



André Amorim
Finanças Corporativas
Controladoria



• contato@andreamorim.com.br
• www.andreamorim.com.br



1

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**



COMO PREPARAR UMA REGRESSÃO LINEAR




2

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Regressão linear

Tal ferramenta consiste em uma técnica estatística que visa relacionar uma variável dependente a uma variável independente.

Isso significa que vamos atrelar o desempenho de uma variável a outra variável.




3

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

No nosso caso, vamos relacionar o desempenho das vendas da empresa ao desempenho de alguma variável do setor ou da economia.

André Amorim
Parque Corporativo

Anhanguera

4

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

Por exemplo, imagine uma empresa que venda carteiras escolares.

Você acha que essas vendas dependem do número de matrículas que as escolas, clientes da empresa, realizam todo o ano?

André Amorim
Parque Corporativo

Anhanguera

5

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

Com muita segurança, podemos dizer que sim, uma vez que quanto maior o número de matrículas, maior a necessidade de carteiras escolares e, conseqüentemente, maiores serão as vendas da empresa, não é mesmo?

André Amorim
Parque Corporativo

Anhanguera

6

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

Mas a questão que fica é: como essa relação acontece?

Podemos calculá-la?

A resposta é sim! Podemos calcular a forma como as vendas da empresa se relacionam com o número de matrículas escolares.



7

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

Para tanto, a regressão linear estabelece quantitativamente a relação entre as vendas da empresa e o número de matrículas.



8

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

Isso se dá através de uma função de primeiro grau definida como:

$$y = a + (bx)$$

Onde:

y = variável dependente

a = constante

b = variável independente e

x = número real que determina o tamanho de b



9

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

$$y = a + (bx)$$

Em outras palavras, a quantidade de vendas de carteiras é igual ao número de matrículas multiplicado por "b" mais "a".

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

10

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Regressão linear

$$y = a + (bx)$$

Em outras palavras, a quantidade de vendas de carteiras é igual ao número de matrículas multiplicado por "b" mais "a".

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

11

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria



Exemplificando

Suponha que a vendedora de carteiras escolares conheça a função que estabeleça suas vendas em função das matrículas como sendo:

As matrículas para os próximos 2 anos são definidas pelo sindicato das escolas deste modo: 100.000 no 1º ano e 150.000 no 2º ano.

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

12

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

1o ano:

$$\text{vendas} = 500 + (100.000 \times 0,1) = 500 + 10.000 = 10.500 \text{ unidades}$$

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

13

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

Para o 2o ano:

$$\text{vendas} = 500 + (150.000 \times 0,1) = 500 + 15.000 = 15.500 \text{ unidades}$$

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

14

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

Perceba que em função do número de matrículas esperadas pelas escolas, podemos estimar o número de carteiras que a empresa irá vender.

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

15

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Não! Será sempre essa equação, pois, cada produto e cada empresa tem uma relação diferente com diferentes variáveis externas.

André Amorim
Pesquisa Corporativa

Anhanguera

16

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Dessa forma, o segredo da regressão não é a aplicação da equação em si, mas o seu descobrimento.

André Amorim
Pesquisa Corporativa

Anhanguera

17

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Para desenvolvermos a função, que será usada para descobrir a equação de primeiro grau que determinará a relação entre as variáveis, usaremos as seguintes fórmulas:

Para determinar o b da equação de 1o grau:

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x) \times (\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

André Amorim
Pesquisa Corporativa

Anhanguera

18

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

Onde:

x = variável independente (índices setoriais ou econômicos, na maioria dos casos)
 y = variável dependente (vendas da empresa)
 n = número de valores disponíveis no hall

19

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Para determinar o a da equação de 1o grau:

$$a = y - bx$$

Onde:

y = média da variável dependente (vendas da empresa)
 x = média da variável independente
 (índices setoriais ou econômicos, na maioria dos casos)

20

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria



Exemplificando

Imagine que uma empresa venda aparelhos de ar-condicionado. Ela vendeu nos últimos anos as seguintes quantidades:

	Ano		
	1	2	3
Vendas da empresa	3.000	3.200	2.900

21

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria



Exemplificando

Ela também sabe que suas vendas dependem da temperatura média anual da cidade onde se encontra, que no mesmo período foi:

	Ano		
	1	2	3
Temperatura média da cidade	23º	23,2º	22,7º

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

22

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria



Exemplificando

A empresa gostaria de orçar suas vendas para os anos 4 e 5, para tanto, ela possui a temperatura média esperada na cidade divulgada pelo centro de meteorologia local.

	Ano	
	4	5
Temperatura média da cidade	23,5º	23,3º

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

23

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria



Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

1º passo: calcular o valor de b

A variável x é a variável independente que, neste caso, é a temperatura média. Logo, a variável dependente (y) é o número de vendas de aparelhos de ar-condicionado.

André Amorim
Parque Cooperativa

Anhanguera

24

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

1º passo: calcular o valor de b

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{[(23 \times 3.000) + (23,2 \times 3.200) + (22,7 \times 2.900)] - \frac{(23 + 23,2 + 22,7) \times (3.000 + 3.200 + 2.900)}{3}}{(23^2 + 23,2^2 + 22,7^2) - \frac{(23 + 23,2 + 22,7)^2}{3}}$$

André Amorim
Instrutor Corporativo

Anhanguera

25

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

1º passo: calcular o valor de b

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{(209.070) - \frac{(68,9) \times (9.100)}{3}}{(1.582,5) - \frac{(68,9)^2}{3}} \Rightarrow b = \frac{209.070 - 208.996,7}{1.582,53 - 1.582,4} = \frac{73,3}{0,13} = 563,85$$

André Amorim
Instrutor Corporativo

Anhanguera

26

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

2º Passo: calcular o valor de "a"

$$a = \bar{y} - (b\bar{x})$$

$$a = \frac{(3.000 + 3.200 + 2.900)}{3} - \left(563,85 \times \frac{23 + 23,2 + 22,7}{3} \right)$$

$$a = 3.033,3 - 12.949,76 = -9.916,46$$

André Amorim
Instrutor Corporativo

Anhanguera

27

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:
Assim, temos a equação de primeiro grau definida como:

$$y = a + (bx)$$

$$y = -9.916,46 + (563,85x)$$

Com essa equação podemos estimar as vendas do ano 4 e 5 a partir da temperatura média dos mesmos anos divulgados pela meteorologia.

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

28

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

4o ano:

No 4o ano a temperatura média é de 23,5o, substituindo na equação que acabamos de encontrar, teremos:

$$y = -9.916,46 + (563,85 \times 23,5)$$

⇒ $y = -9.916,46 + 13.250,47$
⇒ $y = 3.334,01 \approx 3.334$

Dessa forma, com a temperatura média de 23,5o a empresa esperará vender 3.335 unid. de ar-condicionados.

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

29

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

5o ano:

No 5o ano a temperatura média esperada é de 23,3o. Fazendo o mesmo procedimento que o anterior, teremos:

$$y = -9.916,46 + (563,85 \times 23,3)$$

⇒ $y = -9.916,46 + 13.250,47$
⇒ $y = 3.334,01 \approx 3.221,24 \approx 3.221$

Com a temperatura média de 23,3o, a empresa esperará vender 3.222 unid. de ar-condicionados.

 André Amorim
Parque Cooperativa

 Anhanguera

30

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

 Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:
Para concluir, a tabela abaixo mostra os valores orçados para a empresa.

	Ano	
	4	5
Vendas da empresa	3.334	3.221

Note que com a queda da temperatura média esperada, ocorre também queda na expectativa de vendas da empresa, o que é esperado.

 André Amorim
 Professor Corporativo

 Anhanguera

31

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Você deve estar se perguntando: como eu vou saber qual é a variável independente e qual é a variável dependente?

Resolver este problema é simples. Você deve se perguntar se as vendas da empresa podem variar de acordo com a variável em questão, por exemplo, as vendas de ar-condicionado podem variar em função da temperatura do clima?

 André Amorim
 Professor Corporativo

 Anhanguera

32

6ª Aula –Regressão Linear **Controladoria**

Considere ainda, se a temperatura subir: a empresa vai vender mais aparelhos de ar-condicionado?

Se a resposta for sim, então a sua variável é uma variável dependente.

 André Amorim
 Professor Corporativo

 Anhanguera

33

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Agora imagine o inverso: se a temperatura descer, a empresa vai vender mais aparelhos de ar-condicionado?

Neste caso, a resposta é não, pois as vendas variam em função do clima, mas o clima não variará em função das vendas, logo, o clima é uma variável independente, tudo bem?

André Amorim
Parque Cooperativo

Anhanguera

34

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Uma outra forma de resolver o exemplo anterior é usando tabelas ao invés da fórmula. Chamamos esse tipo de solução de vertical enquanto que o uso da fórmula chamamos de solução horizontal. O Quadro 2.13 apresenta as variáveis tratadas para o cálculo de "b".

André Amorim
Parque Cooperativo

Anhanguera

35

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Quadro 2.13 | Variáveis dependentes e independentes para o cálculo de b

n	x (independente)	y (dependente)	x ²	xy
1	23,00	3.000,00	529,00 (23 x 23)	69.000,00 (3.000 x 23)
2	23,20	3.200,00	538,24 (23,2 x 23,2)	74.240,00 (23 x 3.200)
3	22,70	2.900,00	515,29 (22,7 x 22,7)	65.830,00 (22,7 x 2.900)
Somatória	68,90 (23+23,2+22,7)	9.100,00 (3.000+3.200+2.900)	1.582,53 (529+538,24+515,29)	209.070,00 (69.000+74.240+65.830)
Ao quadrado	4.747,21 (68,9 x 68,9)			
Média	22,96 (68,9/3)	3.033,33 (9.100/3)		

André Amorim
Parque Cooperativo

Anhanguera

36

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Em seguida, basta desenvolvermos a fórmula com os resultados obtidos no quadro anterior.

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{209.070 - \frac{68,9 \times 9.100}{3}}{1582,53 - \frac{4.747,21}{3}} = \frac{209.070 - \frac{626.990}{3}}{1582,53 - 1582,4}$$

$$b = \frac{209.070 - 208.996,67}{0,13} = \frac{73,3}{0,13} = 563,85$$

André Amorim
Professor Corporativo

Anhanguera

37

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Agora, resta apenas calcular o valor de “a” de acordo com a fórmula.

$$a = \bar{y} - (b\bar{x})$$

$$a = 3.033,33 - (563,85 \times 22,96)$$

$$a = 3.033,3 - 12.949,76 = -9.916,46$$

André Amorim
Professor Corporativo

Anhanguera

38

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

Dessa forma, a função que estabelece a relação entre as vendas da empresa (variável dependente) e a temperatura média (variável independente) é:

$$y = a + (bx)$$

$$y = -9.916,46 + (563,85x)$$

André Amorim
Professor Corporativo

Anhanguera

39

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

-) A Samu's vende películas para celular, a empresa sabe que quanto mais celular é vendido no mercado mas película ela consegue vender, diante do exposto calcular a expectativa de vendas da Samu's para o ano 6 utilizando a técnica de regressão.

	ANO					
	1	2	3	4	5	6
Vendas da Empresa	3.000	3.500	4.100	4.700	5.000	

	ANO					
	1	2	3	4	5	6
nº de pessoas por celular	1,1	1,4	1,8	1,9	2,1	2,5

N	X (Independente)	Y (Dependente)	XY
1			
2			
3			
4			
5			
Somatória			
ao quadrado			
Média			

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$a = \bar{y} - (b\bar{x})$$

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$a = \bar{y} - (b\bar{x})$$

Anhanguera

40

6ª Aula –Regressão Linear

Controladoria

FIM

André Amorim
Professor

Anhanguera

41
