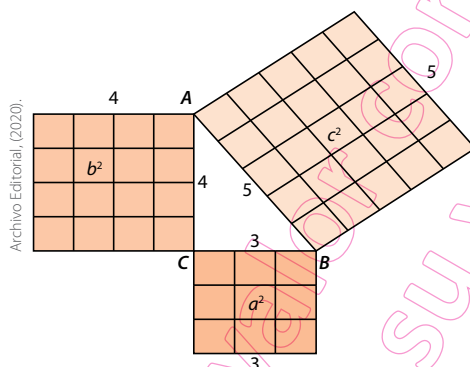
Saberes previos

Si un triángulo tiene un ángulo de 50° y otro de 40° , ¿qué clase de triángulo es?



Un edificio tiene una ventana a 4 m de altura que requiere ser limpiada. Para ello, se debe colocar una escalera asentada a 3 m de la pared. ¿Cuántos metros deberá medir la escalera?

Para resolver esta situación, primero analizamos el gráfico. Como este esquema forma un triángulo rectángulo, podemos demostrar lo siguiente:



Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual a c (c^2).

Comprobando tenemos que $a^2 + b^2 = c^2$

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 9 + 16 = 25$$



Enlace web

Observa otra demostración del teorema de Pitágoras:

bit.ly/2yvzUN8



El teorema de Pitágoras es una relación entre los lados de un triángulo rectángulo.

En un triángulo rectángulo se pueden identificar diferentes elementos:

Catetos: lados que forman el ángulo recto.

Hipotenusa: lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto.

Ángulo recto: ángulo de 90° que forman los dos catetos.

Partimos de la fórmula: $a^2 + b^2 = c^2$

Siendo a = cateto 1

b = cateto 2

c = hipotenusa

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Como queremos encontrar la hipotenusa, aplicamos la fórmula:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

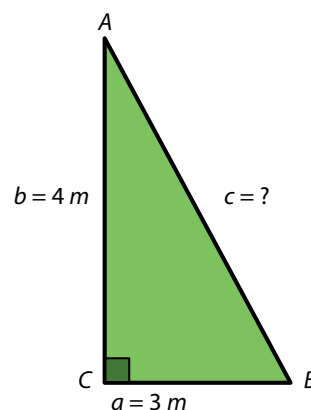
$$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

La escalera deberá medir 5 m.



¿Sabías qué?

En la mayoría de casos, aunque los catetos sean números naturales, 1, 2, ..., la hipotenusa es un número con infinitas cifras decimales.



Ejemplo 1

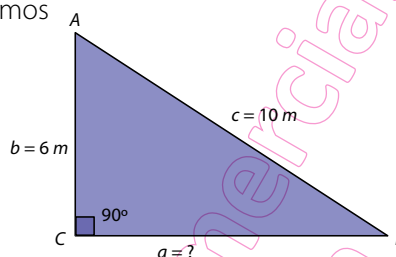
¿Cuál es la medida del cateto 2 del triángulo rectángulo?

Solución

Como necesitamos la medida del cateto, aplicamos la fórmula $a = \sqrt{c^2 - b^2}$.

$$a = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$a = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$



Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

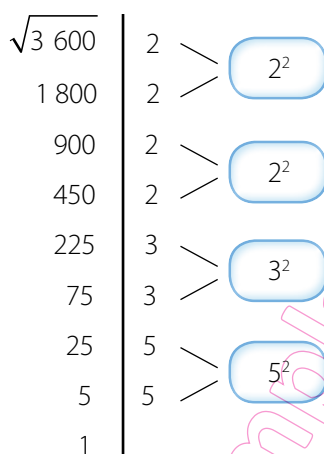
Calcular cuánto mide la hipotenusa de un triángulo cuyo cateto 1 mide 36 cm y cuyo cateto 2 mide 48 cm.

Solución

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{36^2 + 48^2} = \sqrt{1\,296 + 2\,304} = \sqrt{3\,600}$$

Obtenemos la raíz de 3 600 mediante la descomposición de factores primos.



$$\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{4} \times \sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{25} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

La hipotenusa del triángulo mide 60 cm.



¿Sabías qué?

Existen tríos de números especiales, llamados **ternas pitagóricas**, que verifican el teorema de Pitágoras con números naturales. Por ejemplo:

$$3, 4, 5, \text{ ya que } 3^2 + 4^2 = 5^2$$

También son ternas Pitagóricas sus múltiplos: 6, 8, 10 y 9, 12, 15.



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web.

bit.ly/2LUWU0R

Imprime el documento y **refuerza** tu conocimiento.

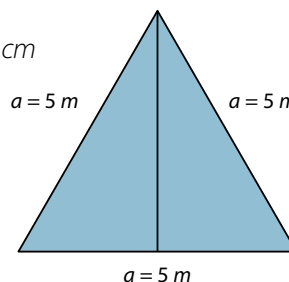
Ejemplo 3

¿Cuál es la medida de la altura del triángulo equilátero?

Solución

Primero determinamos el valor de uno de los catetos.

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = \sqrt{25 - 6,25} = \sqrt{18,75} = 4,33 \text{ cm}$$



Archivo Editorial, (2020).

1. **Traza** una altura en cada triángulo para obtener dos triángulos rectángulos.

a)



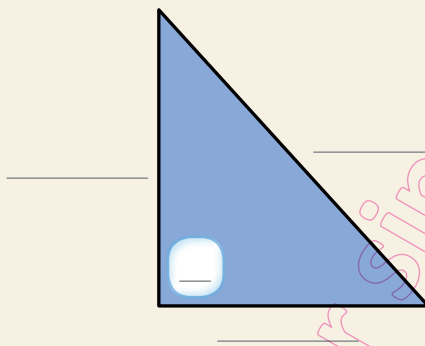
b)



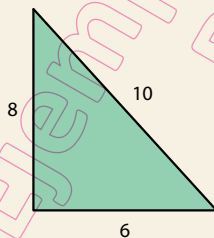
c)



2. **Escribe** los elementos del triángulo rectángulo.



3. **Observa** el gráfico y **completa** la tabla con las medidas del triángulo.



Cateto 1	
(Cateto 1) ²	
Cateto 2	
(Cateto 2) ²	
Hipotenusa	
Hipotenusa ²	

4. **Completa** las siguientes afirmaciones.

- a) Para encontrar el valor de la hipotenusa, es necesario utilizar la fórmula:

- b) Para encontrar el valor de un cateto, es necesario utilizar la fórmula:

5. **Extrae** la raíz de cada número por medio de descomposición de factores primos.

a)

$$\sqrt{1\,200}$$

c)

$$\sqrt{1\,225}$$

b)

$$\sqrt{1\,500}$$

d)

$$\sqrt{800}$$

M.4.2.14. Demostrar el teorema de Pitágoras utilizando áreas de regiones rectangulares.

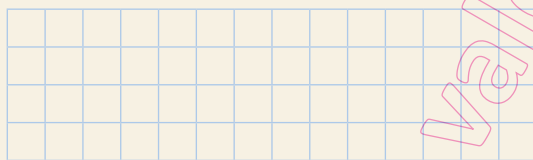
M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

6. Completa la siguiente tabla.

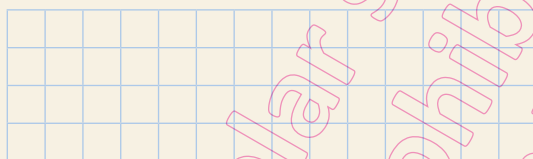
Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa
3	4	
9		15
	24	25
30		50
21	28	
16		20
27	36	
	18	30

7. Resuelve aplicando el teorema de Pitágoras.

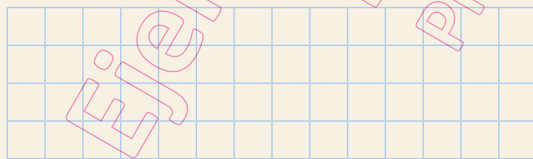
- a)** Calcula cuánto mide la hipotenusa de un triángulo cuyo cateto 1 mide 25 m y su cateto 2 mide 22 m .



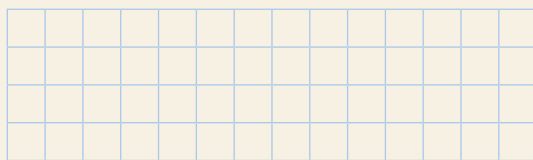
- b)** ¿Cuánto mide un cateto si la hipotenusa mide 25 cm y el otro cateto, 20 cm ?



- c)** ¿Cuánto mide un cateto si la hipotenusa mide 24 cm y el otro cateto mide 7 cm ?

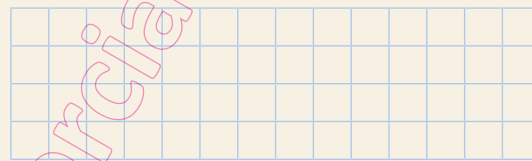


- d)** ¿Qué valor tiene la hipotenusa de un triángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm ?



8. Resuelve los siguientes problemas; **utiliza** un dibujo para que te guíes.

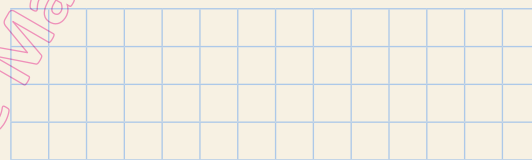
- a)** ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo cuyos lados valen 15 m y 25 m ?



- b)** ¿Hasta qué altura de una pared alcanza una escalera de 14 m si colocamos su pie a 6 m de distancia de la pared?



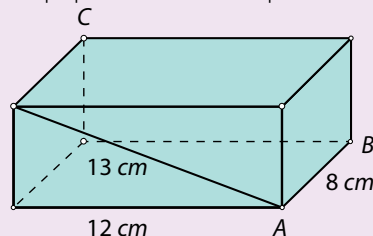
- c)** Se quiere construir un camino recto que una los vértices opuestos de una hacienda rectangular. Si los lados de dicha propiedad miden 45 hm y 65 hm , ¿cuánto medirá el camino?



Trabajo colaborativo

9. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Analicen: ¿cuántos centímetros cuadrados mínimo de papel es necesario para forrar la caja?



Actividad indagatoria

10. Indaga, con algún familiar, en qué momento de la vida se utiliza el teorema de Pitágoras y **comparte** un ejemplo con la clase.



Desequilibrio cognitivo

Traza en cada figura una línea que las divida en dos partes iguales.



Archivo Editorial, (2020).

El eje de simetría es una línea que divide una figura en dos partes simétricas.

Se puede definir a la simetría como la correspondencia de posición, forma y dimensiones de un cuerpo o una figura alrededor de un punto o eje.

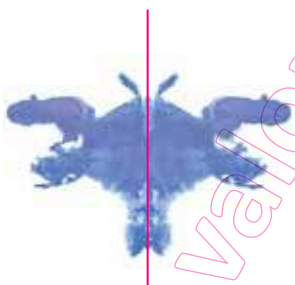
Observa el eje o los ejes de simetría de las siguientes figuras simétricas:



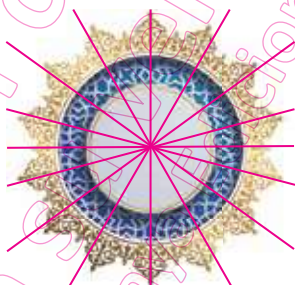
Recuerda que...

Una figura es simétrica cuando una línea o eje la divide en dos partes que tienen la misma forma.

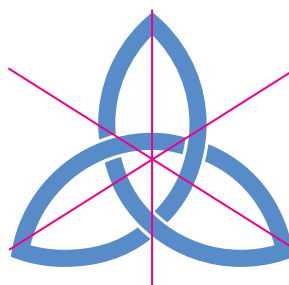
Shutterstock, (2020). 677530756



Shutterstock, (2020). 773917123



Shutterstock, (2020). 634519592



Una figura simétrica puede tener uno o varios ejes de simetría.

La simetría de un objeto se representa en relación con un eje, foco o plano. También se puede asociar a las traslaciones, rotaciones o reflexiones.

Existen diferentes tipos de simetrías.



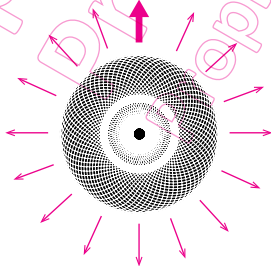
Enlace web

Profundiza el tema de tipos de simetría. Para esto puedes utilizar el siguiente enlace web:

bit.ly/334DeNa



Shutterstock, (2020). 413297905

Simetría esférica	Simetría axial	Simetría reflectiva
		
Sucede cuando en relación con un punto central, de cualquier forma, un objeto encuentra simetría.	Sucede cuando el eje de simetría no conlleva cambios de perspectiva en el espacio, y quedan los dos lados idénticos.	Sucede cuando, por la presencia de un solo plano, la mitad del objeto es igual a la otra mitad, y las dos mitades se ensamblan correctamente.

Shutterstock, (2020). 91129637

Shutterstock, (2020). 792986404

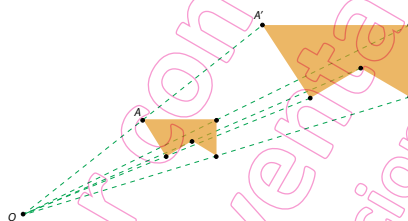
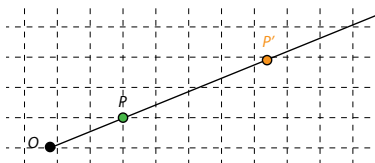
Homotecia

Es una transformación geométrica que, a partir de un punto fijo, multiplica las distancias por un mismo factor; permite ampliar o reducir el tamaño de una figura conservando la medida de sus ángulos y manteniendo una razón constante en la medida de sus lados.

La homotecia transforma un polígono en otro semejante.

Una homotecia con centro O y razón k es una transformación en el plano porque a cada punto P le hace corresponder otro punto P' . Estos están alineados y cumplen lo siguiente.

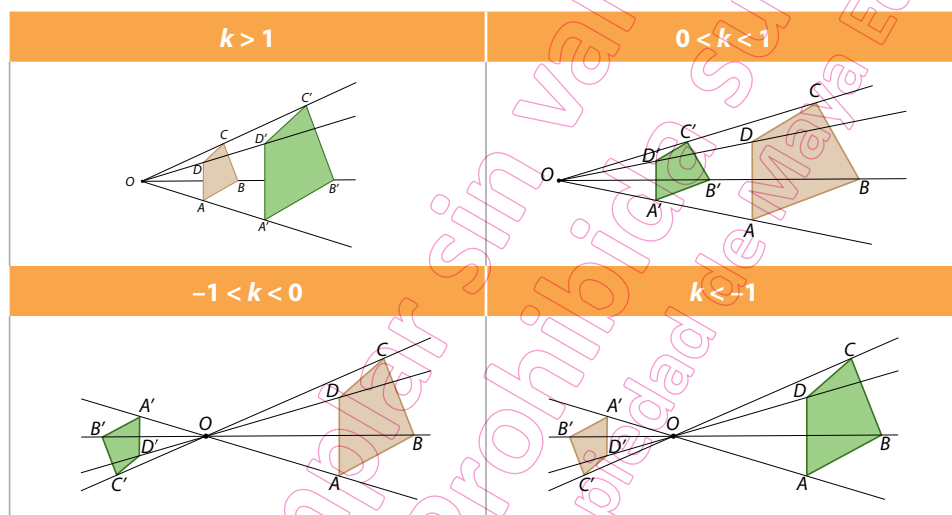
$$k = \frac{OP'}{OP}$$



Recuerda que...

- Si $k > 0$, entonces P' está en el $\overrightarrow{OP}$ y $OP' = k \times OP$.
- Si $k < 0$, entonces P' está en el rayo opuesto al $\overrightarrow{OP}$ y $OP' = |k| \times OP$.
- La imagen de O es O .
- $|k| > 1$ es una ampliación.
- $|k| < 1$ es una reducción.

En función de la razón, las homotecias pueden verse de la siguiente manera.



¿Sabías qué?

Una homotecia conserva el sentido de las figuras.

Una homotecia de razón $k = 1$ transforma cada punto en sí mismo. Recibe el nombre de identidad.

Si la razón de homotecia es $k = -1$, se trata de una simetría central.

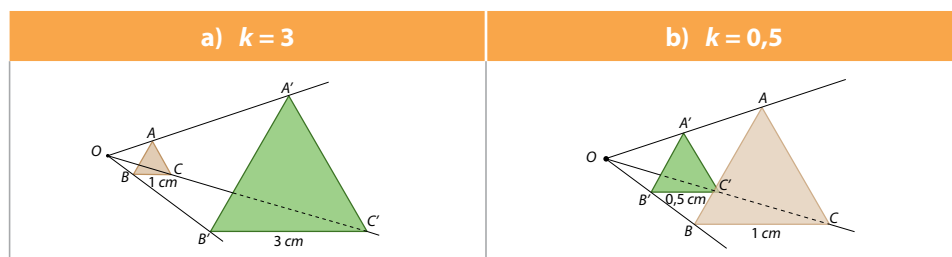
Ejemplo 1

Dibujar un triángulo equilátero de 1 cm de lado y aplicar la homotecia de centro O y razón:

a) $k = 3$

b) $k = 0,5$

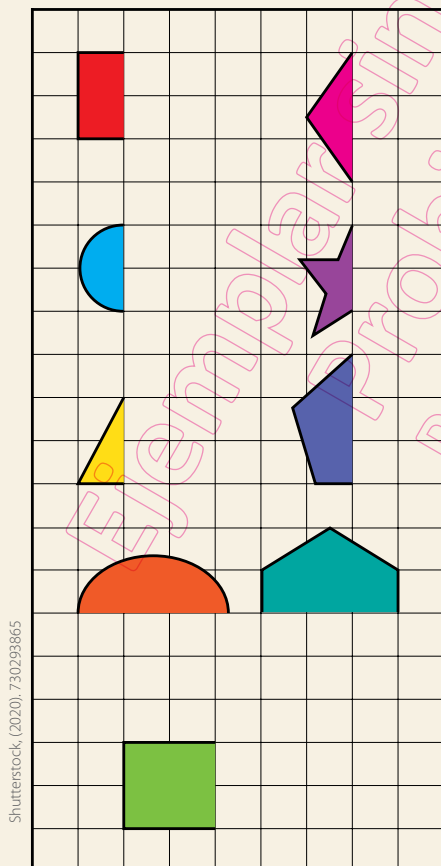
Solución



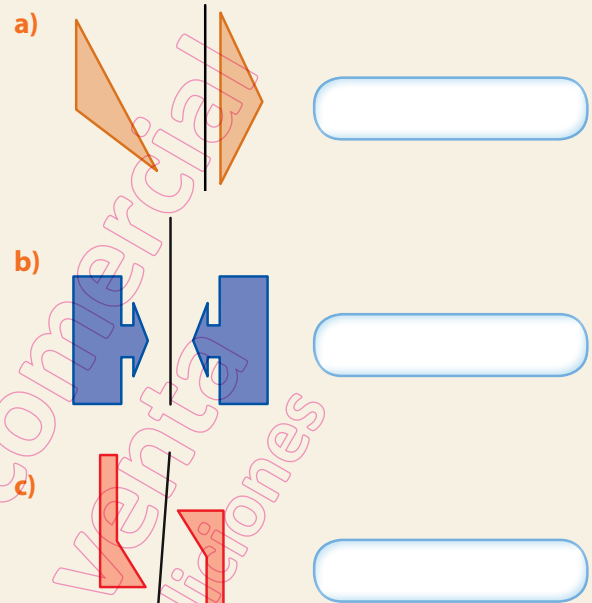
1. **Traza** ejes de simetría en los siguientes objetos.



2. **Completa** las siguientes figuras simétricas.



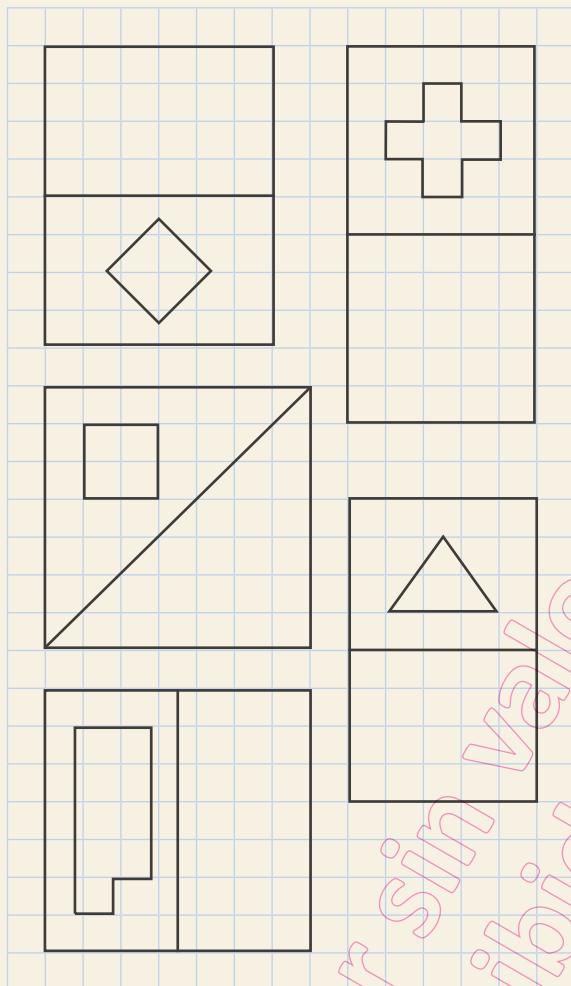
3. **Identifica** el eje de simetría e **indica** qué figuras son simétricas.



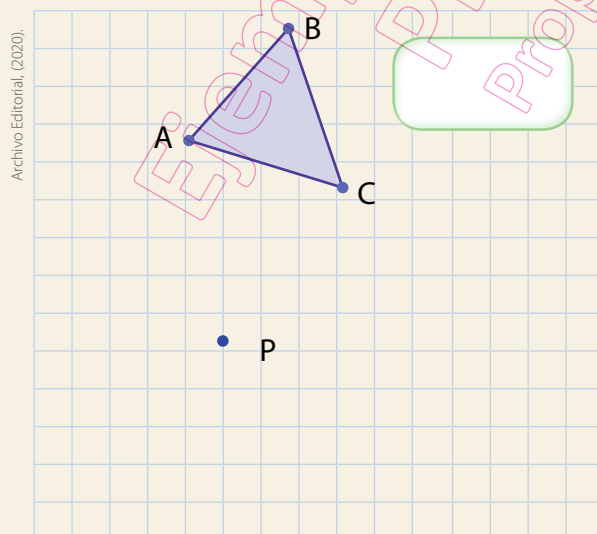
4. **Encierra** todas las letras del alfabeto que son simétricas.



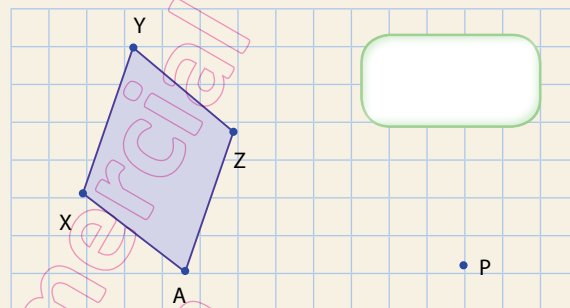
5. **Dibuja** figuras simétricas respecto a la línea recta.



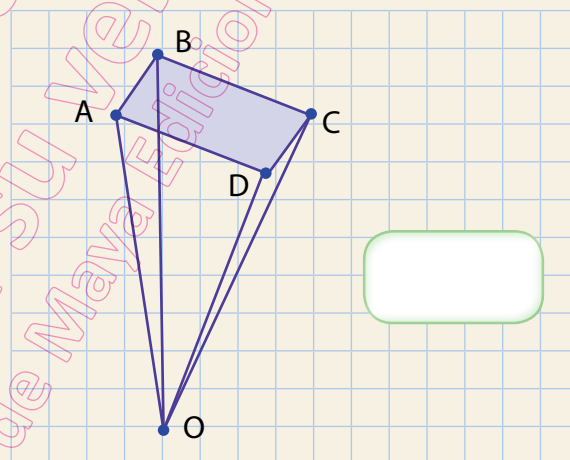
6. **Determinar** la imagen del $\triangle ABC$ bajo la homotecia de centro P y razón $-\frac{1}{2}$.



7. **Determina** la imagen del WXYZ bajo la homotecia de centro P y razón $\frac{1}{3}$.



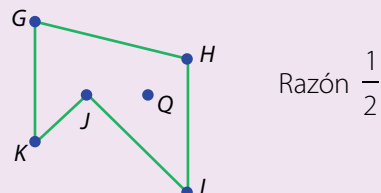
8. **Determina** la imagen del ABCD bajo la homotecia de centro O y razón $\frac{1}{4}$.



Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Apliquen en su cuaderno las homotecias descritas en la figura.



Actividad indagatoria

10. **Indaga** de qué manera se utiliza la homotecia para realizar murales o mosaicos.

Aplicar teorema de Pitágoras

Problema resuelto

Daniela quiere colocar encaje en el borde de un tapete con forma de rombo. Su diagonal mayor mide 32 cm y su diagonal menor mide 24 cm. ¿Cuánto se paga por el encaje si cada metro cuesta \$ 2,50?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Qué valor se debe pagar por el encaje?

2. Plantear la estrategia

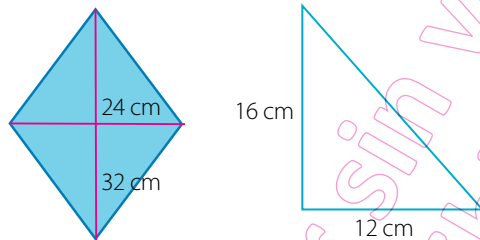
¿Cuál es la estrategia de solución?

Resolver el problema aplicando el teorema de Pitágoras.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Realizar un dibujo.



b) Sacar la hipotenusa de uno de los triángulos formados para obtener el valor de sus lados mediante el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$h = \sqrt{16^2 + 12^2}$$

$$h = \sqrt{256 + 144}$$

$$h = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

c) Sacamos el perímetro del tapete para conocer la cantidad de encaje. Luego multiplicamos por el precio del encaje por metro.

$$P = l + l + l + l$$

$$P = 20 + 20 + 20 + 20 = 80 \text{ cm de encaje}$$

$$\text{Transformar 80 cm a m} = 0,80 \text{ m}$$

$$0,80 \times 2,50 = 2,00$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Se debe pagar \$ 2,00 por el encaje del tapete en forma de rombo.

Problema propuesto

Pablo tiene un terreno con forma de un triángulo isósceles. Su lado desigual mide 8 m y el perímetro mide 28 m. Él quiere colocar césped en su terreno y cada metro cuadrado de césped cuesta \$ 3. ¿Cuánto debe pagar por el césped que pondrán en su terreno?

1. Comprender el problema

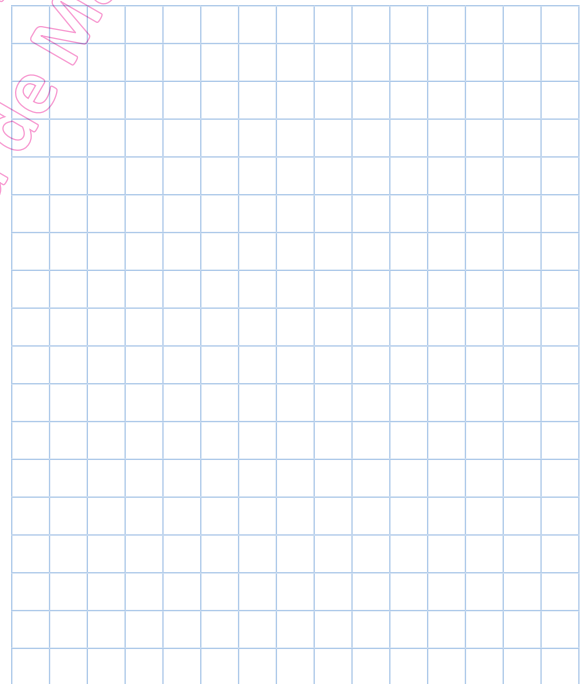
¿Cuáles son las preguntas del problema?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

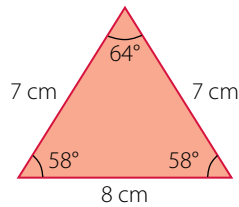
¿Cómo se aplica la estrategia?



4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

- 1. Calcula** la altura del triángulo equilátero.



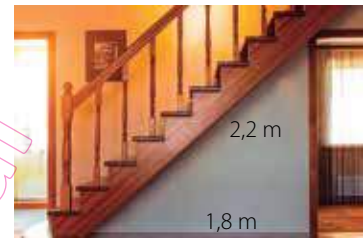
- a) Comprender el problema

- b)** Plantear la estrategia

- c) Aplicar la estrategia

- d) Responder

2. Determinar la altura de la puerta de la bodega de la casa.



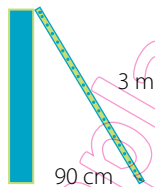
- a) Comprender el problema

- b)** Plantear la estrategia

- c) Aplicar la estrategia

- d) Responder

3. Calcula la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared, si la parte inferior la situamos a 90 cm de esta.



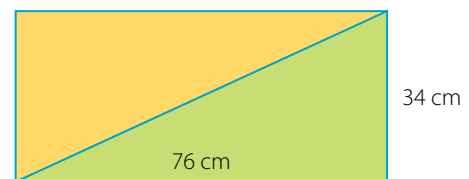
- a) Comprender el problema

- b) Plantear la estrategia**

- c) Aplicar la estrategia

- d) Responder

4. Se desea colocar una cinta de masking para pintar una baldosa rectangular de dos colores diferentes. ¿Qué medida debe tener esta cinta?



- a) Comprender el problema

- b)** Plantear la estrategia

- c) Aplicar la estrategia

[illegible]

- d) Responder

Construyendo murales simétricos

Justificación

La geometría se ha convertido en nuestra aliada al momento de construir, pues por medio de ella y de la mezcla de formas geométricas se pueden plasmar modelos y hermosos diseños abstractos.

La geometría nos permite desarrollar la creatividad; la simetría nos ayuda a formar modelos únicos que, por ejemplo, nos permitirán, a través de patrones geométricos, personalizar el espacio de una pared de nuestra casa o colegio.

Objetivos

Plasmar los conocimientos de simetría mediante la elaboración de murales o papeles tapices personalizados.

Recursos

- Pliegos de papel bond
- Lápiz, borrador
- Colores o témperas
- Pinceles

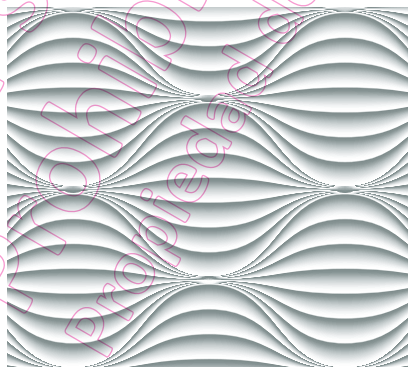
Actividades

- **Realizar** grupos de trabajo de tres o cuatro estudiantes.
- **Definir** si se hará un mural o un papel tapiz. **Realizar** un consenso entre los participantes del grupo.
- **Diseñar** el borrador de una propuesta de mural en el que se utilice la geometría.
- **Definir** un mural que evidencie el tema de simetría.
- **Definir** el lugar donde se hará el mural.

Shutterstock, (2020). 150710921



Shutterstock, (2020). 173438444



Shutterstock, (2020). 104954596

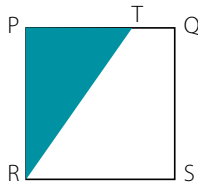


Evaluación

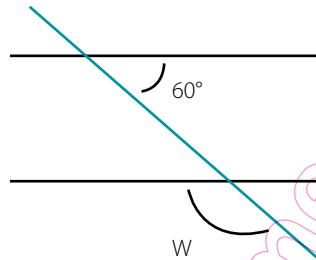
1. **Elaboren** el mural o papel tapiz en el que se evidencia el uso de la geometría y especialmente la simetría.
2. **Tracen** la línea de simetría y que sea casi imperceptible para apreciar el mural en todo su esplendor.

Habilidades matemáticas y geométricas

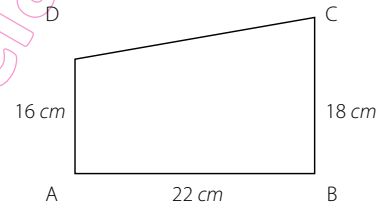
- a) Si PQRS es un cuadrado de 15 centímetros por lado, ¿cuál es el área de la región sombreada en centímetros cuadrados, sabiendo que el segmento TQ es la tercera parte del lado?



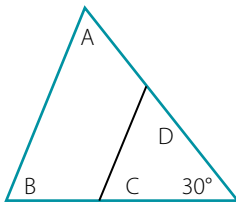
- c) ¿Cuál es el valor de w ?



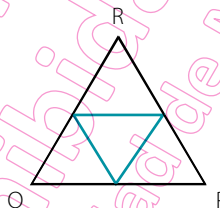
- e) ¿Cuál es el área del polígono ABCD?



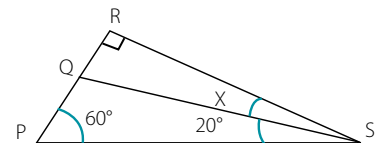
- b) En la figura, ¿cuál es el valor de $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$? El triángulo pequeño es isósceles.



- d) En la figura siguiente, PQR es un triángulo dividido en cuatro triángulos congruentes. Si el área de uno de esos triángulos es de 8 centímetros cuadrados, ¿cuál es el área del triángulo PQR, en centímetros cuadrados?



- f) En la figura siguiente, el segmento de recta RS es perpendicular al segmento PR, entonces la medida del ángulo "x" es:



Archivo Editorial, (2020).



Cálculo mental

Dividir entre 0,5 o 0,25

- Dividir para 0,5 es igual que calcular el doble:

$$70 \div 0,5 = 70 \cdot 2 = 140$$

$$120 \div 0,5 = 120 \cdot 2 = 240$$

- Dividir para 0,25 es igual que multiplicar por 4:

$$70 \div 0,25 = 70 \cdot 4 = 280$$

$$120 \div 0,25 = 120 \cdot 4 = 480$$

Ahora hazlo tú

a) $34 \div 0,5 =$

b) $100 \div 0,5 =$

c) $200 \div 0,5 =$

d) $220 \div 0,5 =$

e) $360 \div 0,5 =$

f) $28 \div 0,5 =$

g) $54 \div 0,5 =$

h) $72 \div 0,5 =$

i) $50 \div 0,25 =$

j) $45 \div 0,25 =$

k) $103 \div 0,25 =$

l) $28 \div 0,25 =$

m) $40 \div 0,25 =$

n) $30 \div 0,25 =$

o) $41 \div 0,25 =$

p) $100 \div 0,25 =$

Recuerda y practica

1. Resuelve los siguientes ejercicios.

a) $-12 + 26 - 8 + 15 + 23 - 20 - 25 + 10 =$

b) $(-7-8)[(-4) \div (-4+2) - (+9)] - [(3+10) - (-18+9) \div (-3)] =$

c) $[-2+3 \cdot (-2+17) \div 5] - [(-6+7-12) - 2 \cdot (-5+3)] =$

d) Encuentra el valor de x.

$$3(2x + 4) - x + 2 = 3x + 2$$

e)
$$\frac{\frac{6}{4} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{12} \times \frac{4}{6}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3}{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)^5 \div \left(\frac{7}{4}\right)^4} =$$

f) Traza un triángulo isósceles y en él dibuja las medianas y las alturas.

2. Escribe el grado de cada monomio.

a) $-3xyz$

b) $8x^2yz^2$

c) $6xz^2$

d) $7x^7z^2$

e) $-r^2st^3$

3. Escribe un monomio semejante a cada monomio propuesto.

a) $6mn^3o$

b) $-5ab^2c^2$

c) $12x^3yz^3$

d) $-9o^5p^2q$

4. Resuelve las operaciones con monomios.

a) $-8p^2q^2 - 2p^2q^2 =$

b) $4mn^2 \cdot (-5mn) =$

c) $\frac{28x^5y^4}{4xy} =$

d) $4xy - 6xy + 3xy - 5x^2y^2 + 15x^2y^2$

e) $-3x(2xy - 2x - 5xy + 2xy + 3x)$

f) $\frac{-3m(6m^2n^3 - 3m^2n^3 - 2m^2n^3)}{9m^3n^3 - 6m^3n^3}$

5. **Escribe** una negación a cada proposición y **completa** con verdadera o falsa.

a) La mitad de 50 es 25.

b) 5 es múltiplo de 30.

c) El trapecio tiene todos sus lados paralelos.

d) Ecuador es un país de América del Sur.

6. **Escribe** otra proposición y **forma** una proposición compuesta.

• El número 30 es múltiplo de 6.

7. **Construye** una tabla de verdad.

a) Luis sacará buenas notas si estudia y cumple los deberes.

p: _____

q: _____

p	q	$p \wedge q$

b) Camila llega a su trabajo en bus o en auto.

p: _____

q: _____

p	q	$p \vee q$

c) Si $x + 3$ es igual a 5, entonces x es igual a 2.

p: _____

q: _____

p	q	$p \Rightarrow q$

8. **Determina** por extensión los siguientes conjuntos.

a) $N = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es múltiplo de } 4, -8 \leq x \leq 20\}$

$N = \{ \quad \quad \quad \}$

b) $M = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es divisor de } 24, 1 < x < 12\}$

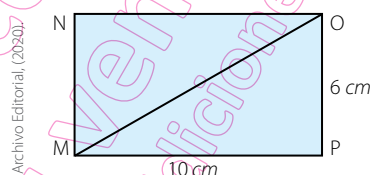
$M = \{ \quad \quad \quad \}$

c) $O = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es múltiplo de } 3, 6 < x < 30\}$

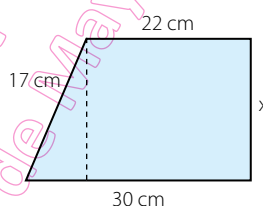
$O = \{ \quad \quad \quad \}$

9. **Resuelve** el siguiente problema.

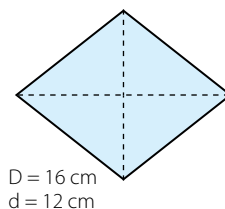
a) ¿Cuál es la distancia entre los puntos M y O?



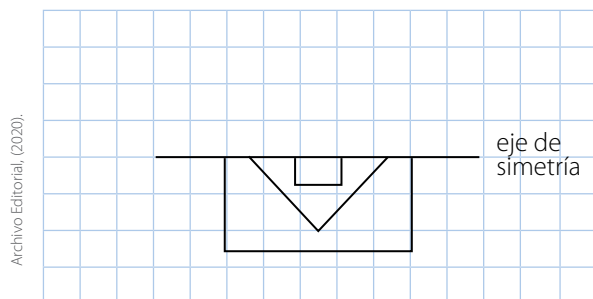
b) **Halla** la medida de la altura de un trapecio rectángulo.



c) **Calcula** el perímetro del rombo.



10. **Completa** la siguiente figura simétrica.



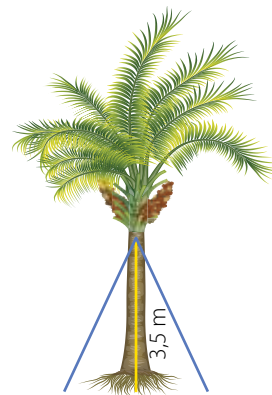
Tema: Conservando los ríos

Teorema de Pitágoras

Situación cotidiana

Nuestro país es productor de aceite de palma. Por eso, es necesario cuidar las palmas que están en mal estado para lograr una buena producción de dicho aceite.

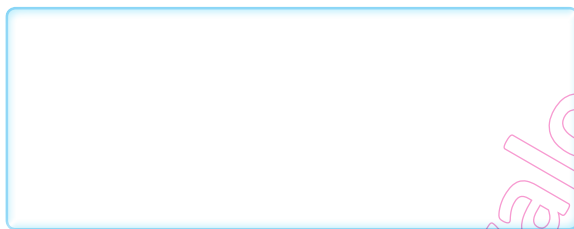
Carlos realiza el cuidado de las palmeras de una plantación de aceite de palma. Debido a los fuertes vientos, se ve en la necesidad de sujetar los árboles con cuerdas, como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros de cuerda comprará si tiene que sujetar 8 árboles, y cada estaca que emplea para sujetar las cuerdas está a 90 cm del pie de cada palmera?



Shutterstock, (2019), 346954724

Reflexiona

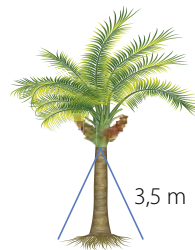
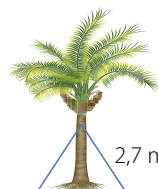
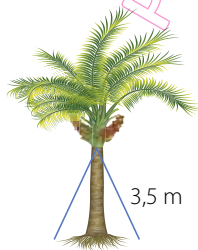
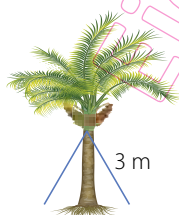
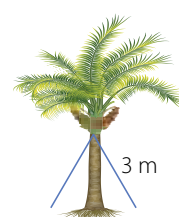
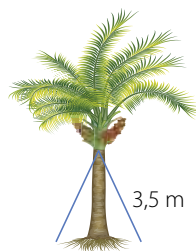
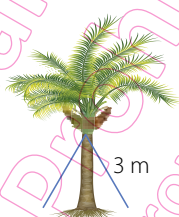
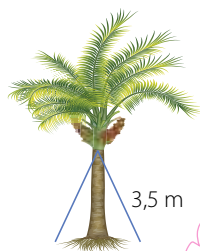
- **Realiza** un esquema gráfico de la posible solución.
- **Comprueba la respuesta**



- Si las palmeras tienen diferentes medidas, ¿se utilizará la misma cantidad de cuerda?

Resuelve la situación

- Si las palmeras fueran de las alturas del gráfico. ¿Cuánto metros de cuerda necesitaría Carlos?



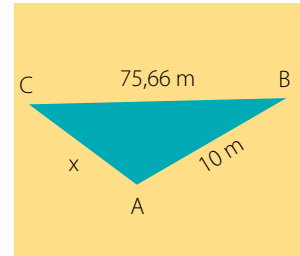
Tema: Cuidemos el río

Teorema de Pitágoras

Situación cotidiana

El teorema de Pitágoras es muy útil en la vida, pues a través de este se puede conocer la altura de un edificio, sabiendo la medida de la sombra que proyecta. Se puede conocer el ancho de un río si se conocen longitudes determinadas.

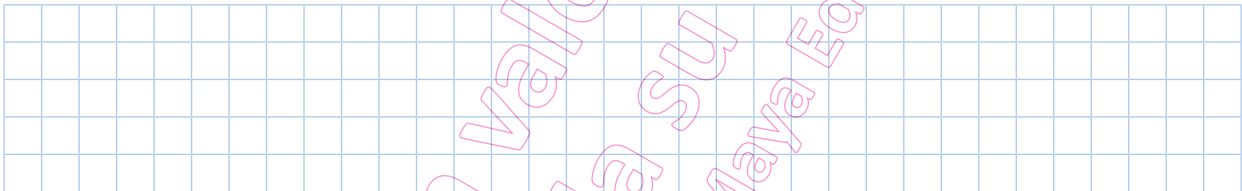
Los estudiantes de un colegio presentan un proyecto para la conservación y preservación del río de su localidad. Para dicho estudio, necesitan saber las dimensiones del ancho del río. Un estudiante registró las medidas (en metros) que se muestran en la figura, donde el segmento AC es perpendicular a AB. ¿Cuál es el ancho del río?



Reflexiona

- Si miras el esquema a simple vista, ¿crees que el ancho del río puede ser menor a 10 metros?

- Comprueba la respuesta.



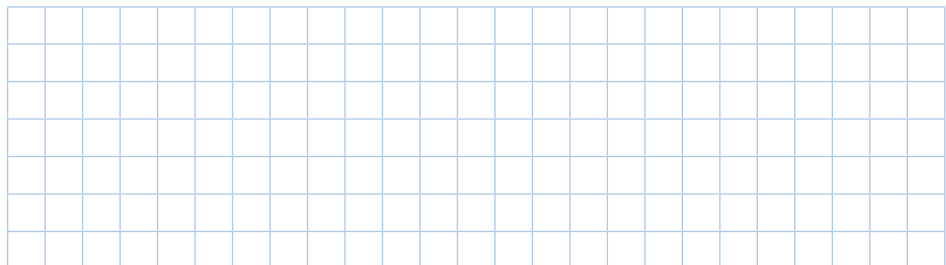
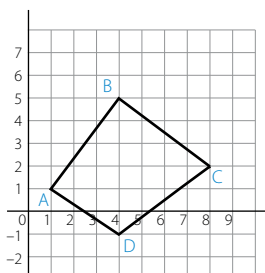
- Si no conoces la longitud del segmento CB, y conoces la superficie del triángulo formado por ABC, ¿podrías conocer el ancho del río?

- Demuestra tu respuesta si el área del triángulo formado es 375 m^2 .



Resuelve la situación

- Agustina mira el trayecto que recorre una hormiga en centímetros. Si sale del punto A y regresa a ese mismo punto, ¿qué distancia recorre?



-
- A diagram illustrating the concept of a sequence or set of nested sets. It shows three squares of increasing size, each containing the previous one, with a small gap between them. The squares are arranged in a descending staircase pattern from top-left to bottom-right. A large, faint, pink watermark reading 'Algebra' is visible across the lower half of the image.



Diagram of a composite figure consisting of three squares. A large square is at the bottom left. A smaller square is at the top left, sharing its bottom side with the top side of the large square. A third square is to the right of the top-left square, sharing its left side with the right side of the top-left square. The side length of the top-right square is labeled as 4 cm. The side length of the bottom square is also labeled as 4 cm.

Adaptado: <http://www.ommenlinea.org/>

7. Lee y analiza.

Daniela realiza ejercicio y quema aproximadamente 50 calorías por hora. ¿Cuántas calorías quemará si hace ejercicio desde las 14:00 h hasta las 18:30 h?

Argumenta la respuesta:

[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- a) 550 calorías c) 225 calorías
b) 350 calorías d) 200 calorías

8. Lee y analiza.

Si a y b son positivos y $4(2^{3x}) = 2\,048$, ¿cuál es el valor de x?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 3 c) 8
b) 4 d) 9

9. Lee y analiza.

¿Cuánto es la suma de las cifras del valor de M ?

345	690	2
208	1 040	5
509	M	3

Argumenta la respuesta:

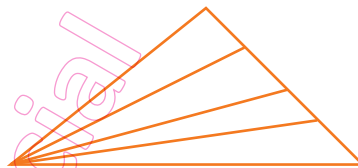
[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

10. Lee y analiza.

¿Cuántos triángulos se pueden observar en la figura?



Argumenta la respuesta:

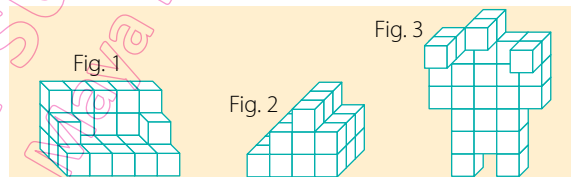
me sa

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

11. Lee y analiza.

¿Qué figuras tienen el mismo volumen?



Argumenta la respuesta:

[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- a)** Fig. 1 y Fig. 2
b) Fig. 1 y Fig. 3
c) Fig. 2 y Fig. 3
d) Todas

12. Lee y analiza.

¿Cuánto es el doble de la tercera parte del 50 % de 1 800?

Argumenta la respuesta:

[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- a) 900 c) 200
b) 600 d) 450

13. Lee y analiza.

Si $a \star b = a + b \div 4$

5  8

Argumenta la respuesta:



Escoge la respuesta correcta.

- a) 4 c) 7
b) 6 d) 8

14. Lee y analiza.

A un número se le disminuye 150, al resultado se lo multiplica por 15 y luego el producto se divide entre 6 y se obtiene 60. ¿Cuál es el número?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

15. Lee y analiza.

Si a la hipotenusa de un triángulo rectángulo la dividimos entre 3, al cociente le aumentamos 19 y a este resultado le multiplicamos por 2, obtenemos 56. ¿Cuánto mide la hipotenusa?

Argumenta la respuesta:

A blank sheet of graph paper with a light blue grid pattern. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm. In the top left corner, there is a faint, stylized drawing of a person's head and shoulders, possibly a cartoon character, drawn in a light purple or pink color. The rest of the page is empty except for the grid lines.

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

Nombre del estudiante: _____

Grado: _____

Fecha: _____

Instrucciones

Correcto



Incorrecto



1. Pinta totalmente los círculos.
2. No hagas marcas fuera del círculo.
3. En caso de concluir antes de tiempo, revisa los ejercicios en los que hayas tenido dudas.

- 1) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

2) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

3) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

4) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

5) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

6) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

7) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

8) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

9) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

10) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

11) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

12) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

13) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

14) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

15) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

Resuelve los ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

1. El grado del absoluto del siguiente monomio es: $4n^2m^4o$:

a) Grado 2 c) Grado 6
b) Grado 3 d) Grado 7

2. El resultado de la operación

$$(50x^4 : 25x^2) - 12x^2 \text{ es:}$$

a) $2x^4$ c) $-14x^2$
b) $-10x^2$ d) $-6x^4$

M.4.2.1. Definir y reconocer proposiciones simples a las que se puede asignar un valor de verdad para relacionarlas entre sí con conectivos lógicos: negación, disyunción, conjunción, condicionante y bicondicionante; y formar proposiciones compuestas (que tienen un valor de verdad que puede ser determinado).

3. ¿Qué expresión no es una proposición?

a) Camila obtuvo 10 en el examen.
b) Daniel no tiene una computadora.
c) ¿Quién tiene la pelota?
d) Quito es la capital del Ecuador.

4. ¿Qué expresión representa una conjunción?

a) El 15 es múltiplo de 5 y múltiplo de 3.
b) El 5 es menor que 8 o menor que 2.
c) Luis camina, entonces se cansa.
d) Si un número es compuesto, entonces tiene muchos divisores.

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

5. El siguiente conjunto $A = \{x/x \in \mathbb{Z}, 6 < x < 9\}$, expresado en extensión, es:

a) $A = \{8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$
b) $A = \{9, 8, 7, 6\}$
c) $A = \{6, 7, 8\}$
d) $A = \{7, 8\}$

6. El conjunto complemento de $A = \{a, e, o\}$ es:

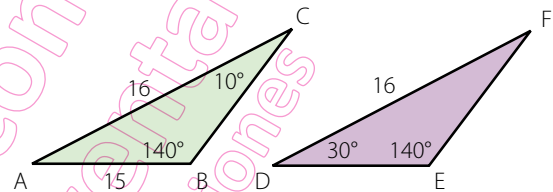
a) $A^c = \{\text{vocales}\}$ c) $A^c = \{i, o\}$
b) $A^c = \{a, b, d, d, e, i, o\}$ d) $A^c = \{a, e, o\}$

M.4.2.9. Definir e identificar la congruencia de dos triángulos de acuerdo a criterios que consideran las medidas de sus lados y/o sus ángulos.

7. Dos triángulos isósceles que tienen el mismo valor en la base son siempre congruentes si:

a) La altura de los dos triángulos mide lo mismo.
b) Los ángulos de la base son agudos.
c) Cada lado de la base mide 10 cm.
d) Si sus lados desiguales miden diferente.

8. Según la figura, ¿qué expresión es falsa?



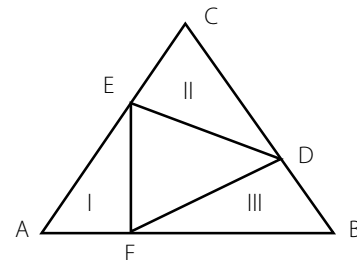
I. $\angle ACB \cong \angle DFE$

II. $\triangle BCA \cong \triangle EFD$

III. $AB = DF$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II

9. Si ABC equilátero $AF = BD = CE$, ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?



I. $I \cong II$

II. $I \cong III$

III. $II \cong II$

a) Solo I y II
b) Solo I y III
c) Solo II y III
d) Todas

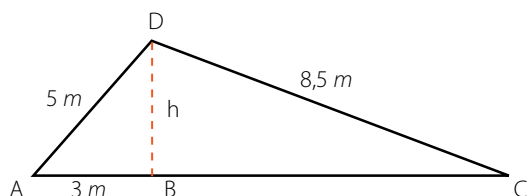
Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Coevaluación

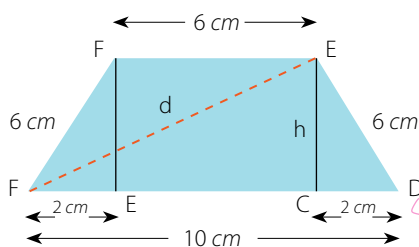
M.4.2.14. Demostrar el teorema de Pitágoras utilizando áreas de regiones rectangulares. **M.4.2.15.** Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

10. El perímetro del triángulo es:



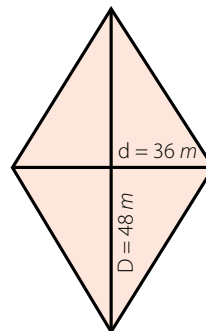
- a) 16,5 cm c) 24 cm
b) 21,5 cm d) 20,5 cm

11. La diagonal del trapecio mide:



- a) 5,65 cm c) 6,75 cm
b) 9,8 cm d) 8,9 cm

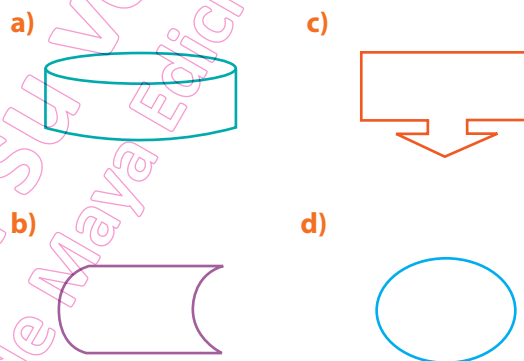
12. ¿Cuál es el valor del perímetro del rombo?



- a) 30 cm
b) 120 cm
c) 168 cm
d) 63,2 cm

M.4.2.7. Reconocer y trazar líneas de simetría en figuras geométricas para completarlas o resolverlas.

13. ¿Qué figura tiene más de dos ejes de simetría?



Autoevaluación

14. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

Contenidos

Identifico grado de un monomio y resuelvo operaciones.

Identifico proposiciones simples y compuestas.

Determino conjuntos por comprensión y extensión.

Identifico triángulos congruentes.

Soluciono situaciones que impliquen resolver con teorema de Pitágoras.

Reconozco ejes de simetría.

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

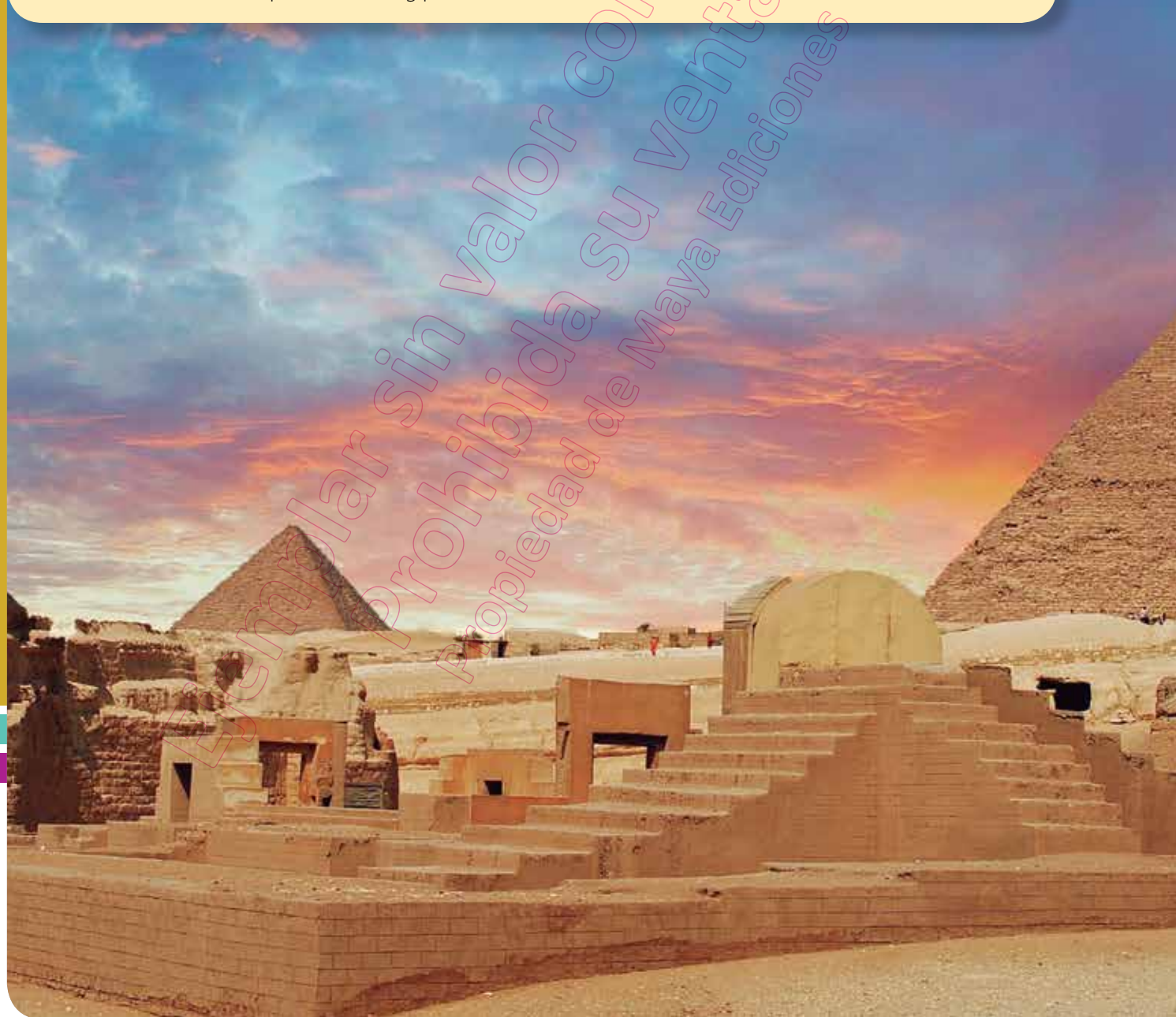
unidad 6

La matemática en el mundo

Todos sabemos que la matemática es necesaria para cada evento de nuestra vida; es la principal herramienta del ser humano para poder comprender lo que tiene a su alrededor.

Utilizamos la matemática en muchas actividades cotidianas: en la administración del dinero, al preparar una receta, en el cálculo del tiempo y la velocidad, etc. Pero lo más importante es que nos invita a hacer el análisis de la relación de los números con las figuras geométricas.

La matemática ha sido la protagonista de varios avances tecnológicos, y está presente en el análisis estadístico y económico de los países o en la evaluación de fenómenos naturales. Incluso está presente en una de las siete maravillas del mundo: las pirámides de Egipto.





Preguntas generadoras

- ¿En qué momento de tu vida ha sido importante para ti la matemática?
- ¿Qué tema de la geometría te ayudaría a conocer la altura de la pirámide?
- ¿Para qué otro evento puedes aplicar la matemática en tu vida?

Álgebra y funciones

- Polinomio y valor numérico
- Operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento
- Producto cartesiano
- Relaciones
- Funciones

Geometría y medida

- Sólidos geométricos, características y construcción

Estadística y probabilidad

- Probabilidad. Eventos

Objetivos:

O.M.4.1. Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.



Saberes previos

Nombra dos monomios semejantes a $14xy^2$.

Paula compra en una papelería tres esferos y dos cuadernos. ¿Cómo se puede expresar en lenguaje algebraico lo que tiene que pagar Paula en la papelería?



Recuerda que...

Monomio es la expresión algebraica donde no figuran las operaciones de suma y resta.



\$ x



\$ y

Lo que tiene que pagar sería: $3x + 2y$.

Polinomio es la expresión algebraica formada por dos o más monomios unidos por suma o resta.

Algunos polinomios tienen nombres específicos de acuerdo con el número de términos que poseen:

Si tiene dos términos $\rightarrow$ Se llama binomio $\rightarrow \frac{a^2}{2} - \frac{5m}{7n}$.

Si tiene tres términos $\rightarrow$ Se llama trinomio $\rightarrow x^2 - 2xy + y^2$.

El **grado** de un polinomio se define como el mayor de los grados de sus términos. El grado puede ser absoluto y con relación a una letra.

Observa el del polinomio:

Grado de un polinomio

El grado **absoluto** de un polinomio es el grado de su término de mayor grado.

Ejemplo:

$$5a^4b^3 + 12ab^4$$

$\downarrow$

7.º

$\downarrow$

5.º $\rightarrow$ g. absoluto es 7.º

El grado **relativo** de un polinomio con relación a una letra es el mayor exponente de dicha letra en el polinomio.

Ejemplo:

$$5a^4b^3 + 12ab^4 \text{ respecto a letra } b$$

$\downarrow$

3.º

$\downarrow$

4.º $\rightarrow$ g. relativo es 4.º

El **monomio** de mayor grado se denomina término principal, y el de grado 0 es el término independiente.

Ejemplo 1

Encontrar el grado absoluto del trinomio y el relativo respecto a la letra y.

Solución

$x^5 - 2x^2y + y^3 \rightarrow$ Grado absoluto: 5.º grado y grado relativo respecto a y: 3.º grado.

Un polinomio puede ser:

Completo o **incompleto** respecto a una letra. Es completo el que contiene todos los **exponentes** sucesivos de dicha letra, desde el más alto hasta el más bajo que tenga la letra en el polinomio.

Ejemplo 2

Completo $\rightarrow x^5 + x^4 - 2x^3 + 5x^2 - x - 1.$

Incompleto $\rightarrow x^5 + x^4 + 5x^2 - x - 1.$

Ordenado o **no**. Polinomio ordenado con respecto a una letra es un polinomio en el cual los exponentes de una letra escogida, llamada **letra ordenatriz**, van aumentando o disminuyendo sucesivamente.

Ejemplo 3

Ordenado en forma ascendente $\rightarrow x + x^2 + 5x^3.$

Ordenado en forma descendente $\rightarrow x^3 + x^2 + x + 5.$

Valor numérico

Encontrar el valor numérico de una expresión algebraica significa reemplazar las variables por valores específicos y efectuar los cálculos correspondientes.

En ocasiones se evalúa una expresión algebraica para verificar una igualdad o para despejar un valor desconocido.

Valor numérico de un monomio

El valor numérico de $5ab$ para $a = 1$, $b = 2$.

Sustituimos la **a** por su valor **1** y la **b** por **2** y tendremos:

$$\begin{array}{c} 5 \cdot a \cdot b \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 5 \cdot 1 \cdot 2 = 10 \end{array}$$

Valor numérico de un polinomio

El valor numérico de $ac + b^2n^2 - bd$ para $a=3$, $b=4$, $c=\frac{1}{3}$, $d=0,5$, $n=\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{ccccccc} a & c & + & b^2 & n^2 & - & b \cdot d \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \downarrow \end{array}$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} + 4^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot 0,5 \quad \text{Reemplazamos.}$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} + 16 \cdot \frac{1}{16} - 4 \cdot 0,5 \quad \text{Resolvemos potencias.}$$

$$\cancel{3} + \frac{16}{16} - 2 \quad \text{Resolvemos multiplicaciones.}$$

$$1 + 1 - 2 = 0 \quad \text{Resolvemos sumas y restas.}$$



¿Sabías qué?

Un **polinomio** se suele designar por una letra mayúscula seguida de las variables entre paréntesis. Ejemplo:

$$P(x) = 2x^2 - 3$$



Recuerda que...

Cuando sumamos o restamos monomios, nos fijamos solo en sus coeficientes. A este proceso lo llamamos reducción de términos semejantes.



Recuerda que...

En operaciones combinadas se resuelven las operaciones en el siguiente orden:

1. Potencias y raíces
2. Multiplicaciones y divisiones
3. Sumas y restas

1. **Escribe** la expresión algebraica correspondiente a cada uno de los siguientes enunciados:

a) La mitad de la diferencia de dos números.

b) Un tercio del cociente de dos números.

c) La suma del cubo de un número y cinco.

d) La mitad de la suma de un número y su cuadrado.

e) La suma de dos números consecutivos.

2. **Escribe** en lenguaje común los siguientes polinomios algebraicos:

a) $x^3 + y^3$

b) $(x + y)^2$

c) $2x^2 + y$

d) $\frac{1}{5}x + 3x^2$

e) $\frac{x + 3x^2}{5}$

f) $\frac{x^2 - y^2}{3}$

g) $\frac{2x^2 - 3y}{2}$

3. En cada polinomio, **determina** el grado, el término principal y el término independiente.

Polinomio	Término principal	Término independiente	Grado
$4ab^2 - 2a + 5$			
$3x^3 - 5x - 1$			
$2m^2n^2 - 3m - 2$			
$4a^2b^3c - 3ab + 3$			
$2x^2yz^3 - 3xyz$			

4. **Escribe** los polinomios con las características solicitadas.

a) Polinomio con 4 términos, de grado 5 y término independiente -2 .

b) Binomio de grado 5, y término independiente 0.

c) Trinomio de grado 4, término independiente -8 .

d) Polinomio de 5 términos de grado 8 y término independiente -1 .

5. **Ordena** en forma descendente los siguientes polinomios.

a) $-3x^4 + 2x^2 + 3 + 3x$

b) $5x^4 + 2x - 1 - 3x^2$

c) $\frac{1}{2}m^3 + 5m + 3m^2 - 3m^4$

d) $5x^3 + x^2 - 3x^4 - 3$

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

6. **Calcula** el valor numérico de los siguientes polinomios. Para $x = -2$.

a) $2x^2 - 3x + 8 =$

b) $3x^3 - 3x - 5 =$

c) $2x^3 - 3x - x =$

d) $4x^4 - 5x + 2 =$

e) $-3x^2 + 2x - 12 =$

7. **Calcula** los valores numéricos de los siguientes polinomios.

a) $-3x^3 + 2x^2 - 12x + 4x + 9 =$

Para $x = -1$.

Para $x = 2$.

b) $-x^3y^2 + 3x^2y - 2xy - 3x + 2y =$

Para $x = 0, y = -1$.

Para $x = -1, y = 2$.

c) $3m^2np^2 + 4m^3n - 3mnp + 4mp^2 =$

Para $m = 1, n = -1, p = 2$.

Para $m = -1, n = 2, p = -3$.

Trabajo colaborativo

8. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Inventen tres polinomios y **escriban** valores a sus variables. Luego **intercambien** sus ejercicios con otras parejas y finalmente **realicen** comprobaciones.

Actividad indagatoria

9. **Indaga:** ¿cuántos términos tiene un polinomio completo de grado 5, uno de grado 2, y uno de grado 15? ¿Y si el grado es n ?

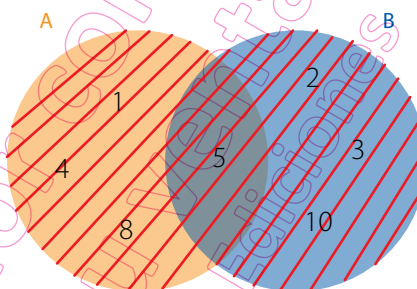


Desequilibrio cognitivo

¿Qué es un conjunto? **Nombra** tres conjuntos.

Unión de conjuntos

Gabriela está completando un álbum de superhéroes y le hacen falta 12 cromos. Su mamá le regala los que ocupan los números $A = \{1, 4, 5, 8\}$ y su papá le consigue los números $B = \{2, 3, 5, 10\}$. ¿Cuántos tiene y cuántos le faltan para completar la colección?



Archivo Editorial, (2020).



Recuerda que...

El diagrama de Venn de dos conjuntos depende de:

- si son iguales:



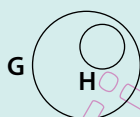
- si son disjuntos:



- si son intersecantes:



- si uno es subconjunto de otro:



El total de lo que tiene Gabriela se obtiene al juntar los conjuntos. Es decir, la unión de conjuntos que se denota con $A \cup B$ y se lee "A unión B".

Tiene: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 10\}$.

Gabriela tiene 7 superhéroes y le faltan 5.

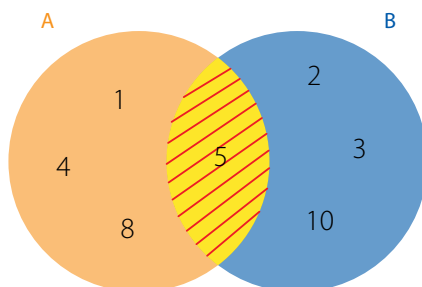
La **unión** de dos conjuntos es un conjunto formado por **todos los elementos que están** en dichos conjuntos. Se representa pintando **toda** el área de los conjuntos.

Intersección de conjuntos

La **intersección** de dos conjuntos es un conjunto formado por todos los **elementos comunes** que tengan los conjuntos. Se representa pintando el **área común** de los conjuntos.

Ejemplo 1

En el regalo de la mamá y en el del papá de Gabriela, ¿hay algún cromo de superhéroe que se repite?



Archivo Editorial, (2020).

Se repite el superhéroe con número 5.

Es el elemento común entre los dos conjuntos. La intersección de conjuntos se denota por $A \cap B$ y se lee "A intersección B".

$$A \cap B = \{5\}$$

Diferencia de conjuntos

Ejemplo 2

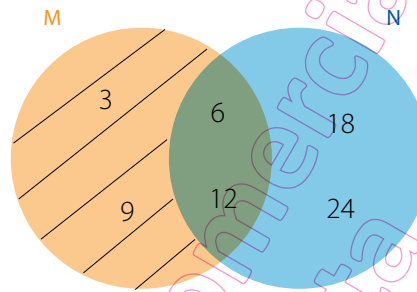
Encontrar la diferencia entre el conjunto $M = \{3, 6, 9, 12\}$ y $N = \{6, 12, 18, 24\}$.

Solución

1. Analizar qué relación existe entre estos conjuntos.
2. Pintar toda área que contiene elementos de M que no están en N .
3. Escribir el conjunto solución.

La diferencia entre M y N es un conjunto formado por los elementos de M que no pertenecen a N .

La diferencia se denota por $M - N$ y se lee "M menos N". $M - N = \{3, 9\}$.



Archivo Editorial, (2020).

La **diferencia** entre dos conjuntos es un conjunto formado por **los elementos del primer conjunto que no pertenecen al segundo conjunto**. Se representa pintando el **área que pertenece solo al primer conjunto**.

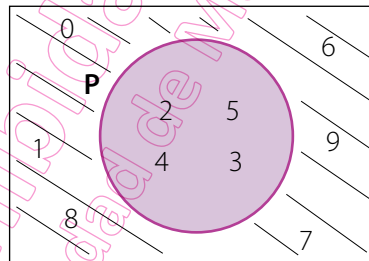
Complemento de un conjunto

Ejemplo 3

Encontrar el complemento del conjunto $P = \{2, 3, 4, 5\}$ si el conjunto $U = \{\text{números dígitos}\}$.

Solución

Como P es un conjunto contenido en un conjunto universal $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, entonces el complemento de P respecto a U , denotado por P' , es otro conjunto formado por todos los elementos de U que no pertenecen a P .

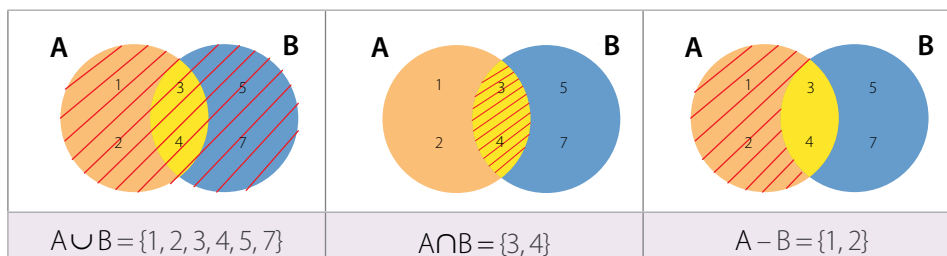


Archivo Editorial, (2020).

Si un conjunto A está dentro de un **conjunto universal** U , entonces el **complemento de A** respecto a U es otro conjunto con **todos los elementos de U que no pertenecen a A**. Se representa pintando el área fuera del conjunto A y dentro del conjunto U .

Ejemplo 4

Si $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5, 7\}$, hallar unión, intersección y diferencia entre A y B .



Archivo Editorial, (2020).



DFA

El comportamiento y las formas de hablar suelen variar de persona a persona. Es importante respetar el estilo que cada persona tenga a la hora de hablar y de comportarse.

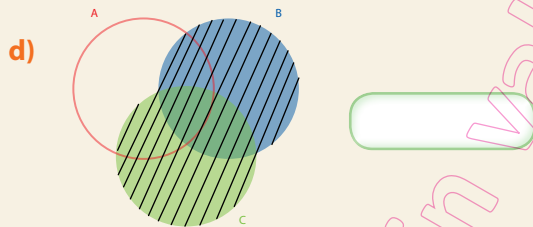
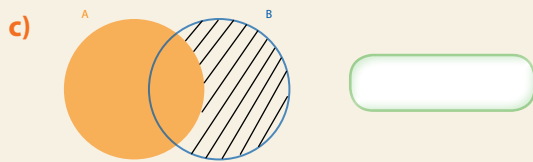
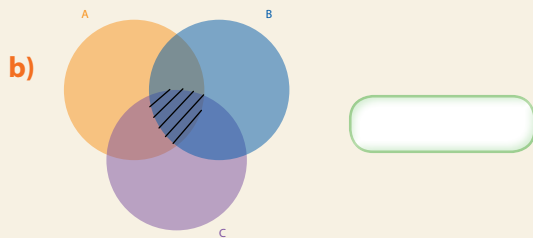
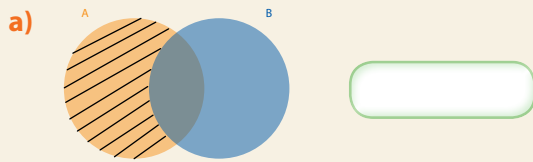


Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/33i6bp8

Imprime la página 3 para reforzar tu aprendizaje.

1. **Observa** el diagrama y **escribe** la operación que lo representa.



2. **Encuentra** la unión de los conjuntos:

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A \cup B = \{ \quad \}$$

$$A \cup C = \{ \quad \}$$

$$B \cup C = \{ \quad \}$$

3. Sean los conjuntos

$$M = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$$

$$N = \{a, e, i, o, u\}$$

$$O = \{d, e, f, g, h, i, m, n, o, p\}$$

escribe las operaciones solicitadas:

$$M \cap N = \{ \quad \}$$

$$N \cap O = \{ \quad \}$$

$$M \cap O = \{ \quad \}$$

4. Sean los conjuntos

$$M = \{\text{perro, gato, león, canario}\}$$

$$N = \{\text{león, tigre, mono, jirafa}\}$$

$$O = \{\text{elefante, zorro, lobo, ciervo}\},$$

escribe el conjunto diferencia solicitado en cada caso.

$$M - N = \{ \quad \}$$

$$N - O = \{ \quad \}$$

$$M - O = \{ \quad \}$$

5. Sean los conjuntos

$$A = \{2, 4, 8\}$$

$$C = \{1, 10, 50\}$$

$$B = \{2, 6, 18\}$$

$$D = \{2, 6, 18, 10, 30, 90\},$$

halla las siguientes operaciones:

a) $A \cup B \cup C$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

b) $(A \cup B) \cup D$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

c) $(D \cup C) \cup (A \cap C)$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

d) $A \cap B \cap C$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

e) $(D \cap B)$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

f) $(A \cup B) \cup (C \cap D)$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

6. **Escribe** el complemento del conjunto dado.

$$U = \{x/x; x \in \mathbb{Z} -3 < x < 5\}$$

$$A = \{-2, -1, 0\}$$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

$$U = \{x/x; x \in \mathbb{Z} -7 < x < 2\}$$

$$B = \{-1, 0, 1\}$$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

7. Representa gráficamente las operaciones entre conjuntos.

a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(A - B) \cup C$

c) $M - N$

d) A^c

e) $A \cap B \cap D$

f) $(A \cup C)^c$

8. Resuelve los siguientes problemas:

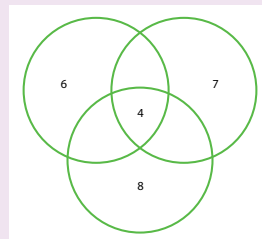
- a) En una conferencia hay 6 docentes y 8 abogados; de los 6 docentes, 3 son también abogados, y de los 8 abogados, 3 son docentes. ¿Cuántos tienen una sola profesión?

- b) De 300 turistas se sabe que 125 van a la playa, 110 van a la montaña, 50 van a la playa y la montaña. ¿Cuántos no van ni a la playa ni a la montaña?

Trabajo colaborativo

9. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Creen un problema que tenga como solución el siguiente gráfico:



Archivo Editorial, (2020).

Actividad indagatoria

10. Indaga: ¿qué son conjuntos coordinables?
Nombra dos ejemplos.



Saberes previos

Se tienen 3 camisetas y 3 pantalones de diferentes colores cada uno. ¿Cuántas combinaciones de ropa se pueden formar?



¿Sabías qué?

Al producto cartesiano se lo puede representar en: diagramas de flechas, diagramas arbolados, tablas y gráficos cartesianos.

Cada par que formemos con un elemento de A y uno de B, en ese orden, recibe el nombre de par ordenado.

Producto cartesiano

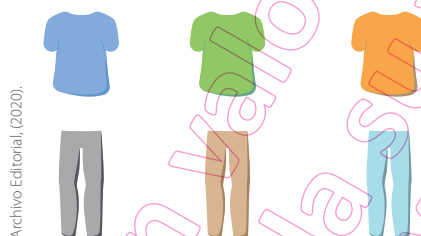
Andrea tiene 3 camisetas de color rosado, negro y verde. Tiene 3 pantalones de color celeste, negro y rosado. Hallar todas las formas distintas como puede vestirse Andrea.

Para encontrar todas las combinaciones posibles, relacionamos cada camiseta con cada pantalón. Representaremos camisetas en el conjunto con la letra C y pantalones en el conjunto con la letra P. Los elementos son los colores y se representan con la inicial minúscula.

$$C = \{r, n, v\}$$

$$P = \{c, n, r\}$$

$$C \times P = \{(r, c); (r, n); (r, r); (n, c); (n, n); (n, r); (v, c); (v, n); (v, r)\}$$



Archivo Editorial, (2020).

El conjunto compuesto por todos los pares ordenados forma el producto cartesiano A y B. El conjunto $C \times D$ son todas las alternativas que tiene Andrea.

El **producto cartesiano** de dos conjuntos es el conjunto formado por todos los pares ordenados, en los que la **primera componente** es un elemento del **primer conjunto** y la **segunda componente** es un elemento del **segundo conjunto**.

El producto cartesiano se puede representar mediante:

El plano cartesiano

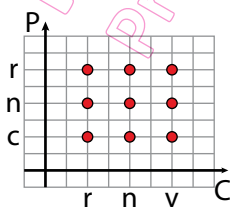


Diagrama sagital

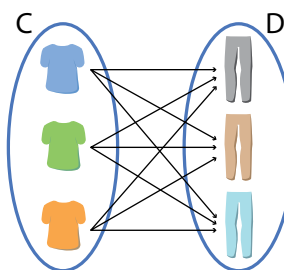
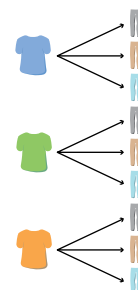


Diagrama de árbol



Archivo Editorial, (2020).

En el plano cartesiano, el primer conjunto está en el eje **x** y el segundo conjunto va en el eje **y**. En el diagrama sagital, el **conjunto C** de donde salen las flechas se llama **conjunto de partida** y donde llegan, **el conjunto P**, se llama **conjunto de llegada**.

El **conjunto solución** es: $C \times P = \{(r, c); (r, n); (r, r); (n, c); (n, n); (n, r); (v, c); (v, n); (v, r)\}$.

Relaciones

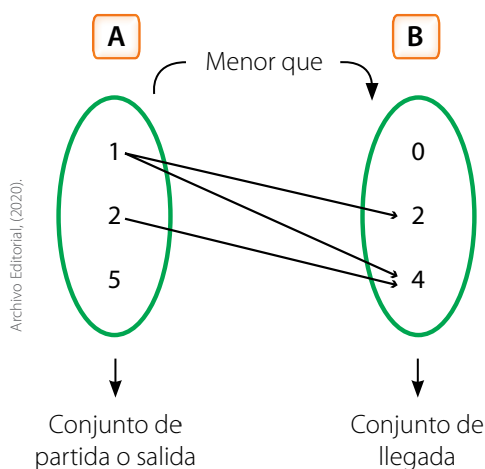
Se pueden establecer múltiples relaciones a partir de ciertas condiciones como: ser mayor que, ser doble de, ser anterior a, ser igual que, etc.

Ejemplo 1

Relacionar los conjuntos $A = \{1, 2, 5\}$ con el conjunto $B = \{0, 2, 4\}$ mediante la **condición** "ser menor que" y representar gráficamente.

Una relación se puede representar gráficamente de dos maneras:

1. Diagrama sagital:



Se establece la relación mediante flechas, uniendo los elementos que cumplen la condición.

El resultado de la relación es un nuevo conjunto que se representa con C_1 y se llama **conjunto solución**.

$$C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}$$

Las **primeras componentes** del conjunto C_1 forman un conjunto que se llama **dominio (D)**. $D(C_1) = \{1, 2\}$

Las **segundas componentes** del conjunto C_1 se llaman **rango o codominio (R)**. $R(C_1) = \{2, 4\}$



DFA

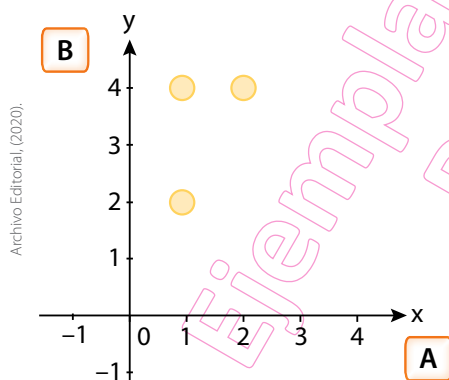
Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

$$C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}$$

$$D(C_1) = \{1, 2\}$$

$$R(C_1) = \{2, 4\}$$

2. Plano cartesiano:



$$\text{Conjunto solución: } C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}$$

$$\text{Conjunto de partida: } A = \{1, 2, 5\}$$

$$\text{Conjunto de llegada: } B = \{0, 2, 4\}$$

$$\text{Dominio de } C_1: D(C_1) = \{1, 2\}$$

$$\text{Rango de } C_1: R(C_1) = \{2, 4\}$$

El conjunto C_1 es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

$$\text{Producto cartesiano: } A \times B = \{(1, 0); (1, 2); (1, 4); (2, 0); (2, 2); (2, 4); (5, 0); (5, 2); (5, 4)\}$$

$$C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}, \text{ por lo tanto, } C_1 \subset (A \times B).$$

Una **relación** es un subconjunto del producto cartesiano determinado mediante una condición específica.

1. Observa los siguientes conjuntos y responde.

$$A = \{4, 6\} \quad C = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 6\} \quad D = \{-4, -1, -3\}$$

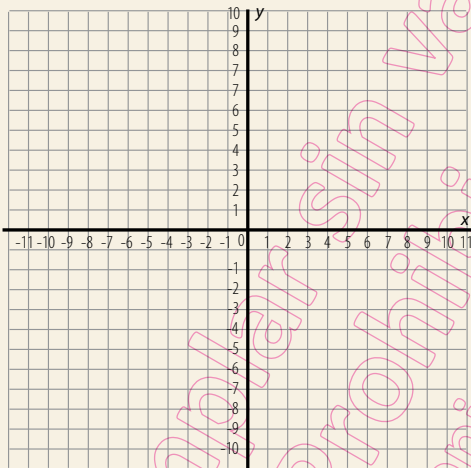
a) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $A \times B$?

b) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $A \times C$?

c) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $B \times D$?

d) Determina $C \times D$ y representa en el plano cartesiano.

$$C \times D = \underline{\hspace{2cm}}$$

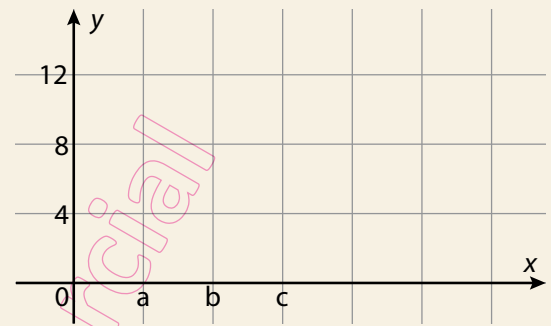
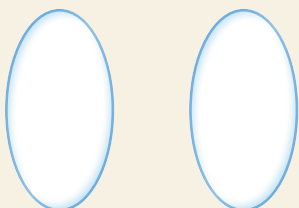


Archivo Editorial, (2020).

2. Establece el producto cartesiano; representa en diagrama sagital y plano cartesiano.

a) $M = \{a, b, c\} \quad N = \{4, 8, 12\}$

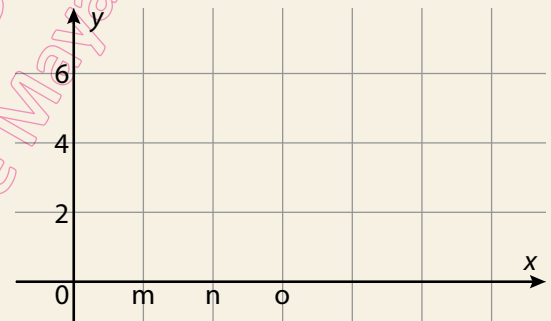
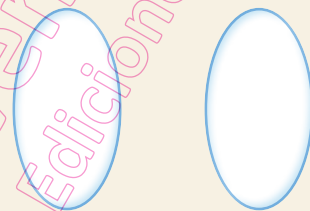
$$M \times N = \underline{\hspace{2cm}}$$



Archivo Editorial, (2020).

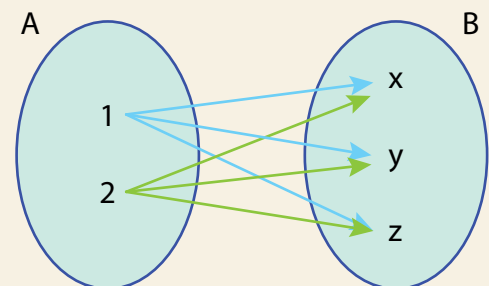
b) $X = \{m, n, o\} \quad Y = \{2, 4, 6\}$

$$X \times Y = \underline{\hspace{2cm}}$$



Archivo Editorial, (2020).

3. Observa el diagrama y escribe la relación correspondiente.



$$A \times B = \underline{\hspace{2cm}}$$

M.4.1.42. Calcular el producto cartesiano entre dos conjuntos para definir relaciones binarias (subconjuntos), representándolas con pares ordenados.

4. Dados:

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad C = \{5, 7, 9, 11, 14\}$$

$$B = \{2, 4, 6\} \quad D = \{5, 6, 7, 9\}$$

a) Escribe la relación.

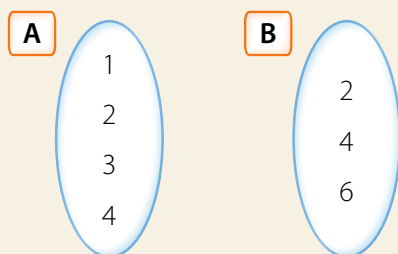
$$R = \{(x, y) \in A \times B / y = 2x\}$$

$$R = \{ \quad \quad \quad \}$$

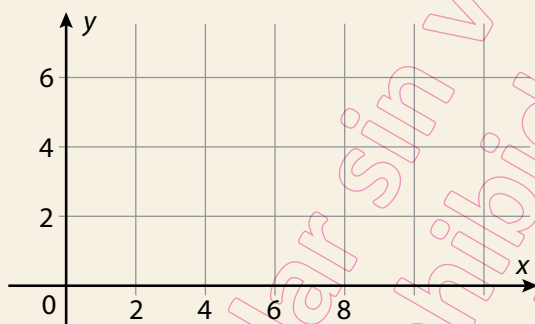
$$\text{Dom } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{Rec } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

Diagrama sagital



Plano cartesiano



b) Escribe la relación.

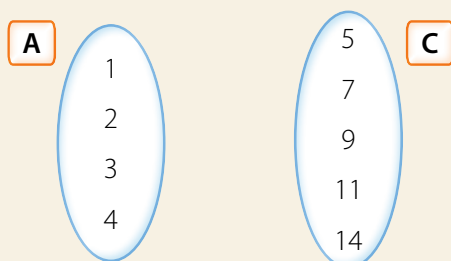
$$R = \{(x, y) \in A \times C / y = 2x + 3\}$$

$$R = \{ \quad \quad \quad \}$$

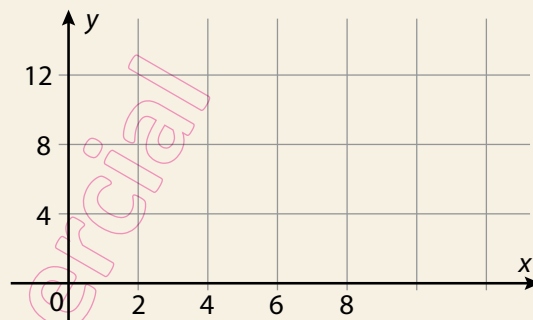
$$\text{Dom } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{Rec } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

Diagrama sagital



Plano cartesiano



c) Escribe la relación.

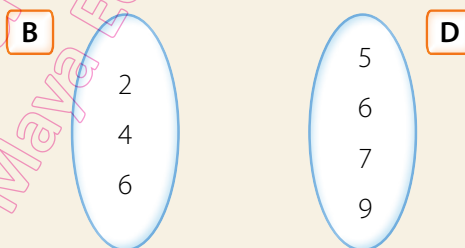
$$R = \{(x, y) \in B \times D / y = \frac{x}{2} + 4\}$$

$$R = \{ \quad \quad \quad \}$$

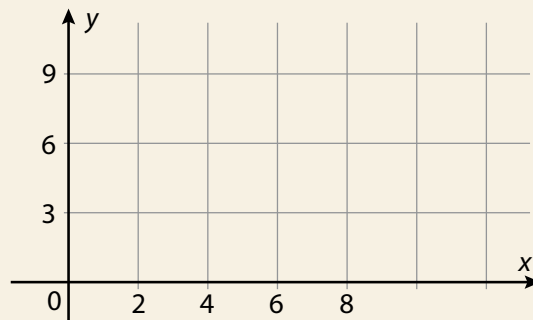
$$\text{Dom } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{Rec } R = \{ \quad \quad \quad \}$$

Diagrama sagital



Plano cartesiano



Trabajo colaborativo

5. Trabajen en parejas y resuelvan.

Escriban cuatro conjuntos diferentes y planteen tres relaciones entre ellos; elaboren un diagrama sagital, y encuentren dominio y recorrido.

Actividad indagatoria

6. Indaga cómo una relación es una función y nombra un ejemplo.



Desequilibrio cognitivo

¿Cuál es el conjunto solución de una relación entre $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 5, 7, 9\}$ que indica "doble más 1"?



Conexiones

Matemática con economía

Utilizamos funciones para conocer la dinámica de la oferta y la demanda. Por ejemplo, cuando un consumidor adquiere un producto, la adquisición siempre estará relacionada con el precio de dicho producto.

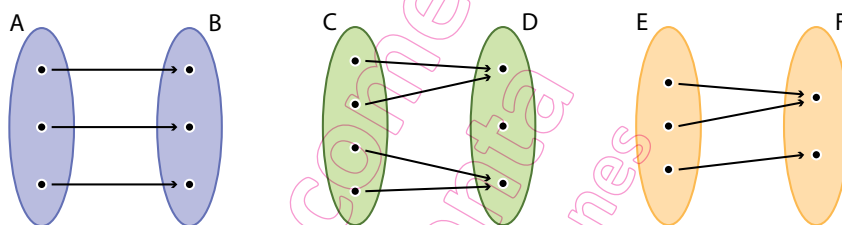


Recuerda que...

La función es una relación, por lo tanto, tiene dominio y rango.

Función

Los gráficos muestran las relaciones entre dos conjuntos, que además son funciones.



Archivo Editorial, (2020).

La **función** es una relación entre dos conjuntos A y B, que asigna a cada uno de los elementos del conjunto A (dominio o partida) uno y solo uno de los elementos del conjunto B (rango o llegada). Los elementos de A se llaman **entradas** y los elementos de B, **salidas**.

Cuando el valor de una variable depende del valor de una variable x , se dice que **y** está en función de **x**. Esto se representa como $y = f(x)$ y se lee "**y** es igual a **f** de **x**". **x** es la variable independiente y **y** la variable dependiente.

Por lo tanto, para que una relación sea función, cumplirá con dos características:

1. **Todos** los elementos del conjunto **inicial intervienen** en la relación.
2. **A cada** elemento del conjunto inicial le corresponde **solo un** elemento del conjunto final.

Ejemplo 1

Identificar variables dependientes e independientes, completar la tabla y graficar.

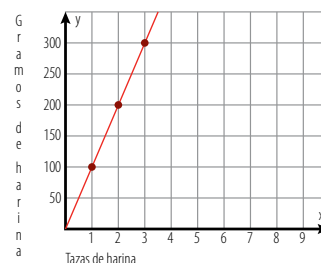
Independiente (tazas de harina)	0	1	2	3
Dependiente (gramos de harina)	0	100	200	300

En esta tabla la relación es multiplicativa: por cada taza de harina que se aumenta, la cantidad sube 100 g.

Estos valores se pueden graficar en el plano cartesiano.

Para cada relación se puede escribir una ecuación. Esta ecuación toma el nombre de función porque el valor de la variable dependiente está en función de los cambios en la variable independiente.

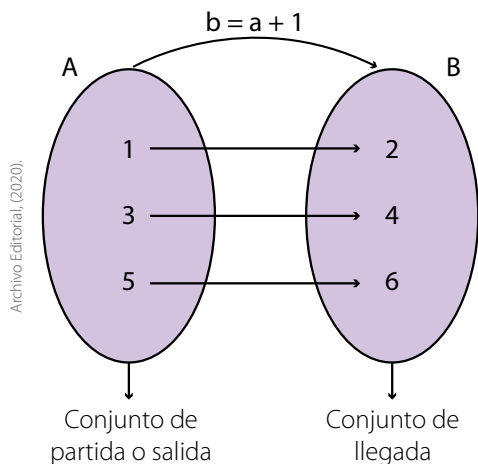
$$f(x) = 100x$$



Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

Relacionar los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{2, 4, 6, 8\}$ con la condición de que $b = a + 1$. Identificar si es o no función. En el caso de que lo fuera, indicar el rango.



Características de una función:

1. Dominio = conjunto de partida
 $D(f) = \{1, 3, 5\}$
2. No sale más de una flecha de cada uno de los elementos del conjunto de partida.

Por lo tanto, si es una función.

$$R(f) = \{2, 4, 6\}$$



¿Sabías qué?

Se le llama variable dependiente porque toma valores que se obtienen con base en la variable independiente.

Ejemplo 3

Representar gráficamente la relación $y = x + 2$.

Solución

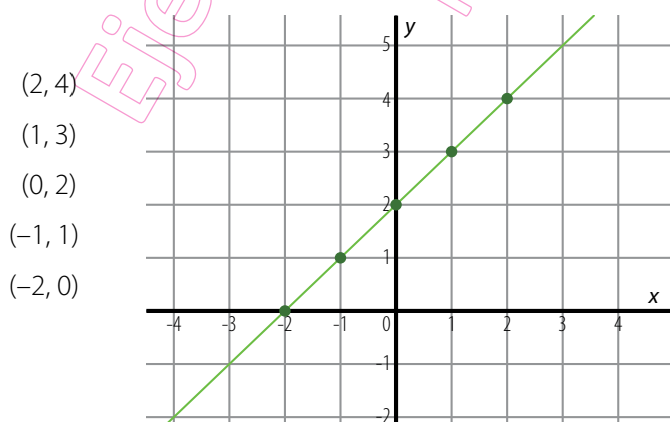
Se elabora una tabla de valores escogiendo los valores que tomará x y se reemplaza en la función.

x	$f(x)$
2	$y = 2 + 2 = 4$
1	$y = 1 + 2 = 3$
0	$y = 0 + 2 = 2$
-1	$y = -1 + 2 = 1$
-2	$y = -2 + 2 = 0$

Se completa la tabla

x	y
2	4
1	3
0	2
-1	1
-2	0

Los ejes cartesianos nos sirven también para representar gráficamente funciones. Según la función, las coordenadas del plano cartesiano son:



¿Sabías qué?

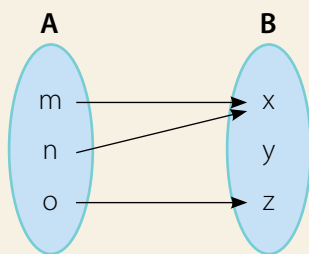
La representación gráfica de las funciones se la debemos a René Descartes, quien fue el primero en utilizar el término función.



André Hatala, Wikimedia Commons (2020).

1. **Determina** si los gráficos presentados son o no funciones. **Argumenta** tu respuesta.

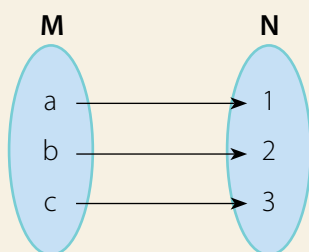
a)



☐ Sí es función ☐ No es función

Porque _____

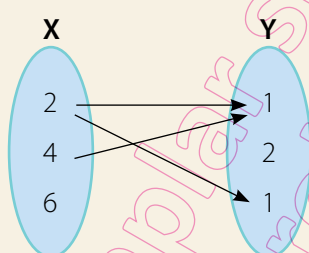
b)



☐ Sí es función ☐ No es función

Porque _____

c)



☐ Sí es función ☐ No es función

Porque _____

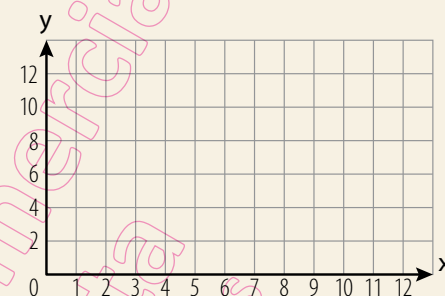
2. **Completa** la tabla con variables dependientes e independientes, según el caso.

Variable independiente	Variable dependiente
	Perímetro del triángulo
Cantidad de pantalones	
	Costo de la factura
Distancia recorrida	

3. **Completa** las tablas y **representa** en el plano cartesiano.

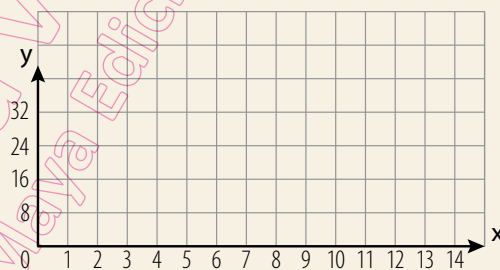
a)

x	12	11	10	9	8
y	10	9			



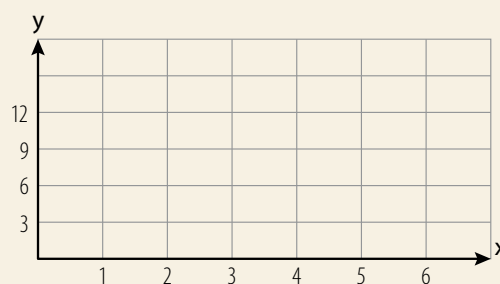
b)

x	10	12	14
y	20	24	



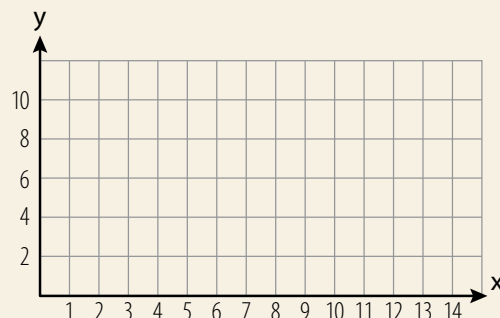
c)

x	5	4	3	2
y	11	9		



d)

x	12	11	10	9	8
y	10	9			



Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en $\mathbb{Z}$.

4. **Completa** la tabla y **escribe** la ecuación correspondiente.

a)

x	y
2	
4	2
8	4
10	5
	7
16	8

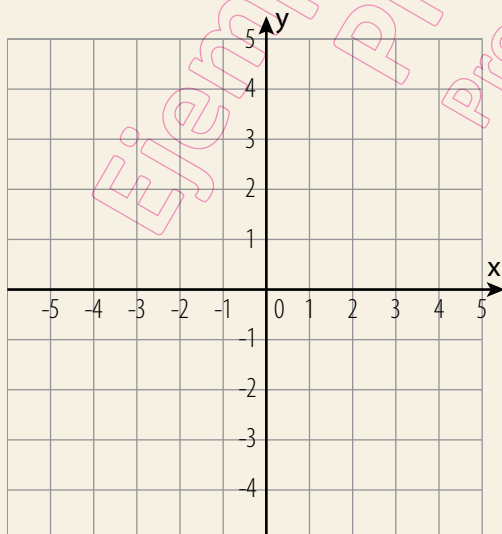
b)

x	y
1	
2	6
3	
4	12
5	15
6	18

5. **Completa** la tabla con la función para los valores y **grafica** en un plano cartesiano.

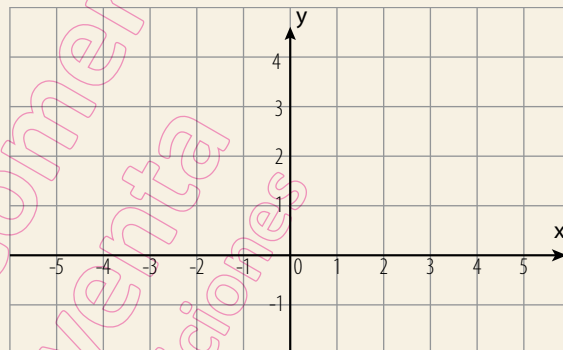
a) $f(x) = 2x + 1$

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

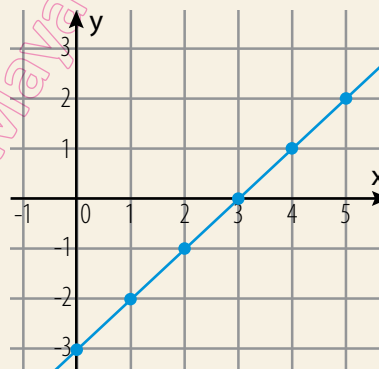


b) $f(x) = \frac{x}{2} + 3$

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	



6. **Observa** el gráfico, **completa** la tabla y **escribe** la ecuación correspondiente.



x						
y						

Ecuación: _____

Trabajo colaborativo

7. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Realicen una tabla de las funciones y representen gráficamente en un plano.

$$y = 2x - 2 \quad y = 3x - 7 \quad y = -2x - 3$$

$$x = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$$

Actividad indagatoria

8. **Investiga** sobre la ecuación de la recta $y = mx + b$, **escribe** lo que representa la letra m .

Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).



Saberes previos

Nombra tres objetos de tu entorno que tengan forma de cuerpos geométricos.



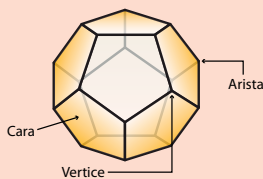
Recuerda que...

Cuando se va a referir que un objeto tiene forma de, se dice:
 Triángulo → triangular
 Cuadrado → cuadrangular
 Pentágono → pentagonal
 Hexágono → hexagonal
 Y así sucesivamente.



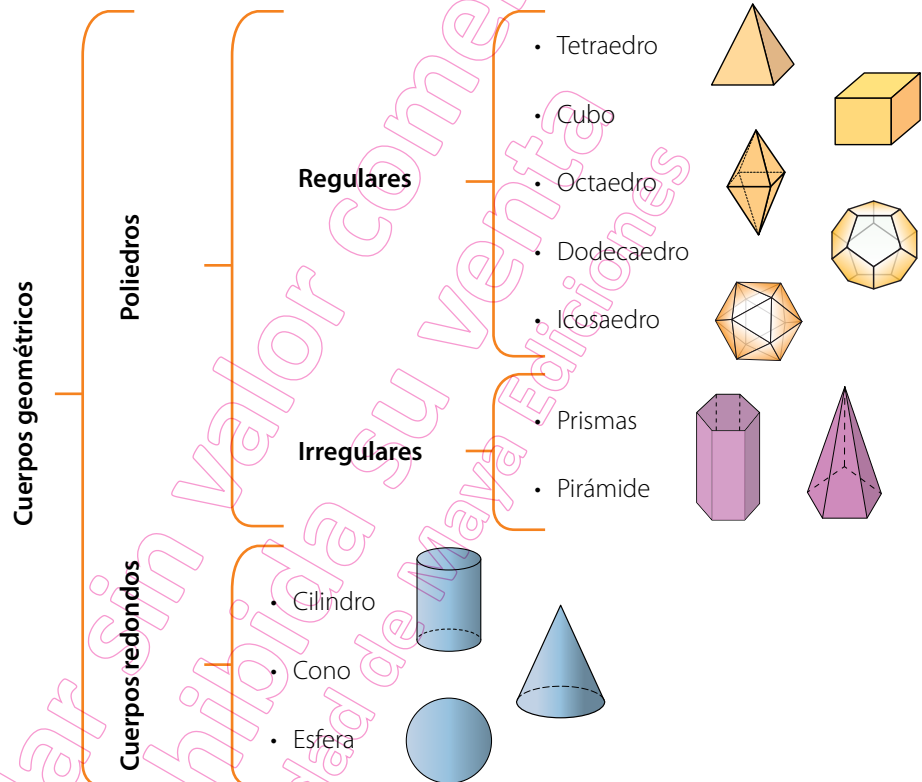
¿Sabías qué?

Los elementos generales de un cuerpo geométrico son **caras**, **aristas** y **vértices**.



Archivo Editorial, (2020).

Micaela realiza un cuadro sinóptico de los cuerpos geométricos para saber los distintos grupos de la clase de sólidos.



Archivo Editorial, (2020).

Poliedros regulares

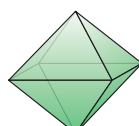
Ejemplo 1

Leer las características de los poliedros y escribir el número correspondiente en cada sólido:

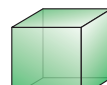
1. Tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros iguales.
2. Tiene seis caras que son cuadrados iguales.
3. Tiene ocho caras que son triángulos equiláteros iguales.
4. Tiene doce caras que son pentágonos iguales.
5. Tiene veinte caras que son triángulos equiláteros iguales.



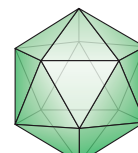
Tetraedro
1



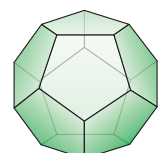
Octaedro
3



Hexaedro
2



Icosaedro
5



Dodecaedro
4

Shutterstock, (2020). 140529199



Glosario

Cara: es cada uno de los polígonos que forman o limitan un poliedro.

Vértice: es el punto donde se encuentran dos o más caras.

Arista: es el segmento de línea donde se encuentran dos caras.

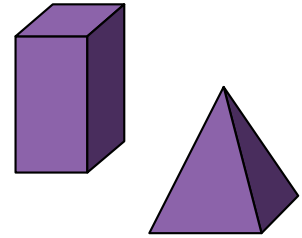
Poliedros irregulares

Paty y Felipe han llevado estos dos poliedros para su estudio en la clase de geometría. Preguntan a sus compañeras y compañeros:

¿Cómo se llaman estos poliedros? [Prisma y pirámide.](#)

¿Qué figuras geométricas encuentran en el primer poliedro? [Rectángulos y cuadrados.](#)

¿Qué figuras geométricas encuentran en el segundo poliedro? [Triángulos y un cuadrado.](#)

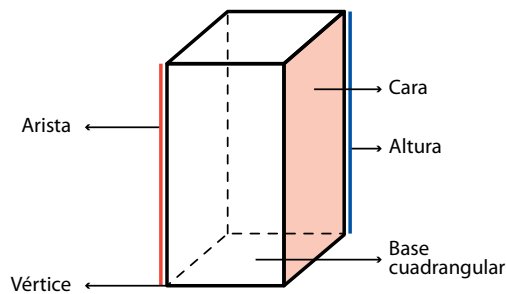


Archivo Editorial, (2020).

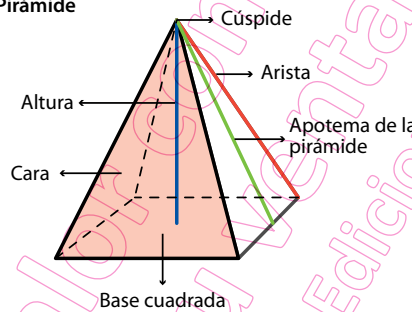
Ejemplo 2

Observar y numerar las diferencias entre el prisma y la pirámide.

Prisma



Pirámide



Solución

Diferencias:

- El **prisma** tiene dos bases poligonales; la **pirámide** tiene una base.
- En el prisma las caras laterales son rectángulos; en la pirámide las caras laterales son triángulos.
- El prisma no tiene cúspide, la pirámide sí tiene cúspide.

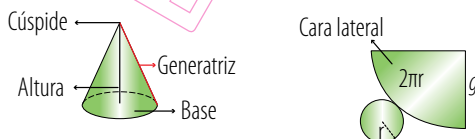
Cuerpos redondos

Los cuerpos redondos son el cilindro, el cono y la esfera. Se originan de la rotación de una figura geométrica que forma un círculo.

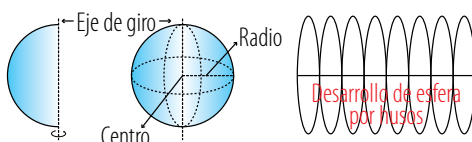
El cilindro:



El cono:



La esfera:



Cilindro

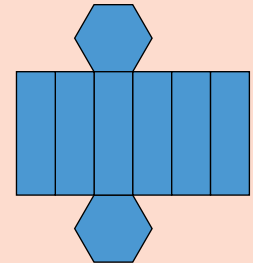
- Tiene dos bases circulares.
- Tiene una sola cara lateral que es un rectángulo.

Cono

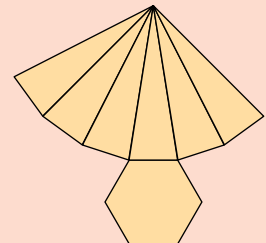
- Tiene una base circular.
- Tiene una cúspide que es el vértice.
- Tiene una cara lateral.

¿Sabías qué?

El desarrollo de un prisma hexagonal es:

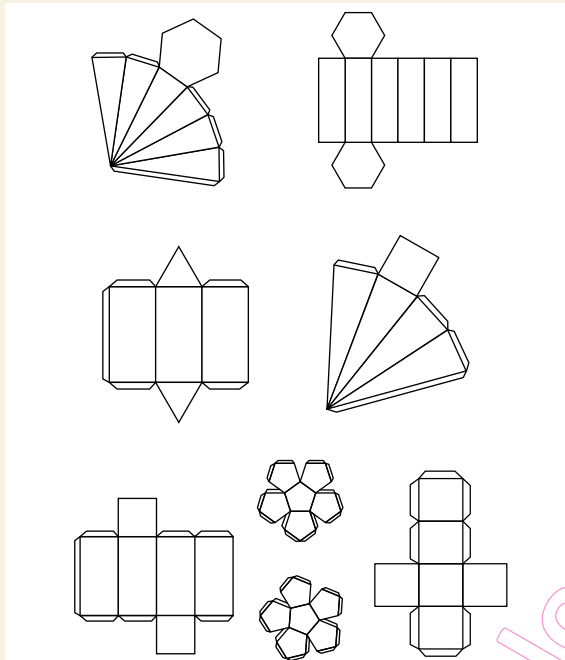


El desarrollo de una pirámide hexagonal es:



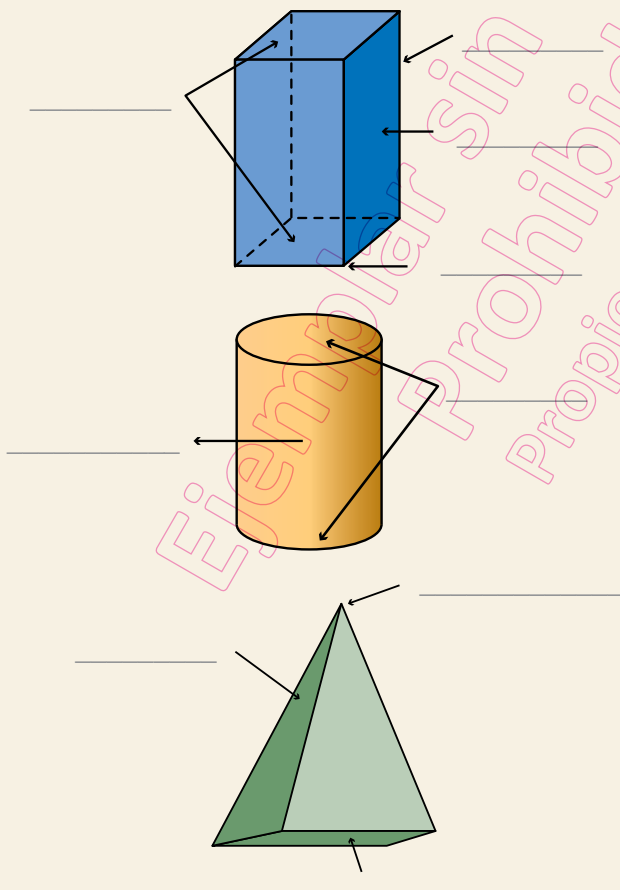
Archivo Editorial, (2020).

1. Colorea los desarrollos que representan prismas.



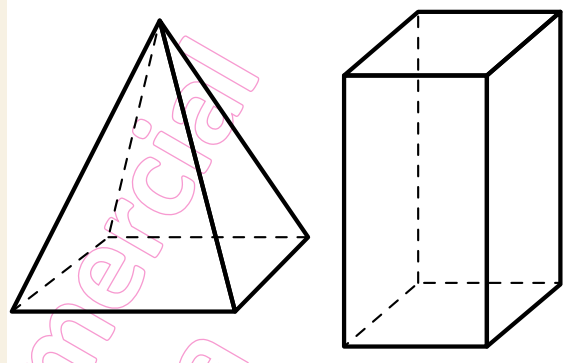
Archivo Editorial, (2020).

2. Nombra los elementos del prisma, pirámide y cuerpo redondo.



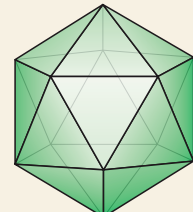
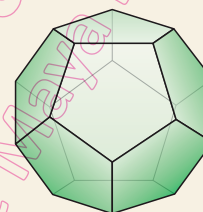
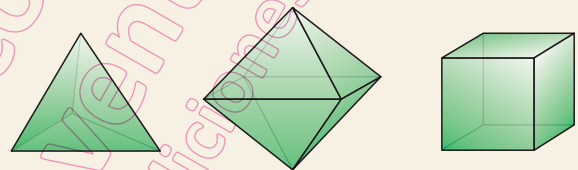
Archivo Editorial, (2020).

3. Colorea las caras de color azul y las aristas de color rojo.



Archivo Editorial, (2020).

4. Escribe el nombre de cada cuerpo geométrico.



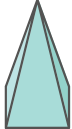
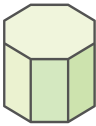
Shutterstock, (2020). 140529199

5. Escribe el nombre de dos objetos que tengan la misma forma del sólido geométrico.

Sólido	Objeto 1	Objeto 2
Prisma cuadrangular		
Pirámide triangular		
Prisma rectangular		
Cilindro		
Cono		
Esfera		
Pirámide cuadrangular		

M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

6. Completa la tabla.

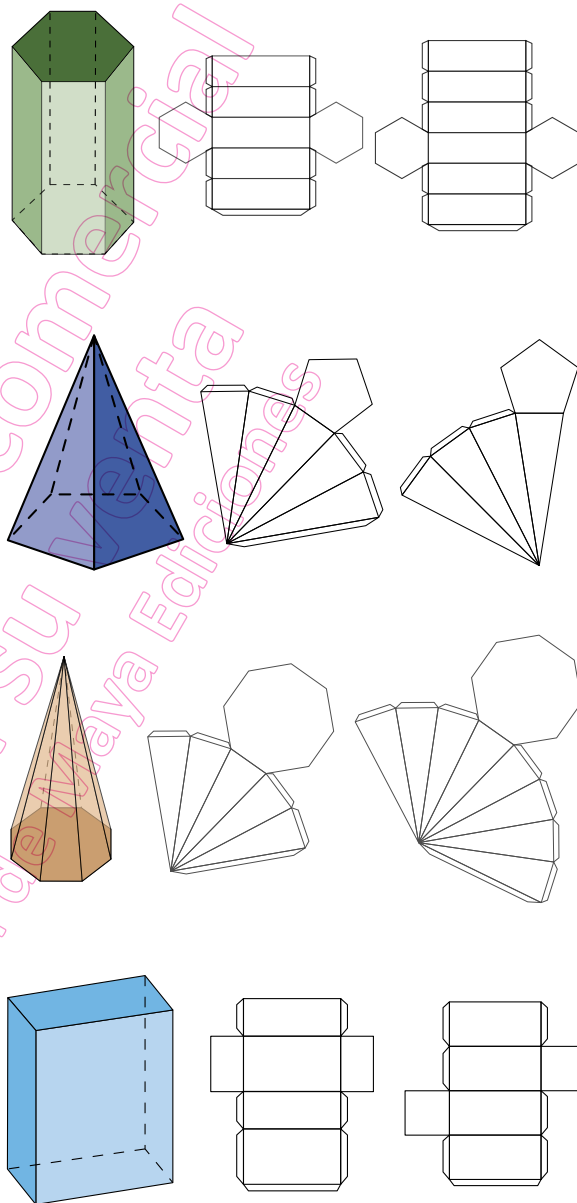
Sólido	Nombre	N.º de vértices	N.º de aristas
			
			
			
			
			

Shutterstock, (2020). 573792847

7. Realiza el desarrollo de un prisma triangular.



8. Observa el sólido y **colorea** el desarrollo correcto en cada caso.



Archivo Editorial, (2020).

Trabajo colaborativo

9. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Realicen el desarrollo de un icosaedro y **constrúyanlo**.

Actividad indagatoria

10. Indaga cómo se calcula el área total de un prisma rectangular y **obtén** el área de una caja de zapatos.



Desequilibrio cognitivo

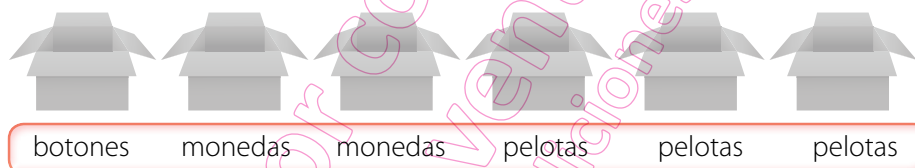
¿En qué medida un acontecimiento es impredecible? Si hay nubarrones en el cielo, ¿es poco probable o es muy probable que llueva?



Glosario

aleatorio. Relativo al azar. En latín, *alea* significa “dado” y también “suerte”, “azar”.

Se tienen 6 cajas. Hay botones en una de las cajas, es decir en $\frac{1}{6}$ de las cajas. Hay monedas en 2 de las cajas, es decir, en $\frac{2}{6}$ o en $\frac{1}{3}$ de las cajas. Si escoges una caja, la probabilidad de que contenga botones será de 1 entre 6, es decir, $\frac{1}{6}$. La probabilidad de que contenga monedas será de 2 entre 6, es decir, $\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$. ¿Qué probabilidad hay en obtener una caja de pelotas?



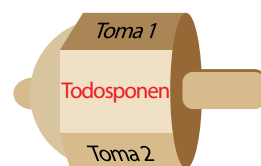
Archivo Editorial, (2020).

Hay 3 cajas de pelotas de 6 que hay en total. Por tal razón, la probabilidad de coger una caja de pelotas es de $\frac{1}{2}$.

Se llaman **sucesos aleatorios** aquellos acontecimientos en cuya realización influye el azar.

Experiencias aleatorias

Podemos realizar **experiencias aleatorias**, es decir, experimentos cuyos resultados dependen del azar. Por ejemplo, estudiemos la experiencia aleatoria consistente en lanzar una perinola y observar lo que sale.



Archivo Editorial, (2020).

Caso

Cada uno de los resultados que puede obtenerse al realizar una experiencia aleatoria se llama **caso**.

Los posibles casos al lanzar la perinola son:



Archivo Editorial, (2020).

Espacio muestral

El conjunto de todos los casos posibles se llama **espacio muestral**, al que designamos por E .

$E = \{\text{pon 2, toma todo, pon 1, toma 2, todos ponen, toma 1}\}$

Los resultados de un experimento aleatorio forman un conjunto llamado espacio muestral. Los subconjuntos del espacio muestral se llaman eventos o **sucesos**.

Probabilidad de un suceso

La **probabilidad** de un suceso indica el grado de confianza que podemos tener en que ese suceso ocurra. Se expresa mediante un número comprendido entre 0 y 1.

Para designar la probabilidad de un suceso, S , escribimos $P[S]$.

Por ejemplo, $P[S] = \frac{1}{5}$ significa que el suceso ocurre una de cada cinco veces que se realiza la experiencia.

- Si $P[S]$ es un número próximo a cero, el suceso es poco probable.
- Si $P[S]$ es próximo a uno, el suceso es muy probable.

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de que salga "Toma 2" en una perinola, si de 10 lanzamientos salieron 3 veces?

$$P[\text{Toma 2}] = \frac{3}{10} \rightarrow \text{Esta es la probabilidad empírica.}$$

La **probabilidad empírica** es la que se obtiene a partir de un número de repeticiones de un experimento.

No se puede concurrir siempre a la experimentación, por lo que se calcula la **probabilidad clásica**.

La probabilidad clásica es igual al cociente entre los casos favorables para el número de casos posibles.

$$P[S] = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplo 2

¿Cuál es la probabilidad si se desea obtener números múltiplos de 3 al lanzar un dado?

Casos posibles: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Casos favorables: $A = \{3, 6\}$

$$P[A] = \frac{2 \text{ casos}}{6 \text{ casos}} = \frac{1}{3}$$

En el lanzamiento de un dado de 6 caras, es igualmente probable obtener cara 1, cara 2, cara 3, cara 4, cara 5, cara 6; son resultados **equiprobables**.

$$P[1] = \frac{1}{6}; P[2] = \frac{1}{6}; P[3] = \frac{1}{6}; P[4] = \frac{1}{6}; P[5] = \frac{1}{6} \text{ y } P[6] = \frac{1}{6}$$

A cada uno de estos resultados posibles lo llamamos **suceso fundamental**. Hay dos sucesos que van de la mano con este experimento y son:

- **Suceso imposible**, aquel que nunca se va a dar.
Ejemplo: que al lanzar un dado salga 8.
- **Suceso cierto o seguro**, aquel que se presenta siempre.

Ejemplo: obtener una puntuación menor o igual que 6 al lanzar el dado.



Glosario

equiprobables. Son sucesos que tienen igual probabilidad.

1. **Colorea** las experiencias que son de azar.

Lanzar una pelota a la canasta y encestar.

Que un billete de lotería sea el premiado.

Sacar la ficha 12 en un juego de bingo.

Lanzar una moneda y que se caiga al piso.

Lanzar una moneda y que salga sello.

2. **Escribe** dos experiencias que sean de azar y dos que no lo sean.

Experiencias de azar:

a) _____

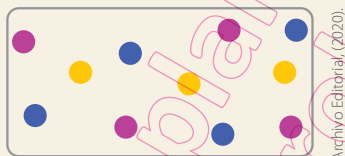
b) _____

Experiencias que no son de azar:

a) _____

b) _____

3. **Considera** que tienes el siguiente conjunto de pelotas en una bolsa y **responde**.



Si tocas una de las pelotas sin verlas, cuál será la probabilidad de que la pelota que tocas sea:

- a) una pelota azul _____
- b) una pelota amarilla _____
- c) una pelota lila _____
- d) una pelota azul o amarilla _____
- e) una pelota azul, lila o amarilla _____
- f) una pelota verde _____
- g) una pelota lila o azul _____
- h) una pelota lila o amarilla _____

4. **Responde.**

Si se lanza un dado, cuál es la probabilidad de:

- a) que salga cinco _____
- b) que salga seis _____
- c) que salga tres _____
- d) que salga cero _____
- e) que salga número par _____
- f) que salga número impar _____

5. **Escribe** la probabilidad expresada en fracción.

- a) Si hay limones en una canasta, 4 verdes y 5 amarillos, ¿cuál es la probabilidad de coger un limón amarillo sin ver el interior de la canasta?

- b) Si hay 7 paquetes iguales, de los cuales 5 contienen chocolates, ¿cuál es la probabilidad de coger uno que tenga chocolates?

- c) ¿Cuál es la probabilidad de escoger un saco verde de un ropero que contenga 5 sacos, 3 de ellos verdes, sin ver el interior del ropero?

- d) Si conoces 30 de 35 estrategias para resolver acertijos, ¿cuál es la probabilidad de que te pregunten una estrategia que no sabes?

6. **Responde.**

- a) ¿Qué es espacio muestral?

- b) ¿Qué es un suceso imposible?

M.4.3.9. Definir la probabilidad (empírica) y el azar de un evento o experimento estadístico para determinar eventos o experimentos independientes.

7. Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

- a) La probabilidad de sacar una canica roja de una funda que contiene cinco canicas rojas es de $\frac{1}{5}$. ()
- b) La probabilidad de que una pareja tenga dos hijos del mismo género es $\frac{1}{4}$. ()
- c) La probabilidad de sacar una canica azul de una funda que contiene cuatro canicas azules y una roja es $\frac{4}{5}$. ()
- d) La probabilidad de que al lanzar el dado tres veces seguidas el resultado sea siempre cinco es $\frac{4}{6}$. ()
- e) La probabilidad de que al lanzar una moneda salga cruz es $\frac{1}{2}$. ()

8. Escribe la probabilidad mediante una fracción.

- a) La probabilidad de abrir en la página 20 un libro que tiene 100 páginas.
- b) La probabilidad de abrir en una página impar un libro de 80 páginas.
- c) La probabilidad de sacar una pelota amarilla en una bolsa de doce pelotas amarillas y ocho rojas.
- d) La probabilidad que en un juego de cartas se obtenga un número cuatro.
- e) La probabilidad de obtener un número menor que cinco en un juego de naipes.
- f) La probabilidad de obtener el número tres al lanzar el dado.

9. Escribe junto a cada evento si es seguro, probable, imposible.

- a) Lanzar un dado y que salga el número ocho.

- b) Lanzar una moneda y que salga cara.

- c) Lanzar un dado y que salga un número menor a siete.

- d) Lanzar un dado y que salga un número mayor a uno.

10. Lee la situación y **responde** las siguientes preguntas:

Se hace una encuesta a un grupo de 60 personas acerca de si les gusta leer y practicar un deporte. Los resultados son:

- A 15 personas les gusta leer y hacer deporte.
- A 30 personas les gusta solo leer.
- A 15 personas les gusta solo hacer deporte.

Si elegimos al azar a una de esas personas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste hacer deporte? _____
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta hacer deporte? _____
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Trabajo colaborativo

11. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Lancen una moneda al aire 20 veces.

¿Cuántas veces obtuvieron cara? ¿Cuántas sello? "En 20 veces que arrojaron la moneda cuántas veces salió cara". **Expresen** esta frase por medio de una fracción:

Actividad indagatoria

12. Indaga con las personas de tu familia sobre eventos seguros, probables e imposibles y **nombra** tres de cada uno de ellos.

Construir una tabla y una gráfica

Problema resuelto

Lorena va de viaje con su mamá y sus dos hermanas. Su madre llevó un equipaje de 40 kg y pagó \$ 120. Su hermana pagó \$ 75 por 25 kg. ¿Cuánto dinero pagarán ella y su otra hermana si llevan maletas de 35 y 30 kg respectivamente?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuánto pagarán Lorena y su hermana por el equipaje? ¿Cuánto pagará una persona que lleva un equipaje de 48 kg?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Construir una tabla y una gráfica.

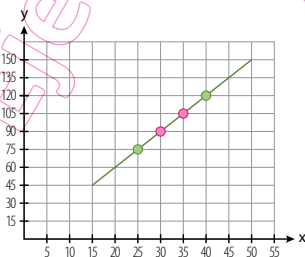
3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

- a) Se elabora una tabla con los datos que se tienen para completarla, y luego se representan los datos de los pares ordenados en un plano cartesiano.

Peso (kg)	Precio
25	75
30	?
35	?
40	120

- b) Representamos los puntos de los datos de la tabla en un plano, trazamos la recta y buscamos en el eje **y** el valor que corresponde a 30 y 35.



Archivo Editorial, (2020).

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Lorena y su hermana tienen que pagar \$ 90 y \$ 105, respectivamente. Y una persona que lleva 48 kg tendrá que pagar \$ 144.

Problema propuesto

Verónica utilizó 5 horas el parqueadero y tiene que pagar \$ 4 dólares por su uso. Su amiga canceló por 12 horas \$ 9,60. ¿Cuánto pagarán 2 personas que usan el parqueadero 10 y 8 horas respectivamente?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

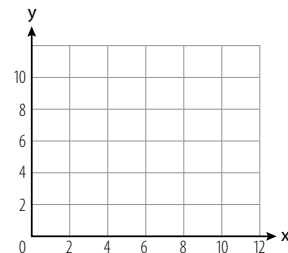
2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

Horas de parqueo	Costo



Archivo Editorial, (2020).

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

1. Al llegar al zoológico, a Juan le entregaron un mapa con los lugares de visita. Cada 2 cm del mapa representaban 150 m de la realidad. Si desea ir donde está el león, que se encuentra a 7 cm en el mapa, ¿a qué distancia del león se encuentra?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



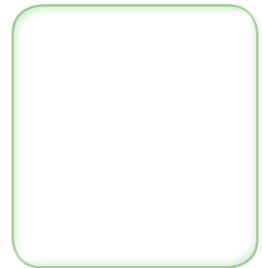
d) Responder

2. El precio de un paquete de 17 esferos es de \$ 12,75. ¿Cuántos esferos se pueden comprar con un presupuesto de \$ 15,75 y de \$ 21?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



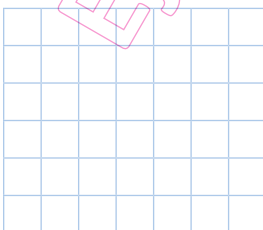
d) Responder

3. Para obtener el pase de año en inglés, Cristina necesita obtener un 7 sobre 10 en un examen de 240 preguntas. ¿Cuál sería el puntaje de Cristina si contestara 180 o 165 preguntas? ¿Cuántas preguntas mínimo deben estar correctas?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



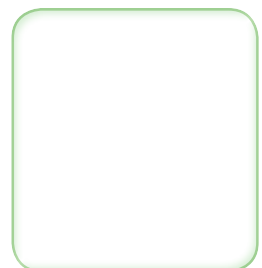
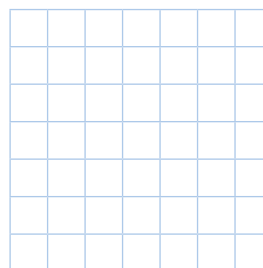
d) Responder

4. Sebastián produce 3 artesanías durante 45 minutos. Si el lunes dispone de 4 horas y el martes de 5,5 horas. ¿Cuántas artesanías producirá durante los dos días?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder

Construir espacios creativos

Justificación

Las figuras geométricas, y los sólidos creados por estas, forman en su gran mayoría varios objetos que nos rodean. Por tal razón, el estudio de la geometría resulta esencial al momento de unirla con la creatividad.

Con las figuras y los sólidos geométricos se pueden elaborar dibujos, maquetas, carteles con diseños creativos y llamativos.

La elaboración de sólidos geométricos nos invita a reproducir espacios cotidianos, como una sala, una cocina, un dormitorio o hasta un barrio a escala.

Pongamos en marcha nuestra creatividad y realicemos nuestros propios diseños.

Objetivos

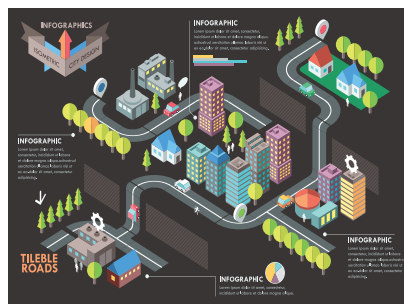
Rescatar el sentido de creatividad en los estudiantes, utilizando la geometría y conocimientos obtenidos sobre desarrollo de sólidos geométricos.

Recursos

- Láminas de acetato
- Lápices de colores
- Arcilla o plastilina
- Material reciclado (botellas, cajas, telas)
- Cartulinas
- Cartón
- Pintura

Actividades

- **Formen** equipos de trabajo.
- **Definan** el espacio que van a reproducir y los sólidos que trabajarán.
- **Realicen** un bosquejo de la maqueta a escala.
- **Realicen** con el acetato el desarrollo del sólido geométrico para pintarlo, decorarlo o sacar un molde, como muestra la imagen del medio.
- **Realicen** una maqueta del lugar definido, utilizando el material necesario.



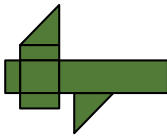
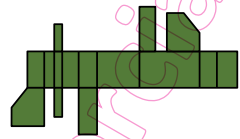
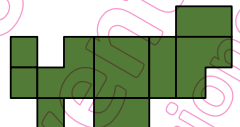
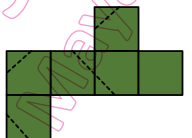
Evaluación

1. **Obtengan** la superficie de la maqueta realizada.
2. **Preparen** una exposición del trabajo en equipo, nombrando los sólidos elaborados con sus características.
3. **Realicen** un análisis de las diferencias que existen en los sólidos utilizados mediante diagramas de Venn.

Razonamiento espacial

Observa el desarrollo del sólido y **encierra** la opción que corresponda.

Recuperado de: <https://www.fibonicc.com/es/razonamiento-espacial/razonamiento-espacial-test/prueba-de-razonamiento-espacial-facil/>

a)  A B C D	d)  A B C D
b)  A B C D	e)  A B C D
c)  A B C D	f)  A B C D

Archivo Editorial, (2020).



Cálculo mental

Calcular el cuadrado de un número que termina en ceros

- Separamos las cifras de la siguiente manera:

$$60^2$$

$$(6 \times 10)^2 = 6^2 \times 10^2 = 36 \times 100 = 3\,600$$

- Separamos las cifras de la siguiente manera:

$$300^2$$

$$(3 \times 100)^2 = 3^2 \times 100^2 = 9 \times 10\,000 = 90\,000$$

Ahora hazlo tú

- | | | |
|----|-----------|----------------------|
| a) | $20^2 =$ | <input type="text"/> |
| b) | $40^2 =$ | <input type="text"/> |
| c) | $50^2 =$ | <input type="text"/> |
| d) | $60^2 =$ | <input type="text"/> |
| e) | $70^2 =$ | <input type="text"/> |
| f) | $800^2 =$ | <input type="text"/> |
| g) | $900^2 =$ | <input type="text"/> |
| h) | $110^2 =$ | <input type="text"/> |
| i) | $120^2 =$ | <input type="text"/> |
| j) | $130^2 =$ | <input type="text"/> |

Recuerda y practica

1. Resuelve los siguientes ejercicios.

a) $(5-3) \times [(-6) + (5+1) - (-5)] - [(5+6) - (-7+9) - (-2)] =$



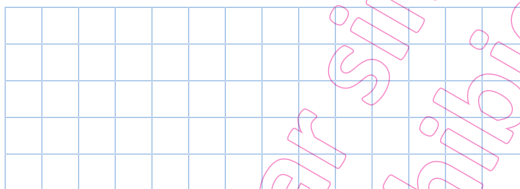
b) $\sqrt{25+24} + [(5^3-100) + (\sqrt{25} + \sqrt{8 \times 2}) + 6] =$



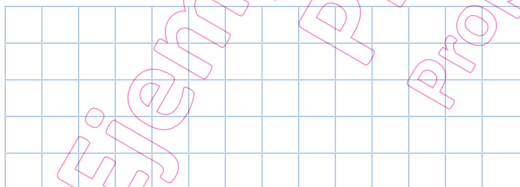
c) $2x - 3 + 4(3-x) = 2x + 30$



d) $\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \times \left(\frac{4}{3} \right)^2 \right) \div \frac{5}{3}$



e) ¿Hasta qué altura de una pared alcanza una escalera de 16 m si colocamos su pie a 7 m de distancia de la pared?



2. Resuelve reemplazando el valor numérico.

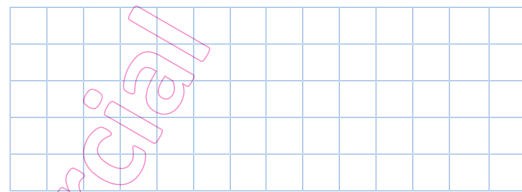
a) $x^2yz + 2x^2y^2 - 3xy^2 + 4yz^2 =$

Para $x = 1, y = -2, z = 3$



b) $3xy^2 + 2xyz - 4x^2yz^2$

$x = 3 \quad y = -2 \quad z = -1$



c) $-2ab^2c + 5ab - 7a^2bc^2$

$a = 5 \quad b = -3 \quad c = 2$



d) $3m^2no^3 - 6mn - 7m^2o^2$

$m = -3 \quad n = 0 \quad o = 1$



e) $3x + 2y(xy - 4x^2y + 3xy)$

$x = 2 \quad y = -1$



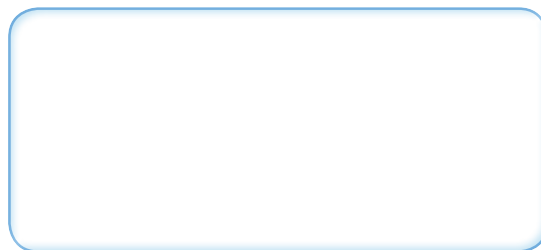
3. Representa gráficamente la unión, la intersección y la diferencia de los conjuntos solicitados.

a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$C = \{5, 10, 15, 20, 25\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$



b) $B \cap C = \{5\}$

c) $A - B = \{10, 12, 14\}$

d) $(A - B) \cap C = \{10\}$

4. Realiza las operaciones de conjuntos.

$W = \{D, F, G, H, J, L, N\}$

$X = \{A, B, C, D, E, F, G\}$

$Y = \{M, N, O, P, Q, R, S\}$

$Z = \{A, E, I, O, U\}$

a) $W - Y$

b) $W \cup X$

c) $X \cap Y$

d) $(X \cap Z) \cup W$

5. Representa en diagrama sagital la relación y encuentra el dominio y el rango.

a) Relación $= 2M + 2$

$M = \{2, 4, 5, 7\}$ $N = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

R = _____

Dom: _____

Rango : _____

b) Relación $3A - 5$

$A = \{5, 7, 8, 9, 10, 11\}$ $N = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

R = _____

Dom: _____

Rango : _____

c) Relación $2x - 5$

$X = \{4, 5, 8, 9, 12\}$ $Y = \{3, 5, 11, 13, 15\}$

R = _____

Dom: _____

Rango : _____

6. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una camiseta roja de un grupo de diez camisetas en el que cinco son rojas?

Probabilidad

Generalmente, los almacenes realizan actividades que premian a sus clientes por sus compras. Cuando compramos en algunos lugares juegan a la ruleta para obtener un premio.



Reflexiona

- Comprueba la respuesta.

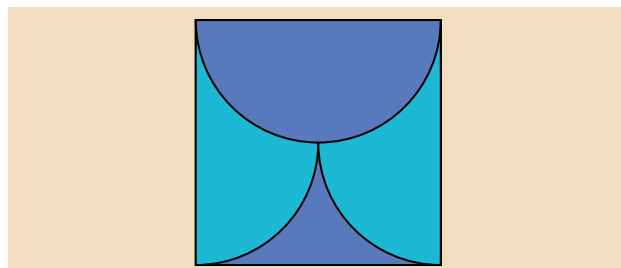
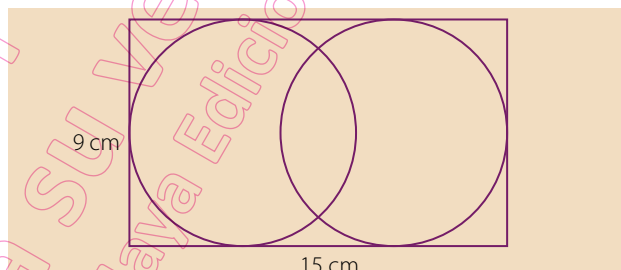
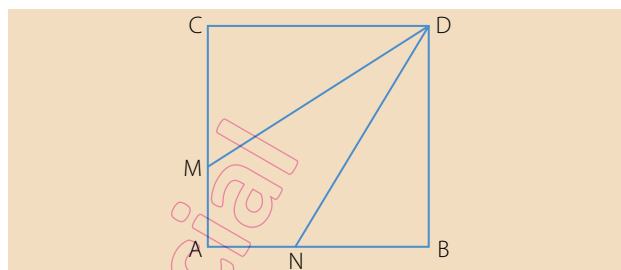
- Patricio lanza un dado. Determina el espacio muestral y argumenta si cada uno de los siguientes sucesos resulta seguro, imposible o probable:

- a) Que salga un número par.

- b)** Que salga un número compuesto mayor que 4.

- c) Que salga un número primo mayor que 5.

- d)** Que salga un número menor que 10.



7. Lee y analiza.

Un cierto número es multiplicado por $\frac{3}{4}$, y luego el resultado es dividido entre $\frac{3}{5}$. ¿Cuál de las siguientes operaciones produce el mismo resultado final?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) Dividir el número entre $\frac{9}{20}$
- b) Multiplicar el número por $\frac{9}{20}$
- c) Multiplicar el número por $\frac{5}{4}$
- d) Dividir el número entre $\frac{5}{4}$

8. Lee y analiza.

Un cierto número entero es múltiplo de 3 y de 6. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones necesariamente son verdaderas?

- 1. N es un número entero par.
- 2. N es igual a 36.
- 3. N es múltiplo de 18.

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) Solo 1
- b) Solo 2
- c) Solo 3
- d) Solo 2 y 3

9. Lee y analiza.

Los precios de la libra de papas en los lugares A, B y C son diferentes. En A, vale \$ 0,50; en B, vale las $\frac{3}{5}$ partes que en A; y, en C, vale las $\frac{5}{6}$ partes que en B. Si usted desea comprar 6 libras de papas al precio más barato, tendrá que pagar:

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) \$ 1,20
- b) \$ 1,50
- c) \$ 1,80
- d) \$ 2,50

10. Lee y analiza.

Patricio tiene una motocicleta que viaja a una velocidad constante de 24 km/h, y un auto pequeño, cuya velocidad constante es de 80 km/h. El lunes sale de su casa rumbo a su trabajo en la motocicleta, mientras que el martes va en el auto pequeño. Si observa que la distancia recorrida por cada móvil es proporcional al tiempo transcurrido y que el tiempo de viaje en cada día fue un número entero de horas, ¿cuál será la mínima distancia en km posible entre su casa y su trabajo?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 120 km
- b) 160 km
- c) 240 km
- d) 280 km

11. Lee y analiza.

La promoción de un nuevo helado dice: por 3 palos del nuevo helado, se regala uno. Si ya se tiene 11 palos de helado, ¿cuántos helados más se tiene que consumir como máximo?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 3 tapas
- b) 4 tapas
- c) 5 tapas
- d) 6 tapas

12. Lee y analiza.

¿Qué letras continúan la serie?

AZ CX GT MÑ

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) UI
- b) TG
- c) UH
- d) TL

13. Lee y analiza.

Lorena compró 40 alfombras para su negocio. Cada una en \$ 70. Vendió 12 alfombras con \$ 20 dólares de ganancia en cada una; regaló 5 alfombras. ¿En cuánto vendió cada alfombra que le quedó si la ganancia total fue de \$ 810?

Argumenta la respuesta:

[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- a) \$ 90 c) \$ 120
b) \$ 110 d) \$ 210

14. Lee y analiza.

En un concurso califican dos puntos por cada respuesta correcta, pero pierden un punto por cada equivocación. Si una persona contesta 45 preguntas y obtiene 69 puntos, ¿cuántas preguntas respondió mal?

Argumenta la respuesta:

Escoge la respuesta correcta.

- a) 6 preguntas c) 8 preguntas
b) 7 preguntas d) 9 preguntas

15. Lee y analiza.

La suma de dos números es 96. Si el uno es el triple del otro, ¿qué número es el mayor?

Argumenta la respuesta:

[illegible]

Escoge la respuesta correcta.

- [illegible]

Nombre del estudiante: _____

Grado: _____

Fecha: _____

Instrucciones

Correcto



Incorrecto



1. Pinta totalmente los círculos.
2. No hagas marcas fuera del círculo.
3. En caso de concluir antes de tiempo, revisa los ejercicios en los que hayas tenido dudas.

- | | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| 1) | A | B | C | D |
| 2) | A | B | C | D |
| 3) | A | B | C | D |
| 4) | A | B | C | D |
| 5) | A | B | C | D |
| 6) | A | B | C | D |
| 7) | A | B | C | D |
| 8) | A | B | C | D |
| 9) | A | B | C | D |
| 10) | A | B | C | D |
| 11) | A | B | C | D |
| 12) | A | B | C | D |
| 13) | A | B | C | D |
| 14) | A | B | C | D |
| 15) | A | B | C | D |

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

Resuelve los ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

1.Cuál es el valor numérico del siguiente polinomio:

$$3a + 2b - 3ab - 2ab^2 + 5a^2b^3 \quad a = -1 \quad b = 2$$

- a) 57 c) 55
b) 61 d) 54

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

2. Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$B = \{2, 8, 12, 16, 20\}$$

$$C = \{3, 6, 9, 12\},$$

$(A \cap B) - C$ es:

- a) $(A \cap B) - C = \{2, 4, 6\}$
b) $(A \cap B) - C = \{2, 8, 12\}$
c) $(A \cap B) - C = \{2, 8\}$
d) $(A \cap B) - C = \{9, 12\}$

M.4.1.42. Calcular el producto cartesiano entre dos conjuntos para definir relaciones binarias (subconjuntos), representándolas con pares ordenados.

3. El dominio y el rango de la relación es:

$$X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$Y = \{3, 5, 7, 10, 12, 14, 16\}$$

$$R = 3x - 2$$

- a) Dom (3, 4, 5), rango (3, 6, 9)
b) Dom (3, 4, 6), rango (7, 10, 16)
c) Dom (3, 5, 7), rango (3, 4, 5)
d) Dom (7, 10, 16), rango (3, 4, 6)

M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en Z.

4. ¿Qué expresión corresponde a la tabla?

x	1	2	3	4	5	n
y	2	5	8	11	14	

- a) 17 c) $3n - 1$
b) $n + 3$ d) $3n - 1$

M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

5. ¿Cuántas aristas tiene una pirámide cuadrangular?

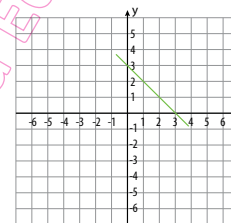
- a) 4 aristas c) 8 aristas
b) 6 aristas d) 10 aristas

M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en Z.

6. Si la variable independiente es cantidad de pantalones, la variable dependiente puede ser:

- a) cantidad de máquinas para fabricarlos
b) cantidad de personas que lo utilizan
c) cantidad de tela que se necesita
d) cantidad de empleados que los fabrican

7. Para la ecuación que se representa en la siguiente gráfica, ¿cuál es el valor de y cuando x es 2?



Archivo Editorial, (2020).

- a) 2 c) 1
b) -2 d) 4

M.4.3.9. Definir la probabilidad (empírica) y el azar de un evento o experimento estadístico para determinar eventos o experimentos independientes.

8. ¿Qué expresión describe mejor el enunciado: "este año tiene 360 días"?

- a) seguro c) muy probable
b) poco d) imposible

9. Si lanzas un dado 18 veces, ¿cuántas veces crees que sacarás un 1 o un 2?

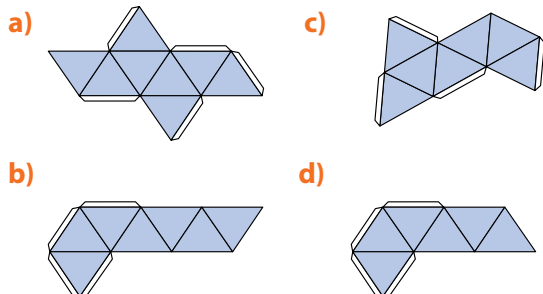
- a) 6 veces c) 9 veces
b) 3 veces d) 12 veces

10. En una bolsa hay 14 canicas rojas, 16 canicas negras y 10 canicas verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una canica negra de la bolsa?

- a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5}$

M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

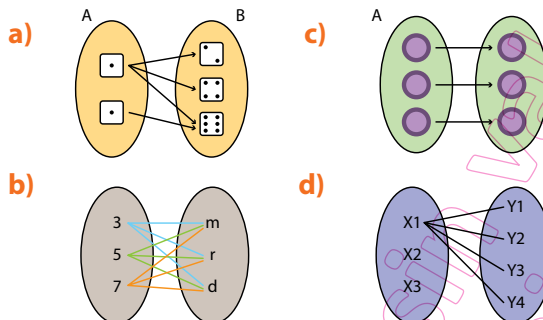
11. ¿Qué desarrollo representa el de un octaedro?



Coevaluación

M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en $\mathbb{Z}$.

12. ¿Qué gráfico representa una función?



13. Si la ecuación de una función es $y = 2x + 3$, ¿con qué valores se completa la tabla?

x	-2	-1	0	1	2
y					

- a) -3, -1, 0, -1, 2
- b) -1, 1, 3, 5, 7
- c) 1, 3, 5, 7, 9
- d) 1, -1, -3, 5, 7

14. Hay 30 personas que tienen mascotas: 10 personas tienen únicamente perros, 8 tienen únicamente gatos, 3 personas tienen perro y gato, y 3 tienen gato, perro y conejos. ¿Cuántas personas tienen solo conejos?

- a) 3 personas
- b) 5 personas
- c) 2 personas
- d) 6 personas

Autoevaluación

15. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

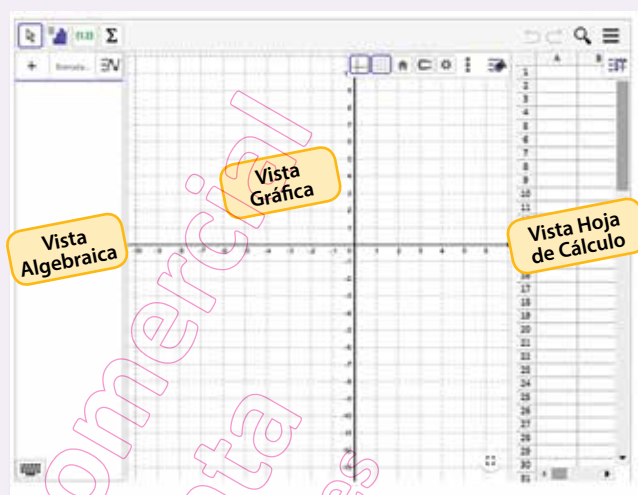
Contenidos		
	Resuelvo polinomios con valor numérico.	
	Realizo operaciones con conjuntos.	
	Obtengo el producto cartesiano de dos conjuntos; encuentro su dominio y su rango.	
	Identifico la ecuación de una función y la represento gráficamente.	
	Reconozco el desarrollo de cuerpos geométricos.	
	Identifico la probabilidad de un evento.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

GeoGebra es un *software* educativo e interactivo para la enseñanza de la matemática, que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo.

Al ser un *software* libre, no cobra licencias y tiene código abierto. GeoGebra facilita la creación de construcciones y modelos matemáticos, nos ofrece una Vista Gráfica, Vista Algebraica y una Vista de Hoja de Cálculo. La ventana que ves a continuación es la ventana con la que inicia el programa de GeoGebra en línea.

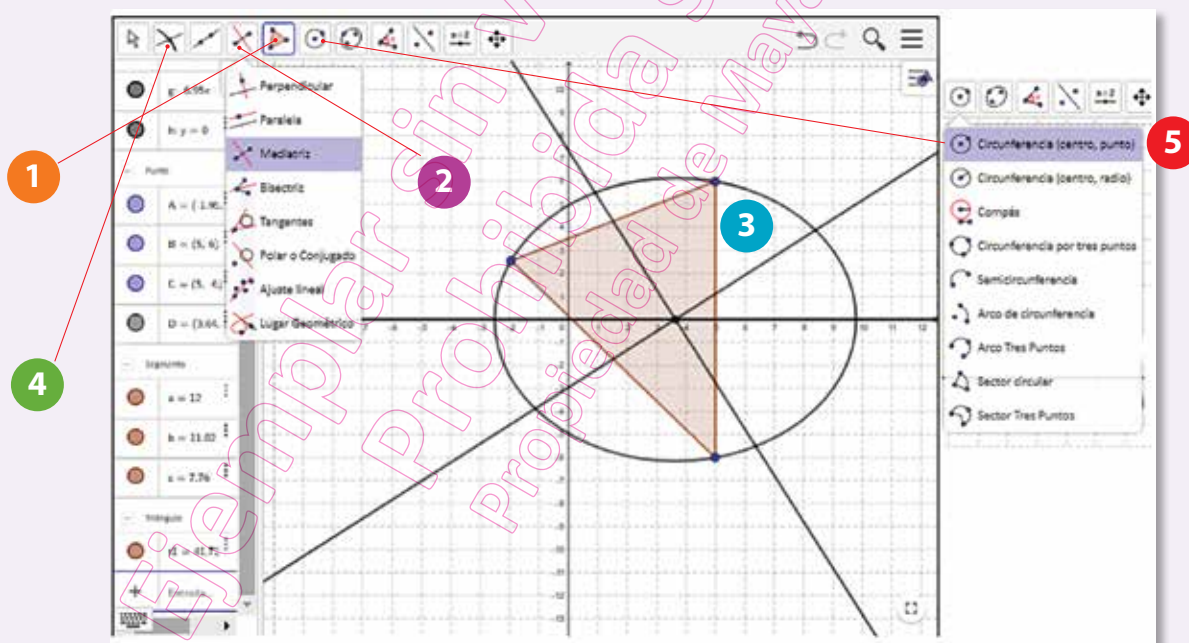


Archivo Editorial, (2020).

Hay dos formas de introducir datos. La primera, con el teclado desde la *barra de entrada*. En esta se introduce la información. Una vez digitada, se pulsa ENTER. Entonces, en la *Vista gráfica* aparecerá el gráfico y en la parte izquierda, *Vista algebraica*, la expresión algebraica.

Construcción de puntos y líneas notables del triángulo

Mediatrices



Archivo Editorial, (2020).

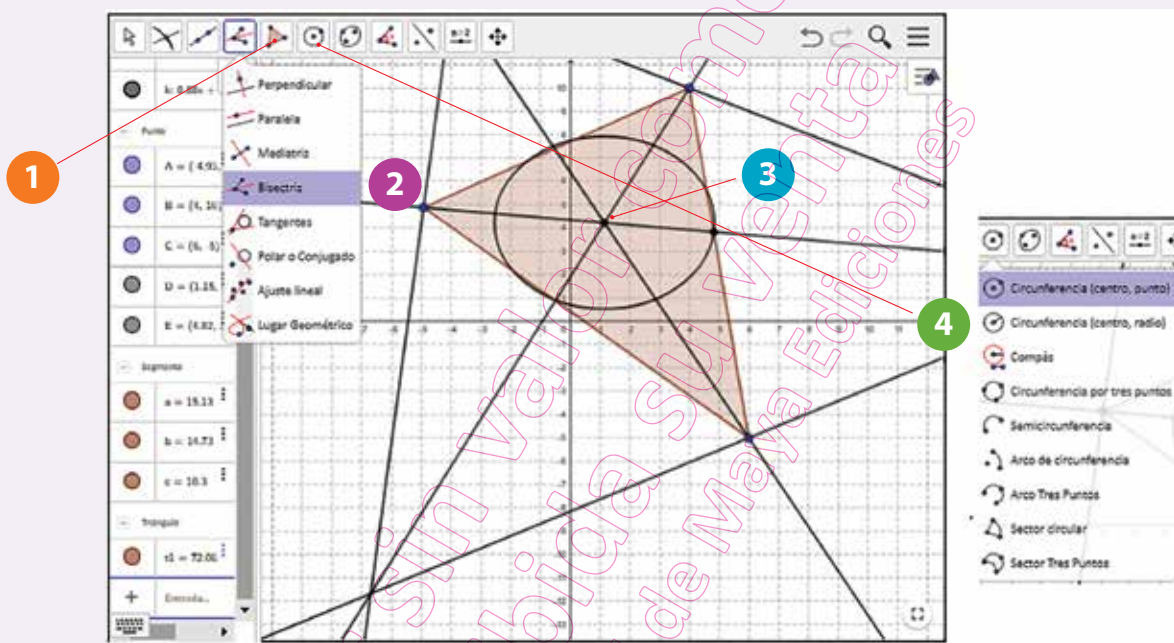
Para construir las mediatrices de un triángulo sigue los siguientes pasos:

1. **Selecciona** *polígono* y **dibuja** un triángulo.
2. En la ventana de *tareas* **selecciona** la cuarta, y luego **da** clic sobre mediatriz.
3. **Ubica** el cursor sobre cada lado del triángulo y se dibujará la mediatriz de cada lado.
4. **Selecciona** la segunda ventana de la *barra de tareas*, luego **selecciona** *intersección* y **determina** el circuncentro.
5. **Selecciona** la quinta ventana, **escoge** *Circunferencia centro - punto*, **da** clic en el circuncentro y en uno de los vértices del triángulo. Se dibujará el círculo circunscrito.

Bisectrices

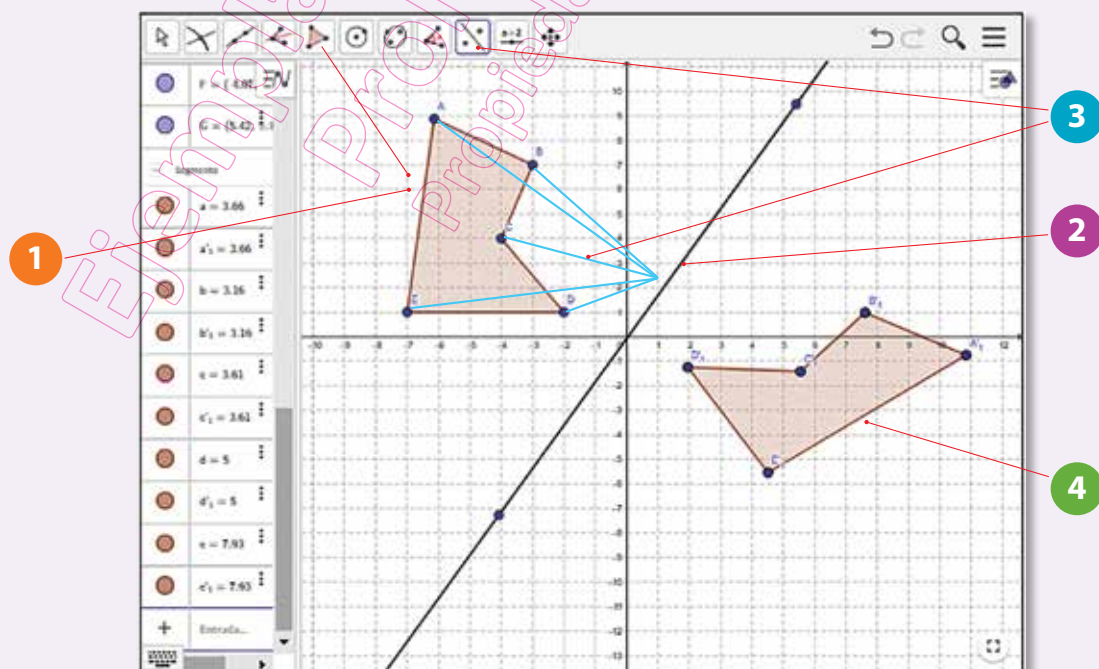
Para construir las mediatrices de un triángulo sigue los siguientes pasos:

1. **Selecciona** polígono y **dibuja** un triángulo.
2. En la barra de herramientas **selecciona** la *bisectriz*. **Da** clic en los lados que forman el ángulo y aparecerá la bisectriz del ángulo.
3. **Da** clic en *intersección de rectas* y se ubicará el incentro.
4. **Da** clic en el incentro y luego en uno de sus lados. Se dibujará la circunferencia inscrita.



Archivo Editorial, (2020).

Simetría axial



Archivo Editorial, (2020).

Para construir un polígono con simetría axial sigue los siguientes pasos:

1. **Escoge** la opción *polígono* y **traza** un polígono cualquiera.
2. **Escoge** la tercera ventana y **escoge** la opción *recta*. Luego **trázala** en cualquier posición.
3. **Da clic** en la novena ventana y **escoge** *simetría axial*; **señala** cada punto del polígono y la recta trazada. Podrás observar cómo aparecen los puntos de la otra figura.
4. Finalmente **escoge** la opción *polígono* y **une** los puntos del nuevo polígono.

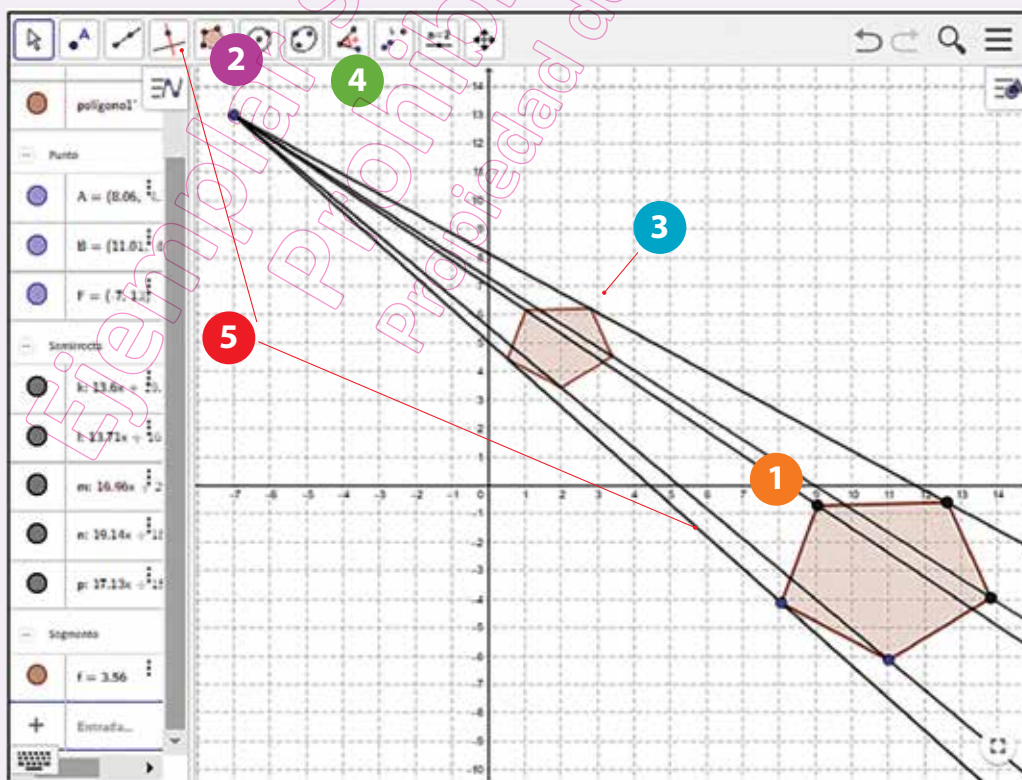
Homotecia

Para construir figuras semejantes ampliadas o reducidas por un factor de escala, puedes seguir los siguientes pasos:

1. **Dibuja** una figura geométrica en el plano cartesiano.
2. **Ubica** un punto de intersección de los ejes coordenados como punto centro.
3. **Selecciona** desde la tercera ventana *semirrecta* y **traza** desde el punto de intersección y cada vértice del polígono.
4. **Selecciona** desde la novena ventana *Homotecia*.
5. **Marca** el polígono y el punto de intersección y **saldrá** una ventana así.



6. Si quieres ampliar la figura en el cuadro de factor de escala, **escribe** un número mayor que 1. Aparecerá la figura ampliada con respecto al original en el factor escogido.
7. Si quieres reducir la figura en el cuadro de factor de escala, **escribe** un número menor que 1. Aparecerá la figura reducida con respecto al original en el factor escogido.



Archivo Editorial, (2020).



Para tus ejercicios

Shutterstock, (2020), 1468198073

Ejemplar sin valor comercial
Prohibida su venta
Propiedad de Maya Ediciones



Para tus ejercicios

Shutterstock, (2020), 1468198073

Ejemplar sin valor comercial
Prohibida su venta
Propiedad de Maya Ediciones



Para tus ejercicios

Shutterstock, (2020), 1468198073

Ejemplar sin valor comercial
Prohibida su venta
Propiedad de Maya Ediciones



Para tus ejercicios

Shutterstock, (2020), 1468198073

Ejemplar sin valor comercial
Prohibida su venta
Propiedad de Maya Ediciones



Para tus ejercicios

Shutterstock, (2020), 1468198073

Ejemplar sin valor comercial
Prohibida su venta
Propiedad de Maya Ediciones

Bibliografía

- Carter, P. (2000). *Mensa: Rompecabezas lógicos*. Barcelona: Grijalbo.
- Galindo, E. (2007). *Estadística elemental moderna: conceptos básicos y aplicaciones*. Quito: Prociencia Editores.
- Galindo, E. (2011). *Matemática 1. Conceptos básicos y aplicaciones. Primer año de bachillerato*. Quito: Prociencia Editores.
- González, M.O. y Mancill, J.O. (1962) *Álgebra elemental moderna*. Volumen 1. Buenos Aires: Editorial Kapeluz.
- Melo Rodríguez, C. (2007). *Saber matemática 9*. Bogotá: Futuro Editorial.
- Ministerio de Educación del Ecuador (2010). *Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Básica*. Quito: Ministerio de Educación del Ecuador.
- Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2002). *Precálculo*. México D. F.: International Thomson Editores.
- Swokowski, E. y Jeffery, A. (2007). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México D. F.: Cengage Learning, S.A.
- Urrego, N. y González, J. (2011) *Zona Activa Matemática 7*. Bogotá: Voluntad
- Zill, D. G. y Dewar, J. (2000). *Álgebra y trigonometría*. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Webgrafía

- Academia Internet (2013). ¿Cómo graficar funciones?, [en línea]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=AV-m9RGotME>
- Arias Prada, L. (2010). Jugando aprendiendo, [en línea]. Disponible en: <https://luisamariaarias.wordpress.com/matematicas/tema-13-area-de-figuras-planas/>
- Disfruta de las Matemáticas (2011). El triángulo de Pascal, [en línea]. Disponible en: <http://www.disfrutalasmatematicas.com/triangulo-pascal.html>
- Ditutor (2017). Medidas de tendencia central de datos agrupados, [en línea]. Disponible en: https://www.ditutor.com/estadistica/medidas_centralizacion.html
- Mate móvil (2016). Variaciones, combinaciones y permutaciones, ejercicios resueltos, [en línea]. Disponible en: <https://matemovil.com/variaciones-combinaciones-y-permutaciones-ejercicios-resueltos/>
- Matemáticas Profe Alex (2017). Varianza, desviación estándar y coeficiente de variación | datos agrupados en intervalos, [en línea]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=1myBo87IYyU>
- Matemáticas Profe Alex (2020). Dominio y Rango de una función, [en línea]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk&t=100s>
- Portal Educativo (s/f). Área y volumen de cuerpos geométricos, [en línea]. Disponible en: <https://www.portaleducativo.net/octavo-basico/164/Volumen-de-cuerpos-geometricos>

PLAN NACIONAL
DEL LIBRO Y LA LECTURA
José de la Cuadra



Prohibida su comercialización



**¡LEER ENCIENDE
TU IMAGINACIÓN!**

Educación General Básica
Octavo grado
Matemática

Me gustan las matemáticas

José Antonio Hervás

Como ninguna otra ciencia
me gustan las matemáticas
porque agotan mi paciencia
con cuestiones enigmáticas.

Confieso, sin estridencias,
que me resultan simpáticas
todas las circunferencias
y demás curvas cuadráticas.

Yo comprendo que la gente
piense que soy diferente
porque me gusta soñar

con las series divergentes
los números trascendentes
y la función modular.

Tomado de <https://goo.gl/rN4NfX> (01/03/2018)

José Antonio Hervás (1974). Poeta y fotógrafo español.

Así soñé yo la verdad

Gabriel Celaya

Kepler miró llorando los cinco poliedros
encajados uno en otro, sistemáticos, perfectos,
en orden musical hasta la gran esfera.

Amó al dodecaedro, lloró al icosaedro
por sus inconsecuencias y sus complicaciones
adorables y raras, pero, ¡ay!, tan necesarias,
pues no cabe idear más sólidos perfectos
que los cinco sabidos, cuando hay tres dimensiones.

Pensó, mirando el cielo matemático, lejos,
que quizá le faltara una lágrima al miedo.

La lloró cristalina: depositó el silencio,
y aquel metapoliedro, geometría del sueño,
no pensable y a un tiempo normalmente correcto,
restableció sin ruido la paz del gran sistema.
No cabía, es sabido, según lo que decían,
más orden que el dictado. Mas él soñó: pensaba.

Eran más que razones: las razones ardían.
Estaba equivocado, mas los astros giraban.

Su sistema era solo, según lo presentido,
el orden no pensado de un mundo enloquecido,
y él buscaba el defecto del bello teorema.

Lo claro coincidía de hecho con el espanto
y en la nada, la nada le besaba a lo exacto.

Tomado de <https://goo.gl/xicu2M> (04/02/2018)

Gabriel Celaya (1911-1991). Poeta español de la posguerra, interesado en la literatura comprometida. En 1986 ganó el Premio Nacional de las Letras Españolas, otorgado por el Ministerio de Cultura de su país.

Cuando todo quería poner en práctica

Gabriela Noriega

Cuando todo quería poner en práctica
siempre debía recurrir a la Matemática.
Quería solamente dedicarme al dibujo, a la pintura,
pero debía sacar proporciones y medir la altura.

Quería también dedicarme a cantar,
pero debía medir el tiempo entre el canto y la música por tocar.
Creí encontrar en el baile una solución,
pero si no contaba los pasos era mi perdición.

A la composición de poesías me quise dedicar,
pero debía medir los versos para un gran poema lograr.
Geografía, Historia, Música, todas con la Matemática se relacionaban
y en mi mente números y números se cruzaban.

Para olvidarme caminé y caminé
y al mirar un letrero que decía km 5 encontré.
Miré mi reloj y una hora había demorado
y en mi mente una pregunta había pasado.

Si en una hora 5 km había caminado,
en 4 horas ¿cuántos km habría avanzado?
Dije entonces 1 es 4 como 5 es X, sin pensar
que con una regla de tres simple me había yo de encontrar.

Multipliqué 5 por 4 y 20 me dio,
despejé la X y el 1 al dividiendo pasó,
la X igual a 20 me quedó,
y en 4 horas 20 km habría de recorrer yo.

Luego pensando me di cuenta que
con la matemática me había de nuevo encontrado,
y me di cuenta que ni siquiera caminar
podía hacerlo, sin ella a mi lado.

Fue en ese momento cuando su importancia descubrí
y aunque a veces me cansaba, las tablas aprendí.
Pero me di cuenta que aunque de ella escaparme quiera,
hasta en las cosas más sencillas la Matemática espera.

Tomado de <https://goo.gl/C5vjBf> (01/03/2018)

Gabriela Noriega. Divulgadora de la Matemática en composiciones poéticas.

Los dones del Cero

Ana Awilda Silva

Cuentan de un Cero que pensaba que no valía nada; pero un día decidió salir en busca de amigos que le dieran valor. Fue donde el Uno y con un tono de voz muy triste le dijo:

—Uno, tú vales mucho, pero yo no valgo nada. Fíjate, nací en Babilonia, y los árabes decían que soy una cifra vacía, que vengo de la nada y que yo pertenecía al infinito. A veces pienso que soy un fantasma, pues dicen que significo la ausencia por medio de la presencia, o sea, que existo y no existo. Y el uno le dijo:

—¿Cómo vas a decir eso? Tú vales más de lo que te imaginas. Mira, si te ubicas a la izquierda, podrá ser que no valgas nada, pero si te ubicas a la derecha, juntos tendremos mucho valor. ¡Ya verás!

Se fueron por el camino y se encontraron con otro amigo y este les dijo:

—¡Hola, señor Diez!

¡El Cero se sorprendió...! Y el Uno le dijo:

—Lo ves, yo te lo dije.

El Cero se sintió tan importante que se le ocurrió la idea de que ambos podrían casarse y tener muchos ceritos. Se reprodujeron y formaron el cien (100) y así, sucesivamente, año tras año continuaron añadiendo ceros hasta formar mil (1 000), diez mil (10 000), cien mil (100 000), hasta un millón (1 000 000).

—¿Te das cuenta? Eres el pobre que le das sentido a la vida de un rico, pues él necesita de ti para llegar a un millón, a un billón y a un trillón. Y el cero le dijo al uno:

—Oye... como se están añadiendo tantos ceros, podemos representarlos así: Fíjate, cuando nos unimos formamos el diez (10). Como se añadió un cero, entonces el exponente es uno, o sea: 10^1 . Luego se añadieron dos ceros y el exponente es 2, así que $100 = 10^2$; y así sucesivamente, el exponente representa la cantidad de ceros.

—¿Cuánto representa 10^3 y 10^4 ?

—Pues bien, $10^3 = 1\ 000$, y $10^4 = 10\ 000$.

—¡Mira si somos importantes! Actualmente las computadoras necesitan de nosotros para poder funcionar, pues ellas operan con el sistema binario de uno y cero: 00101001. Nunca subestimes las capacidades que posees. Todos tenemos nuestro valor. ¿Viste cuánto vales?

—Uno, si no fuera por ti, yo no sería nadie.

Tomado de <https://goo.gl/GLtWw3> (01/03/2018)

Ana Awilda Silva. Escritora de cuentos y profesora de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Ponce, e integrante del Centro de Recursos para Matemáticas y Ciencias, CREMC.

El número Pi

Wislaw Szymborska

Digno de admiración es el número Pi,
tres coma catorce. Todas sus siguientes cifras también son
iniciales,
quince noventa y dos, porque nunca termina.
No deja abarcar, sesenta y cinco treinta y cinco, con la mirada,
ochenta y nueve, con los cálculos,
sesenta y nueve, con la imaginación,
y ni siquiera, treinta y dos, treinta y ocho, con una broma, o sea,
comparación,
cuarenta y seis, con nada,
veintiséis cuarenta y tres, en el mundo.
La serpiente más larga de la tierra después de muchos metros
se acaba.
Lo mismo hacen, aunque un poco después, las serpientes de
las fábulas.
La comparsa de cifras que forma el número Pi
no se detiene en el borde de la hoja.
Es capaz de continuar por la mesa, el aire,
la pared, la hoja de un árbol, un nido, las nubes, y así hasta el
cielo,
a través de toda esa hinchazón e inconmensurabilidad
celestiales.
Oh, qué corto, francamente rabricorto es el cometa.
¡En cualquier espacio se curva el débil rayo de una estrella!
Y aquí, dos, treinta y uno, cincuenta y tres, diecinueve,
mi número de teléfono, el número de tus zapatos,
el año mil novecientos sesenta y tres, sexto piso,
el número de habitantes, sesenta y cinco céntimos,
centímetros de cadera, dos dedos, una charada y mensaje
cifrado,
en la cual rui señor que vas a Francia
y se ruega mantener la calma.

Y también pasarán la tierra y el cielo,
pero no el número Pi, de eso ni hablar,
seguirá sin cesar con un cinco en bastante buen estado,
y un ocho, pero nunca uno cualquiera,
y un siete que nunca será el último,
y metiéndole prisa, eso sí, metiéndole prisa a la perezosa
eternidad
para que continúe.

Tomado de <https://goo.gl/2t9TVC> (02/03/2018)

Wisława Szymborska (1923-2012). Poeta, ensayista y traductora polaca, ganadora del Premio Nobel de Literatura en 1996. Entre sus obras destacan *Busco las palabras*, *Por eso vivimos*, *Preguntas planteadas a una misma*.

Los modelos matemáticos de Óscar Bruno

Adrián Paenza

Óscar Bruno es doctor en Matemática. Trabaja en el California Institute of Technology, más conocido como CalTech. Se dedica a la investigación en áreas de Matemática aplicada, ecuaciones en derivadas parciales y ciencia computacional. En su trabajo se ocupa de predecir las características de diseños de ingeniería, usando métodos matemáticos y programas de computadoras. Hace un par de años le pedí que me diera algunas referencias sobre lo que hacía. Y me escribió estas líneas que ahora transcribo, con su autorización, claro.

—¿Cómo se usan los modelos matemáticos para mejorar la calidad de un objeto antes de construirlo?

Las ventajas ofrecidas por tales métodos son muchas y claras. Por un lado, es mucho más sencillo y menos costoso simular un diseño que construirlo. Por el otro, un modelo matemático puede revelar información que es muy difícil o imposible de adquirir ex-

perimentalmente. Por supuesto, la validez de estos modelos debe ser verificada a través de comparaciones con experimentos; pero, una vez que un modelo está verificado, se puede tener un alto grado de confiabilidad en sus predicciones.

Yo me dedico a generar y verificar modelos matemáticos para problemas de ciencia de materiales. Y también me ocupo de diseñar métodos numéricos para una variedad de áreas de la ciencia. Estos métodos numéricos permiten implementar los modelos matemáticos en computadoras. Últimamente he estado trabajando en una variedad de problemas:

1. Producción de radares
2. Producción de diamante a partir de grafito por medio de ondas de choque
3. Diseño de un microscopio basado en rayos láser, en conjunto con un grupo de biólogos y de físicos
4. Predicción financiera
5. Diseño de materiales compuestos de goma y pequeñísimas partículas de hierro, llamados sólidos magnetoreológicos (cuya elasticidad y forma pueden ser alterados a través de la aplicación de un campo magnético)

No quiero dejar de mencionar que los progresos en estos tipos de problemas de predicción pueden llevar a:

1. Nuevos conocimientos científicos
2. Mejoras o abaratamientos en procesos de producción
3. Diseños de nuevos artefactos. Por ejemplo, el microscopio que mencioné antes permitirá la observación de la actividad de células vivas, sus intercambios de fluidos, interacciones con microorganismos, etcétera.

Los materiales compuestos basados en goma, por otro lado, son buscados para mejorar los mecanismos de reducción de vibraciones en automóviles: dependiendo del tipo de camino, es preferible combinar gomas con distintos grados de dureza. Usando campos magnéticos y materiales compuestos basados en goma, se

puede variar el tipo de dureza y obtener una reducción sensible de vibraciones que son más efectivas para todo tipo de caminos. El diseño del compuesto más conveniente (qué tipos de partículas utilizar, en qué cantidad, qué tipo de goma es más ventajoso) se facilita enormemente gracias a los métodos numéricos. Ciertamente, en vez de producir un prototipo con cada combinación posible de materiales básicos, se utiliza un programa de computadora por medio del cual, para determinar las características de un cierto compuesto, solo es necesario especificar, cuando la computadora lo requiere, una serie de números que caracterizan las propiedades básicas de los componentes utilizados.

Hasta aquí las reflexiones de Óscar. Ahora, agrego yo: muchas veces, como matemáticos, recibimos la pregunta: “¿Para qué sirve lo que usted hace? ¿Cómo se usa? ¿Gana plata con eso?”. Cuando se trata de matemáticos que dedican su vida a la producción de ciencia con aplicaciones más evidentes o más directas, las respuestas, como las de Bruno, suelen ser más claras o más contundentes. En cambio, cuando esas respuestas provienen de científicos que dedican su vida a la investigación básica o a la vida académica, no suelen convencer al interlocutor. El ciudadano común se siente apabullado y calla, pero no está seguro de que le hayan contestado lo que preguntó. No entiende.

Uno de los propósitos de este libro es acercar a las partes. Mostrar la belleza que contiene pensar un problema cuya respuesta uno ignora. Sobre todo eso: pensar, imaginar caminos, disfrutar de la duda. Y, en todo caso, aprender a coexistir con el desconocimiento, pero siempre con la idea de derrotarlo, de descubrir el velo que esconde la verdad.

Tomado de <https://goo.gl/xyX7eq> (20/02/2018)

Adrián Paenza (1949). Periodista, matemático y profesor argentino especializado en la divulgación matemática.

Los números

Martín Ceballos

Estos símbolos secretos
nos proponen sensaciones,
que en frías definiciones,
nos proyectan a lo eterno.

No sabemos cuándo empiezan,
ni tampoco dónde acaban,
pero, en mágico espejismo,
el cero se hace concreto...
Y entonces desde la nada
empezamos a contar.

¡De pronto!, las unidades
se disfrazan de cifras
y en carnaval de ecuaciones
nos esconden sus verdades.

Entonces nuestros cerebros
comienzan a trabajar,
con ingenuidad y afán
intentando conseguir
el resultado perfecto.

Y en esa extraña experiencia
nos ha hechizado el misterio
de atrapar las dimensiones
y alcanzar el infinito, en cósmicas
relaciones de armonía universal.

Tomado de <https://goo.gl/rN4NfX> (23/03/2018)

Martín Ceballos. Divulgador de conocimientos matemáticos en obras literarias.

En clase de matemática

Alexis Oviedo

El profesor habla de valor absoluto, como si hubiera valores me pregunto... Él habla de la función, yo pienso en el más allá de la defunción. El profesor grafica las raíces, como si no las hubiéramos ya perdido, reflexiono.

Diserta sobre las desigualdades: ¿Acaso algo es igual a otro en este espacio? Explica los cuadrados. ¿Para qué reiterar?, si poco a poco, cada día, los seres humanos nos parecemos más a ellos.

Ha comenzado a definir los intervalos y esto sí me llega profundamente: De 0 a $\pm \infty$ es el espacio en que no estás conmigo. Caminé de 0 a -1 para encontrarte, pero tú encontraste un atajo en cierta parábola, y por la recta real, te alejaste hasta un punto incognoscible. Luego volviste y pude verte de nuevo jugar con los números positivos. Descendí en una recta de pendiente $-1/4$ para poder alcanzarte, pero resbalé en la misma y hoy estoy aquí sin ti: tendiendo a cero y a ∞ .

Alexis Oviedo (1970). Escritor ecuatoriano, autor de varios textos sobre educación, lenguaje, literatura y matemáticas. Su novela *Arcanos Mayores* se publicó en 2017.

Poesía matemática

Fabiana Porracin

Me gusta lo que suma, lo que multiplica...
No me gusta lo que resta, y termina dividiendo un
conjunto en fracciones...

Me gusta de los conjuntos el que incluye,
el que es directamente proporcional
y también me gusta reconocer a los que son diametralmente
opuestos.

De las figuras geométricas no me gusta el círculo
cuadrado, que viciosamente encierra
o,
que aun abierto potencia
lo que se va por la tangente.

En forma inversamente proporcional, del círculo me gusta que es
redondo,
y por eso puede echar a rodar...

Me gusta lo paradójal de lo plano que es plano,
y se deriva de esto que no por
superficial deja de ser sustento...
Me gusta la intersección de la diferencia.
No me gusta haber visto un número irracional de veces
la no discriminación de lo mutuamente excluyente,
qué distinto a la espiral, qué dialéctica, integra,
incluye, se abre y expande
interminablemente...

De la infinita línea de puntos me gusta paralelamente
que se parece a la más larga caminata,
la que comienza con el primer paso,
y me gusta que en el curso de esa larga caminata se
puede poner algo entre paréntesis...
O elegir un curso que se bifurque alternativamente...
Por eso también la precisión de y en la puntuación me agrada
desproporcionadamente.

Me gusta que el saldo sea positivo...
Teniendo igual en mente que
el final de cuentas podría
resultar negativo,
y así, aun así, su función sería la de
incrementar algún coeficiente.

Tomado de <https://goo.gl/rN4NfX> (23/03/2018)

Fabiana Porracin. Escritora, psicóloga y antropóloga argentina.

Teorema de Pitágoras

Jorge Eliécer Guevara Silva

Comienzo por explicar lo que es un teorema,
concepto fundamental, común en cualquier sistema.
Se dice que es propiedad o que es proposición,
solo es una verdad que exige demostración.

Pitágoras era un griego, que antes de Cristo vivió,
las cifras fueron su auge, por años las estudió.
Este genio del guarismo aportó mucho a la ciencia,
ocupó el protagonismo, le dio frutos su eficiencia.
Una propiedad famosa, que lleva su mismo nombre,
la idea más ingeniosa que hizo inmortal a este hombre.
En los triángulos rectángulos se aplica este teorema,
no se involucran los ángulos, de los lados trata el tema.

Es importante aprenderlo, que en la mente esté presente,
aplicarlo y entenderlo, su enunciado es el siguiente:
la hipotenusa al cuadrado, nos divulga este decreto,
con la suma se ha igualado del cuadrado de los catetos.

Con él podemos hallar la hipotenusa y los lados,
dos datos nos pueden dar y el tercero es calculado.
Es grande la aplicación del grandioso teorema,
en más de una situación para resolver problemas.

Tomado de <https://goo.gl/n2QQQX> (23/03/2018)

Jorge Eliécer Guevara Silva (1961). Escritor, docente, matemático y físico colombiano.
Ha publicado tres libros de poemas: *Reflexiones*, *Versos en la clase* y *Estampas de mi pensamiento*.

Potencias

Danny Perich Campana

Propiedad, teorema, corolario
en todos los idiomas es igual,
lo mismo ocurre con las potencias
porque es un lenguaje universal.
Para multiplicar potencias de igual base
conservar la base y los exponentes sumar,
así a elevado a cinco por a elevado a siete,
 a elevado a doce te resultará.
Donde debes tener especial atención,
pues los signos te pueden complicar,
es en la división de potencias
donde los exponentes se deben restar.
Por lo tanto si tienes a elevado a siete
dividido por a elevado a menos tres
al restar y multiplicar menos por menos
obtendrás a elevado a diez.
Las potencias de exponente cero valen uno,
pero la base cero hay que descartar.
Cero elevado a cero no está definido,
si estás atento no te equivocarás.
Si una potencia tiene exponente negativo
para resolver la base debes transformar,
la inviertes y por arte de magia
el exponente positivo quedará.
O sea, dos elevado a menos tres:
comienza por la base invertir,
así el dos pasa a ser un medio,
y elevado a tres un octavo debe salir.
Una potencia a potencia es muy fácil
basta con los exponentes multiplicar,
sean estos dos, tres o quinientos
el procedimiento siempre es igual.

En todas las operaciones con potencias
como regla no debes olvidar
que sea base o sea exponente
lo que es igual siempre debes conservar.

Tomado de <https://goo.gl/51NrGk> (19/03/2018)

Danny Perich Campana. Profesor, matemático, escritor y compositor chileno, reconocido por sus aportes a la educación y al desarrollo tecnológico.

No temas

Ayekimatincoyot Nicoyal Cuauhnacatzl

No temas acercarte a la Matemática
ellas son ciertas
y no mienten.

Es cierto que son rigurosas
como la misma Muerte,
pero también es cierto
que son hermosas
como la Música.

Son tan ciertas
que Dios las usó desde siempre
para crearlo Todo.

No temas,
ellas son ciertas
y no mienten.

Tomado de <https://goo.gl/37cdNq> (23/03/2018)

Ayekimatincoyot Nicoyal Cuauhnacatzl. Divulgador de conocimientos matemáticos en obras literarias.

**DISTRIBUCIÓN GRATUITA
PROHIBIDA SU VENTA**

Prohibida su comercialización

 @MinisterioEducacionEcuador

 @Educacion_EC

 /MinEducacionEcuador

 /EducacionEcuador

www.educacion.gob.ec ● 1800-EDUCACIÓN (338222)