Métodos Quantitativos

André Amorim
Finanças Corporativas

contato@andreamorim.com.br
www.andreamorim.com.br

Anhanguera

EXERCÍCIO AULA 2 – FUNÇÃO AFIM

- Dada a função $f(x) = 5x - 10$, determine:
- a) o zero;
- b) os valores de x para os quais $f(x) > 0$;
- c) os valores de x para os quais $f(x) < 0$

EXERCÍCIO AULA 2 – FUNÇÃO AFIM

Resolução:

Lembre-se de que o zero da função é um valor x_0 tal que $f(x_0) = 0$. Além disso, se a função é crescente, $f(x) > 0$ para $x > x^0$ e $f(x) < 0$ para $x < x_0$. Aplicando estes conceitos, temos:

a) $f(x_0) = 0 \rightarrow 5x_0 - 10 = 0 \rightarrow 5x_0 = 10 \rightarrow x_0 = 10/5 = 2$. Logo, 2 é o zero de $f(x)$.

EXERCÍCIO AULA 2 – FUNÇÃO AFIM

Resolução:

Lembre-se de que o zero da função é um valor x_0 tal que $f(x_0) = 0$. Além disso, se a função é crescente, $f(x) > 0$ para $x > x^0$ e $f(x) < 0$ para $x < x_0$. Aplicando estes conceitos, temos:

b) Como a função é crescente (pois $a = 5 > 0$), $f(x) > 0$ para todos os valores $x > x_0 = 2$.

EXERCÍCIO AULA 2 – FUNÇÃO AFIM

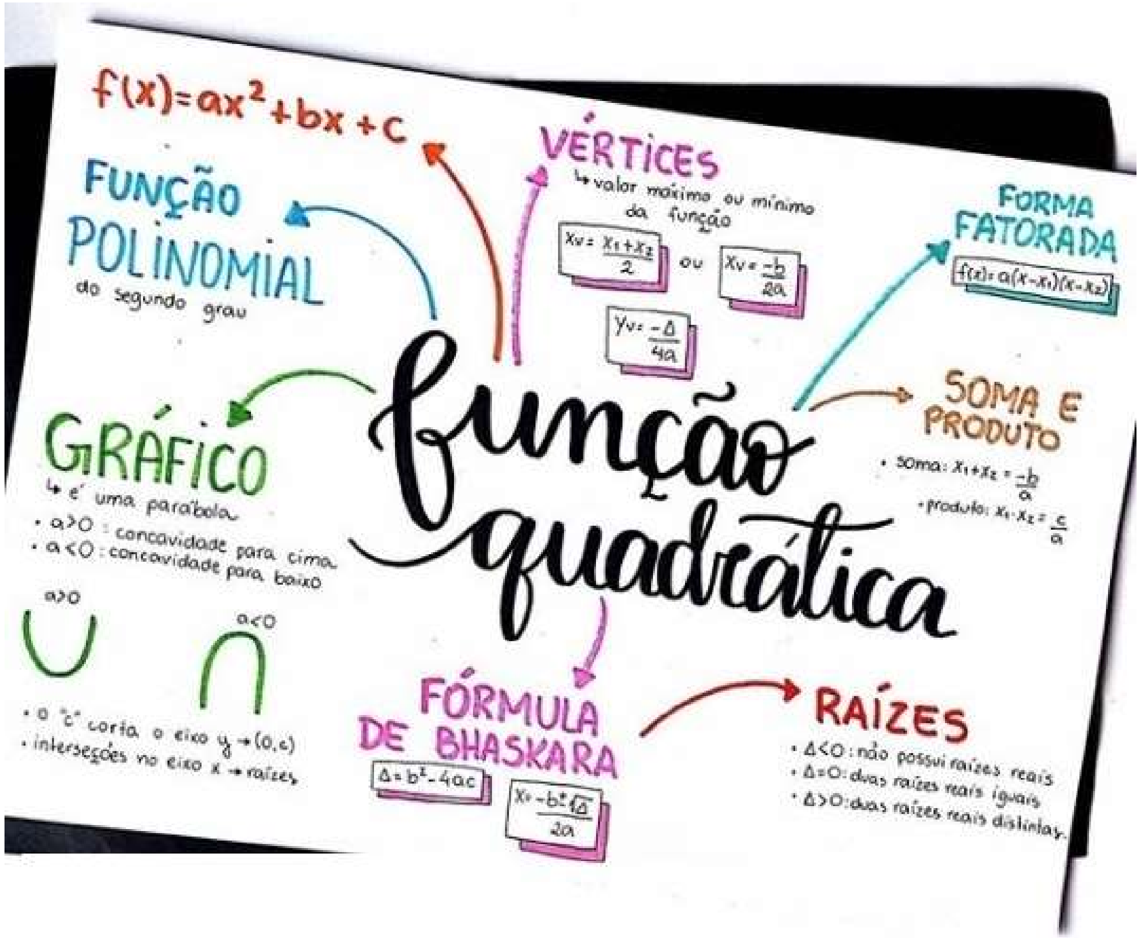
Resolução:

Lembre-se de que o zero da função é um valor x_0 tal que $f(x_0) = 0$. Além disso, se a função é crescente, $f(x) > 0$ para $x > x^0$ e $f(x) < 0$ para $x < x_0$. Aplicando estes conceitos, temos:

c) $f(x) < 0$ para todos os valores $x < x_0 = 2$.

3ª Aula – Função quadrática

MQA



Conceito de Função quadrática

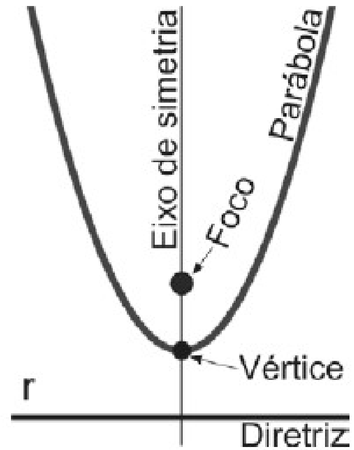
- Uma aplicação (ou relação) f de R em R recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento **(ax^2 +bx + c)** ∈ R, em que a ≠ 0.

- Alternativamente, podemos dizer que uma função quadrática é aquela cuja lei de formação é $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a ≠ 0. Os valores a, b e c são denominados coeficientes e ax^2 é o termo dominante.

Conceito de Função quadrática

- Uma característica importante das funções quadráticas é seu gráfico, que apresenta uma curva plana denominada parábola (SODRÉ, 2010, p. 1).

Figura 1.19 | Parábola



Fonte: O autor (2015).

Conceito de Função quadrática

- Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Resolução
- Primeiramente construímos um quadro com alguns valores de x, os respectivos $y = f(x)$ e as coordenadas (x,y). Observe:

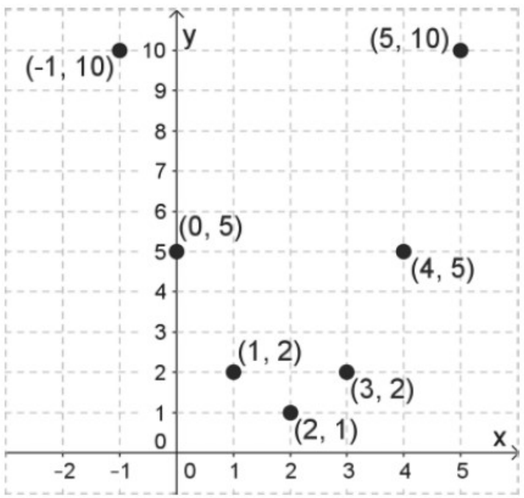
x	$y = f(x) = x^2 - 4x + 5$	(x,y)
-1	$(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 5 = 10$	(-1, 10)
0	$0^2 - 4.0 + 5 = 5$	(0,5)
1	$1^2 - 4.1 + 5 = 2$	(1,2)
2	$2^2 - 4.2 + 5 = 1$	(2,1)

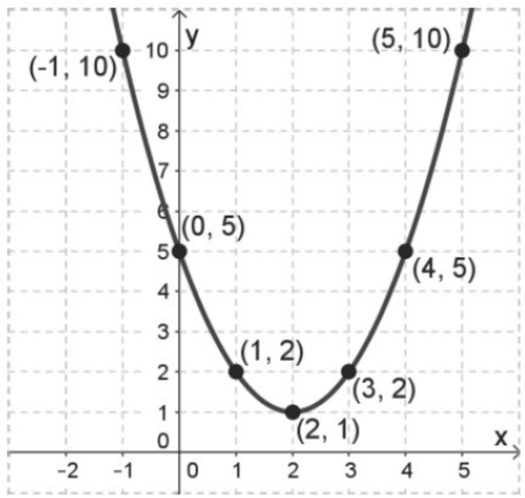
x	$y = f(x) = x^2 - 4x + 5$	(x,y)
3	$3^2 - 4.3 + 5 = 2$	(3,2)
4	$4^2 - 4.4 + 5 = 5$	(4,5)
5	$5^2 - 4.5 + 5 = 10$	(5,10)

Conceito de Função quadrática

- Com base nas coordenadas calculadas, marcamos os pontos e traçamos a parábola, conforme Figura 1.20.

Figura 1.20 | Gráfico de $f(x) = x^2 - 4x + 5$

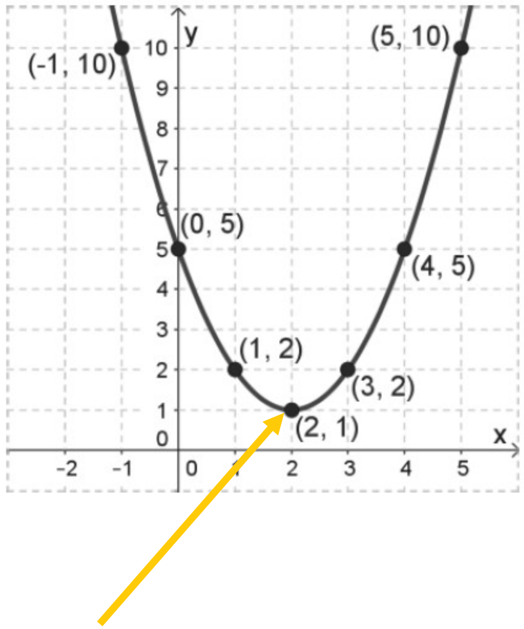




Fonte: O autor (2015).

Conceito de Função quadrática

- Observando a Figura 1.20, há alguns elementos importantes: o ponto de coordenadas (2,1) é o vértice e a linha vertical x = 2 é o eixo de simetria da parábola.

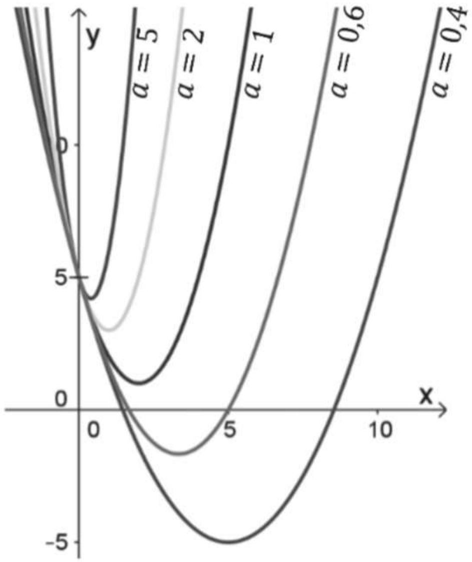


Conceito de Função quadrática

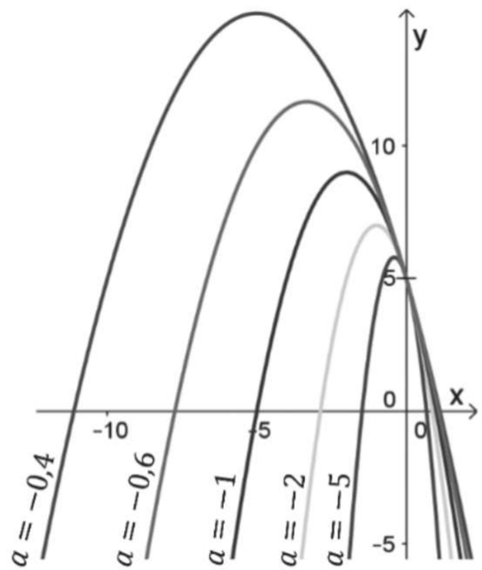
- No caso do exemplo anterior, dizemos que a parábola tem concavidade para cima, e isso é controlado pelo coeficiente do termo dominante, ou seja, o valor de a. Veja a seguir alguns gráficos de funções quadráticas da forma

$$f(x) = ax^2 - 4x + 5$$

$$a > 0$$



$$a < 0$$



3ª Aula – Função quadrática

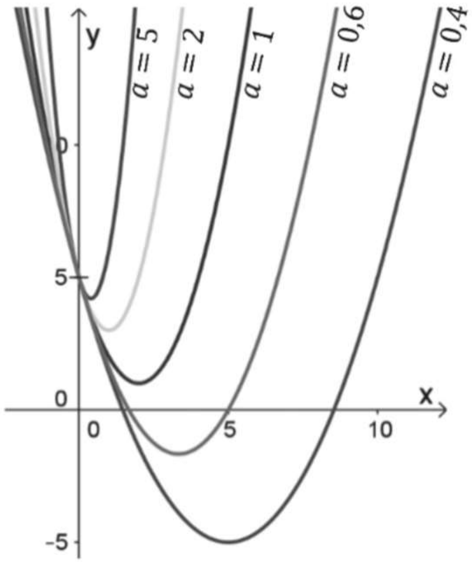
MQA

Conceito de Função quadrática

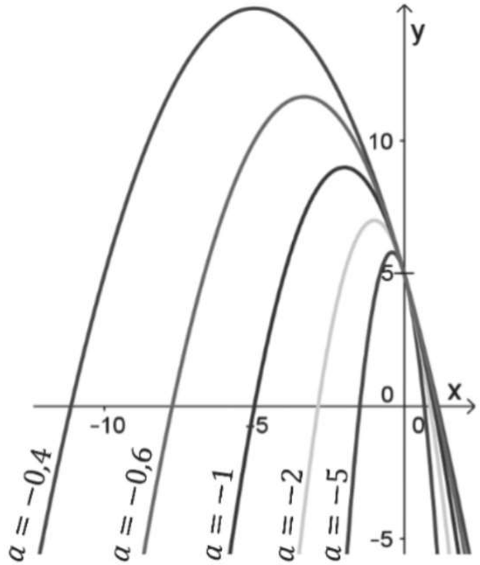
- Perceba na Figura que, quanto mais próximo de zero está o valor de a, mais "aberta" é a parábola e, quanto mais distante, mais "fechada".

$$f(x) = ax^2 - 4x + 5$$

$$a > 0$$



$$a < 0$$



Conceito de Função quadrática

- Se o valor de a é:
- • Positivo, **a > 0**, a concavidade da parábola é voltada para cima;
- • Negativo, **a < 0**, a concavidade da parábola é voltada para baixo.

Conceito de Função quadrática

- Observe ainda na Figura 1.21 que, em todos os casos, o ponto de coordenadas (0,5) pertence ao gráfico de f(x) = ax2 - 4x + 5 e que isso se deve ao fato de o coeficiente c ser igual a 5.
- Veja: se x = 0, temos f(0) = a.02 – 4.0 + 5 = 5, não importando o valor de a ou b.

Conceito de Função quadrática

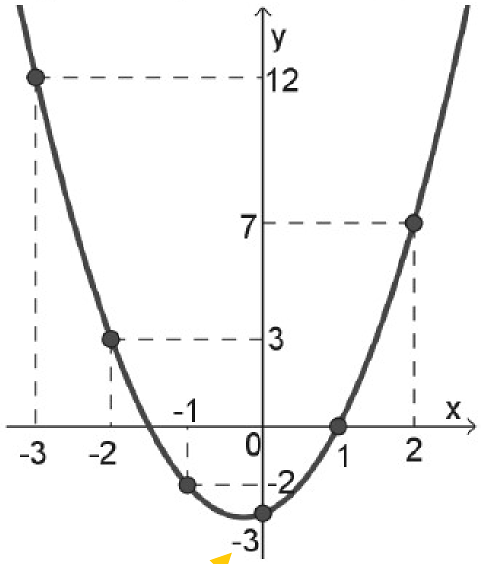
- O coeficiente c é igual à ordenada do ponto de interseção do gráfico de $f(x) = ax2 + bx + c$ com o eixo y.

- Assim como podemos determinar a lei de formação de uma função afim observando seu gráfico, também é possível fazer o mesmo com uma função quadrática.

Conceito de Função quadrática

- Determine a lei de formação da função quadrática cujo gráfico é apresentado na Figura 1.22.

Figura 1.22 | Gráfico de f(x)

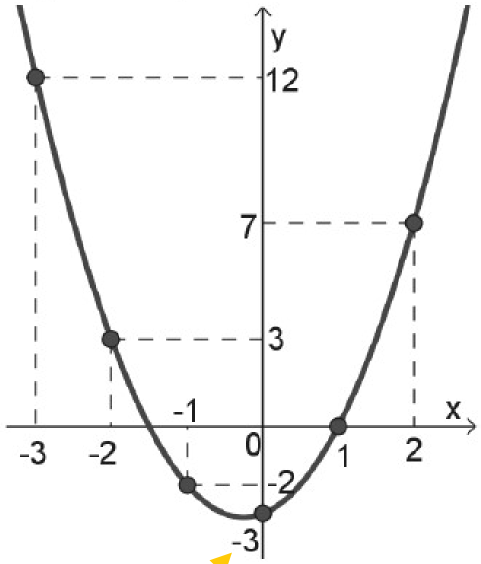


Fonte: O autor (2015).

Conceito de Função quadrática

- Observe que o ponto de interseção do gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$ com o eixo y possui coordenadas (0,–3). Logo, $c = -3$ e $f(x) = ax^2 + bx - 3$.

Figura 1.22 | Gráfico de f(x)

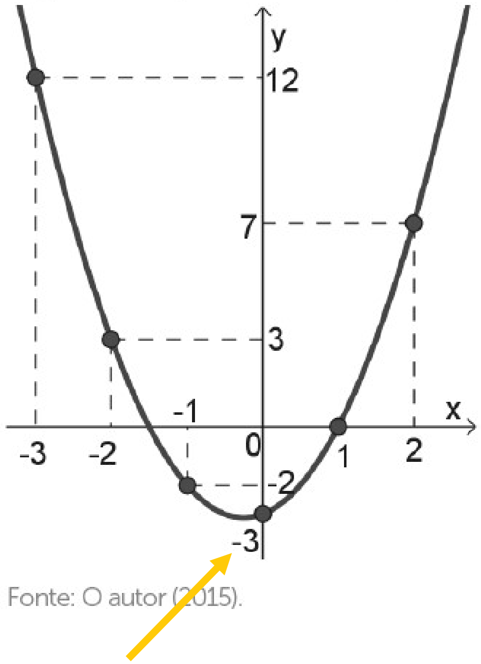


Fonte: O autor (2015).

Conceito de Função quadrática

- Além disso, como os pontos de coordenadas (1,0) e (–1,–2) pertencem ao gráfico de f(x), temos:

Figura 1.22 | Gráfico de f(x)



Fonte: O autor (2015).

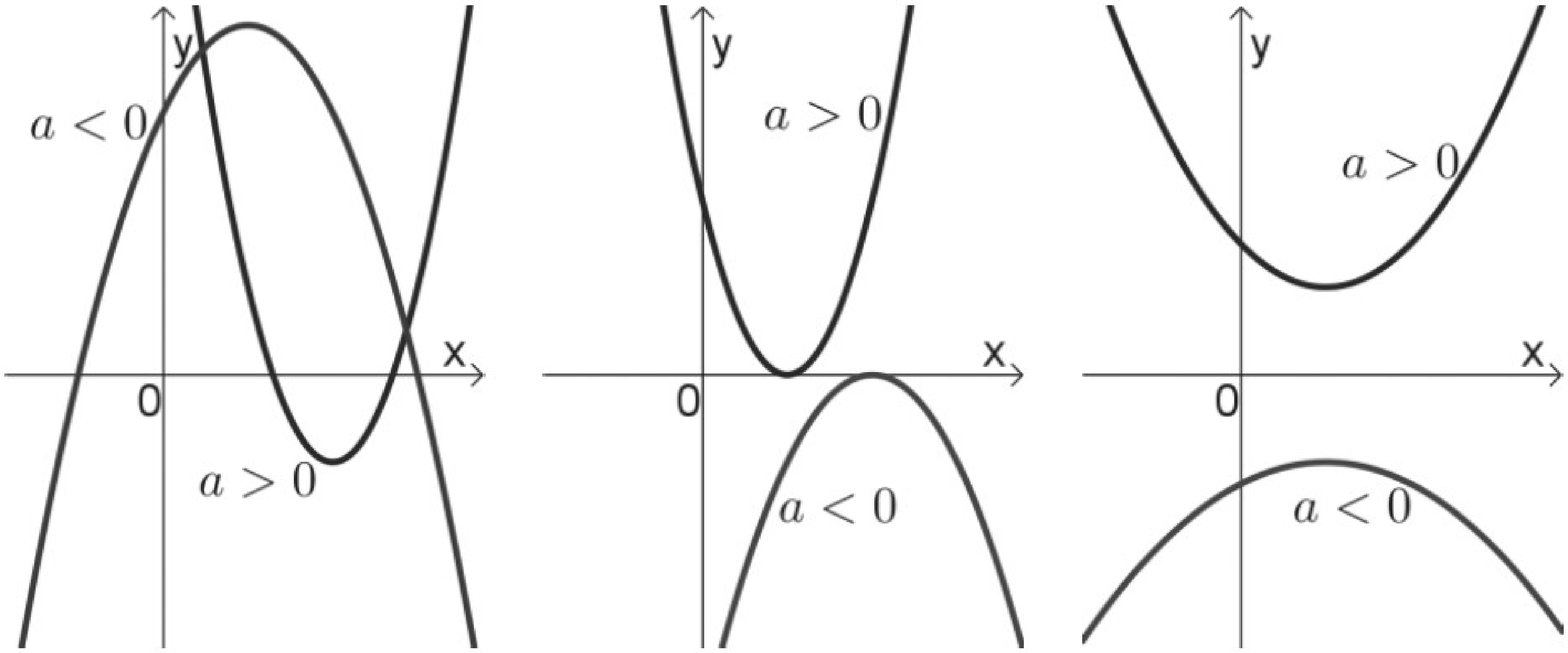
Conceito de Função quadrática

- Além disso, como os pontos de coordenadas (1,0) e (–1,–2) pertencem ao gráfico de f(x), temos:
- $f(1)=0 \rightarrow a.1^2 + b.1-3=0 \rightarrow a + b-3=0 \rightarrow a+b=3;$
- $f(-1)= -2 \rightarrow a.(-1)^2+b.(-1)-3=-2 \rightarrow a-b-3=-2 \rightarrow a-b-3=-2 \rightarrow a-b=3-2=1.$
- Segue que a e b são tais que $\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}.$
- Adicionando as equações, temos: $(a + b) + (a - b) = 3 + 1 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 4/ 2 = 2$. Com $a = 2$ obtemos: $a + b = 3 \rightarrow 2 + b = 3 \rightarrow b = 1$. Por fim, concluímos que **$f(x) = 2x^2 + x - 3$.**

Conceito de Função quadrática

- Observe agora na Figura 1.22 que o gráfico de $f(x) = 2x^2 + x - 3$ corta o eixo em dois pontos, e não somente em um, como na função afim. Entretanto, nem sempre isso ocorre. O gráfico de uma função quadrática pode tocar o eixo das abscissas em dois, em um ponto ou até não o tocar, como mostra a Figura 1.23.

Figura 1.23 | Zeros de uma função quadrática: (a) dois zeros; (b) um zero; (c) nenhum zero



Fonte: O autor (2015).

Conceito de Função quadrática

- Para obter os zeros de uma função quadrática, quando existem, utilizamos a fórmula do discriminante, popularmente conhecida como Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

ou ainda:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Conceito de Função quadrática

- Para obter os zeros de uma função quadrática, quando existem, utilizamos a fórmula do discriminante, popularmente conhecida como Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

ou ainda:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

O valor $\Delta = b^2 - 4ac$ e denominado discriminante ou "delta".

Conceito de Função quadrática

- Dada as funções a seguir, determine seus zeros, caso existam:

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$
- b) $g(x) = 2x^2 + 12x + 18$
- c) $h(x) = x^2 - 2x + 3$

Conceito de Função quadrática

- Dada as funções a seguir, determine seus zeros, caso existam:

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$
- Para esta função, os coeficientes são $a = 1$, $b = -6$ e $c = 5$.
- Logo o discriminante será $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$. Substituindo o valor $\Delta = 16$, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} x_1 = \dfrac{6+4}{2} = 5 \\ x_2 = \dfrac{6-4}{2} = 1 \end{cases}$$

Portanto, os zeros de f são $x_1 = 5$ e $x_2 = 1$.

Conceito de Função quadrática

- Dada as funções a seguir, determine seus zeros, caso existam:

- b) $g(x) = 2x^2 + 12x + 18$

b) No caso da função g, os coeficientes são a = 2, b = 12 e c = 18. Assim, o discriminante será $\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 144 - 144 = 0$ e:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 2} = \frac{-12}{4} = -3$$

Portanto, g possui um único zero e este é x=-3.

Conceito de Função quadrática

- Dada as funções a seguir, determine seus zeros, caso existam:
- c) $h(x) = x^2 - 2x + 3$

c) Para a função h, os coeficientes são a = 1, b = -2 e c = 3. Com isso, segue que $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$ e:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-8}}{2 \cdot 1}$$

Como $\sqrt{-8} \notin \mathbb{R}$, -8∈R, isto é, não é um número real, a expressão anterior não faz sentido para os números reais e, em consequência, a função h não possui zeros reais.

FIM