

I'm not robot  reCAPTCHA

I'm not robot!

Ensembles et applications exercices corrigés mpsi pdf

Résumé de cours Cours en ligne de Maths en Maths Sup Plan des exercices : Bijection, Lois Internes, Anneaux 1. Sur les ensembles 2. Injection, surjection, bijection 3. Images directes et réciproques 4.



Relations d'équivalence 5. Relations d'ordre 6. Lois internes 7. Groupes 8. Anneaux 9. Structure d'anneau sur .Exercice 1 Soient trois parties de . ssi . Vrai ou Faux ?Correction : On suppose que . Soit , . et . Comme , . On a prouvé l'inclusion . En échangeant et , on obtient l'inclusion contraire, donc par double inclusion . On suppose que .

manfi.1s.fr	Les ensembles	2016-2015
	$H = \{(x,y) \in G / y = x+3\}$	Exercice 1
	Exercice 7	Déterminer en extension les ensembles suivants:
	On considère les deux ensembles :	$A = \{-3y+7 / y \in [-1,2]\}$
	$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 2y^2 + xy + x + 2y = 0\}$	$B = \{x^2 - 4x + 1 / x \in [0,4]\}$
	et $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x+2y=0\}$	$D = \left\{ \frac{2x+3}{x+2} / x \in]-2,5[\right\}$
	1) Montrer que $E \neq \emptyset$ et $F \neq \emptyset$	Exercice 2
	2) Montrer que $F \subset E$	On considère les ensembles
	3) déterminer y pour que $(1,y) \in E$	$A = \left\{ \frac{2k+1}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
	a-t-on $E = F$?	et $B = \left\{ \frac{5k'+4}{3} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$
	4) Déterminer G tel que $E = F \cup G$	Montrer que $A \cap B = \emptyset$ et $B \cap N \neq \emptyset$
	Exercice 8	Exercice 3
	On pose $A = \left\{ \frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{xy} / (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \right\}$	On pose : $A = \{2k+1 / k \in \mathbb{Z}\}$
	1) montrer que $0 \in A$ et $\frac{1}{2} \in A$	Et $B = \left\{ \frac{2k'-3}{5} / k' \in \mathbb{Z} \right\}$
	2) montrer que $A \subset]0,1[$	1) montrer que $A \subset B$ et $A \neq B$
	3) a-t-on $A =]0,1[$?	2) Déterminer \bar{A} le complémentaire de A dans \mathbb{Z}
	Exercice 9	Exercice 4
	On considère les ensembles	On considère les ensembles
	$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$	$A = \{2p+1 / p \in \mathbb{Z}\}$ et $B = \{3q+2 / q \in \mathbb{Z}\}$
	$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = \sqrt{1-x^2}\}$	déterminer $A \cap B$
	et $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$	Exercice 5
	puis on pose $I = [-1,1]$	On pose $A = \left\{ \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
	1) Montrer que $A \neq \emptyset$ et $B \neq \emptyset$	$B = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
	2) Montrer que $B \subset A$ et déterminer \bar{B} le complémentaire de B dans A	et $C = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{6} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
	3) Montrer que $A \cap D = \{(1,0); (0,1)\}$	Montrer que $A \subset B$ et $B \cap C = \emptyset$
	4) a) Montrer que $A \subset I \times I$	Exercice 6
	b) est-ce qu'on a $A = I \times I$?	On considère l'ensemble
	exercice 10	$F = E \cap [-3,5]$ et $G = E \cap [-2,4]$
	1) montrer que pour tout (a,b) de $]0,1[$	1) déterminer en extension
	et (x,y) de \mathbb{Z}^2 on a :	F, E, G, \bar{G}, F
	$(x+a+y+b) \Rightarrow (x=y \text{ et } a=b)$	2) déterminer en extension
	2) déterminer en extension	
	$\{(x,y,z) \in]0, \frac{\pi}{2}[\times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / \begin{cases} \cos x - 2y = z + \sin x \\ z < 2 \end{cases}\}$	

L'implication précédente utilisée avec et donne . On a démontré l'équivalence. Exercice 2 Soient trois parties de . Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que .Correction : Analyse Si , donc donc On a prouvé que . Synthèse Si , et donc .Exercice 3 Soient , et trois parties de .

Les différents ensembles de nombres

Exercice 1 : Classez les différents ensembles

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
\mathbb{N}	oui			
\mathbb{Z}		oui		
\mathbb{Q}			oui	
\mathbb{R}				oui

Exercice 2 : Classez les différents ensembles

1) les nombres \mathbb{Z}

- $\rightarrow 1 \in \mathbb{Z}$
- $\rightarrow -1 \in \mathbb{Z}$
- $\rightarrow 1 \in \mathbb{N}$

2) les nombres \mathbb{Q}

- $\rightarrow \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$
- $\rightarrow \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
- $\rightarrow \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

3) les nombres \mathbb{R}

- $\rightarrow \sqrt{2} \in \mathbb{R}$
- $\rightarrow \sqrt{3} \in \mathbb{R}$
- $\rightarrow \sqrt{5} \in \mathbb{R}$

4) les nombres \mathbb{N}

- $\rightarrow 1 \in \mathbb{N}$
- $\rightarrow 2 \in \mathbb{N}$
- $\rightarrow 3 \in \mathbb{N}$

5) les nombres \mathbb{Z}

- $\rightarrow 1 \in \mathbb{Z}$
- $\rightarrow -1 \in \mathbb{Z}$
- $\rightarrow 2 \in \mathbb{Z}$

6) les nombres \mathbb{Q}

- $\rightarrow \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$
- $\rightarrow \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
- $\rightarrow \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

7) les nombres \mathbb{R}

- $\rightarrow \sqrt{2} \in \mathbb{R}$
- $\rightarrow \sqrt{3} \in \mathbb{R}$
- $\rightarrow \sqrt{5} \in \mathbb{R}$

8) les nombres \mathbb{N}

- $\rightarrow 1 \in \mathbb{N}$
- $\rightarrow 2 \in \mathbb{N}$
- $\rightarrow 3 \in \mathbb{N}$

vérifiant , et . Alors .Correction : Soit . On suppose que , comme , donc alors . On aboutit à une contradiction. Il est impossible que . On a prouvé que . Comme , donc . Alors . On a prouvé l'inclusion : .Exercice 4 Soient , et trois parties de . Si et , . Vrai ou Faux ?Correction : Soit . On distingue deux cas : , alors , donc .Dans les deux cas , . On a prouvé que . On a établi que . Exercice 1 Soit une application de dans telle que . est injective si, et seulement si, est surjective. Vrai ou Faux ? Correction : On suppose que est injective. Pour tout de , donc , étant injective, , donc il existe dans () tel que . On en déduit que est surjective. On a donc prouvé que si est injective, est surjective. On suppose que est surjective. Soient et dans tels que . Comme est surjective, il existe et dans tels que et . L'hypothèse s'écrit en prenant l'image par : . Comme , on en déduit que soit . On a ainsi prouvé que est injective. On a donc établi que si est surjective, est injective. On a donc prouvé que si est injective ou surjective, est bijective. En composant la relation par , on obtient . Exercice 2 On note et .



PROF. ABDELKADER

Question 1 est injective. Est-ce Vrai ou Faux ?

