Métodos Quantitativos

André Amorim
Finanças Corporativas

contato@andreamorim.com.br
www.andreamorim.com.br

Anhanguera

12 ª Aula – Correlação e Regressão Linear

MQA

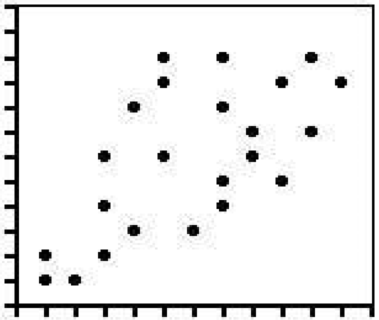
André Amorim
Finanças Corporativas

Anhanguera

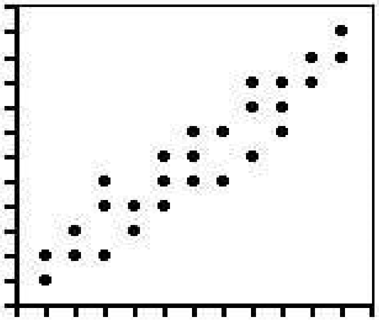
12 ª Aula – Correlação e Regressão Linear

MQA

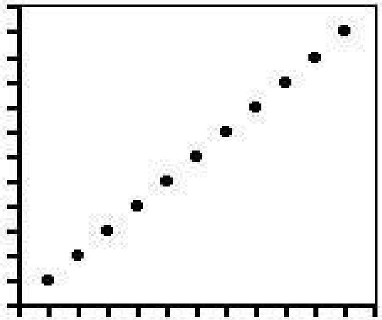
Diagramas de dispersão que mostram correlação positiva entre as variaveis



Correlação fraca



Correlação forte

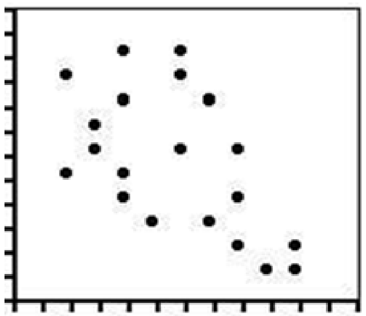


Correlação perfeita

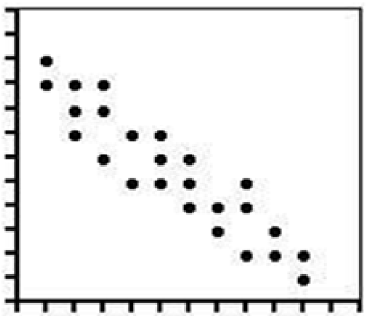
Próximo do zero

Próximo do um

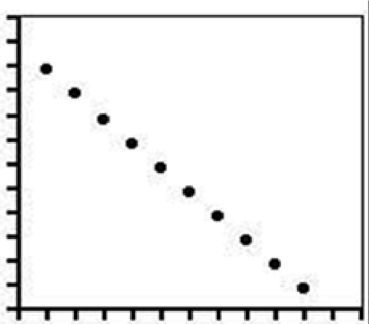
Igual a um



Correlação fraca



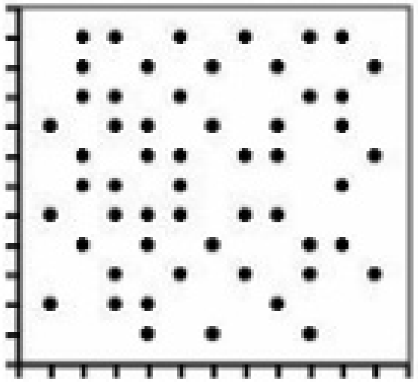
Correlação forte



Correlação perfeita

$-1 < P_{ab} < +1$

Desta forma existe uma correlação perfeita entre os dois ativos (a e b).



Ausência de Correlação

P_{ab} = 0 (zero)

Desta forma não podemos relacionar a tendencia de um ativo (a) com o outro ativo (b).

A probabilidade entre a ação "a" e "b" é calculada na seguinte Formula:

$$P_{ab} = \frac{COV_{ab}}{\sigma_{a \times p} \text{ (desvio Padrão)}}$$

Regressão linear

Tal ferramenta consiste em uma técnica estatística que visa relacionar uma variável dependente a uma variável independente.

Isso significa que vamos atrelar o desempenho de uma variável a outra variável.

Regressão linear

No nosso caso, vamos relacionar o desempenho das vendas da empresa ao desempenho de alguma variável do setor ou da economia.

Regressão linear

Por exemplo, imagine uma empresa que venda carteiras escolares.

Você acha que essas vendas dependem do número de matrículas que as escolas, clientes da empresa, realizam todo o ano?

Regressão linear

Com muita segurança, podemos dizer que sim, uma vez que quanto maior o número de matrículas, maior a necessidade de carteiras escolares e, consequentemente, maiores serão as vendas da empresa, não é mesmo?

Regressão linear

Mas a questão que fica é: como essa relação acontece?

Podemos calculála?

A resposta é sim! Podemos calcular a forma como as vendas da empresa se relacionam com o número de matrículas escolares.

Regressão linear

Para tanto, a regressão linear estabelece quantitativamente a relação entre as vendas da empresa e o número de matrículas.

Regressão linear

Isso se dá através de uma função de primeiro grau definida como:

$$y = a + (bx)$$

Onde:

y = variável dependente

a = constante

b = variável independente e

x = número real que determina o tamanho de b

Regressão linear

$$y = a + (bx)$$

Em outras palavras, a quantidade de vendas de carteiras é igual ao número de matrículas multiplicado por "b" mais "a".

Regressão linear

$$y = a + (bx)$$

Em outras palavras, a quantidade de vendas de carteiras é igual ao número de matrículas multiplicado por "b" mais "a".

Exemplificando

Suponha que a vendedora de carteiras escolares conheça a função que estabeleça suas vendas em função das matrículas como sendo:

As matrículas para os próximos 2 anos são definidas pelo sindicato das escolas deste modo: 100.000 no 1o ano e 150.000 no 2º ano.

Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

1o ano:

vendas = 500 + (100.000×0,1) = 500 +10.000 =10.500 unidades

Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

Para o 2o ano:

vendas = 500 + (150.000×0,1) = 500 +15.000 =15.500 unidades

Exemplificando

Sendo assim, as vendas da empresa ficam definidas como:

Perceba que em função do número de matrículas esperadas pelas escolas, podemos estimar o número de carteiras que a empresa irá vender.

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Não! Será sempre essa equação, pois, cada produto e cada empresa tem uma relação diferente com diferentes variáveis externas.

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Dessa forma, o segredo da regressão não é a aplicação da equação em si, mas o seu descobrimento.

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Para desenvolvermos a função, que será usada para descobrir a equação de primeiro grau que determinará a relação entre as variáveis, usaremos as seguintes fórmulas:

Para determinar o b da equação de 1o grau:

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\left(\sum x\right) \times \left(\sum y\right)}{n}}{\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}$$

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x) \times (\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

Onde:

x = variável independente (índices setoriais ou econômicos, na maioria dos casos)
y = variável dependente (vendas da empresa)
n = número de valores disponíveis no hall

Mas a equação será sempre mostrada dessa forma?

Para determinar o a da equação de 1o grau:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Onde:

$\bar{y}$ = média da variável dependente (vendas da empresa)

$\bar{x}$ = média da variável independente
(índices setoriais ou econômicos, na maioria dos casos)

Exemplificando

Imagine que uma empresa venda aparelhos de ar-condicionado. Ela vendeu nos últimos anos as seguintes quantidades:

	Ano		
	1	2	3
Vendas da empresa	3.000	3.200	2.900

Exemplificando

Ela também sabe que suas vendas dependem da temperatura média anual da cidade onde se encontra, que no mesmo período foi:

	Ano		
	1	2	3
Temperatura média da cidade	23º	23,2º	22,7º

Exemplificando

A empresa gostaria de orçar suas vendas para os anos 4 e 5, para tanto, ela possui a temperatura média esperada na cidade divulgada pelo centro de meteorologia local.

	Ano	
	4	5
Temperatura média da cidade	23,5º	23,3º

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

1º passo: calcular o valor de b

A variável x é a variável independente que, neste caso, é a temperatura média. Logo, a variável dependente (y) é o número de vendas de aparelhos de ar-condicionado.

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

1º passo: calcular o valor de b

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\left(\sum x\right) \times \left(\sum y\right)}{n}}{\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}$$

$$b = \frac{[(23 \times 3.000) + (23,2 \times 3.200) + (22,7 \times 2.900) - \frac{(23 + 23,2 + 22,7) \times (3.000 + 3.200 + 2.900)}{3}}{(23^2 + 23,2^2 + 22,7^2) - \frac{(23 + 23,2 + 22,7)^2}{3}}$$

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)\times(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

1º passo: calcular o valor de b

$$b = \frac{(209.070) - \frac{(68,9)\times(9.100)}{3}}{(1.582,5) - \frac{(68,9)^2}{3}} \Rightarrow b = \frac{209.070 - 208.996,7}{1.582,53 - 1.582,4} = \frac{73,3}{0,13} = 563,85$$

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

2o Passo: calcular o valor de "a"

$$a = \overline{y} - (b\overline{x})$$

$$a = \frac{(3.000 + 3.200 + 2.900)}{3} - \left(563,85 \times \frac{23 + 23,2 + 22,7}{3}\right)$$

$$a = 3.033,3 - 12.949,76 = -9.916,46$$

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

Assim, temos a equação de primeiro grau definida como:

$$y = a + (bx)$$

$$y = -9.916,46 + (563,85x)$$

Com essa equação podemos estimar as vendas do ano 4 e 5 a partir da temperatura média dos mesmos anos divulgados pela meteorologia.

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

4o ano:

No 4o ano a temperatura média é de 23,5o, substituindo na equação que acabamos de encontrar, teremos:

$$y = -9.916,46 + (563,85 \times 23,5)$$

$$y = -9.916,46 + 13.250,47$$

$$y = 3.334,01 \cong 3.334$$

Dessa forma, com a temperatura média de 23,5o a empresa esperará vender 3.335 unid. De ar-condicionados.

Exemplificando

No 5o ano a temperatura média esperada é de 23,3o. Fazendo o mesmo
procedimento que o anterior, teremos:

A solução é demonstrada abaixo:

5o ano:

$$y = -9.916,46 + (563,85 \times 23,3)$$

$$y = -9.916,46 + 13.250,47$$

$$y = 3.334,01 \cong 3.221,24 \cong 3.221$$

Com a temperatura média de 23,3o, a empresa
esperará vender 3.222 unid. de ar-condicionados.

Exemplificando

A solução é demonstrada abaixo:

Para concluir, a tabela abaixo mostra os valores orçados para a empresa.

	Ano	
	4	5
Vendas da empresa	3.334	3.221

Note que com a queda da temperatura média esperada, ocorre também queda na expectativa de vendas da empresa, o que é esperado.

Você deve estar se perguntando: como eu vou saber qual é a variável independente e qual é a variável dependente?

Resolver este problema é simples. Você deve se perguntar se as vendas da empresa podem variar de acordo com a variável em questão, por exemplo, as vendas de ar-condicionado podem variar em função da temperatura do clima?

Considere ainda, se a temperatura subir: a empresa vai vender mais aparelhos de ar-condicionado?

Se a resposta for sim, então a sua variável é uma variável dependente.

Agora imagine o inverso: se a temperatura descer, a empresa vai vender mais aparelhos de ar-condicionado?

Neste caso, a resposta é não, pois as vendas variam em função do clima, mas o clima não variará em função das vendas, logo, o clima é uma variável independente, tudo bem?

Uma outra forma de resolver o exemplo anterior é usando tabelas ao invés da fórmula. Chamamos esse tipo de solução de vertical enquanto que o uso da fórmula chamamos de solução horizontal. O Quadro 2.13 apresenta as variáveis tratadas para o cálculo de "b".

Quadro 2.13 | Variáveis dependentes e independentes para o cálculo de b

n	x (independente)	y (dependente)	x^2	xy
1	23,00	3.000,00	529,00 (23 x 23)	69.000,00 (3.000 x 23)
2	23,20	3.200,00	538,24 (23,2 x 23,2)	74.240,00 (23 x 3.200)
3	22,70	2.900,00	515,29 (22,7 x 22,7)	65.830,00 (22,7 x 2.900)
Somatória	68,90 (23+23,2+22,7)	9.100,00 (3.000+3.200+2.900)	1.582,53 (529+538,24+515,29)	209.070,00 (69.000+74.240+65.830)
Ao quadrado	4.747,21 (68,9 x 68,9)			
Média	22,96 (68,9/3)	3.033,33 (9.100/3)		

Em seguida, basta desenvolvermos a fórmula com os resultados obtidos no quadro anterior.

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)\times(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{209.070 - \frac{68,9 \times 9.100}{3}}{1582,53 - \frac{4.747,21}{3}} = \frac{209.070 - \frac{626.990}{3}}{1582,53 - 1582,4}$$

$$b = \frac{209.070 - 208.996,67}{0,13} = \frac{73,3}{0,13} = 563,85$$

Agora, resta apenas calcular o valor de "a" de acordo com a fórmula.

$$a = \overline{y} - (b\overline{x})$$

$$a = 3.033,33 - \left(563,85 \times 22,96\right)$$

$$a = 3.033,3 - 12.949,76 = -9.916,46$$

Dessa forma, a função que estabelece a relação entre as vendas da empresa (variável dependente) e a temperatura média (variável independente) é:

$$y = a + (bx)$$

$$y = -9.916,46 + (563,85x)$$

-) A Samu’s vende películas para celular, a empresa sabe que quanto mais celular é vendido no mercado mas película ela consegue vender, diante do exposto calcular a expectativa de vendas da Samu’s para o ano 6 utilizando a técnica de regressão.

	ANO					
	1	2	3	4	5	6
Vendas da Empresa	3.000	3.500	4.100	4.700	5.000	

	ANO					
	1	2	3	4	5	6
nº de pessoas por celular	1,1	1,4	1,8	1,9	2,1	**2,5**

N	X (independente)	Y (dependente	X^2	XY
1				
2				
3				
4				
5				
Somatória				
ao quadrado				
Média				

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)\times(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b = \frac{(\quad\quad) - \frac{(\quad\quad)\times(\quad\quad)}{(\quad)}}{(\quad\quad) - \frac{(\quad\quad)^2}{(\quad)}}$$

$$a = \bar{y} - (b\bar{x})$$

$$a = \quad\quad - (\quad\quad \times \quad\quad)$$

Anhanguera

FIM