Αἱ Βάσεις τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς

ὑπὸ
Μιχαὴλ Α. Χατζηαθανασίου
μουσικοδιδασκάλου
ἐν τῇ Ἱερᾷ Θεολογικῇ Σχολῇ
Χάλκης

Σταμπούλ
Τύποις Ἀδελφῶν Τσιτσέρη
,ΑϠΜΗ'

ΑΙ ΒΑΣΕΙΣ
ΤΗΣ
ΒΥΖΑΝΤΙΝΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ

ΥΠΟ

ΜΙΧΑΗΛ Α. ΧΑΤΖΗΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

ΜΟΥΣΙΚΟΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ

ΕΝ ΤΗι ΙΕΡΑι ΘΕΟΛΟΓΙΚΗι ΣΧΟΛΗι ΧΑΛΚΗΣ

ΣΤΑΜΠΟΥΛ

ΤΥΠΟΙΣ ΑΔΕΛΦΩΝ ΤΣΙΤΟΥΡΗ

1948

ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ

Αἱ λιταὶ αὗται γραμμαὶ δὲν ἀποβλέπουν εἰς τὴν προλόγησιν τῆς ἐργασίας, ἀλλὰ τὴν ὑπόδειξιν τῶν ἀπαραιτήτων στοιχείων, τῶν ὁποίων ἡ γνῶσις ἀπαιτεῖται πρὸς εὐχερῆ κατανόησιν αὐτῆς.

Τοῦτο δὲ διότι ὅλη ἡ ἐργασία περιστρέφεται περὶ τὴν ἐπιστημονικὴν ἐξερεύνησιν τῶν ἁρμονικῶν βάσεων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, αἱ ὁποῖαι διατυποῦνται θεωρητικῶς δι' ἀναλόγων μουσικῶν ὅρων.

Ἐὰν λοιπὸν ὁ ἀναγνώστης δὲν γνωρίζῃ καλῶς τοὺς μουσικοὺς τούτους ὅρους οὐ μόνον κατ' ὄνομα, ἀλλὰ καὶ τὴν σημασίαν, εἶναι ὡς νὰ ἀναγινώσκῃ ξένην γλῶσσαν εἰς Ἑλληνικὴν γραφήν.

Καὶ οἱ ὅροι οὗτοι εἶναι πολλοὶ καὶ πολυέκφραστοι. Εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὅρος ἐκφράζεται ποικιλοτρόπως. Τὸ διαπασῶν, παραδείγματος χάριν, λέγεται διάστημα διαπασῶν, κλῖμαξ διαπασῶν, καὶ συμφωνία διαπασῶν, καὶ ἐπιπροσθέτως καὶ σύστημα διαπασῶν.

Τὸ αὐτὸ περίπου συμβαίνει καὶ διὰ τὰ λοιπὰ διαστήματα.

Ὀφείλεται δὲ τοῦτο εἰς τὸ γεγονὸς τῆς θεμελιώσεως τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ἐπὶ τῆς ἀρχαίας Ἑλληνικῆς ἐκ τῆς ὁποίας παρέλαβεν ὅλα τὰ μουσικὰ συστήματα, καθὼς καὶ τῶν ἀναλόγων αὐτῶν ἁρμονικῶν ὅρων.

Ἐπιπροσθέτως δέ, ἡ Βυζαντινὴ Μουσικὴ ὑπέστη νέαν ἐξέλιξιν, ἥτις εἶχε ὡς φυσικὴν συνέπειαν καὶ τὴν ἐπαύξησιν τῶν ἁρμονικῶν ὅρων, καὶ τὸν πλουτισμὸν αὐτῶν διὰ ποικιλωνυμίας.

Τὴν γνῶσιν λοιπὸν τῶν στοιχειωδῶν τούτων ὅρων προλέγων, συνιστῶ ὅπως μὴ στρέφῃ τις τὴν δευτέραν σελίδα πρὶν ἢ κατανοήσῃ καλῶς τὴν πρώτην.

Διότι ἑκάστη πρώτη σελίς, ἢ ἕκαστον πρῶτον κεφάλαιον προλογίζει τὸ ἑπόμενον.

Καὶ τοῦτο, διότι ἡ ἐργασία αὕτη δὲν ἐγένετο ἐπὶ προδιαγεγραμμένης βάσεως, ἀλλ' ἐκ μιᾶς ἁπλῆς ἀφορμῆς, τῆς ὁποίας τὰ φυσικὰ αἴτια, ἐκ περιεργείας ὁρμώμενος ἠθέλησα νὰ ἐρευνήσω.

Ἐκ τῆς μελέτης τῆς πρώτης ταύτης ἀφορμῆς ἐξεπήγασεν δευτέρα τοιαύτη, καὶ ἐκ τῆς δευτέρας τρίτη, καὶ οὕτω εἰσῆλθον εἰς ἕνα δαίδαλον ἁρμονικῶν προβλημάτων μὲ μοναδικὸν βοήθημα τὴν σκέψιν, καὶ κατόπιν εἰκοσιπενταετοῦς νυχθημέρου ἐργασίας παραδίδω τὰ πορίσματά μου εἰς τὴν κρίσιν τῶν φιλομούσων.

ΜΙΧΑΗΛ Α. ΧΑΤΖΗΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἡ φυσικὴ ἁρμονικὴ σύνθεσις τῶν διαστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς

Ἡ ἁρμονικὴ σύνθεσις τῶν διαστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, στηρίζεται ἐπὶ τοῦ φυσικοῦ ἁρμονικοῦ νόμου, κατὰ τὸν ὁποῖον: Πᾶν διάστημα μουσικὸν σύμφωνον ἢ διάφωνον, κρίνεται καὶ καθορίζεται ἁρμονικῶς διὰ τῶν αἰσθήσεων.

Ὁ νόμος οὗτος εἶναι ὁ τελειότερος, διότι ἡ ἁρμονία δὲν ἀποτελεῖται μόνον ἀπὸ ὕλην—φθόγγους μουσικούς—, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ πνεῦμα ἁρμονικὸν σχηματιζόμενον ἐκ τῶν συναισθημάτων τῆς ψυχῆς.

Καὶ τὸ μὲν πνεῦμα βαίνει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω, καὶ ἐκφραζόμενον μεταβάλλεται εἰς ὕλην φωνητικήν, ἡ δὲ ὕλη βαίνει ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὰ ἔσω διὰ τῆς ἀκοῆς, καὶ μεταβάλλεται εἰς πνεῦμα ἐν τῇ ψυχῇ.

Ἀμφοτέρων τῶν ἁρμονικῶν τούτων δυνάμεων ἡ μεταβίβασις γίνεται διὰ τῶν αἰσθήσεων, διὰ τῶν ὁποίων ἐπικοινωνεῖ ἡ ψυχὴ μετὰ τῆς ὕλης, καὶ ἡ ὕλη μετὰ τῆς ψυχῆς.

Ἐκ τῆς φυσικῆς ταύτης ἀλληλοεκφράσεως καὶ τῆς ταυτοχρόνου συναισθήσεως τῶν δύο τούτων ἁρμονικῶν δυνάμεων—τοῦ πνεύματος, τῶν ψυχικῶν δηλαδὴ συναισθημάτων ἀφ' ἑνὸς καὶ τῶν ἐκφραστικῶν φθόγγων ἀφ' ἑτέρου—γεννᾶται τὸ ἁρμονικὸν συναίσθημα, καὶ διὰ τοῦ συναισθήματος συντελεῖται ἐν ἡμῖν ἡ κρίσις περὶ τῆς ἐντελοῦς ἢ ἀτελοῦς ἐκφράσεως τοῦ ἁρμονικοῦ πνεύματος τῶν ψυχικῶν συναισθημάτων ὑπὸ τῆς φωνῆς.

Τὸ ἁρμονικὸν συναίσθημα σχηματίζεται ἐκ τῶν διαφόρων ἁρμονικῶν ἐντυπώσεων, τὰς ὁποίας ἀφίνουσιν ἐπὶ τῶν αἰσθήσεων αἱ δι' αὐτῶν διερχόμεναι συμφωνίαι, αἵτινες καθιστοῦν τὴν διάνοιαν κριτήριον τῆς ἁρμονίας: «Νοῦς ὁρᾷ καὶ νοῦς ἀκούει».

Αἱ διάφοροι ἁρμονικαὶ ἀναλογίαι σχηματίζονται καὶ ἀναπτύσσονται ἐν τῇ διανοίᾳ ὅπως σχηματίζονται καὶ ἀναπτύσσονται οἱ κύκλοι ἐν τῷ ὕδατι, ἐκ ριπτομένου ἐν αὐτῷ λίθου.

Ἡ ἁρμονία ἄρα φυσικῶς, εἶναι σκέψις καὶ ἔκφρασις. Σκέψις ἐπειδὴ διαμορφοῦται διὰ διαισθητικῆς ἁρμονικῆς ἐμπνεύσεως, καὶ ἔκφρασις ἐπειδὴ σχηματίζεται διὰ διερμηνεύσεως τῆς σκέψεως ὑπὸ τῆς φωνῆς.

Διὰ τῆς ἁρμονίας ἑνοποιεῖται ἡ ὕλη μετὰ τοῦ ἀΰλου τὸ ἐκφραστὸν μετὰ τοῦ ἀνεκφράστου τὸ θεῖον μετὰ τοῦ ἀνθρωπίνου.

Ἡ διαμόρφωσις τῆς ἁρμονίας ἔχει τοιαύτην σχέσιν πρὸς τὴν ψυχήν, οἵαν καὶ ἡ βροχὴ πρὸς τὴν γῆν. Διότι, ὅπως ἡ γῆ μεταδίδει τὴν ὕλην καὶ σχηματίζει τὴν βροχήν, τοιουτοτρόπως καὶ ἡ ψυχὴ μεταδίδει εἰς τὴν ἔκφρασιν τὸ πνεῦμα τῆς ἁρμονίας, ὅπερ διὰ τῆς φωνῆς, διαμορφώνει τὴν μουσικὴν ἁρμονίαν.

Οὗτος εἶναι ὁ φυσικὸς ἁρμονικὸς νόμος, διὰ τοῦ ὁποίου κρίνονται καὶ καθορίζονται τὰ διαστήματα τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Διὰ τοῦ νόμου τούτου διεμορφώθη πρώτη ἡ ἀρχαία Ἑλληνικὴ Μουσική, ἡ μήτηρ τῆς Βυζαντινῆς. Διότι, πρὶν ἢ ἀναφανῇ ὁ Πυθαγόρας καὶ ἐφεύρῃ τοὺς ἀριθμητικοὺς λόγους τῶν διαστημάτων, ἡ ἀρχαία Ἑλληνικὴ Μουσικὴ εὑρίσκετο, ὑπὸ πᾶσαν ἔποψιν, ἀνεπτυγμένη καὶ συστηματοποιημένη.

Ὁ Πυθαγόρας εὗρε διαστήματα συστηματικῶς καθωρισμένα, τὰ ὁποῖα σταθμίσας πρῶτον κατὰ βάρος—δι' ἐξαρτήσεως βαρῶν ἐκ χορδῶν—, καὶ δεύτερον κατὰ μῆκος ἐπὶ τοῦ κανόνος τῆς χορδῆς, καθώρισε δι' ἀριθμῶν τοὺς ἁρμονικοὺς αὐτῶν λόγους.

Διὰ τῆς ἐφευρέσεως τοῦ ἀριθμητικοῦ λόγου ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου, ἐγεννήθη νέος ἁρμονικὸς νόμος ὁ ἀριθμητικός, συνεπείᾳ τοῦ ὁποίου οἱ μουσικοὶ τῆς ἐποχῆς ἐκείνης διηρέθησαν εἰς ὀπαδοὺς τοῦ νέου ἁρμονικοῦ νόμου—τοῦ ἀριθμητικοῦ—καὶ εἰς ὀπαδοὺς τοῦ παλαιοῦ ἁρμονικοῦ νόμου—τοῦ αἰσθητικοῦ ~~ἀριθμητικοῦ~~.

Καὶ τῶν μὲν πρώτων ἡγεῖτο ἡ Πυθαγόρειος σχολή, τῶν δὲ δευτέρων ἡ Ἀριστοξένειος.

Ὅπως, λοιπόν, ἡ ἀρχαία Ἑλληνικὴ Μουσικὴ διεμορφώθη καὶ ἀνεπτύχθη διὰ τῆς κρίσεως τῶν διαστημάτων ὑπὸ τῶν αἰσθήσεων, τοιουτοτρόπως καὶ ἡ Βυζαντινή, ὡς ἄμεσος διάδοχος ἐκείνης, συνέχισε φυσικῶς τὴν ἐξέλιξιν αὐτῆς, διὰ μέσου τῶν αἰώνων, στηριζομένη ἐπὶ τῆς ἁρμονικῆς κρίσεως τῶν αἰσθήσεων.

Καί, ὅπως ἡ ἀρχαία Ἑλληνικὴ Μουσικὴ διεμόρφωσε καὶ καθώρισε τὰ διαστήματα αὐτῆς αἰσθητικῶς, καὶ παρέμειναν ταῦτα μέχρι τῆς ἐποχῆς τοῦ Πυθαγόρου ἀκαθόριστα ἐπιστημονικῶς, οὕτω καὶ ἡ Βυζαντινὴ διεμόρφωσε καὶ καθώρισε τὰ διαστήματα αὐτῆς αἰσθητικῶς, μέχρις οὗ ἐν ἔτει 1881 κατηρτίσθη Μουσικὴ ἐπιτροπὴ ὑπὸ τοῦ Οἰκουμενικοῦ Πατριαρχείου, ἥτις καθώρισε ταῦτα καὶ ἐπιστημονικῶς.

Τὰ διαστήματα τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ἀπὸ ἀκουστικῆς ἀπόψεως.

Ἐκ τῆς πρὸς ἀλλήλους ἁρμονικῆς συγκρίσεως τῶν δύο φθόγγων, ἐξ ὧν ἀποτελεῖται ἑκάστη μουσικὴ συμφωνία, καταφαίνεται ἀκουστικῶς, ὅτι ὁ μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ πρῶτος φθόγγος, ἀποτελεῖ τὴν πρώτην ἁρμονικὴν βάσιν, ὁ δὲ δεύτερος, πρὸς τὸ ὀξύ, τὴν δευτέραν.

Ἡ συμφωνία διαπασῶν παραδείγματος χάριν, σχηματίζεται διὰ δύο ὁμωνύμων φθόγγων (Νη - Νη) ἀλληλοεκφραζομένων ἀκουστικῶς, ἐν ὁμοφώνῳ ἀντιφωνίᾳ.

Ἐκ τῆς πρὸς ἀλλήλους ὅμως ἁρμονικῆς συγκρίσεως τῶν δύο φθόγγων, καθίσταται λίαν εὐδιάκριτος ἡ ἁρμονικὴ ὑπεροχὴ τοῦ πρώτου βαρέος φθόγγου, ἔναντι τοῦ δευτέρου ὀξέος.

Διότι, ὅταν ἠχῇ μόνον ὁ πρὸς τὸ ὀξὺ δεύτερος φθόγγος, ἡ αἴσθησις ἐπιλαμβάνεται διανοητικῶς καὶ τῆς συνηχήσεως τοῦ ἐπὶ τὸ βαρὺ πρώτου, ἵνα διὰ τῆς ἀντιφωνίας αὐτοῦ στηρίξῃ τὸν δεύτερον, ἐν τελείᾳ ἁρμονικῇ ἀντιφωνίᾳ πρὸς τὸν πρῶτον. Τοὐναντίον δέ, ὅταν παύσῃ, νὰ ἠχῇ ὁ δεύτερος, καὶ ἠχῇ μόνον ὁ πρῶτος, ἡ αἴσθησις ἐγκαταλείπει τὸν δεύτερον, καὶ ἀναπαύεται ἐπὶ τῆς ἁρμονικότητος τοῦ πρώτου.

Ἡ ἀκουστικὴ αὕτη διάκρισις ἀποτελεῖ τὴν πρώτην αἰσθητικὴν ἔνδειξιν τῆς ἁρμονικῆς ὑπεροχῆς τοῦ πρώτου φθόγγου ἔναντι τοῦ δευτέρου, καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ὁ πρῶτος ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τοῦ δευτέρου.

Ἐκ τῆς ἁρμονικῆς συγκρίσεως οὐχὶ μόνον τῶν φθόγγων, ἐξ ὧν ἀποτελεῖται ἑκάστη συμφωνία, ἀλλὰ καὶ τῶν συμφωνιῶν πρὸς ἀλλήλας, καταφαίνεται ἀκουστικῶς, ὅτι ἡ μείζων συμφωνία ὑπερέχει ἁρμονικῶς καὶ ἀποτελεῖ συνάμα τὴν βάσιν τῆς ἐλάσσονος.

Παράδειγμα, ἡ συμφωνία διαπασῶν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζονται ἕτεραι δύο συμφωνίαι: ἡ διὰ πέντε (Νη - Δι), καὶ ἡ διὰ τεσσάρρων (Δι - Νη).

Ἡ μὲν διὰ πασῶν συμφωνία ὑπερέχει ἁρμονικῶς τῆς διὰ πέντε, ἡ δὲ διὰ πέντε τῆς διὰ τεσσάρων.

Ὅταν αἱ δύο αὗται συμφωνίαι — διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων — ἐξετασθῶσιν ἀκουστικῶς, καὶ συγκριθῶσι πρός τε ἀλλήλας καὶ πρὸς τὴν συμφωνίαν διαπασῶν, ἡ μὲν συμφωνία διαπασῶν διαφαίνεται ὡς εἷς βασικὸς τόνος, αἱ δὲ δύο συμφωνίαι ὡς δύο φυσικὰ αὐτοῦ ἡμιτόνια, ἤτοι:

Νη - Νη

Νη - Δι - Νη

Ἡ ἀκουστικὴ αὕτη διάκρισις, ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν αἰσθητικὴν ἔνδειξιν τῆς ἁρμονικῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος ἔναντι τοῦ ἐλάσσονος, καὶ τὴν θετικὴν ἀκουστικὴν ἀπόδειξιν, ὅτι τὸ μεῖζον ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τοῦ ἐλάσσονος.

Ἐπὶ τῆς διὰ πέντε συμφωνίας (Νη - Δι), στηρίζονται ἕτεραι δύο συμφωνίαι: ἡ διὰ τριῶν μείζων (Νη - Βου), καὶ ἡ διὰ τριῶν ἐλάσσων (Βου - Δι).

Ἡ ἁρμονικὴ σύγκρισις τῶν τριῶν τούτων συμφωνιῶν, δεικνύει ἀκουστικῶς, τὴν μὲν διὰ πέντε ὡς ἕνα βασικὸν τόνον, τὰς δὲ συμφωνίας τὰς διὰ τριῶν μείζονος, καὶ διὰ τριῶν ἐλάσσονος, ὡς δύο φυσικὰ αὐτοῦ ἡμιτόνια ἤτοι:

Νη———Δι

Νη - Βου - Δι

Ἡ ἀκουστικὴ αὕτη διάκρισις, ἀποτελεῖ τὴν τρίτην αἰσθητικὴν ἔνδειξιν ὅτι τὸ ἔλασσον στηρίζεται ἐπὶ τοῦ μείζονος.

Τετάρτη τούτου αἰσθητικὴ ἔνδειξις εἶναι ὅτι ἐπὶ τῆς διὰ τριῶν μείζονος (Νη Βου), στηρίζονται ἕτερα δύο διαστήματα: τὸ τονιαῖον μεῖζον διάφωνον (Νη - Πα), καὶ τὸ τονιαῖον ἔλασσον (Πα - Βου).

Ἡ ἀκουστικὴ καὶ τῶν διαστημάτων τούτων ἐν σχέσει πρὸς ἄλληλα καὶ πρὸς τὴν διὰ τριῶν μείζονα διακρίνει: τὴν μὲν διὰ τριῶν μείζονα ὡς ἕνα βασικὸν τόνον, τὰ δὲ ὑπ' αὐτοῦ περιεχόμενα δύο τονιαῖα διαστήματα ὡς δύο φυσικὰ αὐτοῦ ἡμιτόνια ἤτοι:

Νη - Βου

Νη - Πα - Βου.

Ὁ χαρκτηρισμὸς τῶν διαστημάτων τούτων τοῦ μὲν ὡς τόνου, τῶν δὲ ὡς ἡμιτονίων, ἐνισχύεται ἐκ τοῦ γεγενότος, ὅτι ἡ ἁρμονικὴ σταθερότης τοῦ μέσου φθόγγου, δι' οὗ ἕκαστον διάστημα διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτόνια, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἁρμονικῆς ἰσχύος τῶν ἄκρων φθόγγων.

Ὁ τόνος—μείζων καὶ ἐλάσσων - ἐν τῇ θέσει ταύτῃ παρέχει τὴν θετικωτέραν ἀκουστικὴν ἀπόδειξιν τῆς ἁρμονικῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος ἔναντι τοῦ ἐλάσσονος, καὶ τῆς ἐξαρτήσεως τῆς ἁρμονικῆς ὑποστάσεως τοῦ ἐλάσσονος, ἐκ τῆς ἁρμονικῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος.

Διότι, ἐνῷ ἅπαντα τὰ διαληφθέντα σύμφωνα διαστήματα δύνανται νὰ στηριχθῶσι, καὶ νὰ ἐξακριβωθῶσι καὶ μονομερῶς, δυνάμει τῆς συμφωνητικῆς θετικότητος, ἣν παρέχει ἡ σύγκρασις τῶν ἀποτελούντων αὐτὰ φθόγγων, ὁ τόνος ὡς διάστημα διάφωνον δὲν δύναται νὰ στηριχθῇ καὶ νὰ καθορισθῇ ἄλλως, εἰμὴ μόνον διὰ τοῦ συμφώνου διαστήματος, ἐν ᾧ ἐμπεριέχεται.

Ἕνεκα τούτου ἀκριβῶς, ἅπαντα τὰ ἐλάχιστα σύμφωνα διαστήματα τῆς βυζαντινῆς Μουσικῆς—τὰδιὰ τριῶν—περιέχουσι φυσικῶς ἀνὰ δύο διάφωνα τονιαῖα διαστήματα ἕκαστον, ἵνα ἐπὶ τοῦ συμφώνου διαστήματος ἐρειδόμενα ἁρμονικῶς διαμορφώσωσι σταθερῶς, τὴν διάφωνον αὐτῶν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν.

Ὁ τόνος, ὅθεν, ἀποτελεῖ τὴν τελευταίαν ἁρμονικὴν ὑποδιαίρεσιν τῶν συμφώνων διαστημάτων: τὸν ἔσχατον ἁρμονικὸν βαθμὸν ἐκδηλούμενον διὰ τῆς διαφωνίας, μετὰ τὴν ὁποίαν ἐπέρχεται ἡ παραφωνία.

Ὁ τόνος ἀποτελεῖ τὴν ἐλαχίστην διαστηματικὴν ἢ ἁρμονικὴν μονάδα, δι' ἧς καταμετροῦνται ἀκουστικῶς τὰ μεγέθη τῶν διαστημάτων.

Διὰ τοῦτο, ἐπὶ μὲν τὸ ἔλασσον ὑποδιαιρούμενος οὗτος, βαίνει ἐκ τῆς διαφωνίας πρὸς τὴν παραφωνίαν, πρὸς δὲ τὸ μεῖζον διὰ τῆς μεθ' ἑτέρου ἑνώσεως, ἐκ τῆς διαφωνίας πρὸς τὴν συμφωνίαν.

Ἡ βάσις ἄρα τῆς ἁρμονίας εὑρίσκεται ἐν τῷ μείζονι, καὶ συνεπῶς ἡ φυσικὴ ἐξέλιξις τῶν διαστημάτων ἄρχεται ἐκ τοῦ μείζονος, καὶ βαίνει πρὸς τὸ ἔλασσον.

Διὰ τοῦτο, ἵνα μελετηθῶσι ταῦτα πειραματικῶς, καὶ καθορισθῶσιν ἐπιστημονικῶς, δέον νὰ κριθῇ τὸ ἔλασσον διὰ τοῦ μείζονος, διὰ τοῦ συμφώνου τὸ διάφωνον.

Διὸ καὶ ἡ Βυζαντινὴ Μουσική, ὡς ἐξελισσομένη διὰ τῶν φυσικῶν νόμων τῆς ἁρμονίας - καθ' οὓς τὸ μεῖζον προηγεῖται τοῦ ἐλάσσονος—ἐθέσπισεν ὡς θεμελιώδεις αὐτῆς ἁρμονικὰς βάσεις τὰ μείζονα διαστήματα, καθ' ἱεραρχικὴν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν.

Καὶ ὡς πρῶτον αὐτῆς μουσικὸν σύστημα ἐθέσπισε τὸ διαπασῶν.

Δεύτερον τὸ πεντάχορδον ἢ τροχόν, καὶ τρίτον τὸ τετράχορδον ἢ τρίφωνον.

Πάντων δὲ τῶν συστημάτων τούτων ὡς μετρητικὴν διαστηματικὴν μονάδα ἔθεσε τὸν τόνον, καὶ διαστηματικὸν ὁρόσημον τὸν φθόγγον.

Τὰ μουσικὰ συστήματα, καὶ πᾶσαι αἱ ἁρμονικαὶ ἀναλογίαι, ἐφ' ὧν ἐξελίσσονται αἱ μελῳδίαι τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, καθορίζονται καὶ στηρίζονται διὰ τῶν δεσποζόντων φθόγγων.

Αὐτὴ δὲ αὕτη ἡ διάκρισις τῶν φθόγγων εἰς δεσπόζοντας καὶ δεσποζομένους, ἀποδεικνύει τὴν ἁρμονικὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος διαστήματος ἔναντι τοῦ ἐλάσσονος.

Τὸ τελειότερον, ὅθεν, πειραματικὸν σύστημα διὰ τοῦ ὁποίου δύνανται νὰ κριθῶσιν ἐπιστημονικῶς δι' ἀριθμητικῶν λόγων τὰ διαστήματα τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, εἶναι τὸ κατὰ συμφωνίαν διὰ τῶν δεσποζόντων φθόγγων ἑκάστου ἤχου, καὶ ὁ Πυθαγόρειος κανὼν τῆς χορδῆς.

Συμπεράσματα πειραματικῆς καὶ ἀριθμητικῆς μελέτης τῶν διαστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς μελέτης τῶν διαστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ἐπὶ τοῦ κανόνος τῆς χορδῆς καὶ τῶν ἀριθμητικῶν αὐτῶν λόγων ἀποδεικνύεται ὅτι τὰ φυσικώτερα διαστήματα—καὶ τοιαῦτα εἶναι τὰ δι' ἁπλουστέρων ἀριθμῶν ἐκφερόμενα—ἀποδίδονται διὰ τοῦ ἤχου πλαγίου τετάρτου.

Διότι, ὅταν ὁ ἦχος οὗτος ὁδεύει κατὰ τὸ διαπασῶν σύστημα, δεσπόζοντες μελωδικοὶ φθόγγοι εἶναι οἱ (Νη - Βου - Δι - Νη) διὰ τῶν ὁποίων σχηματίζονται ἀκουστικῶς αἱ πέντε βασικαὶ συμφωνίαι τοῦ ἤχου, ἤτοι: (Νη - Νη), (Νη - Δι, (Δι - Νη), (Νη - Βου), (Βου - Δι), ὧν τὰ ἐπὶ χορδῆς μήκη ἐκφέρονται διὰ τῶν ἑξῆς ἀριθμητικῶν λόγων:

(Νη $\frac{2}{1}$ Νη) (Νη $\frac{3}{2}$ Δι) (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) (Βου $\frac{6}{5}$ Δι)

Ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς μελέτης τῶν λόγων τῶν διαστημάτων τούτων καταφαίνεται οὐ μόνον ἁπλότης ἀριθμῶν, ἀλλὰ καὶ φυσικὴ πρόοδος ἐν τῇ διαμορφώσει τῶν λόγων. Ἐκ τῆς ἀναλογικῆς συγκρίσεως τῶν διαστημάτων τούτων πρὸς ἄλληλα ἀποδεικνύεται ὅτι ἓν μεῖζον ἀναλογεῖ πρὸς δύο ἐλάσσονα. Τὸ μεῖζον διάστημα διαπασῶν ἀναλογεῖ πρὸς τὰ ἐλάσσονα διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων ἤτοι:

1 Νη		Νη 2
2	3	4
Νη	Δι	Νη

καὶ τὸ μεῖζον διὰ πέντε ἀναλογεῖ πρὸς τὰ ἐλάσσονα διὰ τριῶν μεῖζον καὶ διὰ τριῶν ἔλασσον ἤτοι:

2		3
Νη		Δι
4	5	6
Νη	Βου	Δι

Ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς μελέτης τῶν διαστημάτων τούτων ἀποδεικνύεται προσέτι ὅτι τὰ μὲν μείζονα ἔχουσιν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν τόνων ἔναντι τῶν ἀναλόγων αὐτῶν ἐλασσόνων, τὰ δὲ ἐλάσσονα ἀναλογίαν ἡμιτονίων ἔναντι τῶν μειζόνων. Διότι, ἐνῶ τὸ διαπασῶν ὡς ἀσύνθετον διάστημα ἔχει ἁπλοῦς ἀριθμητικοὺς ὅρους (1 : 2) ὡς σύνθετον ἐκ - διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων—ἔχει ὅρους ἀριθμητικῶς διπλασίους (2 : 3 : 4). Ἐπίσης καὶ τὸ διὰ πέντε ὡς ἀσύνθετον θεωρούμενον ἔχει ὅρους (2 : 3) καὶ ὡς σύνθετον—ἐκ διὰ τριῶν μείζονος καὶ διὰ τριῶν ἐλάσσονος—ἀριθμητικῶς διπλασίους (4 : 5 : 6).

Ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν φαινομένων τῶν διαστημάτων τούτων ἐξάγεται τὸ θετικὸν συμπέρασμα ὅτι ἓν διάστημα ἀσύνθετον—ἀδίαιρετον—διὰ νὰ συντεθῇ—διαιρεθῇ—διπλασιάζονται οἱ ἀριθμητικοὶ αὐτοῦ ὅροι καὶ ὅτι μεταξὺ τῶν διπλασιαζομένων ὅρων διαφαίνεται ἀνάλογος μέσος ἀριθμητικὸς ὅρος διὰ τοῦ ὁποίου διαιρεῖται τὸ διάστημα. Μεταξὺ τῶν διπλασιαζομένων ὅρων τοῦ διαπασῶν (2 : 4) διαφαίνεται ὁ 3 διὰ τοῦ ὁποίου διαιρεῖται τοῦτο εἰς διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων. Καὶ μεταξὺ τῶν διπλασιαζομένων ὅρων τοῦ διὰ πέντε (4 : 6) διαφαίνεται ὁ 5 διὰ τοῦ ὁποίου διαιρεῖται τοῦτο εἰς διὰ τριῶν μεῖζον καὶ διὰ τριῶν ἔλασσον. Τὸ αὐτὸ συμπέρασμα ἐξάγεται καὶ ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν ὅρων τοῦ διαστήματος διὰ τριῶν μείζονος πρὸς τοὺς ὅρους τῶν ὑπ' αὐτοῦ περιεχομένων διαστημάτων. Διότι ἐνῶ τὸ διάστημα διὰ τριῶν μεῖζον ὡς ἀσύνθετον ἔχει ὅρους (4 : 5) ὡς σύνθετον, ἐκ μείζονος τόνου καὶ ἐλάσσονος—ἔχει ὅρους διπλασίους ἀριθμητικῶς (8 : 10) καὶ μεταξὺ τούτων τον 9 διὰ τοῦ ὁποίου τὸ διὰ τριῶν μεῖζαν διαιρεῖται εἰς μεῖζον καὶ ἔλασσον.

Ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν τούτων φαινομένων ἐξάγεται ἕτερον θετικὸν συμπέρασμα ὅτι βάσις τῆς διαμορφώσεως τῶν διαστημάτων εἶναι ὁ λόγος καὶ οὐχὶ ὁ ὅρος. Καὶ εἶναι τοῦτο φυσικὸν διότι ἡ μουσικὴ εἴτε ὡς ἐπιστήμη εἴτε ὡς τέχνη λογιζομένη στηρίζεται ἐπὶ δύο βάσεων ἵνα διαμορφώση τὸν λόγον ἢ τὴν συμφωνίαν τὴν μείζονα καὶ τὴν ἐλάσσονα. Τοῦ μουσικοῦ ὅθεν διαστήματος καθοριζομένου ἀκουστικῶς μὲν ὑπὸ δύο διαφόρου ὀξύτητος φθόγγων ἀριθμητικῶς δὲ ὑπὸ δύο διαφόρων ἀριθμητικῶν ὅρων εἶναι φυσικὸν ὅτι καὶ δύο διάφοροι βασικοὶ ἀριθμοὶ διέπουσι τὸν φυσικομαθηματικὸν νόμον τῆς ἁρμονίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'.

Ὁ Βασικὸς φυσικομαθηματικὸς νόμος τῆς παραγωγῆς τῶν διαστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Ὅταν οἱ Ἀχαῖοι Ἕλληνες ἠθέλησαν νὰ εὕρωση τοὺς λόγους τῶν ἡμιτονίων τοῦ μείζονος τόνου ἐδιπλασίασαν τοὺς ὅρους τοῦ ἀριθμητικοῦ αὐτοῦ λόγου, καὶ διεῖδον ὅτι μεταξὺ τῶν διπλασιαζομένων ὅρων πίπτει ἕτερος ὅρος μέσος διὰ τοῦ ὁποίου διαιρεῖται ὁ λόγος τοῦ μείζονος τόνου εἰς ἑτέρους δύο ἡμιτονίους λόγους.

Ἡ σχετικὴ περὶ τούτου θεωρία διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «ἐβουλήθησαν δὲ καὶ τὸν τῶν ἡμιτονίων κατονοῆσαι λόγον. Μεταξὺ δὲ τοῦ 8 καὶ τοῦ 9, μηδενὸς ἀριθμοῦ θεωρουμένου τοὺς προκειμένους ὅρους διπλασιάσαντες ἐποίησαν μὲν ἑκκαίδεκα καὶ ὀκτακαίδεκα, μεταξὺ δὲ τούτων εὗρον ἐμπεσόντα τὸν ἑπτακαίδεκα. Τοῦτον δὴ εἰρήκασι μερίζεσθαι τὸν τόνον εἰς ἡμιτόνιον, εὑρίσκεται δὲ ταῦτ' οὐκ εἰς ἴσα διαιρούμενα, ἀλλ' ἔσται μεῖζον καὶ ἔλλατον. Ὁ μὲν γὰρ 17 πρὸς τὸν 16 τὸν ἐφεκκαιδέκατον ($\frac{16}{17}$) ἔχει λόγον, ὁ δὲ 18 πρὸς τὸν 17 οὐκ' ἴσον, ἀλλ' ἐλλάτω τούτου, τὸν ἐφεπτακαιδέκατον ($\frac{17}{18}$), δι' ἃ κἂν τῇ καθ' ἡμιτόνιον διαγραφῇ διπλῆ γίνεται τῶν στοιχείων ἔκθεσις, ἵν, ὅτε μὲν τοὔλαττον ἡμιτόνιον ἠχεῖν δέοι πρὸς τὸ ἔγγιον τὴν ἐπίτασιν ποιώμεθα, ὅτε δὲ τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἀπωτέρω. Ὅθεν καὶ λεῖμμα τὸ διάστημα διὰ τὸ δυστέκμαρτον τῆς ἰσότητος ἐκάλεσαν οἱ παλαιοί. Πάλιν δὲ τοὺς προειρημένους διὰ τὰς αὐτὰς αἰτίας διπλασιάσαντες, εὗρον καὶ τὰς διέσεις, οὐ τεμνούσας διχῇ τὸ ἡμιτόνιον. Ἐποίησαν γὰρ 32, 34, 36, μεταξὺ δὲ τούτων πάλιν ἕτεροι πίπτουσιν ὅροι, τῶν μὲν 32 καὶ 34 ὁ 33, τῶν δὲ 34 καὶ 36 ὁ 35 ὥστε μεταξὺ 32 καὶ 34 γίνεσθαι δύο διαστήματα, τὸ μὲν ἔχον λόγον ἐπιτριακοστοδεύτερον ($\frac{32}{33}$), τὸ δ' ἐπιτριακοστότριτον ($\frac{33}{34}$). Τῶν δὲ 34 καὶ 36, ὁμοίως δύο τὸ μὲν ἐπιτριακοστοτέταρτον ($\frac{34}{35}$) τὸ δ' ἐπιτριακοστόπεμπτον ($\frac{35}{36}$). Ὁρῶμεν δὴ καὶ τὴν τῶν διέσεων φύσιν εἰς ἄνισα διῃρημένην, τούτου δὴ οὕτως ἔχοντος, οὐ χαλεπὸν συνειδεῖν, ὅτι, τὸ διατέσσαρων οὐ συνέστηκεν ἀκριβῶς ἐκ δύο τόνων καὶ ἡμιτονίου». (Ἀριστείδου Κοϊντιλιανοῦ Βιβλ. Γ' σελ. 112 - 115).

Ὁ νόμος οὗτος τὸν ὁποῖον οἱ ἀρχαῖοι ἐφεῦρον πρὸς διάγνωσιν τῶν λόγων τῶν ἡμιτόνιων, εἶναι ὁ βασικὸς φυσικομαθηματικὸς νόμος τῆς παραγωγῆς τῶν διαστημάτων τῆς Βυζ. Μουσικῆς. Καὶ πᾶν ὅτι δι' αὐτοῦ παράγεται εἶναι σύμφωνον πρὸς ὅτι διὰ τῆς ἁρμονικῆς κρίσεως τῶν αἰσθήσεων διαμορφοῦται. Διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ βασικοῦ ἀριθμοῦ (1) παράγεται ὁ διπλάσιος ἀριθμὸς (2) καὶ ἐκ τῆς μεταξὺ διπλασίου καὶ μέσου ἀριθμητικῆς ἀναλογίας, σχηματίζεται ὁ πρῶτος ἀριθμητικὸς λόγος τοῦ διαπασῶν ($\overset{1}{\text{Νη}}$ - $\overset{2}{\text{Νη}}$).

Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διαπασῶν (1 : 2) διπλασιαζομένων παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (2 : 4), μεταξὺ τῶν ὁποίων πίπτει ὁ (3) καὶ δι' αὐτοῦ ὁ λόγος τοῦ διαπασῶν διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτονίους λόγους (2 : 3 : 4). Καὶ ὁ μὲν πρῶτος εἶναι ὁ, λόγος τοῦ διαστήματος τῆς διὰ πέντε συμφωνίας ($\overset{2}{\text{Νη}}$ - $\overset{3}{\text{Δι}}$), ὁ δὲ δεύτερος τῆς διὰ τεσσάρων ($\overset{3}{\text{Δι}}$ - $\overset{4}{\text{Νη}}$).

Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ πέντε (2 : 3) διπλασιαζομένων παράγονται οἱ δευτερογενεῖς ὅροι τοῦ λόγου (4 - 6), μεταξὺ τῶν ὁποίων πίπτει ὁ (5) καὶ δι' αὐτοῦ ὁ λόγος διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτονίους λόγους (4 : 5 : 6) Ὁ μὲν μείζων εἶναι ὁ λόγος τοῦ διαστήματος τῆς διὰ τριῶν μείζονος συνφωνίας ($\overset{4}{\text{Νη}}$ - $\overset{5}{\text{Βου}}$), ὁ δὲ ἐλάσσων τῆς διὰ τριῶν ἐλάσσονος ($\overset{5}{\text{Βου}}$ - $\overset{6}{\text{Δι}}$).

Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ τριῶν μείζονος (4 : 5) διπλασιαζομένων παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (8 : 10), μεταξὺ τῶν ὁποίων πίπτει ὁ (9) καὶ δι' αὐτοῦ ὁ λόγος διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτονίους λόγους (8 : 9 : 10). Καὶ ὁ μὲν μείζων εἶναι ὁ λόγος τοῦ μείζονος τόνου ($\overset{8}{\text{Νη}}$ - $\overset{9}{\text{Πα}}$), ὁ δὲ ἐλάσσων τοῦ ἐλάσσονος ($\overset{9}{\text{Πα}}$ - $\overset{10}{\text{Βου}}$).

Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ τεσσάρων (3 : 4) διπλασιαζομένων, παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (6 : 8), μεταξὺ τῶν ὁποίων πίπτει ὁ (7) καὶ δι' αὐτοῦ ὁ λόγος διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτονίους λόγους (6 : 7 : 8). Ἐκ τούτων ὁ μὲν μείζων εἶναι ὁ λόγος τοῦ μέσου τονιαίου διαστήματος τοῦ τετραχόρδου τοῦ δευτέρου ἤχου τῆς Βυζ. Μουσικῆς ($\overset{6}{\text{Κε}}$ - $\overset{7}{\text{Ζω}}$) ὁ δὲ ἐλάσσων ἀγνώστου μουσικοῦ διαστήματος.

Τῶν ὅρων τοῦ ἀγνώστου λόγου (7 : 8) διπλασιαζομένων παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (14 : 16) μεταξὺ τῶν ὁποίων πίπτει ὁ (15) καὶ δι' αὐτοῦ ὁ λόγος διαιρεῖται εἰς δύο ἡμιτονίους λόγους (14 : 15 : 16). Καὶ ὁ μὲν μείζων εἶναι ὁ λόγος τοῦ πρώτου τονιαίου διαστήματος τοῦ τετραχόρδου τοῦ δευτέρου ἤχου ($\overset{14}{\text{Δι}}$ - $\overset{15}{\text{Κε}}$), ὁ δὲ ἐλάσσων τοῦ τρίτου ($\overset{15}{\text{Ζω}}$ - $\overset{16}{\text{Νη}}$).

Διάγραμμα τῶν διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγομένων διαστημάτων:

1				:				2
2		:		3		:		4
4	:	5	:	6	:	7	:	8
8	: 9 :	10				14	: 15 :	16

Ἐκ τοῦ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων σχηματιζομένου διαγράμματος καταφαίνεται, ὅτι οἱ βασικοὶ αὐτοῦ ἀριθμητικοὶ ὅροι εἶναι οἱ τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν (1) καὶ (2), ἐκ τῶν ὁποίων παράγονται οἱ ὑποβασικοὶ μέσοι διὰ τῶν ὁποίων ὑποδιαιρεῖται τὸ διάστημα διαπασῶν ἐκ τοῦ μείζονος πρὸς τὸ ἔλασσον κατὰ φυσικὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν. Οἱ μέσοι ὅροι εἶναι ὑποβασικοὶ καὶ οὐχὶ βασικοί, διότι δὲν παράγονται ἐκ μιᾶς ἀριθμητικῆς βάσεως ἀλλ' ἐκ δύο.

Δύο ἀριθμητικοὶ ὅροι—μείζων ὁ μὲν καὶ ἐλάσσων ὁ δέ—διπλασιαζόμενοι παράγουσιν ἕνα μέσον ὅρον καὶ δι' αὐτοῦ μερίζονται τὸ μεταξὺ αὐτῶν καθοριζόμενον διάστημα. Ἄρα οἱ μέσοι ὅροι εἶναι διφυεῖς ὡς παραγόμενοι ἐκ δύο διαφόρων ἀριθμητικῶν βάσεων. Καὶ συνεπείᾳ τῆς διφυοῦς παραγωγῆς αὐτῶν εἶναι καὶ φύσει διγενεῖς ὅροι—μείζονες καὶ ἐλάσσονες δλδ.— ὅπως καὶ οἱ παράγοντες αὐτῶν. Διότι πρὸς μὲν τοὺς μείζονας παράγοντας εἶναι ἐλάσσονες, πρὸς δὲ τοὺς ἐλάσσονας μείζονες. Οἱ μέσοι ὅθεν ὅροι εἶναι ἀντιπροσωπευτικοὶ τῶν παραγόντων αὐτῶν εἰς τούς λόγους τῶν διαιρουμένων διαστημάτων. Μὴ δυνάμενοι δλδ. οἱ δύο βασικοὶ ἀριθμοὶ (1) καὶ (2) νὰ ἐξυπηρετηθῶσιν ἀπ᾽ εὐθείας παράγουσι μεταξὺ αὐτῶν κοινῇ ἐνεργείᾳ—διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ—κοινὸν μέσον ὅρον τὸν ὁποῖον μεταχειρίζονται ἀμφότεροι ἀντιπροσωπευτικῶς, ἵνα διαμορφώσωσι τοὺς λόγους τοῦ μεταξὺ αὐτῶν μεριζομένου διαστήματος.

Παραδείγματα τῆς διφυοῦς καὶ διγενοῦς φύσεως τῶν μέσων ὅρων:

Ἐλάσσων — Μείζων
2 ⟶ 3 ⟵ 4

Ἐλάσσων — Μείζων
4 ⟶ 5 ⟵ 6

Ἐλάσσων — Μείζων
8 ⟶ 9 ⟵ 10

Ἐκ τῶν παραδειγμάτων τούτων καταφαίνεται ὅτι ἡ διφυὴς καὶ διγενὴς φύσις τῶν μέσων ὅρων εἶναι συνέπεια τῆς διγενοῦς φύσεως τοῦ πρώτου λόγου, ὅστις ἀποτελεῖται ἐκ τοῦ πρώτου μείζονος ὅρου (1) καὶ τοῦ πρωτογενοῦς ἐλάσσονος (2). Συνεπείᾳ δὲ τῆς φυσικῆς διγενείας τοῦ πρώτου λόγου καὶ τῶν διφυῶν καὶ διγενῶν μέσων ὅρων καὶ τὰ παραγόμενα διαστήματα εἶναι διφυῆ καὶ διγενῆ. Διφυῆ μὲν ὡς παραγόμενα ἐκ δύο ἀριθμῶν. Διγενῆ δὲ διότι παράγονται ἀνὰ δύο σύνθετα καὶ τὸ μὲν εἶναι μεῖζον τὸ δὲ ἔλασσον. Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τοῦ διαγράμματος τὰ μὲν μείζονα διαστήματα ἄρχονται ἐκ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (1) καὶ βαίνουσιν ἀναλογικῶς ἐπὶ τὸ ἔλασσον πρὸς τὸν ἀριθμὸν (2), τὰ δὲ ἐλάσσονα ἄρχονται ἐκ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (2) καὶ βαίνουσιν ἀναλογικῶς πρὸς τὸ μεῖζον—τὸν ἀριθμὸν (1).

Τὰ ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (1) ἐξελισσόμενα διαστήματα ἀποτελοῦσιν ἓν ἰδιογενὲς διαστηματικὸν γένος μεῖζον, τὰ δὲ ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (2) ἔλασσον. Τὰ δυὸ γένη διαχωρίζονται διὰ τοῦ μέσου ὅρου τοῦ διαπασῶν, ὅστις μέσος ὅρος διαιρεῖ αὐτὸ εἰς διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων. Καὶ τὸ μὲν μεῖζον γένος ἐξελίσσεται διὰ του διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ πέντε τὸ δὲ ἔλασσον τῆς διὰ τεσσάρων, ἤτοι:

Μεῖζον

1 : 2
2 : 3 : 4
4 : 5 : 6
8 : 9 : 10

Ἔλασσον

1 : 2
2 3 : 4
6 : 7 : 8
14 15 16

Τὸ μεῖζον γένος ἐκφέρει τὰ πρωτογενῆ ἢ πρωτοπαράγωγα διαστήματα τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους—τοῦ ἤχου πλαγίου τετάρτου—καὶ τὸ ἔλασσον τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους τῆς Βυζαντ. Μουσικῆς — τοῦ δευτέρου ἤχου. Τὸ πρῶτον εἶναι διατονικὸν διότι ἡ φυσικὴ αὐτοῦ ἀναλογία περιέχει πέντε σύμφωνα διαστήματα καὶ δύο διάφωνα καθαρά. Τὸ δεύτερον εἶναι χρωματικὸν διότι ἡ φυσικὴ αὐτοῦ ἀναλογία περιέχει α) Τρία σύμφωνα β) Δύο μεταξὺ συμφωνίας καὶ διαφωνίας καὶ γ) Ἕτερα δύο μεταξὺ διαφωνίας καὶ παραφωνίας.

Ἡ φυσικότης τῶν διαστημάτων τούτων εἶναι προφανής, διότι οἱ ἀριθμοὶ παράγουν τοὺς ἀριθμοὺς καὶ οἱ λόγοι τοὺς λόγους. Εἰς τὴν φυσικὴν ταύτην ἀριθμητικὴν ἀρχὴν ὀφείλεται καὶ ἡ τελεία ἁρμονικὴ αὐτῶν ἀναλογία. Ὁ νόμος δὲ τῆς ἀναλογιάς ἐξηγεῖ τὴν ἄνισον ἀριθμητικὴν φύσιν τῶν διαστημάτων καὶ τὸ ἐπιμόριον τῶν ἀριθμητικῶν αὐτῶν λόγων. Ὁ νόμος οὗτος ἀποκαλύπτει καὶ τὰ φυσικὰ αἴτια συνεπείᾳ τῶν ὁποίων τὸ διάστημα διαπασῶν δὲν διαιρεῖται εἰς ἓξ ἐπογδόους τόνους. Καὶ τὰ αἴτια ταῦτα εἶναι ἡ διγενὴς φύσις τῶν ὅρων τῶν λόγων ἐκ τῶν ὁποίων παράγονται, καὶ οἱ διγενεῖς μέσοι, δι' ὧν ὑποδιαιρεῖται τὸ διάστημα διαπασῶν κατ' ἄνισον ἀριθμητικὴν φύσιν εἰς μεῖζον καὶ ἔλασσον.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

Περὶ φυσικῶν διαστημάτων καὶ φυσικῆς ἀναλογίας αὐτῶν.

Τὰ βασικὰ διαστήματα τῶν δύο πρώτων γενῶν τῆς Βυζαντινῆς Μουσ. εἶναι φυσικά, διότι ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ (1) παράγεται ὁ ἀριθμὸς (2), καὶ ἐκ τῆς μεταξὺ τούτων ἀναλογίας, καθ' ἣν τό διάστημα τοῦ παράγοντος ἀριθμοῦ ἀναλογεῖ πρὸς τὰ τοῦ παραγώγου καὶ τ' ἀνάπαλιν, σχηματίζεται ὁ πρῶτος φυσικὸς ἀριθμητικὸς λόγος. Ἐκ τῶν πρωτογενῶν ὅρων τοῦ πρώτου λόγου (1 : 2) παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (2 : 4) καὶ ἐκ τούτων ὁ (3).

Τὰ διὰ τῶν ἀριθμῶν τούτων σχηματιζόμενα διαστήματα εἶναι φυσικὰ διότι ἐκ τοῦ (1) παράγεται ὁ (2) καὶ σχηματίζεται ὁ πρῶτος λόγος, ἐκ δὲ τῶν (1) καὶ (2) οἱ (2) καὶ (4), καὶ ἐκ τούτων ὁ (3) καὶ οὕτω σχηματίζονται δύο λόγοι :

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[rr] \arrow[d] & & 2 \arrow[d] \\ 2 \arrow[r] & 3 & 4 \arrow[l] \end{tikzcd}$$

Τὰ διαστήματα ταῦτα ἀποτελοῦσι μίαν φυσικὴν ἀναλογίαν, τὴν πρωτογενῆ τοῦ διαστήματος διαπασῶν, διότι ὁ παράγων λόγος ἀναλογεῖ πρὸς τὰ παράγωγα καὶ τὰ παράγωγα πρὸς τὸν παράγοντα.

Ἐκ τῶν πρωτογενῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ πέντε (2 : 3) παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (4 : 6) καὶ ἐκ τούτων ὁ πρωτογενὴς μέσος ὅρος

(5). Τὰ διαστήματα ταῦτα εἶναι φυσικά, διότι ἐκ τῶν (2) καὶ (3) παράγονται οἱ (4) καὶ (6) καὶ ἐκ τούτων ὁ (5) ἤτοι :

$$\begin{tikzcd}
2 \arrow[rr] \arrow[d] & & 3 \arrow[d] \\
4 \arrow[r] & 5 & 6 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Τὰ διαστήματα ταῦτα ἀποτελοῦσι μιὰν φυσικὴν ἀναλογίαν τὴν πρωτογενῆ τῆς διὰ πέντε, διότι ὁ παράγων λόγος ἀναλογεῖ πρὸς τὰ παράγωγα καὶ ταῦτα πρὸς τὸν παράγοντα.

Ἐκ τῶν πρωτογενῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς διὰ τριῶν μείζονος (4 : 5) παράγονται οἱ δευτερογενεῖς αὐτοῦ ὅροι (8 : 10) καὶ ἐκ τούτων ὁ πρωτογενὴς μέσος ὁ (9). Τὰ διαστήματα ταῦτα εἶναι φυσικά, διότι ἐκ τῶν (4) καὶ (5) παράγονται οἱ (8) καὶ (10), καὶ ἐκ τούτων ὁ (9), ἤτοι :

$$\begin{tikzcd}
4 \arrow[rr] \arrow[d] & & 5 \arrow[d] \\
8 \arrow[r] & 9 & 10 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Τὰ διαστήματα ταῦτα ἀποτελοῦσι μίαν φυσικὴν ἀναλογίαν, τὴν πρωτογενῆ τῆς διὰ τριῶν μείζονος, διότι ὁ παράγων λόγος ἀναλογεῖ πρὸς τὰ δύο παράγωγα αὐτοῦ καὶ ταῦτα πρὸς τὸν παράγοντα.

Αἱ τρεῖς τρίλογοι αὗται ἀναλογίαι ἀποτελοῦσι μιὰν φυσικὴν ἀναλογίαν ἑπτάλογον, τὴν πρωτογενῆ τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους ἢ τὴν πρώτην ἀναλογίαν τοῦ ἀριθμοῦ (1) ἤτοι :

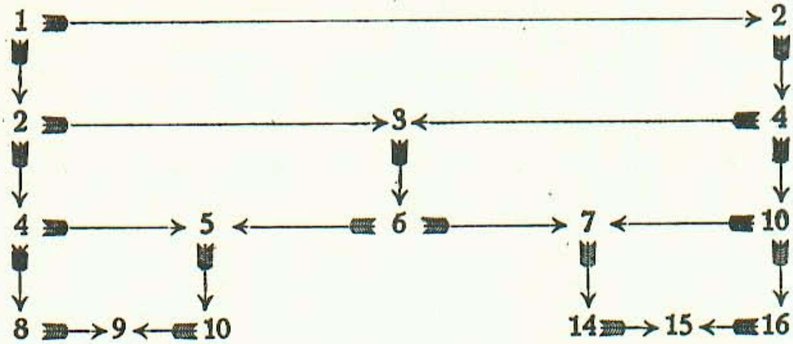
$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[rrrr] \arrow[d] & & & & 2 \arrow[d] \\
2 \arrow[rr] \arrow[d] & & 3 \arrow[d] & & 4 \arrow[ll] \\
4 \arrow[r] \arrow[d] & 5 & 6 \arrow[l] & & \\
8 \arrow[r] & 9 & 10 \arrow[l] & &
\end{tikzcd}$$

Ἡ αὐτὴ ἀριθμητικὴ ἀρχὴ διέπει καὶ τὴν φύσιν τῶν πρωτογενῶν διαστημάτων τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους ἤτοι :

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[rrrrr] \arrow[d] & & & & & 2 \arrow[d] \\
2 \arrow[r] & 3 \arrow[d] & & & & 4 \arrow[llll] \arrow[d] \\
& 6 \arrow[r] & 7 \arrow[d] & & & 8 \arrow[lll] \\
& & 14 \arrow[r] & 15 & 16 \arrow[l] &
\end{tikzcd}$$

Ὅπως ἡ πρωτογενὴς ἑπτάλογος ἀναλογία τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένονος ἢ τοῦ ἀριθμοῦ (1), ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς τριλόγους ἀναλογίας, οὕτω καὶ ἡ πρωτογενὴς ἑπτάλογος ἀναλογία τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους ἢ τοῦ ἀριθμοῦ (2), ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν τριλόγων ἀναλογιῶν.

Τὸ διὰ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγόμενον φυσικὸν διγενὲς διάγραμμα.



Αἱ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων σχηματιζόμεναι ἀναλογίαι εἶναι φυσικαί, διότι ἐκ μὲν τοῦ μείζονος πρὸς τὸ ἔλασσον τὰ παράγωγα διαδέχονται τὰ παράγοντα, ἐκ δὲ τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τὸ μεῖζον τὰ παράγοντα διαδέχονται τὰ παράγωγα.

Ἡ πρώτη ἀναλογία ἀνήκει εἰς τὸν ἀριθμὸν (1), διότι ἐπὶ τῶν τεσσάρων αὐτοῦ ταυτοδυνάμων ὅρων, ἤτοι πρωτογενοῦς (1), δευτερογενοῦς (2), τριτογενοῦς (4) καὶ τεταρτογενοῦς (8) στηρίζονται τὰ μείζονα αὐτῆς διαστήματα. Ἡ δευτέρα ἀνήκει εἰς τὸν ἀριθμὸν (2), διότι ἐπὶ τῶν τεσσάρων αὐτοῦ ταυτοδυνάμων ὅρων, ἤτοι, πρωτογενοῦς—ἐλάσσονος— (2), δευτερογενοῦς (4), τριτογενοῦς (8) καὶ τεταρτογενοῦς (16), στηρίζονται τὰ ἐλάσσονα αὐτῆς διαστήματα. Ἡ μὲν πρώτη ἔχει κύρια τὰ μείζονα, διότι ἐκ τοῦ πρώτου βασικοῦ μείζονος (1), λαμβάνουσι τὴν ἄμεσον αὐτῶν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν. Ἡ δὲ δευτέρα ἔχει κύρια τὰ ἐλάσσονα, διότι ἐκ τοῦ πρωτογ. ἐλάσσονος (2), λαμβάνουσι τὴν ἄμεσον αὐτῶν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν. Διὰ τοῦτο καὶ κατὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν παραγωγήν, ἐν μὲν τῇ πρώτῃ διπλασιάζονται οἱ ὅροι τῶν μειζόνων διαστημάτων ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ οἱ τῶν ἐλασσόνων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

Σχηματισμὸς τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς

Ὁ σχηματισμὸς τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος γίνεται διὰ τῶν αὐτῶν φυσικῶν ἀναλογιῶν, διὰ τῶν ὁποίων σχηματίζεται καὶ ὁ πρῶτος ἀριθμητικὸς λόγος.

Ὅπως ὁ πρῶτος ἀριθμητικὸς λόγος σχηματίζεται διὰ δύο ἀριθμητικῶν ὅρων πρώτου καὶ δευτέρου οὕτω καὶ ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ σχηματίζεται διὰ δύο ~~ἀναλογιῶν, πρώτης καὶ δευτέρας~~.

Ὅπως ὁ πρῶτος ἀριθμητικὸς ὅρος ἀποτελεῖ τὴν πρώτην ἀριθμητικὴν βάσιν τοῦ πρώτου ἀριθμητικοῦ λόγου, καὶ ὁ δεύτερος τὴν δευτέραν, οὕτω καὶ ἡ πρώτη ἀναλογία ἀποτελεῖ τὴν πρώτην βάσιν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος — τὴν δεσπόζουσαν — καὶ ἡ δευτέρα τὴν δευτέραν.

Καὶ ὅπως ὁ δεύτερος ὅρος τοῦ πρώτου λόγου παράγεται ἐκ τοῦ πρώτου διὰ τοῦ ἀριθμητικοῦ διπλασιασμοῦ αὐτοῦ, οὕτω καὶ ἡ δευτέρα ἀναλογία παράγεται ἐκ τῆς πρώτης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων αὐτῆς.

Ἡ πρώτη ἀναλογία, ἥτις ἀποτελεῖ τὴν πρώτην βάσιν διὰ τὸν σχηματισμὸν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, εἶναι ἡ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν σχηματιζομένη ἤτοι:

Νη $\frac{2}{1}$ Νη

Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη.

Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι

Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ἡ ἀναλογία αὕτη σχηματίζεται διὰ τριῶν διπλασιασμῶν.

α'). Τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν. β'). Τοῦ διὰ πέντε, καὶ γ'). τοῦ διὰ τριῶν μείζονος.

Διὰ τριῶν ἐπίσης πολλαπλασιασμῶν — ἀντὶ διπλασιασμῶν—σχηματίζεται καὶ ἡ δευτέρα ἀναλογία

α'). Πολλαπλασιάζονται οἱ ἀριθμητικοὶ ὅροι τοῦ διὰ τεσσάρων. β'). Τοῦ διὰ τριῶν μείζονος καὶ γ'). τοῦ τονιαίου μείζονος.

Τὰ τρία ταῦτα διαστήματα εἶναι τὰ κύρια τῆς πρώτης ἀναλογίας.

Ὀνομάζονται δὲ κύρια ἐπειδὴ συνάπτονται πρὸς τοὺς δύο ἀριθμητικοὺς ὅρους τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν. Τὸ μὲν διὰ τεσσάρων πρὸς τὸν ἀριθμὸν (2). Τὸ δὲ διὰ τριῶν μεῖζον καθὼς καὶ τὸ τονιαῖον μεῖζον πρὸς τὸν ἀριθμὸν (1).

Τὸ διὰ τριῶν ἔλασσον (Βου $\frac{6}{5}$ Δι) καὶ τὸ τονιαῖον ἔλασσον (Πὰ $\frac{10}{9}$ Βου) δὲν συνάπτονται οὔτε πρὸς τὸν (1), οὔτε πρὸς τὸν (2).

Διὰ τοῦτο καὶ οἱ ἀριθμητικοὶ ὅροι τῶν λόγων αὐτῶν δὲν πολλαπλασιάζονται.

Διὰ τῶν διαστημάτων τῆς πρώτης ἀναλογίας, ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ σχηματίζεται πεντάφθογγος ἤτοι:

(Νη $\frac{9}{8}$ πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη)

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῆς σχηματιζομένης πενταφθόγγου κλίμακος, μεταξὺ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Νη—Νη) οἱ ὁποῖοι ἐκφράζουν τοὺς δύο ἀριθμητικοὺς ὅρους τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν (1) καὶ (2) ὑπάρχουν τρεῖς φθόγγοι οἱ (πα — Βου — Δι).

Ἄρα ὑπολείπονται ἕτεροι τρεῖς φθόγγοι οἱ (Γα — Κε — Ζω) πρὸς συμπλήρωσιν τῆς ὀκταφθόγγου κλίμακος.

Τοὺς ἀριθμητικοὺς ὅρους τοὺς ὁποίους ἐκφράζουν οἱ τρεῖς οὗτοι φθόγγοι τοὺς παράγει ὁ πολαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς πρώτης ἀναλογίας, καὶ δι' αὐτῶν σχηματίζεται ἡ φυσικὴ δευτέρα ἀναλογία τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Παραγωγὴ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τοῦ διαγράμματος τῆς πρώτης ἀναλογίας ὁ μὲν ἀριθμὸς (1) ἔχει συνημμένον τὸ πρωτογενὲς αὐτοῦ διάστημα διὰ πέντε, ὁ δὲ ἀριθμὸς (2), τὸ πρωτογενὲς διάστημα αὐτοῦ διὰ τεσσάρων ἤτοι: (1 Νη $\frac{8}{2}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη 2). Ἄρα ὁ μὲν ἀριθμὸς (1) στερεῖται διαστήματος διὰ τεσσάρων, ὁ δὲ ἀριθμὸς (2), διὰ πέντε.

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1) πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{4}{3} \times 1 = \frac{4}{3}$), τὸ διὰ τεσσάρων ἀναπαράγεται δευτερογενῶς συνημμένον πρὸς τὸν ἀριθμὸν (1) ὡς (Νη $\frac{4}{3}$ Γα), ἀντὶ (Δι $\frac{4}{3}$ Νη).

Διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς τοῦ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1), παράγεται φυσικῶς καὶ δευτερογενὲς διάστημα διὰ πέντε συνημμένον πρὸς τὸν ἀριθμὸν (2) ἤτοι:

(1 Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Νη 2).

Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τῶν δύο ἀναλογιῶν τοῦ διαστήματος διαπασῶν πρώτης καὶ δευτέρας, καταφαίνεται ὅτι, ἡ μὲν πρώτη σχηματίζεται διὰ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ὅρου (3), ἡ δὲ δευτέρα διὰ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ὅρου (4) ἤτοι:

πρώτη ($\overset{2}{\text{Νη}}$ — $\overset{3}{\text{Δι}}$ — $\overset{4}{\text{Νη}}$), δευτέρα ($\overset{3}{\text{Νη}}$ — $\overset{4}{\text{Γα}}$ — $\overset{6}{\text{Νη}}$).

Ὁ ἀριθμὸς (3) εἶναι ὁ πρωτογενὴς μέσος ὅρος, ὁ ὁποῖος παράγεται μεταξὺ τῶν διπλασιαζομένων ὅρων τοῦ διαπασῶν. Ὁ δὲ ἀριθμὸς (4) εἶναι ὁ δευτερογενὴς ὅρος τοῦ ἀριθμοῦ (2), τοῦ δευτέρου δηλαδὴ ὅρου τοῦ λόγου τοῦ διαπασῶν, καὶ ἀναπαράγεται γινόμενος μέσος, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1).

Δι' ἑνὸς διπλασιασμοῦ, παράγεται ὁ πρῶτος μέσος ὅρος τοῦ διαπασῶν ὁ (3), καὶ σχηματίζει τὴν πρώτην αὐτοῦ ἀναλογίαν. καὶ δι' ἑνὸς πολλαπλασιασμοῦ παράγεται ὁ δεύτερος μέσος ὅρος τοῦ διαπασῶν ὁ (4), καὶ σχηματίζει τὴν δευτέραν αὐτοῦ ἀναλογίαν. Πρωτογενὴς ὅρος σχηματίζει τὴν πρώτην ἀναλογίαν καὶ δευτερογενὴς τὴν δευτέραν.

Οἱ ἀριθμοὶ ἀποδεικνύουσιν ὅτι ὁ ἀριθμὸς (4) εἶναι ὁ δευτερογενὴς ἐλάσσων ὅρος τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν. Γινόμενος ὅθεν μέσος εἶναι αὐτὸς οὗτος ὁ ἀριθμὸς (2) ὁ πρῶτος δηλαδὴ ἐλάσσων τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν.

Διὰ τῆς πρώτης καὶ δευτέρας ἀναλογίας τοῦ διαστήματος διαπασῶν οἱ δύο αὐτοῦ ἀριθμητικοὶ ὅροι (1) καὶ (2), μερίζονται τὸ ὑπ' αὐτῶν καθοριζόμενον διάστημα διαπασῶν ἐξ ἴσου διότι διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων βαίνει ὁ ἀριθμὸς (1) πρὸς

τὸν ἀριθμὸν (2), ἤτοι: (1 Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη 2), διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων βαίνει ἐπίσης ὁ ἀριθμὸς (2) πρὸς τὸν ἀριθμὸν (1) ἤτοι: (1 Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Νη 2).
Ἡ πρώτη ὅθεν ἀναλογία τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἀνήκει εἰς τὸν ἀριθμὸν (1) καὶ ἡ δευτέρα εἰς τὸν ἀριθμὸν (2).

Καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐξαγωγὴ τῶν διαστημάτων τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς κλίμακος δὲν δύναται νὰ γίνῃ ἐκ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (2) πρὸς τὸν ἀριθμὸν (1)—ἐκ τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τὸ μεῖζον δηλαδή—, ἕνεκα τούτου ὁ ἀριθμὸς (2) ὑπεισέρχεται διὰ τοῦ δευτερογενοῦς αὐτοῦ (4) ἐκ τοῦ ἐλάσσονος εἰς τὸ μεῖζον, καὶ γίνεται βάσις τοῦ διαστήματος τῆς δευτερογενοῦς διὰ πέντε (Γα - Νη) ἐφ' ἧς ἐξελίσσονται τὰ διαστήματα τῆς δευτέρας ἀναλογίας φυσικῶς ἐκ τοῦ μείζονος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Οὕτω δέ, τὰ μὲν πρωτογενῆ διαστήματα τῆς πρώτης ἀναλογίας ἔχουν ὡς βάσιν τὸν ἀριθμὸν (1), ὅστις εἶναι καὶ βάσις τοῦ πρωτογενοῦς διαστήματος διὰ πέντε, τὰ δὲ δευτερογενῆ διαστήματα τῆς σχηματισθησομένης δευτέρας ἀναλογίας, ἔχουν βάσιν τὸν ἀριθμὸν (4), ὅστις εἶναι καὶ βάσις τοῦ δευτερογενοῦς διαστήματος διὰ πέντε.

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διὰ τριῶν μείζονος (Νη $\frac{5}{4}$ Βου), ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ πρωτογενοῦς διὰ πέντε (Νη $\frac{3}{2}$ Δι) πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$) παράγεται ὁ λόγος ($\frac{15}{8}$).

Διὰ τοῦ λόγου τούτου παράγεται ἕτερον διὰ τριῶν μεῖζον — τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν δευτερογενές—, ἐν τῇ περιοχῇ τοῦ διαστήματος τοῦ πρωτογενοῦς διὰ τεσσάρων ἤτοι:

($\frac{3}{2}$ Δι $\frac{15}{8}$ Ζω) ἢ (Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω).

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ πρωτογενοῦς μείζονος τονιαίου διαστήματος (Νη $\frac{9}{8}$ πα), ἐπὶ τῶν ὅρων ἐπίσης τοῦ πρωτογενοῦς διὰ πέντε (Νη $\frac{3}{2}$ Δι), πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{9}{8} \times \frac{3}{2}$ Δι), $= \frac{27}{16}$) παράγεται ὁ λόγος ($\frac{27}{16}$). Διὰ τοῦ λόγου τούτου παράγεται ἕτερον τονιαῖον μεῖζον ἐν τῇ περιοχῇ ἐπίσης τοῦ πρωτογενοῦς διὰ τεσσάρων ἤτοι:

($\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε) ἢ (Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε).

Ἀποτέλεσμα τῶν τριῶν πολλαπλασιασμῶν:

Διὰ τοῦ πρώτου πολλαπλασιασμοῦ ἐσχηματίσθη ἡ δευτέρα ἀναλογία τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἤτοι: ($\overset{1}{\text{Νη}}$ $\frac{4}{3}$ $\overset{2}{\text{Γα}}$ $\frac{3}{2}$ Νη), καὶ συνάμα διῃρέθη τὸ ἀδιαίρετον διὰ τριῶν ἔλασσον (Βου $\frac{6}{5}$ Δι) καὶ ἐγένετο ἀπὸ δίφθογγον τρίφθογγον ἤτοι: (Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι).

Διὰ δὲ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου διπλασιασμοῦ διῃρέθη τὸ ἀδιαίρετον πρωτογενὲς διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) καὶ ἀπὸ δίφθογγον ἐγένετο τετράφθογγον ἤτοι:

(Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη) ἢ (Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη)

Διάγραμμα τῆς δευτέρας ἀναλογίας.

Νη			$\frac{2}{1}$			Νη
Νη	$\frac{4}{3}$		Γα	$\frac{2}{1}$		Νη
Νη			$\frac{15}{8}$	Ζυ	$\frac{2}{1}$	Νη
Νη	$\frac{27}{16}$			Κε	$\frac{2}{1}$	Νη

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, καὶ ἡ δευτέρα ἀναλογία εἶναι ἑπτάλογος ὅπως καὶ ἡ πρώτη.

Καὶ ὅπως ἡ πρώτη ἔχει τρεῖς μέσους ὅρους ἐκφραζομένους διὰ τῶν φθόγγων (Πα - Βου - Δι), οὕτω καὶ ἡ δευτέρα ἔχει ἐπίσης τρεῖς μέσους ὅρους ἐκφραζομένους διὰ τῶν φθόγγων (Γα — Κε — Ζω).

Διὰ τῶν ἓξ δὲ μέσων ὅρων τῶν δύο ἀναλογιῶν καὶ τῶν δύο τοῦ διαπασῶν, οἵτινες εἶναι κοινοὶ δι' ἀμφοτέρας τὰς ἀναλογίας, σχηματίζεται ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Διάγραμμα τῆς Κλίμακος.

Παλ. Δον. 1	Νη	$\frac{9}{8}$	πα	$\frac{5}{4}$	Βου	$\frac{4}{3}$	Γα	$\frac{3}{2}$	Δι	$\frac{27}{16}$	Κε	$\frac{15}{8}$	Ζω	$\frac{2}{1}$	Νη 2
Τόνοι	Νη	$\frac{9}{8}$	πα	$\frac{10}{9}$	Βου	$\frac{16}{15}$	Γα	$\frac{9}{8}$	Δι	$\frac{9}{8}$	Κε	$\frac{10}{9}$	Ζω	$\frac{16}{15}$	Νη
Μήκη χορδῶν	Νη	$\frac{8}{9}$	πα	$\frac{9}{10}$	Βου	$\frac{15}{16}$	Γα	$\frac{8}{9}$	Δι	$\frac{8}{9}$	Κε	$\frac{9}{10}$	Ζω	$\frac{15}{16}$	Νη

Τὴν κλίμακα ταύτην τὴν ὀνομάζομεν πρώτην φυσικήν, διότι ὁ σχηματισμὸς αὐτῆς γίνεται φυσικῶς: Οἱ ἀριθμοὶ παράγουν τοὺς ἀριθμούς, καὶ οἱ λόγοι τοὺς λόγους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'.

Ἡ διγένεια τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος

Ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν συμμετριῶν τῶν διαστημάτων τῶν δύο ἀναλογιῶν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος καταφαίνεται ὅτι, ἑκάστη ἀναλογία ἔχει ἰδιογενοῦς ἀριθμητικῆς συμμετρίας διαστήματα.

Διότι, ἡ μὲν πρώτη ἀναλογία ἔχει διαστήματα ἐκφερόμενα δι' ἀριθμητικῶν συμμετριῶν (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη), ἡ δὲ δευτέρα (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη).

Τὴν ἀριθμητικὴν διαφορὰν τῶν δύο ἀναλογιῶν προσεπικυροῖ καὶ ἡ ἀκουστική.

Διὰ τοῦτο καὶ τὰ διαστήματα ταῦτα ἡ μουσικὴ ὁρολογία τὰ ὀνομάζει: τῆς μὲν πρώτης ἀναλογίας φυσικά, τῆς δὲ δευτέρας Πυθαγόρεια.

Ἡμεῖς δὲ τὰ ὀνομάζομεν: Τὰ μὲν πρῶτα, ***πρώτου διατονικοῦ γένους***, τὰ δὲ ***δεύτερα, δευτέρου***.

Διότι τὰ μὲν πρῶτα παράγονται διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων, τὰ δὲ δεύτερα ἐκ τῶν πρώτων, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων.

Ἡ διὰ πέντε τῆς πρώτης ἀναλογίας ἔχει συνημμένην πρὸς τὸ ὀξὺ ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι τὴν δευτέραν διὰ τριῶν μείζονα (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω), καὶ ἡ διὰ πέντε τῆς δευτέρας τὴν ἐπὶ τὸ βαρὺ διὰ τριῶν ἐλάσσονα (Πα $\frac{32}{27}$ Γα).

Οὕτω δὲ ἡ κλῖμαξ διαιρεῖται εἰς ἓξ διὰ τριῶν ἀνὰ τρεῖς ἐξ ἑκάστου γένους ἤτοι:

Διὰ τριῶν πρώτου γένους (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω)

Διὰ τριῶν δευτέρου γένους (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{84}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη)

Αἱ διὰ τριῶν τοῦ πρώτου γένους ἄρχονται ἐκ τοῦ πρώτου φθόγγου τῆς κλίμακος καὶ ἐξελίσσονται μέχρι τοῦ ἑβδόμου, καὶ τοῦ δευτέρου ἐκ τοῦ δευτέρου μέχρι τοῦ ὀγδόου, ἢ ἐκ τοῦ ὀγδόου μέχρι τοῦ δευτέρου.

Αἱ τοῦ πρώτου γένους διὰ τριῶν περιέχουν τοὺς φθόγγους τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου, καὶ αἱ τοῦ δευτέρου περιέχουν τοὺς φθόγγους τῶν διὰ τριῶν τοῦ πρώτου. Καὶ οἱ μὲν περιέχοντες εἶναι κύριοι τῶν περιεχομένων, διότι ἀποτελοῦν σύμφωνα διαστήματα, οἱ δὲ περιεχόμενοι εἶναι ὑποτεταγμένοι ἁρμονικῶς εἰς τοὺς συμφώνους, διότι ἀποτελοῦν διάφωνα διαστήματα. Ἡ βάσις τῶν διὰ τριῶν τοῦ πρώτου γένους, ἥτις εἶναι ὁ ἀριθμὸς (1), καὶ ἡ λῆξις αὐτῶν πρὸ τοῦ ἀριθμοῦ (2) ἀποδεικνύει, ὅτι αὗται ἀνήκουν εἰς τὸ γένος τοῦ ἀριθμοῦ (1).

Καὶ ἡ βάσις τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους, ἥτις εἶναι ὁ ἀριθμὸς (2), καὶ ἡ λῆξις αὐτῶν πρὸ τοῦ ἀριθμοῦ (1) ἀποδεικνύει, ὅτι αὗται ἀνήκουν εἰς τὸ γένος τοῦ ἀριθμοῦ (2).

Οἱ φθόγγοι ἄρα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος ἀνήκουν διαδοχικῶς εἰς τὰ δύο γένη.

Οἱ μὲν (Νη — Βου — Δι — Ζω) εἰς τὸ γένος τοῦ ἀριθμοῦ (1), οἱ δὲ (Πα — Γα — Κε — Νη) εἰς τὸ γένος τοῦ ἀριθμοῦ (2).

Διαδοχικὴ διάκρισις τῶν φθόγγων.

1	2	3	4	5	6	7	8
Νη	Πα	Βου	Γα	Δι	Κε	Ζω	Νη

Οἱ μὲν φθόγγοι τοῦ ἀριθμοῦ (1) συμπίπτουν ἐπὶ περιττῶν ἀριθμῶν ἀναλόγως πρὸς τὸν βασικὸν (1) ὁ ὁποῖος εἶναι περιττός, οἱ δὲ φθόγγοι τοῦ ἀριθμοῦ (2) ἐπὶ ἀρτίων ἀναλόγως πρὸς τὸν βασικὸν (2) ὁ ὁποῖος εἶναι ἄρτιος.

Τὴν φυσικὴν διγένειαν τῶν διαστημάτων τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, τὴν ἀποδεικνύουν πασιφανῶς καὶ αἱ τέσσαρες διὰ πέντε, αἵτινες σχηματίζονται διαδοχικῶς ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι.

Διὰ πέντε πρώτου γένους.

(Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι) (Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω)

Διὰ πέντε δευτέρου γένους.

(Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε) (Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

Ἡ διγενὴς ἀριθμητικὴ ἐκφορὰ τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ, ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ἔχει δύο ἀριθμητικὰς ἐκφοράς, καὶ κατὰ συνέπειαν καὶ δύο ἐκφράσεις ἀκουστικάς: Μίαν ὡς πρώτου γένους, καὶ ἑτέραν ὡς δευτέρου.

Ὡς πρώτου γένους ἐκφέρεται ὅταν ὡς πρώτη αὐτῆς βάσις λογισθῇ ἡ πρώτη ἀναλογία, καὶ ὡς δευτέρου ὅταν ἀντὶ τῆς πρώτης, λογισθῇ ὡς πρώτη βάσις τῆς κλίμακος ἡ δευτέρα ἀναλογία.

Τὰ φυσικὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἡ κλῖμαξ ἐκφράζεται διγενῶς, εἶναι ἀκουστικὰ καὶ ἀριθμητικά.

Τὰ ἀκουστικὰ εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ὅταν ἡ πρώτη ἀναλογία λογισθῇ ὡς πρώτη βάσις τῆς κλίμακος, οἱ φθόγγοι αὐτῆς εἶναι δεσπόζοντες, καὶ τῆς δευτέρας δεσποζόμενοι.

Καὶ ὅταν, ἀντὶ τῆς πρώτης, λογισθῇ ὡς πρώτη βάσις τῆς κλίμακος ἡ δευτέρα ἀναλογία, οἱ φθόγγοι ταύτης γίνονται δεσπόζοντες, καὶ οἱ τῆς πρώτης δεσποζόμενοι. Αἱ μεταβολαὶ αὗται δὲν γίνονται κατὰ συνθήκην, ἀλλ' εἶναι φυσικαί. Καταφαίνεται δὲ τοῦτο ἐκ τῶν διὰ τριῶν ἑκάστου γένους, αἱ ὁποῖαι, ὅταν ἐπικρατεῖ τὸ πρῶτον γένος, αἱ διὰ τριῶν αὐτοῦ ἔχουν ὑποτεταγμένους τοὺς φθόγγους τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους, καὶ ἀντιθέτως, ὅταν λογίζεται ὡς πρώτη βάσις τῆς κλίμακος ἡ δευτέρα ἀναλογία, οἱ φθόγγοι τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους, ἔχουν ὑποτεταγμένους τοὺς φθόγγους τῶν διὰ τριῶν τοῦ πρώτου.

Τὰ δὲ φυσικὰ ἀριθμητικὰ αἴτια συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἡ κλῖμαξ ἐκφέρεται καὶ ἀριθμητικῶς διγενῶς εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων ἔχει ἀποδειχθῇ ὅτι ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ ἀπαρτίζεται ἐκ δύο ἀναλογιῶν, πρώτης καὶ δευτέρας. Καὶ ἡ μὲν πρώτη περιέχει τὰ πρῶτα φυσικὰ διαστήματα τοῦ πρώτου γένους, ἡ δὲ δευτέρα τὰ πρῶτα φυσικὰ τοῦ δευτέρου γένους.

Ἄρα τὰ διαστήματα τῶν δύο ἀναλογιῶν εἶναι ἅπαντα πρωτογενῆ — δηλαδὴ πρωτοπαράγωγα.

Διότι, τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς πρώτης ἀναλογίας πολλαπλασιαζόμενων, δὲν ἀναπαράγονται μόνον τὰ πολλαπλασιαζόμενα, ἀλλὰ σὺν τούτοις καὶ τὰ πρῶτα φυσικά τοῦ δευτέρου γένους.

Καὶ τὰ μὲν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων ἀναπαραγόμενα εἶναι: τὸ διὰ τεσσάρων (Νη $\frac{4}{3}$ Γα), τὸ διὰ τριῶν μεῖζον (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω), καὶ τὸ τονιαῖον μεῖζον (Δι $\frac{9}{8}$ Κε). Τὰ δὲ σὺν τούτοις παραγόμενα εἶναι: τὸ διὰ τριῶν μεῖζον (Γα $\frac{81}{64}$ Κε), καὶ τὸ διὰ τριῶν ἔλασσον (Κε $\frac{32}{27}$ Νη) ἐν τῇ δευτέρα διὰ πέντε (Γα $\frac{3}{2}$ Νη).

Ἄρα τὰ μὲν τρία πρῶτα διαστήματα (Νη $\frac{4}{3}$ Γα), (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) καὶ

(Δι $\frac{9}{8}$ Κε) εἶναι ἐκεῖνα τῶν ὁποίων οἱ ἀριθμητικοὶ ὅροι πολλαπλασιάζονται καὶ παράγονται δευτερογενῶς, τὰ δὲ (Γα $\frac{81}{64}$ Κε) καὶ (Κε $\frac{32}{27}$ Νη), καθὼς καὶ τὸ διὰ τριῶν ἔλασσον (Πα $\frac{32}{27}$ Γα), παράγονται πρωτογενῶς.

Τὰ διαστήματα ὅθεν τὰ ὁποῖα ὀνομάζομεν «δευτέραν ἀναλογίαν» ἤτοι: (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη), δὲν εἶναι δευτερογενῆ τοῦ πρώτου γένους, ἀλλὰ πρωτογενῆ τοῦ δευτέρου.

Ὀνομάζομεν δὲ τὴν ἀναλογίαν ταύτην δευτέραν, διότι παράγεται ἐκ τῆς πρώτης.

Ἐκ τῆς φυσικῆς παραγωγῆς τῶν διαστημάτων καταφαίνεται ὅτι ὁ σχηματισμὸς αὐτῶν ἐπιτελεῖται ἐκ πρωτογενῶν καὶ δευτερογενῶν ὅρων.

Ὁ πρῶτος ἀριθμητικὸς ὅρος (1), εἶναι ὁ πρῶτος πρωτογενὴς ὅρος. Μὴ ἔχων ὅμως δευτερογενῆ, δὲν ἔχει καὶ ἀναλογίαν ἁρμονικήν. Διὰ τοῦτο καὶ διπλασιάζεται καὶ παράγει τὸν δευτερογενῆ αὐτοῦ (2), καὶ δι' αὐτοῦ ἀποκτᾷ τὴν ἄμεσον αὐτοῦ ἀναλογίαν. Ἀλλὰ καὶ ὁ (2) εὑρίσκει τὴν ἄμεσον αὐτοῦ φυσικὴν ἀναλογίαν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ (1).

Διότι, ἐὰν ὁ ἀριθμὸς (1) ἀποτελεῖ τὴν πρώτην βάσιν τοῦ διαστήματος τὴν βαίνουσαν ἐκ τοῦ μείζονος πρὸς τὸ ἔλασσον — τὸν ἀριθμὸν (2) δηλαδή — καὶ ὁ ἀριθμὸς (2) ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν βάσιν τοῦ διαστήματος τὴν βαίνουσαν ἐκ τοῦ ἐλάσσοντος πρὸς τὸ μεῖζον — τὸν ἀριθμὸν (1) δηλαδή.

Ὁ ἀριθμὸς ὅθεν (2) εἶναι δευτερογενὴς ὡς πρὸς τὴν παραγωγήν, καὶ πρωτογενὴς ὡς πρὸς τὴν ἀναλογίαν ἔναντι τοῦ ἀριθμοῦ (1), διότι ὁ μὲν (1) ἐκφέρει τὸν πρωτογενῆ μείζονα ἀριθμητικὸν ὅρον, τὸν βασικόν, ὁ δὲ (2) τὸν πρωτογενῆ καὶ βασικὸν ἐλάσσονα.

Διὰ τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ λόγου τοῦ διαπασῶν (1 : 2), ἡ ἐξέλιξις τοῦ πρωτογενοὺς ἀριθμοῦ (1) ἔχει συντελεσθῆ, διότι ὁ πρωτογενὴς (1) ἔχει καὶ τὸν δευτερογενῆ αὐτοῦ (2).

Ἀλλὰ ἐὰν ὁ πρωτογενὴς (1) ἐπετέλεσε τὴν ἐξέλιξιν αὐτοῦ διὰ τῆς παραγωγῆς τοῦ δευτερογενοῦς αὐτοῦ (2), ὁ δευτερογενὴς (2), ὁ ὡς πρὸς τὴν παραγωγὴν δευτερογενὴς καὶ πρωτογενὴς ὡς πρὸς τὴν ἀναλογίαν, δὲν ἔχει ἀνάλογον δευτερογενῆ, εἰμὴ τὸν πρωτογενῆ (1).

Ἕνεκα τούτου ἀμφότεροι διπλασιάζονται καὶ παράγουν τοὺς δευτερογενεῖς αὐτῶν (2 : 4), καὶ οὕτω οἱ δύο ἀριθμοὶ συναντῶνται ἐν ὁμοιογενεῖ ἀναλογίᾳ ἤτοι: δευτερογενὴς πρὸς δευτερογενῆ.

Μεταξὺ τούτων ὅμως γεννᾶται ὁ πρωτογενὴς ἀριθμὸς (3), ὁ ὁποῖος διαχωρίζει τοὺς δύο ἀριθμοὺς ὡς συμπληρώσαντας τὴν ἐξέλιξιν αὐτῶν, καὶ ἐκ τῆς μεταξὺ τούτου καὶ τῶν παρακειμένων αὐτῷ δευτερογενῶν ἀριθμῶν ἤτοι: (2 : 3 : 4), σχηματίζονται δύο νέα πρωτογενῆ διαστήματα: Τὸ διὰ πέντε (2 : 3) καὶ τὸ διὰ τεσσάρων (3 : 4).

Ὅπως δὲ καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων καὶ τῶν δύο τούτων διαστημάτων, οἱ λόγοι αὐτῶν ἀποτελοῦνται ἐκ πρωτογενῶν καὶ δευτερογενῶν ἀριθμητικῶν ὅρων.

Εἰς τὸν λόγον τοῦ διὰ πέντε (2 : 3), ὁ μὲν ἀριθμὸς (2) εἶναι δευτερογενής, διότι εἶναι ὁ διπλασιασθεὶς ἀριθμὸς (1), ὁ δὲ (3) εἶναι πρωτογενής, διότι παρήχθη μεταξὺ τῶν διπλασίων ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν (2 : 4).

Ἐπίσης εἰς τὸν λόγον τοῦ διὰ τεσσάρων (3 : 4) ὁ μὲν (3) εἶναι ὁ πρωτογενὴς μέσος, ὁ δὲ (4) ὁ δευτερογενὴς τοῦ ἐλάσσονος ὅρου τοῦ διαστήματος διαπασῶν.

Αἱ αὐταὶ φυσικαὶ ἀναλογίαι διέπουν ἅπασαν τὴν φυσικὴν ἐξέλιξιν τῶν διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγομένων πρωτογενῶν διαστημάτων.

Οὐδὲν πρωτογενὲς ἄνευ δευτερογενοῦς.

Ἐπὶ τῆς φυσικῆς ταύτης ἀρχῆς στηρίζεται ἡ σύνθεσις τοῦ πρώτου ἀριθμητικοῦ λόγου, καὶ ἐπὶ ταύτης γίνεται ἅπασα ἡ ἐξέλιξις τῶν διαστημάτων καὶ αἱ συνθέσεις τῶν κλιμάκων.

Τὰ διαστήματα ἐπαναλαμβάνουν φυσικῶς ἄλληλα, κατ' ἀναλογίαν πρὸς τοὺς δύο ἀριθμητικοὺς ὅρους τοῦ διαπασῶν (1) καὶ (2), οἵτινες ἀλληλοεκφέρονται.

Μονομερῆ πρωτογενῆ διαστήματα εἶναι μόνον τὰ διὰ τριῶν μέσα ἤτοι: Τὸ πρωτογενὲς διὰ τριῶν ἔλασσον τοῦ πρώτου γένους (Βου $\frac{6}{5}$ Δι) καὶ τὸ διὰ τριῶν μεῖζον τοῦ δευτέρου γένους (Γα $\frac{81}{64}$ Κε). Ἐπαναλαμβάνονται ὅμως καὶ ταῦτα δευτερογενῶς εἰς τὰς ἐκ τῶν βάσεων αὐτῶν σχηματιζομένας κλίμακας.

Αἱ μονομερεῖς αὗται διὰ τριῶν ἔχουν ἁρμονικὸν προορισμὸν νὰ σχηματίζουν τὰς πρώτας καὶ δευτέρας ἀναλογίας τοῦ διὰ πέντε, ὅπως σχηματίζονται καὶ αἱ τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἤτοι:

Πρώτη ἀναλογία τοῦ διαστήματος διὰ πέντε τοῦ πρώτου γένους:

$$\text{Νη}\ \frac{5}{4}\ \text{Βου}\ \frac{6}{5}\ \text{Δι}$$

Δευτέρα τοῦ αὐτοῦ γένους

$$\text{Βου}\ \frac{6}{5}\ \text{Δι}\ \frac{5}{4}\ \text{Ζω}$$

Πρώτη ἀναλογία τοῦ διαστήματος διὰ πέντε τοῦ δευτέρου γένους

$$\text{Γα}\ \frac{81}{64}\ \text{Κε}\ \frac{32}{27}\ \text{Νη}$$

Δευτέρα τοῦ αὐτοῦ γένους

$$\text{Πα}\ \frac{32}{27}\ \text{Γα}\ \frac{81}{64}\ \text{Κε}$$

Αἱ ἀναλογίαι τοῦ διὰ πέντε τοῦ δευτέρου γένους σχηματίζονται οὕτω, διότι ἡ ἐκφορά, ἢ μᾶλλον ἡ παραγωγὴ τοῦ δευτέρου διαστηματικοῦ γένους γίνεται ἐκ τοῦ φθόγγου (Γα), καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ κλῖμαξ δὲν ἔχει ὡς βάσιν τὸν πρῶτον φθόγγον ἢ τὸν ὄγδοον, ἀλλὰ τὸν δευτερογενῆ μέσον ὅρον τοῦ διαστήματος διαπασῶν, ὁ ὁποῖος ἐκφράζεται διὰ τοῦ τετάρτου φθόγγου (Γα).

Ἐκ τῶν ἤδη ἐκτεθέντων φυσικῶν λόγων κατεδείχθη ὅτι οὐδὲν πρωτογενὲς ὑπάρχει ἄνευ δευτερογενοῦς.

Ἄρα καὶ ἡ πρωτογενὴς ἀναλογία τοῦ δευτέρου γένους ὀφείλει νὰ ἔχῃ τὴν δευτερογενῆ αὐτῆς.

Ὅτι δὲ τὸ τοιοῦτον ἐπιβάλλεται συνεπείᾳ τῶν ὡς ἄνω ἐκτεθέντων λόγων ἀποδεικνύεται καὶ ἐκ τῆς ἀτελοῦς ἀριθμητικῆς ἐξελίξεως τὴν ὁποίαν ἐμφανίζει ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ συνεπείᾳ τῆς ἐλλείψεως τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους.

Διότι: Ἐνῶ τὰ σύμφωνα διαστήματα ἑκάστου γένους εἶναι ἐπακριβῶς κύρια τοῦ ἡμίσεος διαστήματος διαπασῶν, τὰ τονιαῖα — διάφωνα — τοῦ πρώτου γένους, κατέχουν καὶ τὸ περιεχόμενον διάστημα τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους (Πα $\frac{32}{27}$ Γα) καὶ (Κε $\frac{32}{27}$ Νη)

Καὶ οὕτω ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ ἐμφανίζει τὸ συμμετρικῶς ἀνακόλουθον νὰ εἶναι δηλαδὴ τὰ μὲν κύρια — σύμφωνα — δευτέρου γένους, τὰ δὲ ὑποτεταγμένα πρώτου ἤτοι:

(Πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{16}{15}$ Γα) καὶ (Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη)

Τὴν φυσικὴν ταύτην δυσγένειαν ἀκριβῶς μεταβάλλει εἰς ὁμογένειαν ἡ παραγωγὴ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους.

Παραγωγὴ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους.

Τὰ κύρια διαστήματα τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους, καὶ τῶν ὁποίων οἱ ἀριθμητικοὶ ὅροι πολλαπλασιάζονται διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς δευτέρας, εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ πολλαπλασιαζόμενα τοιαῦτα τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ πρώτου γένους.

Ἐκ τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ πρώτου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1) καὶ παράγεται τὸ διὰ τεσσάρων (Νη $\frac{4}{3}$ Γα).

Ὡσαύτως ἐκ τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ διὰ τεσσάρων (Νη $\frac{4}{3}$ Γα) ἐπὶ τῶν ἑαυτοῦ ὅρων — διότι βάσις τῆς δευτέρας ἀναλογίας ($\overset{3}{\text{Νη}}$ — $\overset{4}{\text{Γα}}$ — $\overset{6}{\text{Νη}}$) εἶναι ὁ δευτερογενὴς μέσος ὅρος τοῦ διαπασῶν (4) —, ἤτοι:

($\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$) καὶ παράγεται τὸ διὰ τεσσάρων (Γα $\frac{4}{3}$ Ζω).

Ἐκ τῆς πρώτης τοῦ πρώτου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ διὰ τριῶν μείζονος (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ διὰ πέντε (Νη $\frac{3}{2}$ Δι), καὶ παράγεται τὸ διὰ τριῶν μεῖζον (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω).

Ὡσαύτως ἐκ τῆς πρώτης τοῦ δευτέρου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ διὰ τριῶν μείζονος (Γα $\frac{81}{64}$ Κε) ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1) — διότι στερεῖται διὰ τριῶν μείζονος δευτέρου γένους —, ἤτοι: ($\frac{81}{64} \times \frac{1}{1} = \frac{81}{64}$) καὶ παράγεται δευτερογενὲς διὰ τριῶν μεῖζον τοῦ δευτέρου γένους (Νη $\frac{81}{64}$ Βου).

Ἐκ τῆς πρώτης τοῦ πρώτου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ βασικοῦ τονιαίου διαστήματος — τῆς πρώτης διὰ τριῶν μείζονος — (Νη $\frac{9}{8}$ Πα) ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ διὰ πέντε ἤτοι:

($\frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$) καὶ παράγεται τὸ τονιαῖον (Δι $\frac{9}{8}$ Κε)

῾Ωσαύτως ἐκ τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους πολλαπλασιάζονται οἱ ὅροι τοῦ τονιαίου διαστήματος τῆς πρώτης διὰ τριῶν μείζονος (Γα $\frac{9}{8}$ Δι) ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) καὶ παράγεται τὸ τονιαῖον διάστημα Νη $\frac{9}{8}$ Πα).

Πρωτογενῆ διαστήματα τοῦ δευτέρου γένους, ἢ τῆς πρώτης αὐτοῦ ἀναλογίας :

(1 Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Νη 2)

Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη

Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε

Δευτερογενῆ διαστήματα τοῦ δευτέρου γένους, ἢ τῆς δευτέρας αὐτοῦ ἀναλογίας :

1 Νη $\frac{16}{9}$ Ζυ $\frac{9}{8}$ Νη 2

Νη $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα

Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{9}{8}$ Βου

Τὸ διὰ τῶν διδύμων ἀναλογιῶν πρώτης καὶ δευτέρας τοῦ πρώτου γένους, καὶ πρώτης καὶ δευτέρας τοῦ δευτέρου γένους, σχηματιζόμενον τέλειον φυσικὸν διάγραμμα :

Π. Δ. 1 Νη $\frac{9}{8}$ πα $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{3}{4}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη 2

Τόν. Νη $\frac{9}{8}$ πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{81}{80}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{135}{128}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη

Μ. Χ. Νη $\frac{8}{9}$ πα $\frac{9}{10}$ Βου $\frac{80}{81}$ Βου $\frac{243}{256}$ Γα $\frac{8}{9}$ Δι $\frac{8}{9}$ Κε $\frac{243}{256}$ Ζω $\frac{128}{135}$ Ζω $\frac{15}{16}$ Νη

῞Οπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, διὰ τῶν δευτερογενῶν διαστημάτων τοῦ δευτέρου γένους δύο μόνον νέοι ὅροι παράγονται ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι, οἱ ὁποῖοι τοὺς φθόγγους (Βου) καὶ (Ζω) τοῦ πρώτου γένους τοὺς ἐκφέρουν δι᾽ ἀριθμητικῶν συμμετριῶν δευτέρου ἤτοι :

᾽Αντὶ (Νη $\frac{9}{8}$ πα $\frac{10}{9}$ Βου) καὶ (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω),

ὡς (Νη $\frac{9}{8}$ πα $\frac{9}{8}$ Βου) καὶ (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω)

᾽Αλλ᾽ ὅπως καταφαίνεται καὶ ἐκ τῶν ἀριθμῶν, καὶ αἱ διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους εὑρίσκουν διὰ τῶν μέσων τούτων ὅρων τὴν φυσικὴν ὁμογένειαν αὐτῶν, διότι καὶ οἱ περιέχοντες φθόγγοι τῶν διὰ τριῶν καὶ οἱ περιεχόμενοι ἐν αὐταῖς ἔχουν τοῦ αὐτοῦ γένους συμμετρίας.

῞Ετερα φυσικὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἐπιβάλλεται ἡ παραγωγὴ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους, καὶ δι᾽ αὐτῆς νὰ διαιρεθοῦν αἱ διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους (Πα $\frac{32}{27}$ Γα) καὶ (Κε $\frac{32}{27}$ Νη) καὶ εἰς ἀναλόγους τονιαίας συμμετρίας εἶναι ὅτι, οἱ φθόγγοι (Βου) καὶ (Ζω), εἶναι οἱ παράγοντες φθόγγοι τοῦ πρώτου γένους, καὶ κατὰ συνέπειαν εἶναι οἱ κυρίως βασικοὶ φθόγγοι τοῦ πρώτου γένους.

Παράγοντες δὲ φθόγγοι ἀμφοτέρων τῶν γενῶν εἶναι ἐκεῖνοι οἵτινες ἐκφράζουν τοὺς μέσους ὅρους τῶν διὰ πέντε.

Τὸ πρῶτον γένος ἔχει πρωτογενῆ μέσον φθόγγον τὸν (Βου) καὶ δευτερογενῆ τὸν (Ζω), διότι ὁ (Ζω) εἶναι ἀναπαράγωγος τοῦ (Βου).

Καὶ ὁ μὲν (Βου) διαιρεῖ τὸ διὰ πέντε εἰς δύο σύμφωνα διὰ τριῶν πρώτου γένους (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι), ὁ δὲ (Ζω) θεμελιοῖ τὸ ἐπαναλαμβανόμενον δεύτερον τοιοῦτον (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα) εἰς τὴν δευτέραν κλίμακα (Πα — Πα).

Τὸ δεύτερον γένος ἔχει δύο παράγοντας φθόγγους ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι, ἀμφοτέρους πρωτογενεῖς, τοὺς (Γα) καὶ (Κε).

Καὶ ὁ μὲν πρῶτος διαιρεῖ τὸ διὰ πέντε (Πα— Κε) εἰς (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε), ὁ δὲ δεύτερος τὸ διὰ πέντε (Γα — Νη) εἰς (Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη).

Τὸ δεύτερον γένος εἶναι παράγωγον τοῦ πρώτου, καὶ κατὰ συνέπειαν ὅταν ἡ πρώτη ἀναλογία ἀποτελεῖ τὴν πρώτην βάσιν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, οἱ φθόγγοι τοῦ δευτέρου γένους ὡς παράγωγοι ἀκολουθοῦν τοὺς παράγοντας φυσικῶς.

Ὅταν δὲ ἀντὶ τῆς πρώτης τοῦ πρώτου γένους, ἐπικρατήσουν ὡς δεσπόζοντες οἱ φθόγγοι τῆς πρώτης τοῦ δευτέρου γένους, οἱ φυσικοὶ ὅροι ἀντιστρέφονται, διότι οἱ παράγωγοι γίνονται παράγοντες, καὶ οἱ παράγοντες παράγωγοι.

Τὸ τοιοῦτον εἶναι ἀντίθετον πρὸς τὴν φυσικὴν ἐξέλιξιν τοῦ ἀριθμητικοῦ λόγου, καὶ τὴν ἀφύσικον ταύτην δυσαρμονίαν τὴν μεταβάλλει εἰς φυσικήν, ἡ δευτέρα ἀναλογία τοῦ δευτέρου γένους, ἥτις παράγει ἀναλόγους ὅρους, δυνάμει τῶν ὁποίων ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τοῦ πρώτου γένους, ἐκφράζεται καὶ καθαρὰ δευτέρου.

Τὴν κλίμακα ὅθεν ταύτην, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν οἱ ἀριθμοί, καὶ οὐχὶ οἱ κατὰ συνθήκην ὑπολογισμοί, ὀνομάζομεν φυσικὴν καὶ διγενῆ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ΄.

Διαφορὰ τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος πρὸς τὴν φυσικὴν τοῦ Zarlino, καὶ τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ Οἰκουμενικοῦ Πατριαρχείου.

Ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ συνεπείᾳ τοῦ φυσικοῦ αὐτῆς σχηματισμοῦ, διαφέρει τῆς φυσικῆς τοῦ Zarlino, καθὼς καὶ τῆς κλίμακος τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ Οἰκουμενικοῦ Πατριαρχείου, τῆς καθορισάσης τὰ διαστήματα τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ἐν ἔτει 1881.

Ἡ κλῖμαξ Zarlino ἔχει ὑποβιβασμένον τὸ φυσικὸν ὕψος τοῦ ἕκτου φθόγγου (Κε) ἢ (La) καὶ ἡ τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ τρίτου φθόγγου (Βου) ἢ (Μι), καθὼς καὶ τοῦ ἀναπαραγώγου τούτου (Ζω) ἢ (Si).

Λέγομεν δὲ τὸ φυσικὸν ὕψος τοῦ ἕκτου φθόγγου, διότι διὰ τῆς ὑποβιβάσεως ταύτης ἐπέρχονται ἐν τῇ κλίμακι Zarliro αἱ ἑξῆς ἀναλογικαὶ δυσαναλογίαι, ὡς πρὸς τὴν φυσικὴν σύνθεσιν τῶν διαστημάτων.

α'.) Ἐνῷ τὰ φυσικὰ τετράχορδα εἶναι ὁμοειδῆ ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Πα} \ \tfrac{10}{9} \ \text{Βου} \ \tfrac{16}{15} \ \text{Γα}) \ \tfrac{9}{8} \ (\text{Δι} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Κε} \ \tfrac{10}{9} \ \text{Ζυ} \ \tfrac{16}{15} \ \text{Νη}),$$

διὰ τῆς ὑποβιβάσεως τοῦ ἕκτου φθόγγου γίνονται ἑτεροειδῆ ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Πα} \ \tfrac{10}{9} \ \text{Βου} \ \tfrac{16}{15} \ \text{Γα}) \ \tfrac{9}{8} \ (\text{Δι} \ \tfrac{10}{9} \ \text{Κε} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Ζω} \ \tfrac{16}{15} \ \text{Νη})$$

β'.) Ἐνῷ τὰ φυσικὰ διὰ πέντε εἶναι ὁμοειδῆ διαδοχικῶς ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Δι}) \quad (\text{Πα} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Κε}) \quad (\text{Βου} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Ζω}) \quad (\text{Γα} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Νη}),$$

διὰ τοῦ ὑποβιβασμοῦ γίνονται ταῦτα ἑτεροειδῆ ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Δι}) \quad (\text{Πα} \ \tfrac{40}{27} \ \text{Κε}) \quad (\text{Βου} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Ζυ}) \quad (\text{Γα} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Νη})$$

γ'.) Ἐνῷ τὰ φυσικὰ διὰ τριῶν εἶναι ἀνὰ τρία ἐξ ἑκάστου γένους ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Βου} \ \tfrac{6}{5} \ \text{Δι} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Ζυ}) \qquad (\text{Πα} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Γα} \ \tfrac{81}{64} \ \text{Κε} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Νη}),$$

διὰ τῆς ὑποβιβάσεως τοῦ ἕκτου φθόγγου γίνονται πέντε πρώτου γένους ἤτοι:

$(\text{Νη} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Βου} \ \tfrac{6}{5} \ \text{Δι} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Ζυ})$ $(\text{Γα} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Κε} \ \tfrac{6}{5} \ \text{Νυ})$ καὶ ἓν μόνον δευτέρου τὸ $(\text{πα} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Γα})$

Ἡ ἐπερχομένη σύγχυσις εἰς τὰ διὰ τριῶν διὰ τῆς ὑποβιβάσεως τοῦ ἕκτου φθόγγου ὑπὸ τοῦ Zarlino γίνεται καταφανὴς ἐκ τῆς μίξεως αὐτῶν.

Ἡ μῖξις τῶν διὰ τριῶν εἶναι ἀντίθετος πρὸς τὴν φυσικὴν παραγωγὴν τῶν διαστημάτων, διότι, ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, τὰ διὰ τριῶν παράγονται ἀνὰ δύο σύνθετα, μεῖζον τὸ μὲν καὶ ἔλασσον τὸ δέ, καὶ ἕκαστον ἐξ αὐτῶν περιέχει ἀνὰ ἕνα φθόγγον ἀνήκοντα εἰς τὰ διὰ τριῶν τοῦ ἑτέρου γένους.

Ἡ παραγωγὴ τῶν διὰ τριῶν γίνεται διὰ τοῦ μέσου ὅρου τοῦ διὰ πέντε. Διαιρεῖται δηλαδὴ τὸ διὰ πέντε, διὰ τοῦ μέσου αὐτοῦ ἀριθμητικοῦ ὅρου, εἰς δύο ἡμιτόνια — διὰ τριῶν — καὶ οὕτω σχηματίζονται ταῦτα σύνθετα καὶ ἀδιαχώριστα, ὅπως διαιρεῖται καὶ τὸ διαπασῶν διὰ τοῦ μέσου αὐτοῦ ἀριθμητικοῦ ὅρου εἰς δύο ἡμιτόνια σύνθετα καὶ ἀδιαχώριστα.

Καὶ ἡ μὲν τριλογία τοῦ διαπασῶν δίδει τὴν βάσιν τῆς κλίμακος, ἡ δὲ τριλογία τοῦ διὰ πέντε τὸ γένος αὐτῆς.

Εἶναι πιθανὸν ὅτι ὁ Zarlino διέπραξεν ἐν ἐπιγνώσει τὸ σφάλμα τοῦτο διὰ νὰ τοποθετήσῃ τὴν δι' ἓξ μείζονα συμφωνίαν ἐπὶ τοῦ βασικοῦ φθόγγου (Νη).

Ὅπως ὅμως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ὅλα τὰ διαστήματα δὲν παράγονται ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (1) ἐπὶ τοῦ βασικοῦ δηλαδὴ φθόγγου.

Ἕκαστον διάστημα ἔχει τὴν φυσικὴν θέσιν, τῆς παραγωγῆς αὐτοῦ, οὐχὶ μόνον ἀριθμητικῶς, ἀλλὰ καὶ ἀκουστικῶς.

Τὸ διὰ πέντε ἔχει βάσιν τὸν πρῶτον φθόγγον, καὶ τὸ διὰ τεσσάρων τὸν πέμπτον, διότι ἀμφότερα τὰ παράγει ὁ μέσος ὅρος τοῦ διαπασῶν, ὁ ὁποῖος διαιρεῖ τοῦτο εἰς δύο ἡμιτόνια.

Αἱ θέσεις αὗται τῶν δύο τούτων διαστημάτων εἶναι αἱ φυσικώτεραι ἀπό τε ἀριθμητικῆς καὶ ἀκουστικῆς ἀπόψεως, διότι εἶναι αἱ πρωτογενεῖς αὐτῶν θέσεις.

Διὰ τοῦτο καὶ ἀποτελοῦν τὴν πρώτην τρίλογον ἀναλογίαν τοῦ διαπασῶν ἤτοι:

$$\text{Νη} \quad \tfrac{2}{1} \quad \text{Νη}$$
$$\text{Νη} \quad \tfrac{3}{2} \quad \text{Δι} \quad \tfrac{4}{3} \quad \text{Νη}$$

Τὸ διὰ πέντε καὶ τὸ διὰ τεσσάρων ἀναπαραγόμενα, σχηματίζουν τὴν δευτέραν τρίλογον ἀναλογίαν τοῦ διαπασῶν ἤτοι:

$$\text{Νη} \quad \tfrac{2}{1} \quad \text{Νη}$$
$$\text{Νη} \quad \tfrac{4}{3} \quad \text{Γα} \quad \tfrac{3}{2} \quad \text{Νη}$$

Ἐν τῇ δευτέρᾳ ταύτῃ, τριλόγῳ ἀναλογίᾳ τὰ διαστήματα διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων δὲν κατέχουν τὴν πρωτογενῆ αὐτῶν θέσιν, ἀλλὰ τὴν δευτερογενῆ.

Διὰ τοῦτο καὶ ἡ ἀκουστικὴ αὐτῶν δὲν εἶναι οἵα ἡ τῆς πρωτογενοῦς αὐτῶν θέσεως.

Ἀλλ' ἐὰν ὁ Zarlino μετέφερε τῆς δι' ἓξ μείζονα ($\frac{5}{3}$) ἐπὶ τοῦ βασικοῦ φθόγγου (Νη $\frac{5}{3}$ Κε), διατὶ τὴν δι' ἓξ ἐλάσσονα ($\frac{8}{5}$) τὴν ἐγκατέλειψε ἐπὶ τῆς φυσικῆς αὐτῆς θέσεως ($\frac{5}{4}$) (Βου $\frac{8}{5}$ Νη);

Ἡ ἁρμονικὴ σύνθεσις τῆς δι' ἓξ ἐλάσσονος συμφωνίας διδάσκει ὅτι τὰ δι' ἓξ διαστήματα εἶναι ἑτεροσύνθετα—δὲν παράγονται δηλαδὴ διὰ κοινοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ὅρου—, καὶ ὅτι συντίθενται ταῦτα ἐκ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ τριῶν.

Τὸ μὲν δι' ἓξ μεῖζον ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) καὶ τοῦ διὰ τριῶν μείζονος τοῦ δευτέρου διαπασῶν (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) ἤτοι:

(Δι $\frac{5}{3}$ Βου) ἢ (Νη $\overset{1}{\frac{3}{2}}$ Δι $\overset{2}{\frac{16}{15}}$ Βου), ἡ δὲ δι' ἓξ ἐλάσσων ($\frac{24}{15}$) — ἡ ἀντίστοιχος τῆς δι' ἓξ μείζονος — σχηματίζεται διὰ τῆς διὰ τριῶν ἐλάσσονος (Βου $\frac{6}{5}$ Δι) καὶ τῆς αὐτῆς διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) ἤτοι: (Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{24}{15}$ Νη).

Αἱ δύο αὗται συμφωνίαι στηρίζονται ἀναλογικῶς ἐπὶ τῆς πρώτης ἀναλογίαις τοῦ πρώτου γένους.

Τὸ δὲ σφάλμα τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ Οἰκουμενικοῦ Πατριαρχείου περὶ τοῦ ὕψους τοῦ τρίτου φθόγγου (Βου) καὶ τοῦ ἀναπαραγώγου αὐτοῦ (Ζω), προῆλθε - κατὰ τὴν ἡμετέραν ἀντίληψιν ἐκ τοῦ ἐσφαλμένου συστήματος τὸ ὁποῖον εἶχεν αὕτη ὡς βάσιν πρὸς ἐξακρίβωσιν τοῦ σταθεροῦ ὕψους τῶν φθόγγων.

Ὅτι δὲ τὸ σύστημα τὸ ὁποῖον εἶχεν αὕτη ὡς βάσιν δὲν ἦτο ὀρθὸν καταφαίνεται ἐκ τοῦ σχετικοῦ χωρίου τὸ ὁποῖον παραθέτει αὕτη περὶ τοῦ τρίτου φθόγγου (Βου).

Τὸ χωρίον τοῦτο διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «Ἀντικείμενον ἐπανειλημμένων δοκιμῶν ἐγένετο τὸ μῆκος τῆς χορδῆς διὰ τὸν φθόγγον (Βου), ἡ μέση αὐτοῦ ἀξία εὑρέθη οὖσα (0,810) ἐπὶ χορδῆς ἑνὸς μέτρου». «Στοιχειώδης Διδασκαλία τῆς Ἐκκλησιαστικῆς Μουσικῆς, ἐκπονηθεῖσα ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ Ψαλτηρίου, ὑπὸ τῆς Μουσικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ Οἰκουμενικοῦ Πατριαρχείου ἐν ἔτει 1881 σελ. 14».

Ἐκ τῆς διατυπώσεως τοῦ χωρίου διαφαίνεται ὅτι τὸ ὕψος τοῦ φθόγγου (Βου) δὲν καθωρίσθη θετικῶς, ὅπως καὶ τῶν λοιπῶν φθόγγων, ἀλλὰ μᾶλλον κατὰ συμβιβασμόν.

Ἐκ τούτου ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ ληφθὲν βασικὸν σύστημα δὲν ἦτο τὸ ἐνδεδειγμένον.

Τοιοῦτον δὲ εἶναι τὸ σύστημα τῶν δεσποζόντων φθόγγων καὶ τῶν ἀπηχημάτων.

Ὁ φθόγγος (Βου) ἔχει τὸ ἐκφραστικώτερον ἀπήχημα πρὸς καθορισμὸν τοῦ φυσικοῦ αὐτοῦ ὕψους, τὸ ὁποῖον οὐδεὶς νόμος δύναται νὰ κλονίσῃ.

Ὁ φθόγγος (Βου) ἀποτελεῖ τὸν βασικὸν φθόγγον τοῦ ἤχου «λέγετος».

Τὸ ἀπήχημα αὐτοῦ δὲν ἐκφράζεται ἐκ τοῦ βαρέος πρὸς τὸ ὀξύ, ἀλλ' ἐκ τοῦ ὀξέος ἐπὶ τὸ βαρύ.

Ἄρχεται ἐκ τοῦ πρωτογενοῦς μέσου φθόγγου τοῦ διαπασῶν (Δι) καὶ κατέρχεται εἰς τὸν (Βου) ἤτοι:

$$(\text{Δι}\ \tfrac{9}{8}\ \text{Γα}\ \tfrac{16}{15}\ \text{Βου})\ \text{ἢ}\ (\text{λε}\ \tfrac{9}{8}\ \text{Γε}\ \tfrac{16}{15}\ \text{τος}).$$

Ἡ κατάληξις τοῦ ἀπηχήματος ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Βου), εἶναι τόσον θετική, ὅσον καὶ ἡ τοῦ βασικοῦ τῆς κλίμακος (Νη).

— Τὸ αὐτὸ ἀπήχημα ἔχει καὶ ὁ ἦχος βαρύς — ὁ διατονικὸς ἐπονομαζόμενος ἤτοι:

Ἀντὶ ἐκ τῆς Βάσεως (Δι), ἐκ τῆς τοῦ (Πα).

$$\text{Καὶ ἀντὶ}\ (\text{Δι}\ \tfrac{9}{8}\ \text{Γα}\ \tfrac{16}{15}\ \text{Βου})\ (\text{Πα}\ \tfrac{9}{8}\ \text{Νη}\ \tfrac{16}{15}\ \text{Ζω}).$$

Τοῦτο δὲ διότι ὁ φθόγγος (Ζω) εἶναι ὁ δευτερογενὴς (Βου). Διὰ τοῦτο καὶ ἔχουν ἀμφότεροι τὰς ἰδίας κλίμακας καὶ διαφέρουν μόνον ὡς πρὸς τὴν θέσιν τοῦ ὕψους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ΄.

Παραβολὴ τῶν διαστημάτων τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος πρὸς τὰ διαστήματα τῶν κλιμάκων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Τὰ διαστήματα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος ἐκφράζονται ἀκουστικῶς διὰ τῶν μελῶν τοῦ πλαγίου τετάρτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς. Καὶ ὅπως ἡ κλῖμαξ ἐκφέρεται ἀριθμητικῶς εἰς δύο γένη, οὕτω καὶ τὰ μέλη τοῦ ἤχου τούτου ἐκφράζονται εἰς δύο γένη.

Τὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ὁ ἦχος πλάγιος τοῦ τετάρτου ἐκφράζει τὰς μελῳδίας αὐτοῦ εἰς δύο γένη, εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ ἀριθμητικὰ τοιαῦτα, τὰ ὁποῖα μετατρέπουν τὴν πρώτην κλίμακα εἰς πρώτου ἢ δευτέρου γένους.

Ἡ διγενὴς ἐκφορὰ τῆς πρώτης κλίμακος ὀφείλεται εἰς τὰς δύο ἑτερογενεῖς ἀναλογίας. Καὶ ἡ διγενὴς ἔκφρασις τοῦ ἤχου ὀφείλεται εἰς τὰ δύο διάφορα Μουσικὰ συστήματα ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐξελίσσονται τὰ μέλη.

Τὰ συστήματα ταῦτα εἶναι: τὸ διαπασῶν καὶ τὸ τετράχορδον.

Τὸ μὲν διαπασῶν ἐκφράζει τὰ διαστήματα τῆς πρώτης ἀναλογίας, τὸ δὲ τετράχορδον τὰ τῆς δευτέρας.

Τὸ τοιοῦτον ἀποδεικνύεται ἐκ τῆς θεωρητικῆς καὶ ἀκουστικῆς συγκρίσεως τῶν φθόγγων τῶν ἀναλογιῶν πρὸς τοὺς δεσπόζοντας φθόγγους τῶν μελῶν τῶν δύο Μουσικῶν συστημάτων. Ἡ πρώτη ἀναλογία ἐκφράζεται ἀκουστικῶς διὰ τῆς τετραφθόγγου συγχορδίας (Νη—Βου - Δι—Νη). Ἀντιστοίχως καὶ τὰ μέλη τοῦ πλαγίου τετάρτου τὰ ὁποῖα βαίνουν διὰ τοῦ συστήματος διαπασῶν ἔχουν τοὺς αὐτοὺς φθόγγους δεσπόζοντας μελῳδικῶς.

Ἡ δευτέρα ἀναλογία ἐκφράζεται ἀκουστικῶς διὰ τῆς τετραφθόγγου συγχορδίας (Νη—Γα—Κε—Νη). Ἀντιστοίχως καὶ τὰ μέλη τοῦ ἤχου τὰ ὁποία βαίνουν διὰ τοῦ τετραχόρδου συστήματος ἔχουν τοὺς αὐτοὺς φθόγγους δεσπόζοντας.

Ἡ πρώτη ἀναλογία ἔχει βάσιν τὸν πρῶτον φθόγγον τῆς κλίμακος (Νη) καὶ ἡ δευτέρα τὸν τέταρτον (Γα). Ὁμοίως καὶ τὰ μέλη τὰ βαίνοντα διὰ τοῦ διαπασῶν ἔχουν βάσιν τὸν (Νη) καὶ κατὰ τὸ τετράχορδον τὸν (Γα).

Ὅπως λοιπὸν ἡ πρώτη κλίμαξ ἐκφέρεται ἀριθμητικῶς πρώτου ἢ δευτέρου γένους δυνάμει τῆς ἀναλογίας ἥτις λογίζεται ὡς βασική, οὕτω καὶ τὰ μέλη τοῦ πλαγίου τετάρτου ἐκφράζονται πρώτου ἢ δευτέρου γένους, δυνάμει τοῦ μουσικοῦ συστήμστος ἐφ' οὗ ἐξελίσσονται.

Παράδειγμα τῆς διγενοῦς ἐκφράσεως τοῦ ἤχου πλαγίου τετάρτου εἶναι τὰ ἀναστάσιμα αὐτοῦ. Τὰ μὲν ἑσπέρια, ἀπόστιχα καὶ αἶνοι ἐκφράζονται εἰς πρῶτον γένος, τὰ δὲ ἀπολυτίκια, καθίσματα καὶ κανόνες εἰς δεύτερον. Αἱ καταβασίαι «Σταυρὸν χαράξας», ἡ μὲν πρώτη καὶ τετάρτη ᾠδὴ ἐκφράζονται εἰς δεύτερον γένος, αἱ δὲ λοιπαὶ εἰς πρῶτον. Τὸ «Ἰδοὺ ὁ Νυμφίος» ἀργὸν καὶ σύντομον ἐκφράζονται εἰς δεύτερον γένος. Ἐπίσης καὶ τὸ «Ὅτε οἱ ἔνδοξοι Μαθηταί». Τὸ «Τῇ ὑπερμάχῳ» σύντομον καὶ ἀργὸν εἰς πρῶτον.

Ἐκτὸς τῶν παραδειγμάτων τούτων ὑπάρχουν καὶ αὐτοτελῆ διγενῆ μέλη, ὅπως τὸ κάθισμα «Τὴν Σοφίαν καὶ Λόγον» καὶ τὰ μεγάλα προκείμενα τῆς Μεγάλης Τεσσαρακοστῆς «Μὴ ἀποστρέψῃς», «Ἔδωκας κληρονομίαν».

Τὰ διγενῆ μέλη ὀφείλονται εἰς τὰς μεταλλαγὰς τῶν δεσποζόντων φθόγγων. Μέλος πρώτου γένους εἰς τὸ ὁποῖον ὑπεισέρχονται ὡς δεσπόζοντες, φθόγγοι τῆς δευτέρας ἀναλογίας (Νη—Γα—Κε—Νη) καὶ μιᾶς τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους (Πα—Γα—Κε—Νη) μεταβάλλεται εἰς δεύτερον. Καὶ μέλος τοῦ δευτέρου γένους εἰς τὸ ὁποῖον ὑπεισέρχονται ὡς δεσπόζοντες, φθόγγοι τῆς πρώτης ἀναλογίας (Νη—Βου—Δι—Νη) ἢ μιᾶς τῶν διὰ τριῶν τοῦ πρώτου γένους (Νη—Βου—Δι—Ζω), μεταβάλλεται εἰς πρῶτον.

Ἐκτὸς τῶν διγενῶν μελῶν καὶ τῶν μερικῶν μεταβολῶν αὐτῶν, ὑπάρχουν καὶ αἱ μεταξὺ τῶν δύο γενῶν φυσικαὶ ἀλληλεπιδράσεις. Αὗται σχηματίζονται συνεπείᾳ ὑπολανθανουσῶν παρεμβάσεων ἑτερογενῶν φθόγγων ὡς δεσποζόντων ἄνευ συγκεκριμμένης ἐπικρατήσεως. Αἱ ἀλληλεπιδράσεις ἐκδηλοῦνται ἐπὶ τῶν παραγόντων φθόγγων τοῦ πρώτου γένους (Βου) καὶ (Ζω) καὶ τῶν ὁμωνύμων τοιούτων τοῦ δευτέρου γένους. Ἐξ ἐπιδράσεως τοῦ δευτέρου γένους ἐπὶ τοῦ πρώτου ἐκφράζονται οἱ τοῦ δευτέρου γένους φθόγγοι (Βου) καὶ (Ζω) ἀντὶ τοῦ πρώτου. Καὶ ἐξ ἐπιδράσεως τοῦ πρώτου γένους ἐπὶ τοῦ δευτέρου ἐκφράζονται οἱ τοῦ πρώτου γένους φθόγγοι (Βου) καὶ (Ζω) ἀντὶ τοῦ δευτέρου.

Ἐκ τῶν ἀλληλεπιδράσεων τούτων σχηματίζεται ἡ ὕφεσις καὶ ἡ δίεσις. Διότι: Μεταξὺ τῶν πρώτου καὶ δευτέρου γένους φθόγγων (Βου) καὶ (Ζω) ὑπάρχουν τὰ ἑξῆς διαστήματα (Βου $\frac{81}{80}$ Βου) (Ζω $\frac{135}{128}$ Ζω), τῶν ὁποίων ἡ ἀνάλογος ἐνέργεια γίνεται εἴτε εἰς τὰς μεταλλαγὰς εἴτε εἰς τὰς ἀλληλεπιδράσεις. Ἐκ τούτου ἐξηγεῖται ἡ παρατηρουμένη φυσικὴ πτῶσις τοῦ φθόγγου (Ζω).

Ἕτεραι ἁρμονικαὶ ἐπιδράσεις παράγουσι τὰς φυσικὰς ἕλξεις. Αὗται ὀφείλονται εἰς τὴν ἁρμονικὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀναλογικῶν συμφώνων φθόγγων — διότι ἑκάστη ἀναλογία περιέχει πέντε σύμφωνα διαστήματα καὶ δύο διάφωνα — καὶ δὴ τῶν παραγόντων. Πρωτογενὴς παράγων φθόγγος τοῦ πρώτου γένους εἶναι ὁ (Βου) καὶ παράγωγος αὐτοῦ (Ζω). Οἱ δύο οὗτοι φθόγγοι εἶναι καὶ δύνανται νὰ ὀνομασθῶσιν ὁμοούσιοι.

Εἰς τὴν πρώτην ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος ὑπάρχει εἷς καὶ μόνος φθόγγος τοῦ δευτέρου γένους ὁ (Πα), καὶ ἕνεκα τούτου εὑρίσκεται οὗτος ἐν διαφωνίᾳ πρὸς τοὺς παρακειμένους αὐτῷ (Νη) καὶ (Βου). Διὰ τοῦτο, ὅταν τὸ μέλος βαίνει κατὰ τὸ διαπασῶν σύστημα, ὁ μὲν (Βου) ἕλκει ἰσχυρῶς τὸν ἑτερογενῆ (Πα) ὁ δὲ (Ζω) τὸν ἐπίσης ἑτερογενῆ (Κε). Οἱ φθόγγοι (Πα) καὶ (Κε) εἶνα οἱ ὁμοούσιοι τοῦ δευτέρου γένους διότι ὁ (Κε) εἶναι παράγωγος τοῦ (Πα).

Πρωτογενὴς φθόγγος τοῦ δευτέρου γένους εἶναι ὁ δεύτερος φθόγγος τοῦ διαπασῶν (Νη) καὶ δευτερογενὴς ὁ (Γα), οἵτινες τυγχάνουν ἐπίσης ὁμοούσιοι, διότι ὁ (Γα) εἶναι παράγωγος τοῦ (Νη). Διὰ τοῦτο ὅταν ἐπικρατοῦσιν ἁρμονικῶς οἱ δύο οὗτοι φθόγγοι, ὁ μὲν (Νη) ἕλκει ἰσχυρῶς τὸν ἑτερογενῆ (Ζω), ὁ δὲ (Γα) τὸν ἐπίσης ἑτερογενῆ (Βου).

Ἡ μεταξὺ τῶν πρώτου καὶ δευτέρου γένους φθόγγων (Βου) διαστηματικὴ διαφορὰ παρέρχεται ἐν πολλοῖς ἀπαρατήρητος συνεπείᾳ τοῦ ἐλαχίστου μήκους αὐτῆς. Ἡ μεταξὺ τῶν πρώτου καὶ δευτέρου γένους ὅμως φθόγγων (Ζω) σχετικὴ διαφορὰ εἶναι μεγίστη ἐν σχέσει πρὸς τὰ τονιαῖα διαστήματα. Καὶ ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, διὰ τῆς διαφορᾶς ταύτης ἐπιτελεῖται ἡ φυσικὴ διαίρεσις τῶν δύο τονιαίων διαστημάτων τοῦ πρώτου γένους, μείζονος καὶ ἐλάσσονος.

Διότι: Διὰ τῆς μεταλλαγῆς τοῦ φθόγγου (Ζω) τοῦ πρώτου γένους τὸ μὲν διάστημα (Κε $\frac{10}{9}$ Ζω) μεταβάλλεται εἰς λεῖμμα (Κε $\frac{256}{243}$ Ζω), τὸ δὲ (Ζω $\frac{16}{15}$ Νη) ἀπὸ ἐλάχιστον εἰς μεῖζον (Ζω $\frac{9}{8}$ Νη). Ἄρα ὁ μὲν μείζων τόνος διαιρεῖται φυσικῶς εἰς δύο ἡμιτόνια μεῖζον ($\frac{16}{15}$) καὶ ἔλασσον ($\frac{135}{128}$), ἤτοι: ($\frac{135}{128} \times \frac{16}{15} = \frac{2160}{1920} = \frac{9}{8}$), ὁ δὲ ἐλάσσων εἰς ἕτερα δύο ἡμιτόνια ἐπίσης, μεῖζον τὸ μὲν ($\frac{135}{128}$) καὶ ἔλασσον τὸ δὲ ($\frac{256}{243}$), ἤτοι: ($\frac{256}{243} \times \frac{135}{128} = \frac{34560}{31104} = \frac{10}{9}$).

Ὅτι δὲ αὕτη εἶναι ἡ φυσικὴ διαίρεσις τῶν τονιαίων τούτων διαστημάτων ἀποδεικνύεται ἐκ τῆς μετατροπῆς τῶν διὰ τριῶν ἀπὸ πρώτου γένους εἰς δευτέρου καὶ ἐκ τούτου εἰς πρώτου.

Ἐκ τῆς ἕλξεως ἢ ἐπιδράσεως ἐπὶ τῶν τονιαίων διαστημάτων μείζονος καὶ ἐλάσσονος σχηματίζονται τὰ ἡμιτόνια. Ἐκ δὲ τῶν ἡμιτονίων ($\frac{16}{15}$), ($\frac{135}{128}$), ($\frac{256}{243}$), τὰ τεταρτημόρια. Καὶ τῶν μὲν ἡμιτονίων τὰ μήκη ἠδυνήθημεν νὰ εὕρωμεν διὰ τῶν ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι σχηματιζομένων διὰ τριῶν. Τῶν δὲ τεταρτημορίων τὰ μήκη ἐξηκριβώσαμεν κατὰ προσέγγισιν μὲν ἀκουστικῶς οὐχὶ δὲ καὶ ἀριθμητικῶς, διότι ταῦτα ὑπεκφεύγουν τὸν νόμον τῆς συγκράσεως, ὅστις ἀποτελεῖ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἁρμονικῶς ὀρθοῦ. Ἡ ἑλκτικὴ ἐνέργεια αὐτῶν γίνεται ὡς ἁρμονικὴ σκιὰ προβαίνουσα αἰσθητικῶς τῶν δεσποζόντων φθόγγων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η'.

Παραβολὴ τῶν Μουσικῶν συστημάτων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς πρὸς τὰ διαστηματικὰ συστήματα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Ἡ Βυζαντινὴ Μουσικὴ ἔχει τρία Μουσικὰ συστήματα, ἐφ' ὧν στηρίζει τὰς μελῳδίας αὐτῆς:

Πρῶτον, τὸ διαπασῶν ἢ ὀκτάχορδον,

Δεύτερον, τὸν τροχὸν ἢ πεντάχορδον

καὶ τρίτον, τὸ τετράχορδον ἢ τρίφωνον.

Τὰ διαστήματα τῶν τριῶν συστημάτων ἀποτελοῦνται ἐκ τῆς τριλόγου ἀναλογίας τοῦ διαστήματος διαπασῶν (Νη—Νη), (Νη—Δι) καὶ (Δι - Νη). Ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον τὰ εἰρημένα συστήματα ἔχουν θεσπισθῇ ὡς βασικὰ ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ εἶναι ὅτι ταῦτα ἐπαναλαμβάνουσι φυσικῶς ἄλληλα ἐν ταῖς μελῳδίαις, ὅταν οἱ τελικοὶ αὐτῶν φθόγγοι καθίστανται βασικοὶ μελῳδικῶς.

Ἐκ τῆς παραβολῆς τῶν διαστημάτων τῶν τριῶν τούτων μουσικῶν συστημάτων πρὸς τὰ διαστήματα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, καταφαίνεται ὅτι καὶ ἡ ἀριθμητικὴ ἐξέλιξις τῶν διαστημάτων βαίνει διὰ τῶν αὐτῶν συστημάτων. Διότι: Τῆς πρώτης κλίμακος ἀναπαραγομένης, ἡ δευτέρα κλῖμαξ ἐπαναλαμβάνει τὴν πρώτην ἀριθμητικῶς τε καὶ ἀκουστικῶς, ἤτοι:

1 Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη 2

Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη

Δευτέρα

2 Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{10}{4}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα $\frac{6}{2}$ Δι $\frac{54}{16}$ Κε $\frac{30}{8}$ Ζω $\frac{4}{1}$ Νη 4

Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη

Ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τῶν τονιαίων διαστημάτων τῆς κλίμακος δὶς διαπασῶν καταφαίνεται ὅτι μετὰ τὴν πρώτην διὰ πέντε (Νη—Δι), ἕπεται ἡ δευτέρα τοιαύτη (Δι—Πα) ἐπαναλαμβάνουσα τὴν πρώτην δι' ὁμοειδῶν διαστημάτων.

Διὰ τῆς μετατροπῆς τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος ἐκ πρώτου διατονικοῦ γένους εἰς δεύτερον, ἤτοι:

$$\text{Νη} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Πα} \ \tfrac{81}{64} \ \text{Βου} \ \tfrac{4}{3} \ \text{Γα} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Δι} \ \tfrac{27}{16} \ \text{Κε} \ \tfrac{16}{9} \ \text{Ζω} \ \tfrac{2}{1} \ \text{Νη}$$

$$\text{Νη} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Πα} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Βου} \ \tfrac{256}{243} \ \text{Γα} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Δι} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Κε} \ \tfrac{256}{243} \ \text{Ζω} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Νη},$$

καταφαίνεται ὅτι τὴν πρώτην διὰ τεσσάρων (Νη—Γα) ἐπαναλαμβάνει ἡ δευτέρα τοιαύτη (Γα—Ζω). Ἐκ τῶν παραβολῶν τούτων καταφαίνεται ὅτι καὶ τὰ συστήματα ταῦτα τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, τὰ θεσπισθέντα ὡς βασικὰ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς κρίσεως τῶν διαστημάτων διὰ τῶν αἰσθήσεων, ἀποτελοῦν τοὺς ἀριθμητικοὺς τύπους τῶν διαστηματικῶν συστημάτων τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Ἡ Βυζαντινὴ Μουσικὴ μολονότι περιέχει τὰ τελειότερα καὶ φυσικώτερα διαστήματα διὰ τριῶν, ἐν τούτοις δὲν χρησιμοποιεῖ τὸ τρίχορδον ἢ δίφωνον σύστημα, διότι τοῦτο εἶναι φυσικῶς ἀδύνατον, ἐφ' ὅσον ταῦτα δὲν ἐπαναλαμβάνουσιν ἄλληλα.

Πᾶν μεῖζον εἶναι σύνθετον πρὸς ἔλασσον καὶ ἀντιθέτως πᾶν ἔλασσον πρὸς μεῖζον, ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Βου} \ \tfrac{6}{5} \ \text{Δι} \ \tfrac{5}{4} \ \text{Ζω})$$

$$(\text{Πα} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Γα} \ \tfrac{81}{64} \ \text{Κε} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Νη})$$

Ἑπομένως πᾶσα προσπάθεια ἐφαρμογῆς διφώνου Μουσικοῦ συστήματος ἀντιβαίνει πρὸς τὴν φύσιν τῶν διαστημάτων. Καὶ ὄχι μόνον παραφθείρει ταῦτα ἀλλὰ καὶ τὸ ἐκ τοιούτου συστήματος ἀποδιδόμενον μέλος εἶναι ξένον καὶ ἄσχετον πρὸς τὰ ἁγνὰ μέλη τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄.

Ὁ φυσικὸς σχηματισμὸς τῶν κλιμάκων ἢ τρόπων.

Ὁ σχηματισμὸς τῶν κλιμάκων ἢ τρόπων γίνεται πρῶτον ἀκουστικῶς διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τῶν φθόγγων καὶ δεύτερον ἀριθμητικῶς, διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τῶν ἀριθμητικῶν λόγων τῶν τονιαίων διαστημάτων τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος. Ἐκ τῆς συγκρίσεως δὲ τῶν ἀκουστικῶν κλιμάκων πρὸς τὰς ἀριθμητικὰς τοιαύτας καταφαίνεται ἐὰν μεταξὺ τούτων ὑπάρχει συμφωνία ἢ διάσπασις. Διότι ὁ μὲν σχηματισμὸς τῶν κλιμάκων διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τῶν φθόγγων γίνεται φυσικῶς, ὁ δὲ διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τῶν ἀριθμητικῶν λόγων κατὰ συνθήκην. Καὶ ἀποδεικνύεται τοῦτο ἐκ τῶν ἑξῆς παραδειγμάτων:

Ὁ ἦχος πλάγιος τοῦ τετάρτου, ὅταν βαίνει διὰ τοῦ διαπασῶν μουσικοῦ συστήματος, στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀναλογίας (Νη—Βου—Δι—Νη). Ἀλλ' ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν μελῶν τοῦ ἤχου τούτου, ἡ βάσις τοῦ μέλους πολλάκις μετατίθεται ἐκ τοῦ φθόγγου (Νη) ἐπὶ τοῦ (Πα) καὶ εἰς τὰς περιπτώσεις ταύτας ὑποχωροῦσιν οἱ δεσπόζοντες φθόγγοι τῆς ἀναλογίας (Νη—Βου—Δι—Νη) καὶ ἐπικρατοῦσιν οἱ τῆς ἀναλογίας (Πα—Γα—Κε—Πα). Ἡ πειραματικὴ ἐξακρίβωσις τῆς ἀναλογίας ταύτης ἐπὶ τοῦ κανόνος τῆς χορδῆς ἀποδεικνύει ὅτι διὰ τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς διαισθήσεως σχηματίζεται κλῖμαξ καθαρὰ Πυθαγόρειος, ἐφ' ἧς ἐξελίσσονται δύο ἦχοι τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, ὁ πρῶτος καὶ ὁ πλάγιος τοῦ πρώτου.

Ὁ ἦχος πρῶτος τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ὁ ὁποῖος ἔχει βάσιν τὴν κλίμακα ταύτην (Πα—Πα), πολλάκις, εἰς τὰ παπαδικὰ ἰδίως μέλη, μεταθέτει τὴν μελῳδικὴν αὐτοῦ βάσιν ἐκ τοῦ (Πα) ἐπὶ τοῦ δευτέρου φθόγγου ἐπὶ τὸ βαρὺ (Ζω). Ἡ μετάθεσις τῆς βάσεως τοῦ μέλους ἐπὶ τοῦ (Ζω), μεταλλάσσει τοὺς δεσπόζοντας ἀναλογικοὺς φθόγγους, καὶ ἀντὶ τῶν (Πα—Γα—Κε—Πα) ἐπικρατοῦσιν οἱ τῆς ἀναλογίας (Ζω—Πα—Γα—Ζω).

Ἡ πειραματικὴ μελέτη τῆς ἁρμονικῆς τῶν φθόγγων τούτων ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἀντιστοίχους αὐτῶν ἀριθμητικοὺς τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, ἀποδεικνύει τὴν μὲν διὰ τῶν φθόγγων σχηματιζομένην κλίμακα τελείαν ἁρμονικῶς, τὴν δὲ ἀριθμητικὴν τοιαύτην ἀσύμμετρον ἀναλογικῶς.

(Ἡ ἁρμονικὴ τῶν κλιμάκων ἐξακριβοῦται ἀκουστικῶς διὰ τῆς συγκράσεως τῶν φθόγγων καὶ ἀριθμητικῶς ὅταν οἱ λόγοι τῶν ἀναλογιῶν ἐκφέρονται δι' ἁπλῶν ἀριθμῶν).

Πᾶσα ἀναλογία τῆς ὁποίας ἡ διὰ πέντε δὲν ἀποδίδεται διὰ τῶν ἀριθμῶν 2 καὶ 3 εἶναι ἀσύμμετρος ἀριθμητικῶς καὶ παράφωνος ἀκουστικῶς. Ὁ Πυθαγόρας πρῶτος ἐδογμάτισεν ὅτι: «Τὰ τελειότερα διαστήματα εἶναι τὰ δι' ἁπλουστέρων ἀριθμῶν ἐκφερόμενα».

Μελετήσαντες τὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων αἱ κλίμακες σχηματίζονται αἰσθητικῶς τέλειαι καὶ ἀριθμητικῶς ἀτελεῖς, κατελήξαμεν εἰς τὰ ἑξῆς θετικὰ συμπεράσματα:

α') Ὅτι ἑκάστη κλῖμαξ εἶναι ἀκουστικῶς ἀνεξάρτητος πάσης προηγουμένης καὶ δὴ ἑτερογενὴς πρὸς τὰς παρακειμένας καὶ ὡς ἐκ τούτου διὰ νὰ εἶναι ἁρμονικῶς ὀρθὴ δέον νὰ ἀνασυγκροτῇ τὰς ἁρμονικὰς αὐτῆς ἀναλογίας.

β') Ἐνῷ ἡ πρώτη κλῖμαξ παράγεται ἐκ τοῦ μείζονος πρὸς τὸ ἔλασσον, αἱ ἐκ ταύτης σχηματιζόμεναι κλίμακες ὀφείλουν νὰ διαμορφώνουν τὰς ἀναλογίας αὐτῶν ἐκ τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τὸ μεῖζον. Τὸ δὲ ἐφ' ἑκάστου φθόγγου τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος στηριζόμενον διάστημα διὰ τριῶν ἀποτελεῖ τὸ πρῶτον βασικὸν διάστημα πρὸς διαμόρφωσιν ἑκάστης πρώτης ἀναλογίας.

γ') Ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ ἀσυμμετρία τῶν ἀριθμητικῶν κλιμάκων ὀφείλεται καὶ εἰς τὴν συνάντησιν τῶν ἑτερογενῶν ὅρων τῶν ἀναλογικῶν διαστημάτων. Διότι ὡς ἐκ τῆς διαδοχικῆς μετακινήσεως τῶν διαστημάτων ἐπέρχεται ἀποσύνθεσις τῆς φύσεως τῶν διαστημάτων.

Π. χ. Ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ ἔχει τέσσαρας διαδοχικὰς διὰ πέντε, δύο πρώτου γένους (Νη—Δι) καὶ (Βου—Ζω), καὶ ἑτέρας δύο δευτέρου (Πα—Κε) καὶ (Γα—Νη). Οἱ τέσσαρες αὗται διὰ πέντε περιέχουσι σύνθετα — ὁμογενῆ — τὰ διὰ τριῶν αὐτῶν, ἤτοι:

(Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι) (Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε) (Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη).

Ἐπίσης καὶ ἡ πέμπτη διὰ πέντε (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα).

Ἐν τῇ ἕκτῃ ὅμως (Κε - Βου) αἱ διὰ τριῶν εἶναι ἑτερογενεῖς:

(Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{5}{8}$ Βου).

Ἄρα ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἐπέρχεται ἀποσύνθεσις τῶν φυσικῶν διαστημάτων, διὰ τοῦτο καὶ ἡ δι᾽ αὐτῶν σχηματιζομένη διὰ πέντε εἶναι ἀτελής. Ἐπίσης καὶ ἐν τῇ ἑβδόμῃ, ἤτοι:

(Ζω $\frac{6}{5}$ Πα $\frac{32}{27}$ Γα).

Τὸ γενικὸν καὶ θετικὸν συμπέρασμα ἐκ τῶν παραδειγμάτων τούτων καὶ τῶν πειραματικῶν δεδομένων εἶναι ὅτι:

Διὰ νὰ ἀλληλοεκφράζονται αἰσθήσεις καὶ ἀριθμοὶ δέον ὅπως τὰ ἐπαναλαμβανόμενα διαστήματα ἀναπροσαρμόζωνται εἰς τοὺς νόμους τῆς πρώτης καὶ δευτέρας ἀναλογίας, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων ὅπως σχηματίζεται καὶ ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι'.

Σχηματισμὸς τῆς δευτέρας κλίμακος ἢ πρώτης φυσικῆς τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους.

Ὡς ἔχει ἤδη ἀποδειχθῆ, ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ — τοῦ πρώτου γένους — εἶναι διγενής, δυνάμει τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γένους διὰ τριῶν ἐξ ὧν αὕτη ἀποτελεῖται.

Αἱ διὰ τριῶν αὗται εἶναι ἕξ. Τρεῖς πρώτου γένους, αἱ

(Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω),

καὶ ἕτεραι τρεῖς δευτέρου γένους αἱ

(Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη).

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν αὐτῶν ὅρων, αἱ μὲν πρῶται στηρίζονται ἐπὶ τοῦ πρώτου φθόγγου τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη), αἱ δὲ δεύτεραι ἐπὶ τοῦ δευτέρου (Πα).

Ἄρα ὅπως ὁ φθόγγος (Νη) ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τῆς κλίμακος τοῦ πρώτου γένους δυνάμει τῶν διὰ τριῶν αἵτινες στηρίζονται ἐπ᾽ αὐτοῦ, οὕτω καὶ ὁ φθόγγος (Πα) ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου γένους, δυνάμει τῶν διὰ τριῶν αἵτινες στηρίζονται ἐπ᾽ αὐτοῦ.

Ἡ δευτέρα ὅθεν κλῖμαξ εἶναι φυσικῶς ἡ πρώτη τοῦ δευτέρου γένους.

Τὸ διαπασῶν τῆς κλίμακος ταύτης σχηματίζεται ἀκουστικῶς μέν, διὰ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Πα—Πα), ἀριθμητικῶς δέ, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ πρὸ τοῦ βασικοῦ φθόγγου διαστήματος (Νη $\frac{9}{8}$ Πα), ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἤτοι:

($\frac{9}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{18}{8}$). Διὰ τοῦ λόγου τούτου ἐκφέρεται διάστημα μείζονος τόνου καὶ διαπασῶν ἤτοι: (Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{18}{8}$ Πα) ἢ ($\frac{9}{8}$ Πα $\frac{2}{1}$ Πα).

Λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν μεταξὺ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Πα—Πα) ἐνυπαρχόντων διαστημάτων τοῦ δευτέρου γένους ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι διὰ τὸν σχηματισμὸν τῶν δύο ἀναλογιῶν τῆς σχηματισθησομένης κλίμακος, αὗται σχηματίζονται ὡς ἑξῆς:

Πρώτη : Πα $\frac{2}{1}$ Πα

Πα $\frac{3}{2}$ Κε $\frac{4}{3}$ Πα

Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε

Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα

Δευτέρα : Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{3}{2}$ Πα

Δι $\frac{32}{27}$ Ζω $\frac{81}{64}$ Πα

Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Ἑκάστη ἀναλογία αὐτοτελῶς ἐξεταζομένη εἶναι τελεία ἀριθμητικῶς καὶ ἀκουστικῶς.

Τούτων δὲ ἑνουμένων, σχηματίζεται ἡ δευτέρα κλῖμαξ, ἢ ἡ πρώτη φυσικὴ τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους ὡς ἑξῆς:

Διάγραμμα τῆς κλίμακος

$\frac{9}{8}$) Πα $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα

Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Πα $\frac{8}{9}$ Βου $\frac{243}{256}$ Γα $\frac{8}{9}$ Δι $\frac{8}{9}$ Κε $\frac{243}{256}$ Ζω $\frac{8}{9}$ Νη $\frac{8}{9}$ Πα

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ἡ κλῖμαξ εἶναι τελεία ὡς δευτέρου γένους. Ἡ μόνη ἀσυμμετρία ἥτις ἐμφανίζεται ἐν αὐτῇ, δὲν ἀφορᾷ τὴν συμμετρίαν τοῦ γένους τῶν διαστημάτων, ἀλλὰ τὴν τονιαίαν σύνθεσιν τῶν δύο τετραχόρδων. Διότι τὸ δεύτερον τετράχορδον ἐν σχέσει πρὸς τὸ πρῶτον, ἔχει τὴν τονιαίαν διαστηματικὴν σύνθεσιν αὐτοῦ ἑτεροειδῆ.

Ἡ ἑτεροειδὴς αὕτη τονιαία σύνθεσις τοῦ δευτέρου τετραχόρδου (Κε—Πα), ἐμφανίζει τὰς ἑξῆς ἀκουστικὰς ἰδιοτροπίας.

Ὅταν λ. χάριν ληφθῇ ὡς πρώτη ἁρμονικὴ βάσις ἡ πρώτη ἀναλογία πρὸς ἔκφρασιν τῆς κλίμακος — ὅπως εἶναι φυσικόν — ἤτοι:

(Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{4}{3}$ Πα)

ἡ ἔκφρασις, ὑπείκουσα εἰς τὴν διαισθητικὴν διαμόρφωσιν τῆς ἁρμονίας — ἥτις προηγεῖται καὶ προδιαγράφει τὰς τάσεις τῆς ἐκφράσεως — ἐκφράζει τὸ δεύτερον τετράχορδον ἐν ὁμοειδῇ τονιαίᾳ συνθέσει πρὸς τὸ πρῶτον, ἤτοι:

(Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{253}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι) (Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{}$ Πα)

Καὶ ὅταν ἀντὶ τῆς πρώτης ληφθῇ ὡς πρώτη ἁρμονικὴ βάσις τῆς κλίμακος ἡ δευτέρα ἀναλογία (Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{32}{27}$ Ζω $\frac{81}{64}$ Πα), τὸ δεύτερον τετράχορδον ἐκφράζεται ἑτεροειδές, ὅπως τοῦτο εὑρίσκεται διατετυπωμένον ἀριθμητικῶς ἐν τῷ διαγράμματι. Καὶ πᾶσα προσπάθεια συμβιβασμοῦ τῆς ἀκουστικῆς ταύτης διαστάσεως εἶναι ἀνέφικτος. Ἕνεκα τούτου ἡ δευτέρα κλῖμαξ ἢ ἡ πρώτη τοῦ δευτέρου γένους ἐκφράζεται ἀκουστικῶς διὰ δύο διαφόρου ὀξύτητος φθόγγων (Ζω).

Τέλειον διάγραμμα τῆς κλίμακος.

1 ... 2

$\frac{9}{8}$) Πα $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{243}{128}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα

Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{135}{128}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Πα $\frac{8}{9}$ Βου $\frac{243}{256}$ Γα $\frac{8}{9}$ Δι $\frac{8}{9}$ Κε $\frac{243}{256}$ Ζω $\frac{128}{135}$ Ζω $\frac{243}{256}$ Νη $\frac{8}{9}$ Πα

Ἐκ τῆς ἐρεύνης περὶ τῶν φυσικῶν αἰτίων τῆς ἀκουστικῆς καὶ ἀριθμητικῆς διαστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀναλογιῶν, ἐξάγονται τὰ ἑξῆς συμπεράσματα:

α΄) Ὅτι ἡ σχηματιζομένη ἀναλογία (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{4}{3}$ Πα) εἶναι φυσικῶς πρώτη 1), διότι ἔχει ὡς βάσιν τὸν φθόγγον (Πα) ὅστις εἶναι ὁ πρῶτος φθόγγος τοῦ δευτέρου γένους ὁ ὁποῖος παράγεται ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι, καὶ ἐν
1 2
τῇ πρώτῃ αὐτῆς ἀναλογίᾳ (Νη—Πα—Βου—Δι—Νη) 2), διότι ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Πα) στηρίζεται τὸ πρῶτον φυσικὸν διάστημα διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους τὸ ὁποῖον παράγεται ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι, καὶ 3) διότι, διὰ τῆς παραγωγῆς τοῦ διαστήματος διαπασῶν (Πα—Πα) ἅπασα ἡ ἀναλογία σχηματίζεται ἐξ ὁμογενῶν φθόγγων.

β΄) Ὅτι ἡ ἐκ τῶν ἐνυπαρχόντων διαστημάτων σχηματιζομένη ὡς δευτέρα τῆς πρώτης, δὲν εἶναι τοιαύτη, διότι μία δευτέρα διὰ νὰ εἶναι φυσική, δέον τὰ διαστήματα αὐτῆς νὰ εἶναι ἐξηγμένα ἐκ τῆς πρώτης, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων αὐτῆς διαστημάτων ἢ τὰ σχηματίζοντα ταύτην ἐνυπάρχοντα διαστήματα νὰ ἔχουν τὰς ἀριθμητικὰς συμμετρίας, τὰς ὁποίας ἀποδίδει ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς πρώτης.

γ΄) Ὅτι ἡ ἀναλογία αὕτη, ἡ ὡς δευτέρα θεωρουμένη, περιέχει τὰ πρωτοπαράγωγα τέλεια διαστήματα τοῦ δευτέρου γένους, διὰ τῶν ὁποίων ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ μεταβάλλεται ἀπὸ πρώτου γένους εἰς δεύτερον. Ἄρα εἶναι πρωτογενὴς τοῦ δευτέρου γένους ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι. (Νη - Νη) ὡς δευτέρου γένους.

Καὶ δ΄) διότι περιέχει τὸν πρῶτον φυσικὸν παράγοντα ὅρον τοῦ δευτέρου γένους τὸν διὰ τοῦ φθόγγου (Ζω) ἐκφραζόμενον ἐν τῇ δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ ἥτις παράγεται ἐκ τῆς δευτέρας τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη).

Ὅπως δὲ εἶναι ἀκουστικῶς ἐξηκριβωμένον, οὐδεὶς παράγων φθόγγος τῶν γενῶν, (παράγοντες φθόγγοι τῶν γενῶν εἶναι οἱ μέσοι ἑκάστης πρώτης διὰ πέντε, διὰ τῶν ὁποίων δίδεται τὸ ἀκουστικὸν χρῶμα τῶν διὰ τριῶν) καὶ δὴ πρωτοπαράγωγος, δύναται νὰ ὑπαχθῇ ἀναλογικῶς ὑπὸ τὴν ἁρμονικὴν ἡγεσίαν δευτεροπαραγώγου. Ὅπως ἐν τῇ προκειμένῃ περιπτώσει.

Ἕνεκα τούτου καθίσταται ὁ (Ζω) τῆς ὡς δευτέρας ἀναλογίας ἐμφανιζομένης ἀπροσάρμοστος ὡς πρὸς τὴν ἁρμονικὴν ἡγεσίαν τῆς πρώτης ἀναλογίας ἐν τῇ κλίμακι, καὶ ἀκλόνητος ἐν τῇ ἡγεσίᾳ τῆς δευτέρας.

Ἕνεκα τῶν φυσικῶν τούτων λόγων, ἐπιβάλλεται ὅπως ἑκάστη δευτέρα ἀναλογία ἐξάγεται ἐκ τῆς πρώτης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων αὐτῆς διαστημάτων, διὰ νὰ εἶναι πραγματικῶς φυσικὴ δευτέρα, ἀπό τε ἀκουστικῆς καὶ ἀριθμητικῆς ἀπόψεως.

Πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων.

Τῶν ὅρων τοῦ διὰ τεσσάρων (Κε $\frac{4}{3}$ Πα) ἐπὶ τοῦ βασικοῦ διαστήματος (Νη $\frac{9}{8}$ Πα) πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{9}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{36}{24}$), τοῦ διὰ τριῶν ἐλάσσονος (Πα $\frac{32}{27}$ Γα) ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ διὰ πέντε $\frac{9}{8}$) Πα $\frac{3}{2}$ Κε $= \frac{27}{16}$ ($\frac{32}{27} \times \frac{27}{16} = \frac{864}{432} = \frac{2}{1}$), καὶ τοῦ βασικοῦ (Πα $\frac{9}{8}$ Βου) ἐπὶ τῶν ὅρων ἐπίσης τοῦ διὰ πέντε ($\frac{27}{16} \times \frac{9}{8} = \frac{243}{128}$) παράγεται ἡ φυσικὴ δευτέρα ἤτοι:

$\frac{9}{8}$) Πα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{18}{8}$ Πα

Κε $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα

Κε $\frac{243}{128}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Τῶν διαστημάτων τούτων παραβαλλομένων πρὸς τὰ ἐνυπάρχονται ἐν τῇ ὡς δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ ἐμφανιζομένῃ, εἶναι ἅπαντα σύμφωνα, ἐκτὸς τοῦ τονιαίου διαστήματος (Κε $\frac{256}{243}$ Ζω), τὸ ὁποῖον ἡ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγομένη — καθ' ὃ φυσικὴ δευτέρα — ἀντὶ λείμματος παράγει αὐτὸ μεῖζον, (Κε $\frac{9}{8}$ Ζω) καὶ οὕτω τὰ δύο τετράχορδα γίνονται ὁμοειδῆ.

Γενικὸν διάγραμμα τῶν δύο φυσικῶν κλιμάκων πρώτου καὶ δευτέρου γένους.

Ἀρ. Παλ. δον. Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{15}{8}$

Ζω $\frac{243}{128}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα

Τόνοι Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{81}{80}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{135}{128}$ Ζω $\frac{81}{80}$

Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Μήκη χορ. Νη $\frac{8}{9}$ Πα $\frac{9}{10}$ Βου $\frac{80}{81}$ Βου $\frac{243}{256}$ Γα $\frac{8}{9}$ Δι $\frac{8}{9}$ Κε $\frac{243}{256}$ Ζω $\frac{128}{135}$ Ζω $\frac{80}{81}$

Ζω $\frac{243}{256}$ Νη $\frac{8}{9}$ Πα

Ἐκ πάντων τῶν περὶ τῆς κλίμακος ταύτης ἁρμονικῶν ἰδιοτροπιῶν προεκτεθέντων καθὼς καὶ ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν συμμετριῶν αὐτῆς, καταφαίνεται ὅτι καὶ ἡ δευτέρα κλῖμαξ ἐκφράζεται ἐπίσης εἰς πρώτου καὶ δευτέρου γένους ὅπως καὶ ἡ πρώτη.

Τὰ φυσικὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τοῦ δευτέρου γένους ἐκφράζεται καὶ εἰς πρώτου, εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἡ διὰ πέντε τοῦ δευτέρου γένους (Δι $\frac{81}{64}$ Ζω $\frac{32}{27}$ Πα) συμπίπτει πρὸς τὴν τοῦ πρώτου γένους τοιαύτην (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα). Ἡ σύμπτωσις αὕτη ἔχει ὡς φυσικὸν ἐπακολούθημα τὴν καθυπόταξιν τῆς πρώτης ὑπὸ τῆς δευτέρας διὰ τοὺς ἑξῆς φυσικοὺς λόγους.

α΄) Διότι ὁ μεταξὺ τούτων μέσος φθόγγος (Ζω) διαφέρει κατὰ ἓν ἐλάχιστον διάστημα ($\frac{81}{80}$) καὶ ἕνεκα τούτου κυριαρχεῖ ἡ μείζων συμμετρία οἵα εἶναι ἡ τοῦ πρώτου γένους καὶ ὑποχωρεῖ ἡ ἐλάσσων, οἵα εἶναι ἡ τοῦ δευτέρου.

Καὶ β΄) Διότι ἡ διὰ πέντε τοῦ δευτέρου γένους ἡ δευτεροπαράγωγος (Δι—Πα) συμπίπτει πρὸς τὴν δευτεροπαράγωγον — ἐπαναλαμβανομένην φυσικῶς — τοῦ πρώτου γένους (Δι—Πα) καὶ ἕνεκα τούτου τὸ πρωτογενὲς καθυποτάσσει τὸ δευτερογενές, ἢ τὸ πρωτοπαράγωγον τὸ δευτεροπαράγωγον.

Συγκριτικὸν σχῆμα τῶν συμπιπτουσῶν διὰ πέντε τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γένους.

Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα

Δι $\frac{81}{64}$ Ζω $\frac{32}{27}$ Πα

Ἕκαστον γένος ἔχει ἀνὰ δύο ὁμόρους φυσικὰς διὰ πέντε: Τὴν πρωτοπαράγωγον καὶ τὴν δευτεροπαράγωγον. Ἡ πρώτη εἶναι ἡ παράγουσα καὶ ἡ δευτέρα ἡ παράγωγος. Ἡ δευτέρα ἐπαναλαμβάνει τὴν πρώτην — τοῦτο δὲ διότι ἡ ἁρμονία ἐξελίσσεται φυσικῶς ὑπὸ δύο δυνάμεων τῆς μείζονος καὶ ἐλάσσονος.

Τοῦ μὲν πρώτου γένους ἡ παράγουσα, πρωτογενής, εἶναι ἡ (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι), καὶ ἡ παράγωγος, δευτερογενής, ἡ (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα), τοῦ δὲ δευτέρου γένους ἡ παράγουσα εἶναι ἡ πρωτογενής (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε) καὶ παράγωγος ἡ δευτερογενής (Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{81}{64}$ Βου).

Διότι ἐκ τῆς τριλόγου ἀναλογίας τῆς διὰ τριῶν τοῦ πρώτου γένους (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) (Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ ΒΟΥ) παράγεται ἡ τρίλογος ἀναλογία (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω) διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων.

Καὶ ἐκ τῆς τριλόγου ἀναλογίας τῆς διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους (Πα $\frac{32}{27}$ Γα) (Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα) παράγεται ἡ τρίλογος ἀναλογία (Κε $\frac{32}{27}$ Νη) (Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη) ἐπίσης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ των ὅρων.

Ἐκ πάντων τῶν περὶ πρωτοπαραγώγων καὶ δευτεροπαραγώγων διαστημάτων ἐκτεθέντων καταφαίνεται ὅτι, οἱ παράγωντες ὅροι τοῦ πρώτου γένους (Βου) καὶ (Ζω), καθὼς καὶ οἱ ὁμώνυμοι τοιοῦτοι τοῦ δευτέρου, δὲν καθυποτάσσονται ὑπὸ τῶν δευτεροπαραγώγων, καὶ ἕνεκα τῶν φυσικῶν τούτων αἰτίων, ἡ διὰ πέντε (Δι—Πα) τῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου γένους ἔχει τρεῖς διαφόρους ἁρμονικὰς καὶ ἀριθμητικὰς ἐκφοράς :

Πρώτην τὴν τοῦ πρωτοπαραγώγου φθόγγου (Ζω) τοῦ δευτέρου γένους (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα).

Δευτέραν τὴν τοῦ δευτεροπαραγώγου φθόγγου (Ζω) ἤτοι: (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα), καὶ τρίτην ὅταν ἡ δευτέρα αὕτη ἀναλογία ἡγηθῇ τῆς κλίμακος, ὅτε μετατρέπεται φυσικῶς ἐκ δευτέρου εἰς πρώτου γένους ἤτοι:

(Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα)

Εἰς τὰ φυσικὰ ταῦτα αἴτια ὀφείλεται καὶ τὸ κλασσικὸν πεντάχορδον σύστημα ἢ τροχὸς τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Διὰ τοῦ σχηματισμοῦ καὶ τῆς δευτέρας κλίμακος ἢ πρώτης φυσικῆς τοῦ δευτέρου γένους, ἐπιτελεῖται ἅπασα ἡ ἀριθμητικὴ ἐξέλιξις τῶν φυσικῶν διαστημάτων τῶν δύο διατονικῶν γενῶν.

Αἱ δύο αὗται κλίμακες περιέχουσι φυσικὰς βάσεις πρὸς σχηματισμὸν ἑτέρων ἓξ κλιμάκων ἀνὰ τρεῖς ἐξ ἑκάστου γένους.

Καὶ οἷοι νόμοι διεμόρφωσαν τὰς δύο ταύτας φυσικὰς κλίμακας, οἱ αὐτοὶ διαμορφώνουν καὶ τὰς ἐξ αὐτῶν παραγομένας.

Ἡ ἀκουστικὴ ἔκφρασις τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους ἐκφράζεται ἀκουστικῶς ὑπὸ δύο ἤχων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς. Τοῦ πρώτου καὶ πλαγίου πρώτου.

Οἱ δύο οὗτοι ἦχοι ἐξελίσσονται διὰ δύο μουσικῶν συστημάτων: Τοῦ διαπασῶν καὶ τοῦ τροχοῦ.

Πᾶν μέλος τῶν δύο τούτων ἤχων, τὸ ὁποῖον ἐξελίσσεται διὰ τοῦ διαπασῶν μουσικοῦ συστήματος, ἐκ μὲν τοῦ βαρέος πρὸς τὸ ὀξὺ ἐκφράζει τὴν κλίμακα διὰ δύο ὁμοειδῶν τετραχόρδων ἤτοι:

(Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα)

ἐκ δὲ τοῦ ὀξέος ἐπὶ τὸ βαρὺ δι' ἑτεροειδῶν ἤτοι:

(Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{255}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα)

Ὅταν δὲ τὰ μέλη λαμβάνουσιν ὡς βάσιν τῆς μελῳδικῆς αὐτῶν πλοκῆς τὸν φθόγγον (Κε), τὸ δεύτερον τετράχορδον (Κε - Πα) ἐπαναλαμβάνει φυσικῶς τὸ πρῶτον (Πα - Δι) ἔν τε τῇ ἀναβάσει καὶ τῇ καταβάσει.

Πᾶν μέλος τῶν δύο τούτων ἤχων, τὸ ὁποῖον ἐξελίσσεται διὰ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς κλίμακος (Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{32}{27}$ Ζω $\frac{81}{64}$ Πα), ἔν τε τῇ ἀναβάσει καὶ τῇ καταβάσει ἐκφράζεται διὰ τοῦ πρωτοπαραγώγου δευτέρου γένους φθόγγου (Ζω) ἤτοι: (Κε $\frac{255}{243}$ Ζω).

Πᾶν μέλος τῶν δύο τούτων ἤχων, τὸ ὁποῖον λαμβάνει ὡς βάσιν τῆς μελωδικῆς αὐτοῦ πλοκῆς τὴν φυσικὴν δευτέραν ἀναλογίαν τῆς κλίμακος (Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{81}{64}$ Ζω $\frac{32}{27}$ Πα), ἀντὶ ταύτης ἐκφράζει τὴν τοῦ πρώτου γένους ἤτοι:

(Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα)

Πᾶν μέλος τοῦ πρώτου ἤχου—ἐκ τῶν είρμολογικῶν—τὸ ὁποῖον ἐξελίσσεται μέχρι τοῦ ἑβδόμου φθόγγου τῆς κλίμακος (Πα - Νη) ἐκφράζεται διὰ δύο συνημμένων τετραχόρδων ὁμοειδῶν ἤτοι:

(Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι) (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη)

Σχηματισμὸς τῆς τρίτης κλίμακος ἢ τρόπου.

Βάσις τῆς τρίτης κλίμακος ἢ τρόπου, εἶναι ὁ φθόγγος (Βου), ὁ τρίτος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος.

Τὸ διαπασῶν τῆς κλίμακος ταύτης σχηματίζεται ἀκουστικῶς μὲν μεταξὺ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Βου - Βου) ἀριθμητικῶς δέ, διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τοῦ πρὸ τοῦ βασικοῦ φθόγγου διαστήματος (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἤτοι:

$$\left(\frac{5}{4} \frac{\times}{\times} \frac{2}{1} = \frac{10}{4}\right).$$

Διὰ τοῦ λόγου $\frac{10}{4}$ ἐκφέρεται διάστημα διὰ τριῶν μεῖζων πρώτου γένους, καὶ διαπασῶν ἤτοι:

(Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{2}{1}$ Βου).

Ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Βου) στηρίζεται ἡ διὰ τριῶν ἐλάσσων τοῦ δευτέρου γένους (Βου $\frac{5}{6}$ Δι).

Λαμβανομένων ὑπ᾿ ὄψιν τῶν ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι ἐνυπαρχόντων διαστημάτων πρὸς σχηματισμὸν τῆς πρώτης ἀναλογίας τῆς κλίμακος αὕτη σχηματίζεται τελεία ὡς πρώτου γένους, ἀκουστικῶς τε καὶ ἀριθμητικῶς ἤτοι:

Βου		$\frac{2}{1}$		Βου
Βου	$\frac{8}{2}$	Ζω	$\frac{4}{3}$	Βου
Βου $\frac{6}{5}$	Δι $\frac{5}{4}$ Ζω			
Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι				

Λαμβανομένων ἐπίσης ὑπ᾿ ὄψιν τῶν προκειμένων διαστημάτων πρὸς σχηματισμὸν καὶ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς κλίμακος, σχηματίζεται αὕτη ἀτελής ἀριθμητικῶς, καὶ ἐντελὴς ἀκουστικῶς, διότι ἡ ἁρμονικὴ κρίσις τῶν αἰσθήσεων μεταβάλλει τὰ ἀτελῆ εἰς τέλεια.

Ἡ ἐμφανιζομένη ἀσυμμετρία ἀφορᾷ ἀκριβῶς τὴν δευτέραν ἀναλογίαν τοῦ διαστήματος διαπασῶν (Βου - Κε - Βου), διότι τὰ μὲν διαστήματα τῆς διὰ τεσσάρων (Βου - Κε) δίδουσι μῆκος μεγαλείτερον μιᾶς διὰ τεσσάρων (Βου $\frac{54}{40}$ Κε) ($\frac{54}{40} \times \frac{3}{4} = \frac{162}{160}$) τῆς δὲ διὰ πέντε (Κε - Βου) ἔλασσον.

Τὰ φυσικὰ αἴτια τῆς ἀσυμμετρίας ταύτης ὀφείλονται εἰς τὴν ἑτερογένειαν τῶν συναντωμένων φθόγγων. Διότι ὁ μὲν φθόγγος (Βου) εἶναι φθόγγος κύριος τῶν πρώτων φυσικῶν διὰ τριῶν τοῦ πρώτου γένους ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι) ἐν τῇ πρώτῃ αὐτῆς ἀναλογίᾳ, ὁ δὲ (Κε) κύριος τῶν διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου γένους (Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη) ἐν τῇ δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος ἐν τῇ ἐκφορᾷ αὐτῆς ὡς πρώτου γένους. Ἄρα ὅπως ὁ (Βου) εἶναι παράγων τοῦ πρώτου γένους, διότι διαιρεῖ τὴν διὰ πέντε τῆς πρώτης ἀναλογίας εἰς δύο διὰ τριῶν πρώτου γένους ἤτοι: (Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι οὕτω καὶ ὁ (Κε) εἶναι παράγων τοῦ δευτέρου γένους διότι διαιρεῖ τὴν διὰ πέντε τῆς δευτέρας ἀναλογίας εἰς δύο διὰ τριῶν δευτέρου γένους ἤτοι:

(Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη)

Φυσικὴ ὅθεν συνέπεια τῆς ἑτερογενείας τῶν συναντωμένων τούτων φθόγγων ἐν τῇ δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ τοῦ διαπασῶν τῆς κλίμακος (Βου - Κε - Βου) εἶναι ἡ διαφωνία.

Ἡ ἀσυμμετρία αὕτη ἐξουδετεροῦται διὰ τῆς παραγωγῆς τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ διαστήματος διαπασῶν ἤτοι:

(Βου $\frac{4}{3}$ Κε $\frac{3}{2}$ Βου). Διὰ ταύτης τὸ μὲν διάστημα (Δι $\frac{9}{8}$ Κε) μετατρέπεται ἐκ μείζονος εἰς ἔλασσον (Δι $\frac{10}{9}$ Κε) τὸ δὲ ἔλασσον (Κε $\frac{10}{9}$ Ζω εἰς μεῖζον. Καὶ οὕτω καὶ ἡ κλῖμαξ αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ὁμοειδῆ τετράχορδα διαζευγμένα διὰ μείζονος τόνου.

Διάγραμμα τῆς τρίτης κλίμακος ἢ τρόπου.

$\frac{5}{4}$) Βου $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{5}{3}$ Κε $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{9}$ Πα $\frac{10}{4}$ Βου

Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{10}{8}$ Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου

Ἡ ἔκφρασις τῆς τρίτης κλίμακος ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ἡ ἔκφρασις τῆς τρίτης φυσικῆς κλίμακος—δευτέρας τοῦ πρώτου γένους— γίνεται διὰ τῶν μελῶν ἑνὸς κλάδου τοῦ τετάρτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, τοῦ γνωστοῦ ὑπὸ τὸ ὄνομα «λέγετος».

Τὸ ἀπήχημα τοῦ ἤχου τούτου γινόμενον ἐκ τοῦ ὀξέος ἐπὶ τὸ βαρύ (Δι— Γα—Βου), ὅπως καὶ τὰ μέλη ἀποδίδουσι τὸ φυσικὸν ὕψος τοῦ φθόγγου (Βου) διὰ τὸ ὁποῖον τόσον ἠγωνίσθη ἡ Πατριαρχικὴ Μουσικὴ ἐπιτροπή.

Τὸ ἀπήχημα τοῦτο εἶναι ὁμοούσιον πρὸς τὸ τοῦ διατονικοῦ «Βαρέος» (Πα—Νη – Ζω).

Ἅπαντα τὰ μέλη τοῦ «λεγέτου», εἱρμολογικὰ ἢ στιχηραρικά, Δοξολογίαι καὶ Πολυέλαιοι ἢ καὶ Παπαδικά, ἐκφράζουν φυσικῶς τὴν κλίμακα ταύτην.

Οἱ διδάσκαλοι τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς διαισθανόμενοι ὅτι ὁ φθόγγος (Κε) δὲν ἐκφράζεται εἰς τὸ φυσικὸν αὐτοῦ ὕψος, τὸ ὁποῖον τοῦ ἀποδίδει ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη – Νη), ἀλλ' ἐλλατοῦται φυσικῶς, παρασημαίνουσι τοῦτον εἰς τὰ μέλη πάντοτε δι' ὑφέσεως.

Σχηματισμὸς τῆς τετάρτης κλίμακος ἢ τετάρτου τρόπου.

Ἡ τετάρτη κλῖμαξ σχηματίζεται ἐκ τῆς βάσεως τοῦ τετάρτου φθόγγου τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Γα).

Τὸ πρὸ τοῦ φθόγγου τούτου διάστημα ἔχει λόγον ἀριθμητικόν ($\frac{4}{3}$). Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ σχηματισθησομένου διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων, ἤτοι :

$\frac{4}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{3}$), σχηματίζεται ὁ λόγος $\frac{8}{3}$, διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφέρεται διάστημα διὰ τεσσάρων καὶ διαπασῶν.

$$(\text{Νη} \ \tfrac{4}{3} \ \text{Γα} \ \tfrac{8}{3} \ \text{Γα}) \text{ ἢ } (\text{Νη} \ \tfrac{4}{3} \ \text{Γα} \ \tfrac{2}{1} \ \text{Γα})$$

Ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Γα) στηρίζεται ἡ διὰ τριῶν μείζων τοῦ δευτέρου γένους (Γα $\frac{81}{64}$ Κε).

Λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν ἐν τῷ διαπασωνικῷ τούτῳ διαστήματι ἐνυπαρχόντων διαστημάτων πρὸς σχηματισμὸν τῆς πρώτης ἀναλογίας τῆς κλίμακος, σχηματίζεται αὕτη ἐντελὴς ὡς δευτέρου γένους ἤτοι:

$$\text{Γα} \quad \tfrac{2}{1} \quad \text{Γα}$$

$$\text{Γα} \ \tfrac{3}{2} \ \text{Νη} \ \tfrac{4}{3} \ \text{Γα}$$

$$\text{Γα} \ \tfrac{81}{64} \ \text{Κε} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Νη}$$

$$\text{Γα} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Δι} \ \tfrac{9}{8} \ \text{Κε}$$

Λαμβανομένων ἐπίσης ὑπ' ὄψιν τῶν προκειμένων διαστημάτων — τοῦ δευτέρου ἐπίσης γένους — πρὸς σχηματισμὸν καὶ τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς κλίμακος, σχηματίζεται αὕτη ἐντελὴς μὲν ὡς πρὸς τὰ σύμφωνα διαστήματα, καὶ ἀτελὴς ὡς πρὸς τὰ διάφωνα τονιαῖα, τὰ ὁποῖα ἔχουν πρώτου γένους συμμετρίαν τοῦ δευτέρου ἤτοι :

$$\text{Γα} \ \tfrac{4}{3} \ \text{Ζω} \quad \tfrac{3}{2} \quad \text{Γα}$$

$$\text{Ζω} \ \tfrac{81}{64} \ \text{Πα} \ \tfrac{32}{27} \ \text{Γα}$$

$$\text{Πα} \ \tfrac{10}{9} \ \text{Βου} \ \tfrac{16}{15} \ \text{Γα}$$

Τὴν ἀριθμητικὴν ταύτην δυσαναλογίαν μεταξὺ συμφώνων καὶ διαφώνων διαστημάτων μετατρέπει εἰς ὁμογενῆ φυσικὴν ἀναλογίαν , ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς πρώτης ἀναλογίας, διὰ τοῦ τρίτου πολλαπλασιασμοῦ. — Τοὺς ἑτέρους δύο πολλαπλασιασμοὺς τοὺς παραλείπομεν ἐπειδὴ τὰ προκείμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διὰ τῶν πολλαπλασιασμῶν παραγώμενα.

Τρίτος πολαπλασιασμός.

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τῆς βασικῆς διὰ τριῶν τῆς πρώτης ἀναλογίας τῆς κλίμακος (Γα $\frac{81}{64}$ Κε), ἐπὶ τῶν ὅρων τῆς ἐπὶ τοῦ δευτέρου ὅρου τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος στηριζομένης διὰ τεσσάρων (Νη $\frac{2}{1}$ Γα) πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{81}{64} \frac{\times}{\times} \frac{2}{1} = \frac{162}{64}$), παράγεται ὁ λόγος ($\frac{162}{64}$), διὰ τοῦ ὁποίου ἢ διὰ τεσσάρων (Νη $\frac{4}{3}$ Γα)—ἐπὶ τὸ ὀξὺ—διαιρεῖται εἰς διὰ τριῶν μείζωνα δευτέρου γένους (Νη $\frac{81}{64}$ Βου) καὶ λεῖμμα (Βου $\frac{256}{243}$ Γα).

Καὶ οὕτω αἱ δύο ἀναλογίαι καθίστανται ἀμφότεραι τέλειαι καὶ σχηματίζουσι τὴν ἑξῆς τελείαν κλίμακα.

Διάγραμμα τῆς τετάρτης κλίμακος ἢ τετάρτου τρόπου.

$\frac{4}{3}$) Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{162}{64}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα

Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{255}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα

*Ἡ ἔκφρασις τῆς τετάρτης κλίμακος ἐν τῇ **Βυζαντινῇ Μουσικῇ**.*

Τὰ διαστήματα τῆς τετάρτης κλίμακος ἐκφράζωνται διὰ τῶν μελῶν τοῦ τρίτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

Λέγομεν τὰ διαστήματα καὶ οὐχὶ ἡ κλῖμαξ, διότι τὰ μέλη τοῦ ἤχου τούτου δὲν ἐξελίσσονται κατὰ τὸ διαπασῶν σύστημα, ἐφ' ὅλης τῆς ἐκτάσεως τῆς κλίμακος (Γα - Γα) δηλαδή, ἀλλ' ἐκ τοῦ βασικοῦ φθόγγου (Γα), πρὸς μὲν τὸ ὀξὺ κατὰ μίαν διὰ πέντε (Γα—Νη). Ἐπὶ δὲ τὸ βαρὺ κατὰ μίαν διὰ τεσσάρων (Γα—Νη).

Ἄρα τὰ μέλη τοῦ τρίτου ἤχου ἐξελίσσονται μᾶλλον ἐπὶ τοῦ τετραχόρδου μουσικοῦ συστήματος, ἀφοῦ τὰ δύο ὁμοειδῆ τετράχορδα εὑρίσκονται συνημμένα, ὁ δὲ διαζευτικὸς εἰς τὴν κορυφὴν ἤτοι:

(Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{9}{8}$ Βου $\frac{256}{243}$ Γα) (Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω) (Ζω $\frac{9}{8}$ Νη)

λαμβανομένων δι' ὑπ' ὄψιν καὶ τῶν δεσποζόντων μελῳδικῶν φθόγγων τοῦ τρίτου ἤχου οἵτινες εἶναι οἱ (Πα - Γα—Κε) ἐνίοτε δὲ καὶ ὁ βασικὸς (Νη), γίνεται φανερὸν ὅτι ἡ κλῖμαξ τὴν ὁποίαν μεταχειρίζεται ὁ τρίτος ἦχος εἶναι αὐτὴ αὕτη ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη—Νη) δευτέρου γένους, ἥτις καὶ πάλιν εἶναι αὐτὴ αὕτη ἡ κλῖμαξ τοῦ τετάρτου τρόπου (Γα - Γα) μὲ ἀνεστραμμένην τὴν πρώτην ἀναλογίαν ἤτοι:

$$\text{ἀντὶ } (\text{Γα} \tfrac{3}{2} \text{ Νη } \tfrac{4}{3} \text{ Γα}) \text{ ἐκφράζεται } (\text{Νη} \tfrac{4}{3} \text{ Γα } \tfrac{3}{2} \text{ Νη})$$

Τὰ φυσικὰ αἴτια συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ὁ τρίτος ἦχος δὲν μεταχειρίζεται ὡς βάσιν τῆς πλοκῆς τῶν μελῳδιῶν αὐτοῦ τὸ διαπασῶν σύστημα τῆς κλίμακος τοῦ τετάρτου τρόπου (Γα—Γα), ἀλλὰ τὴν πρώτην φυσικὴν κλίμακα (Νη—Νη) ὡς δευτέρου γένους εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἡ ἀναλογία τῆς τετάρτης κλίμακος (Γα - Γα) συμπίπτει καθ' ὁμοιότητα πρὸς τὴν ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη— Νη), ἤτοι:

$$\text{Γα } \tfrac{81}{64} \text{ Κε } \tfrac{32}{27} \text{ Νη } \tfrac{4}{3} \text{ Γα} \qquad \text{Νη } \tfrac{5}{4} \text{ Βου } \tfrac{6}{5} \text{ Δι } \tfrac{4}{3} \text{ Νη}$$

Ἡ μεταξὺ τούτων διαφορὰ εἶναι κατὰ ἓν ἐλάχιστον διάστημα ἔχων λόγον ἀριθμητικὸν $(\frac{81}{80})$. Τὸ διάστημα τοῦτο καίτοι εἶναι ἐλάχιστον ἐν τούτοις ἀπὸ ἁρμονικῆς ἀπόψεως εἶναι μέγα, διότι δι' αὐτοῦ σχηματίζονται τὰ δύο διατονικὰ γένη. Τὸ διάστητα τοῦτο εἶναι ἄφθαρτον καὶ λίαν ἰσχυρὸν ἐν τῇ δευτερογενῇ ἀναλογίᾳ

$$(\text{Νη } \tfrac{4}{3} \text{ Γα } \tfrac{81}{64} \text{ Κε } \tfrac{32}{27} \text{ Νη}) \quad \text{καὶ} \quad (\text{Πα } \tfrac{32}{27} \text{ Γα } \tfrac{81}{64} \text{ Κε } \tfrac{4}{3} \text{ Πα})$$

Ἀλλ' ὅταν ἐπέλθῃ ἡ σύμπτωσις νὰ συγκριθῇ ἡ περιέχουσα τὸ διάστημα τοῦτο ἀναλογία πρὸς τὴν ἀναλογίαν τοῦ πρώτου γένους ὅπως ἐν τῇ προκειμένῃ περιπτώσει ἤτοι:

$$(\text{Νη } \tfrac{5}{4} \text{ Βου } \tfrac{6}{5} \text{ Δι } \tfrac{4}{5} \text{ Νη})$$

$$(\text{Γα } \tfrac{81}{64} \text{ Κε } \tfrac{32}{27} \text{ Νη } \tfrac{4}{5} \text{ Γα})$$

τότε ἐπέρχεται ὁ νόμος τῆς φυσικῆς ὑπεροχῆς τῶν πρωτογενῶν διαστημάτων ἔναντι τῶν δευτερογενῶν τοιούτων, κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ πρωτογενὲς ἢ πρωτοπαράγωγον καθυποτάσσει ἁρμονικῶς τὸ δευτερογενὲς ἢ δευτεροπαράγωγον.

Ἕτερον φυσικὸν αἴτιον εἶναι ὅτι ὁ φθόγγος (Γα) ἐκφράζει τὸν δεύτερον ἀριθμητικὸν ὅρον τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν τὸν ἀριθμὸν (2) ἐν τῇ πρώτῃ φυσικῇ κλίμακι (Νη—Νη), ὁ ὁποῖος ὑπεισέρχεται ἐν τῇ θέσει ταύτῃ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων καὶ σχηματίζει τὴν δευτέραν ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, διὰ τῆς ὁποίας θεμελιοῦται τὸ τετράχορδον μουσικὸν σύστημα. Τὸ συμπέρασμα ὅθεν τὸ ὁποῖον ἐξάγεται ἐκ τῆς ἀκουστικῆς καὶ ἀριθμητικῆς μελέτης περὶ τῆς φυσικῆς ταύτης μετατροπῆς εἶναι ὅτι οἱαδήτις σύμπτωσις τῶν ἀναλογιῶν

$$(\text{Νη } \tfrac{5}{4} \text{ Βου } \tfrac{6}{5} \text{ Δι } \tfrac{4}{3} \text{ Νη})$$

$$(\text{Γα } \tfrac{81}{64} \text{ Κε } \tfrac{32}{27} \text{ Νη } \tfrac{4}{3} \text{ Γα})$$

μετατρέπει τὴν δευτέραν εἰς πρώτου γένους διὰ τοῦ διαπασῶν μουσικοῦ συστήματος καὶ τὴν πρώτην εἰς δευτέρου γένους διὰ τοῦ τετραχόρδου.

Τὰ φυσικὰ ταῦτα ἁρμονικὰ αἴτια διαισθανθέντες οἱ διδάσκαλοι τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, ἀνέστρεψαν τὴν πρώτην ἀναλογίαν τῆς κλίμακος (Γα - Γα) ἀπὸ (Γα $\frac{3}{2}$ Νη $\frac{4}{3}$ Γα) εἰς (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Νη) καὶ ὥρισαν ὡς δεσπόζοντας φθόγγους τοῦ τρίτου ἤχου τοὺς (Πα - Γα - Κε).

Ἄξια ἰδιαιτέρας προσοχῆς εἶναι καὶ τὰ ἑξῆς ἀκουστικὰ φαινόμενα τοῦ τρίτου ἤχου. Ὅτι, ἐνῶ ὁ φθόγγος (Πα) εἶναι ὁ βασικὸς φθόγγος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου γένους (Πα — Πα) ἐν τούτοις αἱ καταλήξεις αὐτοῦ γίνονται ἀτελεῖς τὸν εἰς φθόγγον (Πα), καὶ ἐντελεῖς καὶ τελικαὶ ἐπὶ τοῦ (Γα). Ἐκ τούτου ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ φυσικὴ ἀναλογία τοῦ τετάρτου τρόπου εἶναι ἡ ἀνεστραμμένη, διότι ὁ ἀριθμὸς (2) ὑπεισερχόμενος ἐν τῷ μείζονι ἐκ τοῦ ἐλάσσονος διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων κατὰ τὸν σχηματισμὸν τῆς δευτέρας ἀναλογίας τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη - Νη), θέτει ὡς βάσιν τὸ πρωτογενὲς αὐτοῦ διάστημα (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) ὡς δευτερογενὲς (Νη Γα) καὶ σχηματίζει τὴν φυσικὴν αὐτοῦ βάσιν κατὰ τρεῖς φθόγγους ὀξύτερον τοῦ (Νη). Καὶ πρὸς μὲν τὸ ὀξὺ ἔχει τὴν δευτερογενῆ διὰ πέντε (Γα—Νη) ἐπὶ δὲ τὸ βαρὺ τὴν δευτερογενῆ διὰ τεσσάρων (Γα — Νη).

Σχηματισμὸς τῆς πέμπτης κλίμακος.

Βάσις τῆς πέμπτης κλίμακος εἶναι ὁ πέμπτος φθόγγος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Δι). Τὸ πρὸ τοῦ φθόγγου (Δι) διάστημα ἔχει λόγον ($\frac{3}{2}$). Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τῶν ὅρων τοῦ διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων ἤτοι ($\frac{3}{2} \frac{\times}{\times} \frac{2}{1} = \frac{6}{2}$) παράγεται ὁ λόγος ($\frac{6}{2}$). Διὰ τοῦ λόγου τούτου ἐκφέρεται διάστημα διὰ πέντε καὶ διαπασῶν ἤτοι:

(Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{6}{2}$ Δι) ἢ Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{2}{1}$ Δι. Ἐπὶ τοῦ φςόγγου (Δι) στηρίζεται τὸ διὰ τριῶν μείζων διάστημα τοῦ πρώτου γένους Δι $\frac{5}{4}$ Ζω ἢ τὸ σύνθετον διὰ πέντε, (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα).

Ἄρα ἡ σχηματισθησομένη κλῖμαξ εἶναι πρώτου γένους. Λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν ἐνυπαρχόντων διαστημάτων πρὸς σχηματισμὸν τῆς πρώτης ἀναλογίας τῆς κλίμακος σχηματίζεται αὕτη τελεία ὡς πρώτου γένους ἄνευ οὐδενὸς πολλαπλασιασμοῦ ἤτοι:

Δι $\frac{2}{1}$ Δι

Δι $\frac{2}{3}$ Πα $\frac{4}{3}$ Δι

Δι $\frac{6}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα

Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω

Ἐπίσης διὰ τῶν ἐνυπαρχόντων διαστημάτων σχηματίζεται καὶ ἡ δευτέρα ἀναλογία τῆς κλίμακος ἄνευ διπλασιασμοῦ τινὸς ἤτοι:

Δι $\frac{2}{1}$ Δι

Δι $\frac{4}{3}$ Νη $\frac{3}{2}$ Δι

Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι

Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι

Τῶν δύο ἀναλογιῶν ἑνουμένων σχηματίζεται ἡ πέμππη φυσικὴ κλῖμαξ ἤτοι: Διάγραμμα τῆς πέμπτης φυσικῆς κλίμακος:

$\frac{3}{2}$) Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{10}{4}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα $\frac{6}{2}$ Δι

Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{8}$ Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν ἡ πέμπτη κλῖμαξ εἶναι αὐτὴ αὕτη ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη—Νη) ἐπαναλαμβανομένη ὡς (Δι—Δι').

Τὰ φυσικὰ αἴτια συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἡ πέμπτη κλῖμαξ σχηματίζεται φυσικῶς ἄνευ πολλαπλασιασμοῦ τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς πρώτης ἀναλογίας εἶναι ὅτι διὰ τοῦ σχηματισμοῦ τῆς τετάρτης κλίμακος συμπληροῦται ἡ ἐξέλιξις τῶν διαστημάτων — κατὰ μῆκος — καὶ ἔρχεται ἡ φυσικὴ ἐπανάληψις αὐτῶν. Τὸ τοιοῦτον καταφαίνεται ἐκ τοῦ σχηματισμοῦ καὶ τῆς διαστηματικῆς συνθέσεως τῆς πέμπτης κλίμακος. Διότι διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς τοῦ διαστήματος διαπασῶν τῆς τετάρτης κλίμακος (Γα—Γα) ἀναπαράγεται ἡ διὰ τεσσάρων τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη$_1$ $\frac{4}{3}$ Γα$_1$) ἐν τῇ διπλασίᾳ κλίμακι καὶ Νη$_2$ $\frac{4}{3}$ Γα$_2$ διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς καὶ τοῦ διαπασῶν τῆς πέμπτης κλίμακος (Δι—Δι) ἀναπαράγεται — ἐπαναλαμβάνεται — καὶ ἡ διὰ πέντε τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη—Δι) ἐπίσης ἐν τῇ διπλασίᾳ Νη$_2$ $\frac{3}{2}$ Δι$_2$. Ἐν συγκρίσει δὲ τῆς κλίμακος (Δι—Δι) πρὸς τὴν (Νη$_1$—Νη$_2$) ἡ μὲν πέμπτη (Δι—Δι) ἔχει ἐν τῇ βάσει τὴν πρωτογενῆ διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) καὶ ἐν τῇ κορυφῇ τὴν πρωτογενῆ διὰ πέντε (Νη$_2$—Δι$_2$) ὡς ἀναπαράγωγον, ἡ δὲ πρώτη (Νη—Νη) τὴν πρώτην φυσικὴν ἀναλογίαν τοῦ διαστήματος διαπασῶν.

Ἐκ τῆς μελέτης τῶν ὅρων τῶν δύο τούτων κλιμάκων καταφαίνεται ὅτι ἡ μὲν πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη - Νη) ἡ πρωτοπαράγωγος εἶναι ἡ κυρία, ἡ δὲ δευτέρα ἡ (Δι - Δι) ἡ δευτεροπαράγωγος ἡ πλαγία. Ἡ πρώτη εἶναι ἡ παράγουσα καὶ ἡ δευτέρα ἡ παράγωγος. Ἡ πρώτη εἶναι ἡ σχηματιζομένη καὶ ἡ δευτέρα ἡ ἐπαναλαμβανομένη.

Διὰ τοῦ σχηματισμοῦ ὅθεν τῆς πέμπτης κλίμακος παύει ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων καὶ ἰσχύει μόνον ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν σχηματιζομένων διαπασῶν καὶ τῶν ἀναλόγων αὐτῶν μέσων ὅρων.

Ἡ ἔκφρασις τῆς πέμπτης κλίμακος ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ

Ἡ πέμπτη κλῖμαξ ἐκφράζεται ἀκουστικῶς διὰ τῶν μελῶν τοῦ τετάρτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς ἤτοι: Χερουβικῶν, Κοινωνικῶν καὶ ἐν μέρει Δοξολογιῶν καὶ Πολυελαίων. Τὰ δὲ στιχηραρικὰ μέλη τοῦ ἤχου τούτου ἐκφράζουσι τὴν κλίμακα ταύτην ἀναλογικῶς ἀνεστραμμένην ἤτοι: (Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{3}{2}$ Πα) ἀντὶ Δι $\frac{3}{2}$ Πα $\frac{4}{3}$ Δι) καὶ οὕτω ἡ κλῖμαξ ἐφ ἧς ἐξελίσσονται τὰ μέλη ταῦτα σχηματίζεται ἐκ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Πα - Πα).

Τὰ φυσικὰ αἴτια τὰ ὁποῖα ἤγαγον τοὺς διδασκάλους τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς εἰς τὴν διαρρύθμισιν τῆς ἀναλογίας τῆς κλίμακος κατ' ἀντίστροφον ἁρμονικὴν ἀναλογίαν, εἶναι ἡ πανομοιότυπος ἀναλογία τῆς πέμπτης κλίμακος πρὸς τὴν τῆς πρώτης ἀπό τε ἀριθμητικῆς καὶ ἀκουστικῆς ἀπόψεως.

Παράδειγμα :

Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη

Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Πα $\frac{4}{3}$ Δι

Ἡ ἀντιστροφὴ τῆς ἀναλογίας τῆς κλίμακος ἀπὸ (Δι $\frac{3}{2}$ Πα $\frac{4}{3}$ Δι) εἰς (Πα $\frac{4}{3}$ Δι $\frac{3}{2}$ Πα) συνετέλεσεν οὐ μόνον εἰς τὸ νὰ διαφέρουν τὰ στιχηραρικὰ μέλη τοῦ τετάρτου ἤχου τῶν τοῦ πλαγίου τετάρτου, ἀλλὰ καὶ νὰ καταστῶσι ταῦτα ἐκ τῶν ἰδιορρυθμοτέρων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆ. Διότι, ὅταν δεσπόζει ὁ φθόγγος (Πα), ἐπικρατεῖ τὸ δεύτερον γένος τῆς διὰ τριῶν συμφωνίας (Πα - Γα) καὶ τῆς διὰ τεσσάρων (Νη - Γα), ἥτις προπαρασκευάζει τὴν μελῳδικὴν κατάληξιν ἐπὶ τοῦ (Πα). Ὅταν δὲ ἐπανέλθῃ ὡς δεσπόζων ὁ (Βου) καὶ ὁ (Δι), τότε τὸ μέλος γίνεται φυσικῶς πρώτου γένους, διότι ὁ (Βου) εἶναι ὁ πρῶτος παράγων φθόγγος τοῦ πρώτου γένους.

Τὰ παπαδικὰ μέλη τοῦ τετάρτου ἤχου ἐκφράζουν κατὰ τὸν φυσικώτερον τρόπον τὴν κλίμακα (Δι - Δι). Καὶ μολονότι, ὡς προείπομεν, αὐτὴ ἐπαναλαμβάνει τὴν φυσικὴν ἀναλογίαν τῆς κλίμακος (Νη - Νη), διαφέρει ταύτης διὰ τοὺς ἑξῆς ἁρμονικοὺς λόγους:

Ἡ μὲν πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ ἔχει τὴν βάσιν αὐτῆς κατὰ τέσσαρας φθόγγους ἐπὶ τὸ βαρὺ ἐκ τῆς βάσεως τῆς (Δι - Δι) καὶ ὡς ἐκ τούτου τὰ μέλη ὁδεύουν ἐπὶ μιᾶς κλίμακος καὶ μιᾶς διὰ τεσσάρων ἄνωθεν καὶ κάτωθεν ἤτοι: (Δι $\frac{4}{3}$ Νη $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{9}{3}$ Γα. Ἡ δὲ (Δι - Δι) ἔχουσα τὴν βάσιν αὐτῆς κατὰ τέσσαρας φθόγγους ὀξύτερον ἐκτείνει τὰ μέλη ἐπί τε τὸ βαρὺ καὶ πρὸς τὸ ὀξὺ κατὰ ἑπτὰ φθόγγους καὶ σχηματίζει δὶς διαπασῶν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, τοῦ νὰ ἐκτείνωνται τὰ μέλη ἐπὶ δύο ὁμοειδῶν κλιμάκων, μόνον εἰς τὰ παπαδικὰ μέλη τοῦ τετάρτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς παρατηρεῖται.

Συγκρίνοντες τὴν φυσικὴν παραγωγὴν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Νη - Νη) πρὸς τὴν ἀναπαράγωγον αὐτῆς (Δι - Δι), δυνάμεθα νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸν μὲν ἦχον πλάγιον τοῦ τετάρτου ὡς κύριον ἦχον, τὸν δὲ τέταρτον ὡς πλάγιον αὐτοῦ.

Ἐπίσης καὶ τὰς κλίμακας, τὴν μὲν πρώτην (Νη - Νη) κυρίαν, τὴν δὲ δευτέραν (Δι - Δι) πλαγίαν.

Σχηματισμὸς τῆς ἕκτης κλίμακος.

Βάσις τῆς ἕκτης κλίμακος εἶναι ὁ ἕκτος φθόγγος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος (Κε). Τὸ πρὸ τοῦ βασικοῦ φθόγγου (Κε) διάστημα ἔχει λόγον ἀριθμητικὸν $\frac{27}{16}$. Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ σχηματισθησομένου διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων, ἤτοι: $(\frac{27 \times 2}{16 \times 1} = \frac{54}{16}$ σχηματίζεται ὁ λόγος, διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφέρεται διάστημα δι' ἕξ μεῖζον δευτέρου γένους (Νη $\frac{27}{16}$ Κε) καὶ διαπασῶν (Κε $\frac{2}{1}$ Κε).

Ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Κε) στηρίζεται ἡ διὰ τριῶν ἐλάσσων τοῦ δευτέρου γένους (Κε $\frac{32}{27}$ Νη) καὶ ἡ τοῦ αὐτοῦ ἐπίσης γένους πρὸς ταύτην συνημμένη διὰ τριῶν μείζων (Νη $\frac{81}{64}$ Βου).

Ἀνασκοποῦντες τὰ προκείμενα διαστήματα εὑρίσκομεν ἀμφοτέρας τὰς ἀναλογίας ὡς τελείας δευτέρου γένους, ἤτοι:

Πρώτη

Κε $\frac{2}{}$ Κε

Κε $\frac{3}{2}$ Βου 4 Κε

Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{81}{64}$ Βου

Κε $\frac{9}{8}$ Ζω $\frac{256}{243}$ Νη

Δευτέρα

Κε $\frac{4}{3}$ Πα $\frac{3}{2}$ Κε

Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε

Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε

Αἱ δύο αὗται ἀναλογίαι ἑνούμεναι ἀποτελοῦσι τὴν ἕκτην κλίμακα.

Διάγραμμα τῆς ἕκτης κλίμακος.

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, καὶ ἡ κλῖμαξ αὕτη σχηματίζεται ἄνευ πολλαπλασιασμοῦ τινός, ὅπως καὶ ἡ πρὸ ταύτης πέμπτη κλῖμαξ. Οἱ φυσικοὶ λόγοι οἵτινες συντελοῦν εἰς τοῦτο εἶναι οἱ αὐτοὶ πρὸς τοὺς περὶ τοῦ σχηματισμοῦ τῆς πέμπτης κλίμακος διατυπωθέντας.

Ὅπως ἡ πέμπτη κλῖμαξ ἐπαναλαμβάνει κατὰ φυσικὴν ἀναλογίαν τὴν ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, οὕτω καὶ ἡ ἕκτη (Κε - Κε) ἐπαναλαμβάνει φυσικῶς τὴν ἀναλογίαν τῆς δευτέρας κλίμακος (Πα - Πα). Διότι, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν τοῦ γένους τῶν κλιμάκων, ἡ δευτέρα κλῖμαξ (Πα - Πα), εἶναι μὲν δευτέρα ἔναντι τῆς πρώτης (Νη - Νη) ὡς πρὸς τὴν παραγωγήν, ἀλλ' ὡς πρὸς τὸ γένος εἶναι πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους καὶ κατὰ συνέπειαν καὶ ἡ ἕκτη κλῖμαξ (Κε - Κε) εἶναι ἕκτη ἔναντι τῆς πρώτης (Νη - Νη) ὡς πρὸς τὴν παραγωγήν, καὶ πέμπτη ὡς πρὸς τὸ γένος ἔναντι τῆς πρώτης τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους (Πα - Πα).

Καὶ ἡ μὲν πρώτη, ἡ πρωτοπαράγωγος, εἶναι ἡ κυρία κλῖμαξ, ἡ δὲ δευτέρα, ἡ ἀναπαράγωγος, ἡ πλαγία. Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τεσσάρων κλιμάκων τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γένους, κυρίων καὶ πλαγίων, καταφαίνεται ὅτι τὸ πεντάχορδον μουσικὸν σύστημα, ἡ τροχός, τὸ ὁποῖον μεταχειρίζεται ἡ Βυζαντινὴ Μουσική, στηρίζεται ἐπὶ φυσικομαθηματικῶν νόμων.

Ἡ ἀκουστικὴ ἔκφρασις τῆς ἕκτης κλίμακος ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ἡ ἕκτη κλῖμαξ ἐκφέρεται ἀκουστικῶς διὰ τῶν μελῶν τοῦ πλαγίου πρώτου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς. Ἡ κλῖμαξ αὕτη ἐκφράζεται ἀκουστικῶς τελεία ὅταν τὰ μέλη ὁδεύουν ἐκ τοῦ φθόγγου (Κε) πρὸς τὸ ὀξὺ κατὰ τὸ σύστημα τοῦ τροχοῦ. Καὶ ὅταν τὰ μέλη ἐκ τοῦ (Κε) κατέρχονται ἐπὶ τὸ βαρὺ μέχρι τοῦ ἀντιστοίχου (Κε) κατὰ τὸ διαπασῶν σύστημα. Εἰς πάσας δὲ τὰς λοιπὰς μελῳδικὰς πλοκὰς ἤτοι χερουβικά, κοινωνικὰ καὶ στιχηραρικὰ ἐκφράζεται ἡ κλῖμαξ τοῦ πρώτου ἤχου ἢ ἡ πρώτη φυσικὴ τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους (Πα - Πα).

Σχηματισμὸς τῆς ἑβδόμης κλίμακος τοῦ δευτέρου γένους.

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τοῦ διαγράμματος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, μετὰ τὸν ἕκτον φθόγγον (Κε) ἕπονται τρεῖς ἕβδομοι φθόγγοι (Ζω). Πρῶτος ὁ τοῦ δευτέρου γένους, δεύτερος τοῦ πρώτου καὶ τρίτος πάλιν τοῦ δευτέρου. Ἄρα κατὰ σειρὰν μήκους πρώτη κλῖμαξ ἐκ τοῦ φθόγγου (Ζω) εἶναι ἡ τοῦ δευτέρου γένους. Τὸ πρὸ τοῦ βασικοῦ τούτου φθόγγου διάστημα ἔχει λόγον ἀριθμητικὸν $(\frac{16}{9})$. Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ σχηματισθησομένου διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: $(\frac{16}{9} \frac{\times}{\times} \frac{2}{1} = \frac{32}{9})$, παράγεται ὁ λόγος $(\frac{32}{9})$ διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφέρεται τὸ δι᾽ ἑπτὰ διάστημα (Νη - Ζω) καὶ τὸ ἐκ τῶν ὁμωνύμων φθόγγων (Ζω - Ζω) σχηματιζόμενον διάστημα διαπασῶν ἤτοι:

$$(\text{Νη} \ \frac{16}{9} \ \text{Ζω} \ \frac{32}{9} \ \text{Νη}) \ \text{ἢ} \ (\text{Νη} \ \frac{16}{9} \ \text{Ζω} \ \frac{2}{1} \ \text{Ζω})$$

Ἡ κλῖμαξ αὕτη σχηματίζεται δευτέρου γένους διότι ἐπὶ τοῦ βασικοῦ φθόγγου τῆς κλίμακος (Ζω) στηρίζεται διὰ τριῶν μειζων συμφωνία δευτέρου γένους ἢ (Ζω $\frac{81}{27}$ Γα) συναπτομένη μετὰ ὁμογενοῦς διὰ τριῶν ἐλάσσονος.

Ἡ πρώτη ἀναλογία τῆς κλίμακος σχηματίζεται ἐντελὴς διὰ τῶν προκειμένων διαστημάτων ἤτοι:

$$\begin{array}{lllllllll}
\text{Ζω} & & & & & \frac{2}{1} & & & \text{Ζω} \\
\text{Ζω} & & & \frac{3}{2} & & & \text{Γα} & \frac{4}{3} & \text{Ζω} \\
\text{Ζω} & \frac{81}{64} & & \text{Πα} & \frac{32}{27} & \text{Γα} & & & \\
\text{Ζω} & \frac{9}{8} & \text{Νη} & \frac{9}{8} & \text{Πα} & & & &
\end{array}$$

Ἡ δὲ δευτέρα ἀναλογία τῆς κλίμακος (Ζω - Βου - Ζω) σχηματίζεται ἀτελής, παρὰ τὸ γεγονὸς ὅτι ἐνυπάρχει φθόγγος (Βου) δευτέρου γένους. Ἡ ἀτέλεια αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν ἔλλειψιν τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ διαστήματος διαπασῶν, πρώτη καὶ δευτέρα, ἄσχετος οὖσα πρὸς τὸ γένος τῆς ἀναλογίας τῆς κλίμακος, ἀποτελεῖ τὴν πρώτην ἁρμονικὴν βάσιν ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ὅλον τὸ ἁρμονικὸν οἰκοδόμημα τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν ἀναλογίαν.

Ὁ μὲν πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων ἑκάστης πρώτης ἀναλογίας ἀφορᾶ τὸ γένος τῶν διαστημάτων τῆς ἀναλογίας. Ὁ δὲ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τοῦ διὰ πέντε διαστήματος καὶ τοῦ διὰ τεσσάρων ἀφορᾶ τὴν ἀκριβῆ εὕρεσιν τῶν δύο μέσων ἁρμονικῶν ὅρων τοῦ διαστήματος ἤτοι: (Νη - Δι - Νη) καὶ (Νη - Γα - Νη).

Μετὰ τὴν τετάρτην κλίμακα (Γα - Γα), ὁπότε παύει ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων ἰσχύει μόνον ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων τῆς ἀναλογίας τοῦ διαστήματος διαπασῶν. Διὰ τούτου μετατρέπονται τὰ ἀτελῆ εἰς τέλεια καὶ τὰ ἑτερογενῆ εἰς ὁμογενῆ.

Τὰς ἀτελείας ταύτας ἡ ἀκουστικὴ τὰς μετατρέπει φυσικῶς εἰς τελειότητας διὰ τῆς κρίσεως τῶν διαστημάτων ὑπὸ τῶν αἰσθήσεων. Ἡ δὲ φυσικομαθηματικὴ διὰ τῆς ἐξευρέσεως τοῦ δευτέρου μέσου ὅρου τοῦ διαστήματος διαπασῶν.

Τὸ διαπασῶν τῆς κλίμακος, ὡς προανεφέρθη, στηρίζεται ἐπὶ τοῦ λόγου $(\frac{16}{9})$. Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ πρὸ τοῦ βασικοῦ φθόγγου διαστήματος πολλαπλασιαζομένων, ἤτοι: $(\frac{16}{9} \times \frac{4}{3} = \frac{64}{27})$, σχηματίζεται ὁ λόγος $(\frac{64}{27})$. Διὰ τοῦ λόγου τούτου ἐκφέρεται ὁ δεύτερος μέσος ὅρος τοῦ διαστήματος διαπασῶν, τῆς κλίμακος (Ζω - Ζω) τοῦ δευτέρου γένους καὶ οὕτω ἡ ἀτελὴς δευτέρα γίνεται τελεία ἤτοι: (Ζω $\frac{4}{3}$ Βου $\frac{3}{2}$ Ζω).

Διάγραμμα τῆς ἑβδόμης κλίμακος τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους.

Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{64}{27}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα $\frac{6}{2}$ Δι $\frac{54}{16}$ Κε $\frac{32}{9}$ Ζω

Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{256}{243}$ Βου $\frac{9}{8}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω

Ἡ ἀκουστικὴ ἔκφρασις τῆς ἑβδόμης κλίμακος - δευτέρου γένους - ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ἡ ἑβδόμη κλῖμαξ τοῦ δευτέρου γένους, ἥτις ἐν τῇ Βυζαντινῇ ὀνομάζεται ἐναρμόνιος, ἐκφράζεται ἀκριβῶς διὰ τῆς δοξολογίας τοῦ Χουρμουζίου Χαρτοφύλακος τῆς ἐπονομαζομένης ἐναρμονίου καθὼς καὶ εἰς γραμμὰς παπαδικῶν μελῶν, ὅπου ὑπάρχει ἡ ἐναρμόνιος φθορὰ τοῦ φθόγγου (Ζω).

Ἐπίσης καὶ εἰς τὰ εἱρμολογικὰ καὶ στιχηραρικὰ διὰ μεταθέσεως τῆς μελῳδικῆς βάσεως ἐκ τοῦ φθόγγου (Ζω) ἐπὶ τοῦ (Γα).

Σχηματισμὸς τῆς ἑτέρας ἑβδόμης κλίμακος τῆς τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους.

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τοῦ διαγράμματος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, μετὰ τὸν πρῶτον ἕβδομον φθόγγον (Ζω) τοῦ δευτέρου γένους, ἕπεται ὁ ἕβδομος τοῦ πρώτου, ἐφ᾽ οὗ στηρίζεται ἡ διὰ τριῶν ἐλάσσων (Ζω $\frac{6}{5}$ Πα). Τὸ πρὸ τοῦ βασικοῦ τούτου φθόγγου διάστημα ἔχει λόγον ἀριθμητικὸν ($\frac{15}{8}$).

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ σχηματισθησομένου διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{15}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{30}{8}$), σχηματίζεται ὁ λόγος ($\frac{30}{8}$), διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφέρεται διάστημα δι᾽ ἑπτὰ καὶ διαπασῶν ἤτοι:

(Νη $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{30}{8}$ Ζω) ἢ (Νη $\frac{15}{8}$ Ζω $\frac{2}{1}$ Ζω)

Ἐκ τῆς ἐπισκοπήσεως τῶν προκειμένων διαστημάτων καταφαίνεται ὅτι ἡ μὲν πρώτη ἀναλογία τῆς κλίμακος σχηματίζεται ἀτελής, ἡ δὲ δευτέρα τελεία. Διότι ἐνῷ ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Ζω) στηρίζεται διὰ τριῶν ἐλάσσων (Ζω $\frac{6}{5}$ Πα) πρώτου γένους, συνάπτεται μετ᾽ αὐτῆς ἑτερογενὴς διὰ τριῶν δευτέρου γένους ἡ (Πα $\frac{32}{27}$ Γα). Ἡ ἑτερογενὴς αὕτη σύνθεσις τῶν διὰ τριῶν καθιστᾶ τὸ διάστημα τῆς διὰ πέντε (Ζω - Γα) ἔλασσον κατὰ ἓν ἔλασσον ἡμιτόνιον τοῦ μείζονος τόνου ἤτοι: ($\frac{135}{128}$) καὶ μεῖζον τὸ τῆς διὰ τεσσάρων (Γα - Ζω).

Ἐκ τῆς ἀναλογικῆς μελέτης τῶν διαστημάτων καταφαίνεται ὅτι ἡ ἀτέλεια αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν ἔλλειψιν τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ διαστήματος, ἥτις ἀποτελεῖ τὸ πρῶτον ἁρμονικὸν θεμέλιον πάσης κλίμακος.

Διὰ νὰ εὑρεθῇ ὅθεν ὁ πρῶτος μέσος ὅρος τοῦ διαστήματος διαπασῶν (Ζω - Ζω) καὶ νὰ καταστῇ τελεία καὶ ἡ πρώτη αὐτῆς ἀναλογία (Ζω - Γα - Ζω), πολλαπλασιάζονται οἱ ἀριθμητικοὶ ὅροι τοῦ λόγου ($\frac{15}{8}$), τοῦ πρὸ τοῦ βασικοῦ φθόγγου διαστήματος, ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ διαστήματος διὰ πέντε ἤτοι: ($\frac{15}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{45}{16}$) καὶ εὑρίσκεται ὁ λόγος ($\frac{45}{16}$) δι᾽ οὗ εὑρίσκεται ὁ φυσικὸς μέσος ὅρος τοῦ διαστήματος διαπασῶν, ἐκφραζόμενος διὰ δευτέρου φθόγγου (Γα) ὀξυτέρου τοῦ προηγουμένου κατὰ διάστημα ($\frac{135}{128}$).

Τὸ διάστημα τοῦτο ἑνούμενον πρὸς τὸ ἐλάχιστον (Βου $\frac{16}{15}$ Γα) ἤτοι: ($\frac{135}{128} \times \frac{16}{15} = \frac{2160}{1920} = \frac{9}{8}$) σχηματίζουσιν ἀμφότερα διάστημα μείζονος τόνου ($\frac{9}{8}$). Τὸ δὲ ἑπόμενον διάστημα (Γα - Δι) ἐλαττοῦται ἐκ μείζονος εἰς ἐλάχιστον. Οὕτω δὲ ἡ ἑβδόμη κλῖμαξ σχηματίζεται καθαρὰ πρώτου γένους, ἤτοι:

Διάγραμμα ἑβδόμης κλίμακος πρώτου γένους.

$\frac{15}{8}$) Ζω $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{10}{4}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα $\frac{6}{2}$ Δι $\frac{54}{16}$ Κε $\frac{30}{8}$ Ζω

Ζω $\frac{16}{15}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου $\frac{9}{8}$ Γα $\frac{16}{15}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{16}{15}$ Ζω

Ἡ ἀκουστικὴ ἔκφρασις τῆς ἑβδόμης κλίμακος ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ὁ ἕβδομος ἦχος τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς, ὁ ἐπονομαζόμενος βαρύς, ἐκφράζεται εἰς δύο γένη, πρῶτον καὶ δεύτερον. Εἰς τὸ πρῶτον γένος ἐκφράζονται ἅπαντα τὰ παπαδικὰ μέλη τοῦ ἤχου τούτου, καὶ εἰς τὸ δεύτερον τὰ εἱρμολογικὰ καὶ στιχηραρικά. Τὰ δευτέρου γένους μέλη τοῦ βαρέος καὶ ἅπαντα τοῦ τρίτου ἤχου θεωροῦνται ὡς ἐκφράζοντα τὸ ἐναρμόνιον γένος.

Καὶ τὰ μὲν δευτέρου γένους μέλη ἐκφράζουν τὴν δευτέρου γένους ἑβδόμην κλίμακα, τὰ δὲ πρώτου, τὴν πρώτου γένους ἑβδόμην. Διὰ τῆς ἑβδόμης κλίμακος τοῦ πρώτου γένους συμπληροῦνται πᾶσαι αἱ βάσεις τὰς ὁποίας περιέχει ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη - Νη) πρὸς φυσικὴν ἀναπαραγωγὴν τῶν διαστημάτων αὐτῆς, καὶ τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κλιμάκων.

Παρατηρήσεις ἐπὶ τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κλιμάκων.

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κλιμάκων, ἐξ ὀκτὼ φθογγικῶν βάσεων σχηματίζονται ἰσάριθμοι κλίμακες. Τέσσαρες πρώτου γένους καὶ ἕτεραι τέσσαρες δευτέρου. Ἐκ τῶν βάσεων τῶν φθόγγων (Νη - Βου - Δι - Ζω) σχηματίζονται αἱ τέσσαρες τοῦ πρώτου γένους, καὶ ἐκ τῶν βάσεων τῶν φθόγγων (Πα - Γα - Κε - Ζω) αἱ ἕτεραι τέσσαρες τοῦ δευτέρου. Αἱ τέσσαρες τοῦ πρώτου γένους εἶναι δύο συζυγίαι ὁμοειδεῖς, ἤτοι :

(Νη $\frac{5}{4}$ Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη)

(Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{5}{4}$ Πα $\frac{4}{3}$ Δι)

καὶ

(Βου $\frac{6}{5}$ Δι $\frac{5}{4}$ Ζω $\frac{4}{3}$ Βου)

(Ζω $\frac{6}{5}$ Πα $\frac{5}{4}$ Γα $\frac{4}{3}$ Ζω)

Ἐπίσης καὶ αἱ ἕτεραι τέσσαρες τοῦ δευτέρου γένους, ἤτοι :

(Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{4}{3}$ Πα)

(Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{81}{64}$ Βου $\frac{4}{3}$ Κε)

καὶ

(Γα $\frac{81}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{4}{3}$ Γα

(Ζω $\frac{81}{64}$ Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{4}{3}$ Ζω

Αἱ ἀναλογικαὶ αὗται συζυγίαι διαφέρουν αἱ μὲν τῶν δὲ κατὰ τοῦτο :
Αἱ μὲν πρώτου γένους διαιροῦνται εἰς δύο συζυγίας ὁμοειδεῖς ἐπαναλαμ-

βανομένας διὰ τῆς συνημμένης διὰ πέντε (Νη - Δι - Πα) καὶ (Βου - Ζω - Γα). Αἱ δὲ δευτέρου γένους ἐπίσης εἰς δύο συζυγίας ὁμοειδεῖς, ἀλλ' ἡ μὲν πρώτη ἐπαναλαμβάνεται διὰ τῆς διὰ πέντε (Πα - Κε - Βου) καὶ (Κε - Βου - Κε), ἡ δὲ δευτέρα, διὰ τῆς διὰ τεσσάρων ἤτοι ἐκ τοῦ (Γα) καὶ ἐκ τοῦ (Ζω).

Αἱ συζυγίαι τοῦ πρώτου γένους διαιροῦνται εἰς μείζονος ἀναλογίας κλίμακας καὶ εἰς ἐλάσσονος ἀναλογίας τοιαύτας. Μείζονος ἀναλογίας δύνανται νὰ ὀνομασθῶσιν αἱ τῆς πρώτης συζυγίας, ὡς ἀρχόμεναι ἐκ μείζονος διὰ τριῶν (Νη $\frac{5}{4}$ Βου) καὶ (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) καὶ ἐκ μείζονος ἐπίσης τόνου (Νη $\frac{9}{8}$ Πα $\frac{10}{9}$ Βου) καὶ (Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{10}{9}$ Ζω). Ἐλάσσονος δὲ αἱ τῆς δευτέρας συζυγίας, αἱ ὁποῖαι ἄρχονται ἐκ διὰ τριῶν ἐλάσσονος (Βου $\frac{6}{5}$ Δι) καὶ (Ζω $\frac{6}{5}$ Πα) καὶ ἐξ ἐλαχίστου τόνου (Βου $\frac{16}{15}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι). καὶ (Ζω $\frac{16}{15}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα).

Ἐπίσης καὶ αἱ συζυγίαι τοῦ δευτέρου γένους.

Ἐλάσσονος ἀναλογίας κλίμακες δύνανται νὰ ὀνομασθῶσι αἱ τῆς πρώτης συζυγίας, ὡς ἔχουσαι βάσιν ἐλάσσονα διὰ τριῶν ἤτοι: (Πα $\frac{32}{27}$ Γα $\frac{81}{64}$ Κε) καὶ (Κε $\frac{32}{27}$ Νη $\frac{81}{64}$ Βου) καὶ μείζονος ἀναλογίας αἱ τῆς δευτέρας συζυγίας, ὡς ἔχουσαι βάσιν τὰς διὰ τριῶν μείζονας ἤτοι:

(Γα $\frac{84}{64}$ Κε $\frac{32}{27}$ Νη) καὶ (Ζω $\frac{81}{64}$ Πα $\frac{32}{27}$ Γα)

Ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ περιέχει τρεῖς προσέτι φθόγγους ἤτοι: Δεύτερον φθόγγον (Βου) ὀξύτερον τοῦ πρώτου φυσικοῦ κατὰ διάστημα ἔχον λόγον $\frac{81}{80}$ καὶ δεύτερον φθόγγον (Κε) ἐλάσσονα ἐπίσης τοῦ πρώτου φυσικοῦ ($\frac{81}{80}$) καὶ τρίτον φθόγγον (Ζω) ὀξύτερον τοῦ πρώτου φυσικοῦ ἐπίσης κατὰ $\frac{81}{80}$.

Ἐκ τῶν τριῶν τούτων φθόγγων οὐδεμία κλῖμαξ δύναται νὰ σχηματισθῇ διότι αἱ βάσεις αὐτῶν δὲν εἶναι φυσικαὶ ἀλλὰ ἑτερογενοπαράγωγοι. Ὁ (Βου) καὶ ὁ τρίτος (Ζω) τοῦ δευτέρου γένους παράγονται διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῆς δευτέρας ἀναλογίας τοῦ δευτέρου γένους ἐπὶ διαστήματα πρωτοπαράγωγα πρώτου γένους, ἄρα εἶναι φθόγγοι ἐκφέροντες ὅρους ἑτερογενοπαραγώγους. Ἐπίσης καὶ ὁ (Κε) σχηματίζει τὴν διὰ τριῶν μείζονα τοῦ πρώτου γένους (Γα $\frac{5}{4}$ Κε) ἐπὶ τῆς τοῦ δευτέρου γένους πρωτοπαραγώγου (Γα $\frac{81}{64}$ Κε).

Τὰς τρεῖς ταύτας κλίμακας μόνον τεχνητὸν ὄργανον δύναται νὰ ἐκτελέσῃ, οὐχὶ δὲ καὶ αἰσθητικόν. Ἡ αἰθητικὴ ὡς καὶ ἡ φυσικομαθηματικὴ ἀπαιτοῦν ὅπως, τὸ πρῶτον τονιαῖον διάστημα πάσης σχηματιζομένης κλίμακος, ἑνούμενον μετὰ τοῦ ἑπομένου, σχηματίζῃ μίαν φυσικὴν διὰ τριῶν καὶ διὰ τῆς διὰ τριῶν τὴν φυσικὴν διὰ πέντε καὶ διὰ τῆς διὰ πέντε τὴν πρώτην φυσικὴν ἀναλογίαν τῆς κλίμακος.

Τὸ δὲ διάστημα ($\frac{81}{80}$) εἶναι μόριον τοῦ μείζονος τόνου καὶ ἔχει τὸν ἑξῆς καὶ μόνον ἁρμονικὸν προορισμόν: νὰ ὑποβιβάζῃ τὸν μείζονα εἰς ἐλάσσονα, ἤτοι:

($\frac{80}{81} \times \frac{9}{8} = \frac{720}{648} = \frac{10}{9}$) καὶ τὸν ἐλάχιστον ($\frac{16}{15}$) εἰς λεῖμμα ἤτοι:

($\frac{16}{15} \times \frac{80}{81} = \frac{1280}{1215} = \frac{256}{243}$) καὶ τἀνάπαλιν.

Μετὰ τοὺς τρεῖς διαφόρους φθόγγους (Ζω) ἕπεται ὁ ὄγδοος φθόγγος τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, ὁ ὁμώνυμος τοῦ πρώτου (Νη). Ὁ πρὸ τοῦ φθόγγου τούτου διαστηματικὸς λόγος εἶναι ὁ τοῦ διαστήματος διαπασῶν ($\frac{2}{1}$). Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐφ' ἑαυτοὺς πολλαπλασιαζομένων ἤτοι: ($\frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{1}$) σχηματίζεται ὁ λόγος ($\frac{4}{1}$) καὶ δι' αὐτοῦ ἐκφέρεται διάστημα δύο διαπασῶν, «δὶς διαπασῶν» ἤτοι: (Νη $\frac{2}{1}$ Νη $\frac{4}{1}$ Νη).

Διὰ τοῦ διαστήματος τούτου ἐπαναλαμβάνεται αὐτούσιος ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ (Νη - Νη). Μέχρι τῆς τετάρτης κλίμακος τὰ διαστήματα τῶν κλιμάκων παράγονται διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων τῶν πρώτων ἀναλογιῶν. Ἀπὸ δὲ τῆς πέμπτης διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τῶν διαστημάτων τῶν διὰ πέντε, μέχρι τῆς ὀγδόης. Καὶ μετὰ ταύτην αἱ κλίμακες ἐπαναλαμβάνουσι φυσικῶς ἀλλήλας.

Σχηματισμὸς τῆς ἐνάτης κλίμακος.

Μετὰ τὸν ὄγδοον φθόγγον (Νη) τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος, ὁ ὁποῖος εἶναι καὶ πρῶτος τῆς δευτέρας διαπασῶν, ἕπεται ὁ ἔνατος φθόγγος (Πα), δεύτερος τῆς δευτέρας διαπασῶν καὶ πρῶτος τῆς ἐνάτης κλίμακος. Ἐκ τῆς ἐπισκοπήσεως τῶν προκειμένων διαστημάτων - τοῦ δευτέρου γένους - μεταξὺ (Πα) καὶ τοῦ ἐπὶ τὸ ὀξὺ ἑβδόμου ἢ δεκάτου πέμπτου (Νη) εὑρίσκονται τὰ ἑξῆς τονιαῖα διαστήματα:

(Πα $\frac{256}{243}$ Βου $\frac{9}{8}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη)

Ἄρα ὑπολείπεται ἓν καὶ μόνον τονιαῖον διάστημα μεῖζον ἵνα σχηματισθῇ μία τελεία κλῖμαξ. Τὸ ἐλλεῖπον διάστημα (Νη - Πα) εὑρίσκεται ὑπὸ τὸν βασικὸν φθόγγον (Πα) καὶ ἔχει λόγον ἀριθμητικὸν ($\frac{18}{8}$). Τῶν ὅρων τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τοὺς ὅρους τοῦ σχηματισθησομένου διαπασῶν πολλαπλασιαζομένων, ἤτοι: ($\frac{18}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{36}{8}$), σχηματίζεται ὁ λόγος ($\frac{36}{8}$) καὶ δι' αὐτοῦ ἐκφέρεται διάστημα δι' ἐννέα καὶ διαπασῶν, ἤτοι:

(Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{36}{8}$ Πα) ἢ (Νη $\frac{18}{8}$ Πα $\frac{2}{1}$ Πα).

Ἐκ τῆς ἐπισκοπήσεως τῶν διαστημάτων καταφαίνεται ὅτι ἀμφότεραι αἱ ἀναλογίαι εἶναι τέλειαι καὶ σχηματίζουν τὸ ἑξῆς τέλειον διάγραμμα τῆς ἐνάτης κλίμακος:

$\frac{18}{8}$) Πα $\frac{64}{27}$ Βου $\frac{8}{3}$ Γα $\frac{6}{2}$ $\frac{54}{16}$ Κε $\frac{32}{9}$ Ζω $\frac{4}{1}$ Νη $\frac{36}{8}$ Πα

Πα $\frac{256}{243}$ Βου $\frac{9}{8}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{9}{8}$ Νη $\frac{9}{8}$ Πα

Ἡ ἔκφρασις τῆς ἐνάτης κλίμακος ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ.

Ἡ ἐνάτη κλῖμαξ ἐκφράζεται ἀκουστικῶς διὰ τοῦ μέλους τῆς δοξολογίας Γρηγορίου Πρωτοψάλτου, τῆς τιτλοφορουμένης ἑπταφώνου, εἰς ἦχον πλάγιον τοῦ πρώτου. Μερικῶς δὲ εἰς πλεῖστα ὅσα μέλη διὰ τῆς ἐπιθέσεως τῆς ἐναρμονίου φθορᾶς τοῦ φθόγγου (Ζω) ἐπὶ τοῦ (Βου). Τὸ τοιοῦτον συμβαίνει κυρίως εἰς τὸ «Μάκαριος ἀνήρ» τοῦ Πέτρου Λαμπαδαρίου, τὸ συντετμημένον παρὰ Μανουὴλ Πρωτοψάλτου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ'.

Σχηματισμὸς τῆς φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους.

Τὸ χρωματικὸν γένος εἶναι φυσικόν, ὅπως καὶ τὸ διατονικόν, διότι τὰ πρωτογενῆ διαστήματα ἀμφοτέρων παράγονται διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων.

Διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διαστήματος διαπασῶν παράγεται μία πρωτογενὴς γενικὴ ἀναλογία ἤτοι:

1						:					2
2			:			3		:			4
4	:		5			6	:	7		:	8
8	:	9	:	10		14	:	15		:	16

Ἡ ἀναλογία αὕτη εἶναι διγενής, ὅπως καὶ οἱ δύο ἀριθμητικοὶ ὅροι τοῦ λόγου τοῦ διαπασῶν: Μείζονος γένους ὁ ἀριθμὸς (1) καὶ ἐλάσσονος ὁ ἀριθμὸς (2). Κατ' ἀναλογίαν ὅθεν πρὸς τοὺς δύο βασικοὺς ἀριθμοὺς (1) καὶ (2) παράγονται καὶ τὰ διαστήματα. Ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) εὑρίσκονται συνημμένα μείζονος γένους διαστήματα καὶ ἐπὶ τοῦ (2) ἐλάσσονος.

Καὶ τὰ μὲν ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) συνημμένα ἀποτελοῦσι μίαν ἰδιογενῆ ἀναλογίαν, τὴν ὁποίαν ἡ μουσικὴ ὀνομάζει πρώτου διατονικοῦ γένους, ἤτοι:

1				:		2	
2			:	3	:	4	
4	:		5	:	6		
8	:	9	:	10			

Τὰ δὲ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (2) ἀποτελοῦσι ἰδιογενῆ ἀναλογίαν πρώτου χρωματικοῦ γένους ἤτοι:

1	:						2
2	:	3		:			4
		6	:	7		:	8
				16	:	15 :	16

Ἄρα οἷοι λόγοι ὑπάρχουν διὰ τὸ πρῶτον διατονικὸν γένος, ἵνα ὀνομάζηται τοῦτο φυσικόν, οἱ αὐτοὶ ὑπάρχουν καὶ διὰ τὸ χρωματικόν.

Τὴν πρώτην ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους τὴν ἀποτελεῖ ἡ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγομένη καὶ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) συναπτομένη.

Καὶ τὴν πρώτην ἀναλογίαν τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους, τὴν ἀποτελεῖ ἡ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων ἐπίσης παραγομένη καὶ ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (2) συναπτομένη.

Καὶ ὅπως ἡ δευτέρα ἀναλογία τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους παράγεται ἐκ τῆς πρώτης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων τῶν κυρίων διαστημάτων αὐτῆς, οὕτω καὶ ἐκ τῆς πρώτης ἀναλογίας τοῦ χρωματικοῦ γένους παράγεται ἡ φυσικὴ αὐτῆς δευτέρα, ἐπίσης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων καὶ διὰ τῶν δύο ἀναλογιῶν σχηματίζεται ἡ πρώτη φυσικὴ κλῖμαξ τοῦ χρωματικοῦ γένους.

Ἐκ τῶν πρωτογενῶν διαστημάτων τοῦ χρωματικοῦ γένους τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὴν πρώτην φυσικὴν ἀναλογίαν ἡ κλῖμαξ σχηματίζεται πεντάφθογγος ἤτοι :

$$\text{Νη } \frac{3}{2} \qquad \text{Δι } \frac{21}{12} \text{ Κε } \frac{15}{8} \text{ Ζω } \frac{2}{1} \text{ Νη}$$

$$\text{Δι } \frac{7}{6} \text{ Κε } \frac{15}{14} \text{ Ζω } \frac{16}{15} \text{ Νη}$$

Ἐκ τοῦ διαγράμματος τῆς πενταφθόγγου κλίμακος καταφαίνεται ὅτι τὸ διάστημα διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νε) ἔχει ἅπασαν τὴν διαστηματικὴν αὐτοῦ σύνθεσιν τελείαν, τὸ δὲ διὰ πέντε (Νη - Δι) εἶναι κενόν. Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι $\frac{4}{3}$ Νη) ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1) πολλαπλασιαζομένων, ἤτοι : ($\frac{4}{3} \times 1 = \frac{4}{3}$) ἀναπαράγεται ὁ ἀριθμητικὸς λόγος τοῦ διὰ τεσσάρων συνημμένος ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) καὶ οὕτω ἡ κλῖμαξ ἀπὸ πεντάφθογγος γίνεται ἑξάφθογγος ἤτοι :

$$\text{Νη } \frac{4}{3} \qquad \text{Γα } \frac{3}{2} \text{ Δι } \frac{21}{12} \text{ Κε } \frac{15}{8} \text{ Ζω } \frac{2}{1} \text{ Νη}$$

$$\text{Γα } \frac{9}{8} \text{ Δι } \frac{7}{6} \text{ Κε } \frac{15}{14} \text{ Ζω } \frac{16}{15} \text{ Νη}$$

Διὰ τῆς παραγωγῆς τοῦ διαστήματος διὰ τεσσάρων ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ἀριθμοῦ (1) ἡ κλῖμαξ διαιρεῖται εἰς δύο τετράχορδα διεζευγμένα διὰ μείζονος ἤτοι : (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη) καὶ διὰ τῶν δύο τετραχόρδων τὸ διαπασῶν εἰς πρώτην (Νη $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη) καὶ δευτέραν ἀναλογίαν (Νη $\frac{4}{3}$ Γα $\frac{3}{2}$ Νη).

Τῶν ἀριθμητικῶν ὅρων τοῦ λόγου τοῦ διὰ τριῶν μείζονος διαστήματος (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) πολλαπλασιαζομένων ἀριθμητικῶς ἤτοι : ($\frac{5}{4} \times 1 = \frac{5}{4}$) ἀναπαράγεται ὁ λόγος τοῦ διὰ τριῶν ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) καὶ ἡ ἑξάφθογγος κλῖμαξ γίνεται ἑπτάφθογγος. Πολλαπλασιαζομένων ἐπίσης καὶ τῶν ὅρων τοῦ τονιαίου διαστήματος (Δι $\frac{7}{6}$ Κε) ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν (1) ἀναπαράγεται ὁ λόγος ἐπὶ τοῦ ἀριθμοῦ (1) καὶ οὕτω ἡ κλῖμαξ γίνεται ὀκτάφθογγος ἤτοι :

Διάγραμμα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους.

$$\text{Νη } \frac{7}{6} \text{ Πα } \frac{5}{4} \text{ Βου } \frac{4}{3} \text{ Γα } \frac{3}{2} \text{ Δι } \frac{21}{12} \text{ Κε } \frac{15}{18} \text{ Ζω } \frac{2}{1} \text{ Νη}$$

$$\text{Νη } \frac{7}{6} \text{ Πα } \frac{15}{14} \text{ Βου } \frac{16}{15} \text{ Γα } \frac{9}{8} \text{ Δι } \frac{7}{6} \text{ Κε } \frac{15}{14} \text{ Ζω } \frac{16}{15} \text{ Νη}$$

Τὰ τονιαῖα διαστήματα τῆς φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους εἶναι ἅπαντα ὀξυπαράφωνα ἀκουστικῶς. Τὰ δὲ διὰ τριῶν εἶναι: Ἐκ μὲν τοῦ βαρέος πρὸς τὸ ὀξὺ σύμφωνα, ἐκ δὲ τοῦ ὀξέος ἐπὶ τὸ βαρὺ ὀξυπαράφωνα.

Καὶ τὰ μὲν σύμφωνα εἶναι τὰ τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους:

$$(\text{Νη} \frac{5}{4} \text{Βου} \frac{6}{5} \text{Δι} \frac{5}{4} \text{Ζω})$$

Τὰ δὲ ὀξυπαράφωνα τὰ τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους:

$$(\text{Πα} \frac{7}{6} \text{Γα} \frac{63}{48} \text{Κε} \frac{7}{6} \text{Νη})$$

Ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων ἀναπαράγονται τὰ πολλαπλασιαζόμενα, καὶ συνάμα ἐκ τῆς σχέσεως τῶν διαστημάτων τῶν δύο ἀναλογιῶν ἐξ ὧν ἀποτελεῖται ἡ κλῖμαξ, παράγονται καὶ τὰ διὰ τριῶν τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους.

Συγκρίνοντες τὰ φυσικὰ ταῦτα φαινόμενα πρὸς τὰ πολλαπλασιαζόμενα πρωτογενῆ διαστήματα τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους πρὸς παραγωγὴν τῆς δευτέρας ἀναλογίας, παρατηροῦμεν ὅτι, ἀφοῦ ἀναπαράγονται τὰ πολλαπλασιαζόμενα παράγονται καὶ ἐκ τῆς σχέσεως τῶν δύο ἀναλογιῶν τὰ πρωτογενῆ διὰ τριῶν τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους, τά:

$$(\text{Πα} \frac{32}{27} \text{Γα} \frac{81}{64} \text{Κε} \frac{32}{27} \text{Νη})$$

Ἡ ἔκφρασις τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους ἐν τῇ Βυζαντινῇ Μουσικῇ

Ἡ ἔκφρασις τῶν διαστημάτων τῆς φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους γίνεται διὰ τῶν μελῶν τοῦ δευτέρου ἤχου τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς. Λέγομεν δὲ τῶν διαστημάτων καὶ οὐχὶ τῆς κλίμακος, διότι τὰ μέλη δὲν ἐκφράζουν τὴν τονιαίαν σύνθεσιν τῶν διαστημάτων ὅπως αὕτη σχηματίζεται διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων, ἀλλ' ὅπως ταῦτα ἐμφανίζονται ἐν τῷ κατωτέρῳ διαγράμματι.

Διάγραμμα τῆς πρώτης φυσικῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους κατὰ τὴν ἔκφρασιν τῶν μελῶν τοῦ δευτέρου ἤχου.

$$\text{Νη} \frac{15}{14} \text{Πα} \frac{5}{4} \text{Βου} \frac{4}{3} \text{Γα} \frac{3}{2} \text{Δι} \frac{45}{28} \text{Κε} \frac{15}{8} \text{Ζω} \frac{2}{1} \text{Νη}$$

$$\text{Νη} \frac{15}{14} \text{Πα} \frac{7}{6} \text{Βου} \frac{16}{15} \text{Γα} \frac{9}{8} \text{Δι} \frac{15}{14} \text{Κε} \frac{7}{6} \text{Ζω} \frac{16}{15} \text{Νη}$$

Ἐκ τῆς μελέτης τῶν αἰτίων τῆς μεταθέσεως τῶν διαστημάτων, ἐξάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ μετάθεσις ὀφείλεται εἰς λόγους αἰσθητικούς, συνεπείᾳ τοῦ δυσεκφράστου τῶν δύο συνημμένων ἡμιτονίων.

Τὰ ἡμιτόνια ταῦτα δὲν στηρίζονται ἀμφότερα ἁρμονικῶς, εἰμὴ μόνον τὸ (Ζω $\frac{16}{15}$ Νη). Διότι ὁ μὲν (Νη) ἀποτελεῖ τὸν δεύτερον φθόγγον τοῦ διὰ τεσσάρων, ὁ δὲ (Ζω) τὸν δεύτερον φθόγγον τοῦ διὰ τριῶν συμφώνου διαστήματος (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω). Ἐνῷ ὁ φθόγγος (Κε) εὑρίσκεται ἐν ὀξυπαραφώνῳ ἁρμονικῇ ἀναλογίᾳ πρὸς τοὺς παρακειμένους καὶ πρὸς αὐτὸν τὸν (Νη).

Ματαίως ὅθεν ἡ αἴσθησις - τὸ πνεῦμα - ἀναζητεῖ γνωστὴν αἰσθητικὴν ἁρμονικὴν μονάδα πρὸς ἣν νὰ προσομοιάσῃ - τὴν ὕλην - τὸν φωνητικὸν φθόγγον. Τοῦ διαστήματος ὅμως (Κε $\frac{15}{14}$ Ζω) μετατιθεμένου ἐκ μέσου ὡς βασικοῦ (Δι $\frac{15}{14}$ Κε) καὶ τοῦ βασικοῦ (Δι $\frac{7}{6}$ Κε) ὡς μέσου τοῦ τετραχόρδου ἤτοι: (Δι $\frac{15}{14}$ Κε $\frac{7}{6}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη), τὸ διάστημα (Νη - Κε) ἀποσυμπυκνοῦται, καὶ ἡ ἀκουστικὴ κρίνει τοῦτο, ὡς εὑρισκόμενον μεταξὺ συμφωνίας καὶ διαφωνίας. Τὸ δὲ (Δι - Κε), ὡς φυσικὸν ἡμιτόνιον, εὑρισκόμενον ὑπὸ τὴν κυριαρχίαν τοῦ (Δι). Καὶ οὕτω ἕκαστος τῶν δύο ὅρων τοῦ διὰ τεσσάρων ἔχει συνημμένον ἀνὰ ἓν ἐκ τῶν δύο φυσικῶν τονιαίων διαστημάτων τοῦ χρωματικοῦ γένους. Ὁ μὲν (Δι) τὸ (Δι $\frac{15}{16}$ Κε) ὁ δὲ (Νη) τὸ (Ζω $\frac{16}{15}$ Νη). Ἡ μετάθεσις αὕτη εἶναι καὶ ἀπόρροια τοῦ φυσικοῦ νόμου τῆς ἁρμονίας, κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ ἁρμονικῶς μεῖζον ἕλκει τὸ ἁρμονικῶς ἔλασσον.

Ἡ ἁρμονικότης τῶν φθόγγων τοῦ χρωματικοῦ τετραχόρδου (Δι - Νη) κατ' ἁρμονικὴν διαβάθμισιν ἔχει ὡς ἑξῆς: Πρῶτος ὁ (Δι) καὶ δεύτερος ὁ (Νη) διότι δι' αὐτῶν ἐκφράζεται τὸ διὰ τεσσάρων. Τρίτος εἶναι ὁ (Ζω), διότι διὰ τοῦ (Δι $\frac{5}{4}$ Ζω) ἐκφράζεται τὸ διὰ τριῶν μεῖζον. Ὁ (Κε) ἔχει τὸν τέταρτον ἁρμονικὸν βαθμὸν τὸν ἐλάσσονα πάντων. Πρὸς οὐδένα ἐκ τῶν παρακειμένων εὑρίσκεται ἐν τελείᾳ ἁρμονικῇ ἀναλογίᾳ. Εὑρισκόμενος μεταξὺ δύο ἁρμονικῶν δυνάμεων πρώτου καὶ τρίτου βαθμοῦ, ὑφίσταται ἕλξιν ὑπὸ τῆς πρώτης. Διὰ τῆς κλίσεως αὐτοῦ πρὸς τὸν (Δι), ἡ θέσις τοῦ (Κε) ἐνισχύεται ἁρμονικῶς καὶ διαφαίνεται οὗτος ἀριθμητικῶς τε καὶ ἀκουστικῶς ὡς ἡμιτόνιον διάστημα ἑδραζόμενον ἐπὶ τοῦ (Δι).

Ἐκ τούτου δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι τὰ διαστήματα τοῦ χρωματικοῦ γένους παράγονται μὲν διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων, ἀλλ' ἡ ἁρμονικὴ διαρρύθμισις αὐτῶν ἀναλογικῶς ὑπόκειται εἰς τὴν κρίσιν τῶν αἰσθήσεων.

Τοῦτο δὲ διότι ἡ πρωτοπαράγωγος ἀναλογία τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους περιέχει μὲν ἑπτὰ τονιαία διαστήματα, ἀλλ' ἐκτὸς τῆς συμφώνου τριλόγου ἀναλογίας τοῦ διαπασῶν (Νη $\frac{2}{1}$ Νη) τὰ λοιπὰ τέσσαρα διαστήματα εἶναι ὀξυπαράφωνα, ὡς ἐκ τῆς παραγωγῆς αὐτῶν ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ οὐχὶ τοῦ διὰ πέντε.

Ἅπαντα τὰ μέλη τοῦ δευτέρου ἤχου ἐκφράζουν τὴν διὰ τῶν αἰσθήσεων διερρυθμισμένην κλίμακα. Τοῦτο δὲ γίνεται ἐν ὅσῳ τὸ μέλος δὲν προβαίνει πέραν τοῦ φθόγγου (Νη). Ὅταν δὲ τὸ μέλος ὑπερβῇ τὸν πρὸς τὸ ὀξὺ (Νη) ἢ καταλήξῃ ἐπὶ τοῦ ἀντιστοίχου ἐπὶ τὸ βαρὺ (Νη), τότε ἀνακύπτει ἑτέρα κλῖμαξ τοῦ αὐτοῦ μὲν γένους, ἀλλ' ἔχουσα διάφορον διαστηματικὴν σύνθεσιν. Συμβαίνει δηλ. ὅ,τι καὶ εἰς τὰ διατονικὰ γένη. Ἀλλ' εἰς μὲν τὰ διατονικὰ γένη αἱ μεταβολαὶ προκαλοῦνται συνεπείᾳ τῆς μεταλλαγῆς τῶν δεσποζόντων φθόγγων, εἰς δὲ τὸ χρωματικὸν συνεπείᾳ τῶν μεταβολῶν τοῦ μουσικοῦ συστήματος.

Μεταβεβλημένη διαστηματικὴ σύνθεσις τῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου ἤχου.

(Νη $\frac{256}{243}$ Πα $\frac{6}{5}$ Βου $\frac{135}{138}$ Γα $\frac{9}{8}$ Δι $\frac{256}{243}$ Κε $\frac{6}{5}$ Ζω $\frac{135}{128}$ Νη)

Ἡ μεταξὺ τῶν δύο διαστηματικῶν συνθέσεων διαφορὰ εἶναι βεβαίως ἐλαχίστη. Ἀλλὰ μήπως καὶ ἡ μεταξὺ τῶν δύο διατονικῶν γενῶν διαφορὰ δὲν εἶναι ἀνάλογος; Τὰ φυσικὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων γίνεται ἡ φυσικὴ αὕτη μεταβολὴ τῶν διαστημάτων καὶ ἀνακύπτει ἓν δεύτερον χρωματικὸν γένος, εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ὅταν τὸ μέλος ὑπερβῇ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ (Νη), σχηματίζεται τέλειον πεντάχορδον (Δι $\frac{3}{2}$ Πα) τὸ ὁποῖον εἶναι μεῖζον τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι - Νη) - τοῦ παράγοντος διαστήματος τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους - καὶ ὡς ἐκ τούτου, τὸ μεῖζον καθυποτάσσει τὸ ἔλασσον ἁρμονικῶς. Τοῦ διὰ τεσσάρων (Δι - Νη) καθυποτασσομένου ἀναλαμβάνει τὴν ἁρμονικὴν ἡγεσίαν τὸ διὰ πέντε καὶ σχηματίζεται κλῖμαξ βαίνουσα κατὰ τὸ διαπασῶν σύστημα ἐκ τοῦ (Δι), ὡς βασικοῦ, πρὸς τὸν ὄγδοον ὁμώνυμον ἐπὶ τὸ ὀξύ. Διότι πρὸς τὸ διὰ πέντε εἶναι φυσικῶς συνημμένον - ἐπὶ τὸ ὀξύ - τὸ διὰ τεσσάρων. Ἡ οὕτωπως σχηματιζομένη κλῖμαξ ἔχει τρία μόνον φυσικὰ διαστήματα τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους τὰ (Δι $\frac{15}{14}$ Κε $\frac{7}{6}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη) τὰ δὲ ἕτερα τέσσαρα (Νη - Πα - Βου - Γα - Δι) εἶναι ξένα καὶ ἄσχετα ὡς πρὸς τὴν φυσικὴν παραγωγήν. Ξένον δὲ ἐπίσης πρὸς τὴν φύσιν τῶν ὅρων τῆς κλίμακος τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους εἶναι καὶ τὸ ἀναλογικὸν σύστημα τῆς νέας κλίμακος. Διότι, ὅπως καταφαίνεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ἡ πρώτη βάσις τῆς κλίμακος τοῦ χρωματικοῦ γένους δὲν εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ πρώτου φθόγγου τοῦ διαπασῶν ἢ τοῦ ὀγδόου, ἀλλ' ἐπὶ τοῦ μεταξὺ τούτων μέσου (Δι). Καὶ τὰ μὲν πρωτογενῆ, τὰ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγόμενα, βαίνουν ἐκ τοῦ (Δι) μέχρι τοῦ (Νη) ἐπὶ τὸ ὀξὺ ἤτοι: (Δι $\frac{15}{14}$ Κε $\frac{7}{6}$ Ζω $\frac{16}{15}$ Νη), τὰ δὲ δευτερογενῆ, τὰ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων παραγόμενα, ἐκ τοῦ (Δι) μέχρι τοῦ ἐπὶ τὸ βαρὺ (Νη) μὲ τάσιν βασικὴν - ἀκουστικῶς - πρὸς τὸν (Δι).

Βάσις ἄρα τῶν τε πρωτοπαραγώγων καὶ δευτεροπαραγώγων διαστημάτων εἶναι ὁ φθόγγος (Δι) μὲ ἀναλογικοὺς τοὺς δύο (Νη). Οἱαδήτις ὅθεν μεταβολὴ τῶν ἀναλογικῶν τούτων ὅρων ἀντίκειται εἰς τὴν φύσιν τῶν διαστημάτων, διότι ἡ μὲν ὑπέρβασις αὐτῶν ἐπὶ τὸ ὀξὺ δημιουργεῖ σύστημα διαπασῶν νέον πρὸς ὃ κατατείνουν τὰ διαστήματα, ἡ δὲ κατάληξις ἐπὶ τοῦ ἐπὶ τὸ βαρὺ (Νη) καθιστᾷ τοῦτον φθόγγον βασικὸν καὶ λαμβάνουν τὴν ἁρμονικὴν ἡγεσίαν τὰ ἐπ' αὐτοῦ στηριζόμενα δευτερογενῆ διαστήματα διὰ τοῦ σχηματιζομένου διὰ πέντε (Νη - Δι), ὅτε τὸ πρωτογενὲς διὰ τεσσσάρων (Δι - Νη) μεταβάλλεται εἰς δευτερογενές.

Ἡ μεταβολὴ ὅθεν τῆς φύσεως τῶν ἀναλογικῶν ὅρων ἐπιφέρει φυσικῶς καὶ τὴν μεταβολὴν τῆς ἀριθμητικῆς ἀναλογίας τῶν διαστημάτων. Ἕνεκα τῶν φυσικῶν τούτων μεταβολῶν τοῦ γένους τῶν διαστημάτων - τοῦθ' ὅπερ ἀποδεικνύει τὴν φυσικὴν συγγένειαν τῶν δύο γενῶν - τὰ μὲν παπαδικὰ καὶ στιχηραρικὰ μέλη τοῦ δευτέρου ἤχου ἐκφράζονται διὰ τῶν διαστημάτων τῆς κλίμακος τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους, τὰ δὲ σύντομα εἱρμολογικὰ διὰ τοῦ δευτέρου.

Διάγραμμα τῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους κατὰ τοὺς ἁρμονικοὺς ὅρους τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς.

$\frac{9}{8}$) Πα $\frac{32}{27}$ Βου $\frac{192}{135}$ Γα $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{27}{16}$ Κε $\frac{16}{9}$ Ζω $\frac{96}{45}$ Νη $\frac{18}{9}$ Πα

Πα $\frac{256}{243}$ Βου $\frac{6}{5}$ Γα $\frac{135}{128}$ Δι $\frac{9}{8}$ Κε $\frac{256}{243}$ Ζω $\frac{6}{5}$ Νη $\frac{135}{128}$ Πα.

Τὴν κλίμακα ταύτην τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους τὴν ὀνομάζει ἡ Βυζαντινὴ Μουσικὴ «Πλαγίου δευτέρου». Καὶ ὁμώνυμον ἐπίσης τὸν ἦχον τοῦ ὁποίου τὰ μέλη ἐκφράζουν τὰ διαστήματα τὰ ὁποῖα περιέχει αὐτή. Οἱ ὁρισμοὶ οὗτοι φαίνονται κατ' ἀρχὴν ὡς ἀσυμβίβαστοι, διότι ἑκάστη πλαγία κλῖμαξ ἐπαναλαμβάνει αὐτούσιον τὴν κυρίαν ἐκ τοῦ πέμπτου αὐτῆς φθόγγου. Ἐνῷ ἐν τῇ προκειμένῃ περιπτώσει ἡ πλαγία περιέχει διάφορα διαστήματα τῶν τῆς κυρίας καὶ ἡ διαφορὰ μεταξὺ τούτων θὰ εἶναι τοιαύτη οἵα περίπου καὶ μεταξὺ τῶν κλιμάκων τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου διατονικοῦ γένους.

Διὰ βαθυτέρας ὅμως μελέτης τῶν ὅρων τῶν δύο κλιμάκων ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ Βυζαντινὴ Μουσικὴ λίαν ὀρθῶς ἐθέσπισε τὴν κλίμακα τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους ὡς πλαγίαν τοῦ πρώτου χρωματικοῦ. Διότι τὸ δεύτερον χρωματικὸν γένος διὰ τοῦ φυσικοῦ αὐτοῦ σχηματισμοῦ ἐκ πρώτου εἰς δεύτερον παράγει καὶ τὴν κλίμακα τοῦ πλαγίου αὐτοῦ γένους κατὰ ἓν διὰ πέντε ἐπὶ τὸ ὀξὺ ἐπὶ τοῦ φθόγγου (Δι) ἤτοι: (Δι $\frac{3}{2}$ Πα).

Ὁ φυσικὸς οὗτος σχηματισμὸς τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους, ὡς γένους, καὶ ὡς πλαγίου συνάμα, ὀφείλεται εἰς τὰ ἑξῆς φυσικὰ αἴτια:

Πᾶν γένος πρῶτον ὀφείλει νὰ ἔχῃ καὶ τὸ δεύτερον αὐτοῦ, συνεπείᾳ τῆς φυσικῆς ἀρχῆς τοῦ ἀριθμητικοῦ ἁρμονικοῦ λόγου κατὰ τὸν ὁποῖον ἕκαστος λόγος ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἀριθμούς, πρῶτον καὶ δεύτερον. Οἱ ὅροι οὗτοι διὰ πάντα ἀριθμητικὸν λόγον παραγόμενον διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ τῶν ὅρων ὀνομάζονται πρωτογενεῖς, διότι ἀποτελοῦν τὴν πρώτην σύστασιν τοῦ λόγου, ἤτοι: (1 : 2). Διὰ δὲ τοῦ μεταξὺ αὐτῶν παραγομένου πρωτογενοῦς μέσου (3) σχηματίζονται ἕτεροι δύο λόγοι ἀμφότεροι πρωτογενεῖς ἢ πρωτοπαράγωγοι, ἤτοι (2 : 3 : 4). Εἰς ταύτην τὴν φυσικὴν αἰτίαν ὀφείλεται ὁ σχηματισμὸς τῶν συνθέτων γενῶν: πρώτου καὶ δευτέρου διατονικοῦ γένους καὶ δευτέρου χρωματικοῦ. Εἰς ταύτην ἐπίσης τὴν αἰτίαν ὀφείλεται καὶ ὁ σχηματισμὸς τῶν κυρίων καὶ πλαγίων κλιμάκων. Διότι διὰ τοῦ μέσου ὅρου τοῦ διαστήματος διαπασῶν (3) ἀναπαράγεται αὐτὴ αὕτη ἡ ἀναλογία τοῦ διαπασῶν κατὰ τὸ δεύτερον αὐτῆς σχῆμα τὸ πλάγιον ἤτοι: πρῶτον σχῆμα (Νη^1 $\frac{3}{2}$ Δι $\frac{4}{3}$ Νη^2) δεύτερον σχῆμα (Δι $\frac{4}{3}$ Νη^2 $\frac{3}{2}$ Δι^2).

Ὁ λόγος λοιπὸν διὰ τὸν ὁποῖον παράγεται τὸ δεύτερον χρωματικὸν γένος διὰ τῆς μεταβολῆς τῶν ὅρων τῆς κλίμακος καὶ οὐχὶ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὅρων εἶναι διότι τῶν ὅρων τῶν πρωτογενῶν διαστημάτων τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους πολλαπλασιαζομένων δὲν παράγονται διαστήματα διάφορα ἀλλὰ αὐτούσια τὰ πολλαπλασιαζόμενα. Ἡ δὲ σὺν τῇ παραγωγῇ τῆς κλίμακος τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους παραγωγὴ ταύτης καὶ ὡς πλαγίας ὀφείλεται εἰς τὴν ἁρμονικὴν ἀπαγόρευσιν τῶν τρόπων εἰς τὸ πρῶτον χρωματικὸν γένος.

Τὰ δὲ φυσικὰ αἴτια, συνεπείᾳ τῶν ὁποίων ἀπαγορεύονται οἱ τρόποι εἰς τὸ πρῶτον χρωματικὸν γένος, ὅπως καὶ εἰς τὸ δεύτερον, εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἡ κλῖμαξ τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους εἶναι αὐτὴ αὕτη ἡ πρώτη φυσικὴ διατονικοῦ γένους μὲ ἠλλοιωμένους τοὺς φθόγγους (Πα) καὶ (Κε). Οἱ δύο οὗτοι ἠλλοιωμένοι φθόγγοι εἶναι οἱ μοναδικοὶ φθόγγοι τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους καὶ ὁ (Δι) ὡς βασικὸς τῶν πρωτογενῶν αὐτοῦ διαστημάτων.

Οἱ φθόγγοι ὅθεν (Πα) καὶ (Κε) δὲν δύνανται νὰ ἀποτελέσουν βάσιν κλίμακος, διότι εἶναι ὀξυπαράφωνοι. Οἱ δὲ (Βου) καὶ (Ζω), ὡς παράγοντες τοῦ πρώτου διατονικοῦ γένους δὲν δύνανται νὰ καθυποταχθοῦν ὑπὸ ὀξυπαραφώνου γένους· ἐπίσης καὶ ὁ (Γα), ὡς πρῶτος παράγων τοῦ δευτέρου διατονικοῦ γένους.

Μόνος φθόγγος παρὰ τοῦ ὁποίου δύναται νὰ σχηματισθῇ βάσις εἶναι ὁ (Δι). Ἀλλ' οὗτος ἐπεκτείνει τὴν διαστηματικὴν αὐτοῦ κυριαρχίαν μέχρι τοῦ (Νη) ἐπὶ τὸ ὀξὺ καὶ τοῦ ἀντιστοίχου ἐπὶ τὸ βαρύ. Ἕνεκα τούτου ὅταν ὑπερβῇ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ τέταρτον φθόγγον (Νη) τὸ μέλος οὐ μόνον μετεβάλλει τὴν ἀναλογίαν τῶν διαστημάτων ἀλλὰ σχηματίζει καὶ τέλειον πεντάχορδον δευτέρου χρωματικοῦ γένους. Ἡ δὲ κορυφὴ αὐτοῦ, ἥτις εἶναι ὁ (Πα), ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τῆς πλαγίας κλίμακος. Καὶ τοιουτοτρόπως ἡ πλαγία κλῖμαξ ἔχει τὴν φυσικὴν αὐτῆς βάσιν κατὰ πεντάχορδον ὀξύτερον τῆς κυρίας. Ἅπαντα τὰ ἀργὰ μέλη τοῦ πλαγίου δευτέρου ἤχου ἐκφάζουν τὴν κλίμακα ταύτην. Τὰ δὲ σύντομα εἱρμολογικὰ τὴν τοῦ πρώτου χρωματικοῦ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ΄.

Ἁρμονικὰ φαινόμενα ἀποδεικνύοντα τὴν φυσικότητα τοῦ δευτέρου χρωματικοῦ γένους.

Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε διατυπωθέντων θεμάτων περὶ φυσικῶν διαστημάτων καὶ φυσικῶν κλιμάκων κατεδείχθη ἀναντιρρήτως ἡ φυσικὴ αὐτῶν παραγωγὴ διὰ τοῦ διπλασιασμοῦ καὶ πολλαπλασιασμοῦ, καὶ μόνον τὸ δεύτερον χρωματικὸν γένος παραμένει ἀμφισβητήσιμον, ὡς φυσικόν. Τὴν ἀμφισβήτησιν ταύτην αἴρουν τὰ ἑξῆς φυσικὰ φαινόμενα: Ἡ κλῖμαξ του δευτέρου χρωματικοῦ γένους παράγεται ἐντὸς τοῦ διαστήματος διαπασῶν τῆς κλίμακος τοῦ πρώτου χρωματικοῦ γένους ἐκ δύο βάσεων. Πρῶτον ἐκ τοῦ (Δι) ὡς διαπασῶν (Δι - Δι) καὶ δεύτερον ἐκ τοῦ ἐπὶ τὸ βαρυ (Νη) ὡς διαπασῶν (Νη - Νη). Ἡ δὲ πλαγία - ἡ πραγματικὴ δευτέρου γένους κλῖμαξ - ἐκ τοῦ δευτέρου φθόγγου τῆς δευτέρας φυσικῆς κλίμακος - διπλασίας - (Πα).


Ἦχος
Τέλος
δόξα

ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΟ ΕΡΓΟ ΤΟΥ

ΜΙΧΑΗΛ ΧΑΤΖΗΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

«Μὴ μ' ἀφίσεις ἀδόξαστο νὰ κατεβῶ στοὺς ἴσκιους
Μονάχα ἡ Μοῦσα δίνει κάποια ζωὴ στὸν θάνατο»
Γκαῖτε (Εὐφροσύνη)

Ἡ μεταφυσικὴ αὐτὴ μουσικὴ πραγματεία, ποτισμένη μὲ τὸ σῶμα καὶ τὴν ψυχὴ τοῦ συγγραφέα σφραγίστηκε μὲ τὸν θάνατό του, στὶς 18 τοῦ Σεπτέμβρη πάνω στὴν ἐκτύπωση καὶ λίγες μέρες πρὶν κυκλοφορήσει.

Σὰν ἕνα ὁλοκαύτωμα προσφέρεται σήμερα στὸν βωμὸ τῆς μυστικόπαθης αὐτῆς τέχνης, ἀπὸ τὸν ἁπλὸ αὐτὸν ἄνθρωπο, τὸν εὐαίσθητο ἐκτελεστή, τὸν ἀρχαιότροπο συνθέτη, καὶ τὸν σοφὸ θεωρητικό.

Γεννήθηκε στὴν Κάτω - Παναγιὰ τοῦ Τσεσμὲ τὸ 1881.

Ἀμούστακο παλληκάρι μπαρκάρει γιὰ τὴν Πόλη καὶ μαθητεύει κοντὰ στὸν τότε ξακουστὸ ψάλτη τῆς Πριγκήπου Γιάγκο τὸν Στωϊκο. Τὸ 1903 ἀποφοιτᾶ ἀπὸ τὸν Ἐκκλησιαστικὸ Μουσικὸ Σύλλογο τῆς Πόλης, κι' ἀπὸ τὸ 1902 ὡς τὸ 1948 σχεδὸν μισὸ αἰῶνα σὰν ἀσκητὴς τῆς μουσικῆς πρωτοψαλτεῖ στὸ ἱστορικὸ Μοναστήρι τῆς Ζωοδόχου Πηγῆς. Ἀπὸ τὸ 1919 ὡς τὸ 1924 διδάσκει στὴν Μουσικὴ Σχολὴ τοῦ Φαναριοῦ. Μετὰ τέσσερα χρόνια διορίζεται μουσικοδιδάσκαλος στὴν Θεολογικὴ Σχολὴ τῆς Χάλκης ὅπου καὶ συνεχίζει ὡς τὶς τελευταῖες του μέρες. (1928 - 1948)

Ὄντας ἀκόμη στὰ πρῶτα χρόνια τῆς μουσικῆς του σταδιοδρομίας κι' ὁδηγήμενος ἀπὸ τὸ πρώϊμό του τάλαντο, στρέφεται ἰδεολογικὰ στὴν χορωδιακὴ μορφὴ τῆς ψαλτικῆς τέχνης, πιστεύει ἀκράδαντα σ' αὐτήν, ἐνῶ λαξεύει μεθοδικὰ τὶς χρύσινες κορφές της.

Τὴν γεμάτη ὡριμότητα δεξιοτεχνία του, ποὺ τὴν θεώρησε μέσο κι' ὄχι σκοπὸ στὴν ἀγγελόστομή του τέχνη, τὴν πλαισιώνει μὲ τὸ εὐλαβικὰ μειλίχιο του ὕφος, ἀνάμικτο ταυτόχρονα μὲ τὸν κάπως τραχὺ ἀλλὰ θριαμβικὸ κι' ἀντρίκιο τονισμὸ τοῦ Καμαράδου, τὸν μεγάλο του θαυμαζόμενο, Δάσκαλο καὶ συνεργάτη συνάμα.

Οἱ συνθέσεις του, ποὺ θ' ἀκολουθήσουν αὐτὴ τὴν ἔκδοση, δουλέμενες μέσα στὰ τεχνικὰ ὁρόσημα τῆς μουσικοθεωρίας του, γράφτηκαν ἀποκλειστικὰ καὶ μόνο γιὰ χορό.

Ἡ λιτότητα, ἡ εὐγένεια κι' ὁ μυστικισμὸς ποὺ λαμπυρίζουν σ' αὐτές, δείχνουν στέρεα ριζωμένο τὸ αἴσθημα τῆς θρησκευτικῆς τέχνης στὸν καλλιτέχνη.

Ἕνας ἀρχαίτυπος κλασσικισμὸς προσαρμοσμένος σὲ μιὰ καινούργια ἀντίληψη τῶν μουσικῶν γενῶν, μᾶς ξαναζωντανεύει πολλὲς φορὲς τοὺς παλιοὺς λειτουργικοὺς ὕμνους.

Ἡ τεχνική του - ἕνας φυσιολογικὸς συγκερασμὸς φθόγγων κι ἀριθμητικῶν λόγων - αὐστηρὰ ὑποταγμένη στὶς προγονικὲς μουσικὲς φόρμες καὶ ποὺ ἐμψυχώνεται ἀπὸ μιὰ ἔξοχη μουσικὴ διαίσθηση, βρίσκει τὴν πληρότητά της σ' ἕνα θαυμαστὸ πρότυπο, σὲ μιὰ καινούργια μελουργικὴ αἰσθητικὴ θἄλεγε κανείς, ποὺ πάνω της μπορεῖ ν' ἀνθίσει γιὰ πολὺν καιρὸ τὸ ἐκκλησιαστικὸ ἄσμα.

Είναι παρατηρημένο πὼς σὲ πολλὰ μέλη τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς, μερικοὶ φθόγγοι καὶ μάλιστα ἀπὸ τοὺς βασικούς, παθαίνουν αὐξομείωση τοῦ ὕψους των.

Ἡ ἀκουστικὴ μελέτη τῶν διαστημάτων τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς, ὅπως κι' ἡ ψυχολογική, ποὺ διαφέρει ἐλάχιστα ἀπὸ τὴν πρώτη, διαπιστώνουν τὰ φαινόμενα αὐτά, δὲν τὰ αἰτιολογοῦν ὅμως, γιατὶ δὲν μᾶς ἐξηγοῦν τὶς βαθύτερες ἀφορμές τους.

Μιὰ εὐρύτερη ἀναζήτηση τοῦ ζητήματος, μᾶς πείθει, πὼς ὑπάρχουν νόμοι ἁρμονικοί, νοητοὶ ἀπὸ τὶς αἰσθήσεις κι' ἀπὸ καθοδήγηση τοῦ ὑποσυνείδητου, ἄγνωστοι ὅμως στὸ τωρινό μας ἀριθμητικὸ ἁρμονικὸ σύστημα.

Θἄπρεπε λοιπὸν νὰ εὑρεθεῖ αὐτὴ ἡ ἀριθμητικὴ βάση ποὺ μὲ τὴν ἀναπαραγωγή της θὰ εἴχαμε ὅλα τὰ διαστήματα τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς.

Κι' αὐτὸ ἀκριβῶς εἶναι ὁ σκοπὸς τοῦ βιβλίου αὐτοῦ.

Ἔχοντας γι' ἀφετηρία ὁ συγγραφέας γνωστὸ ἐδάφιο τῶν ἑλλήνων μουσικοφιλοσόφων, σχετικὰ μὲ τὴν εὕρεση τοῦ ἡμιτονίου λόγου, κι' ὡς στήριγμα πειραματικὸ τὸν πυθαγόρειο κανόνα τῆς χορδῆς, καταπιάνεται μὴ τὴν βαρειὰ καὶ δαιδαλώδη μελέτη κι' ἐπέκταση τοῦ φυσικοῦ ἀριθμητικοῦ νόμου τῆς ἁρμονίας *).

Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα ἂν ἡ ἀριθμητικὴ βάση τῆς ἐργασίας αὐτῆς ἀποτελεῖ πραγματικὰ τὸν φυσικὸ νόμο τῆς ἁρμονίας, ἢ θὰ μποροῦσε μὲ κάποια ἄλλη ἀρχὴ ν' ἀποδειχθεῖ ἄλλος ἁπλούστερος καὶ τελειότερος.

Ὅλοι γνωρίζουμε πὼς ἕνα ὁποιοδήποτε μῆκος χορδῆς, ποὺ τέμνεται σὲ δύο ἴσα μέρη ἀκριβῶς ἀπὸ τὸν μέσο ὅρο της, σχηματίζει τὸ διάστημα διαπασῶν.

Τὸ πειραματικὸ αὐτὸ φαινόμενο ἐξεταζόμενο παρουσιάζει τρεῖς διάφορες φάσεις:

Γεωμετρική, ἀριθμητικὴ κι' ἀριθμὸν παλμικῶν δονήσεων.

Γεωμετρικὰ ἀποδείχνεται ἕνα διάστημα ἀδιαίρετο, ἀλλὰ καὶ τ' αὐτὸ διηρεμένο σὲ δύο.

Ἀριθμητικὰ παρουσιάζει ἕνα ἀριθμὸ μοναδικὸ ἀπέναντι ἑνὸς ἀριθμοῦ διπλασίου. (1 - 2).

Ἀπὸ ἄποψη παλμικῶν δονήσεων, ἂν ὅλο τὸ μῆκος τῆς χορδῆς παρουσιάζει ἕνα ὁποιοδήποτε ἀριθμό, τὸ μισὸ εἶναι φυσικὸ νὰ παρουσιάζει τὸ διπλάσιο, ἀφοῦ ὁ ἀριθμὸς τῶν παλμικῶν δονήσεων ἀντιγράφει ἁπλὰ καὶ μόνο τὰ δεδόμενα τῶν γεωμετρικῶν ἀποτελεσμάτων.

Ἄρα, ἢ μῆκος χορδῆς λογιστεῖ, ἢ ἀριθμὸς ἁπλός, ἢ ἀριθμὸς παλμικῶν δονήσεων, τὸ ἐξαγόμενο εἶναι τὸ ἴδιο.

Ἀπὸ τὰ φαινόμενα αὐτὰ γίνεται εὐνόητο πὼς ὁ διπλασιασμὸς τῶν ὅρων κι' ὁ πολλαπλασιασμὸς αὐτῶν - ὁ πρῶτος παράγει ὁ δεύτερος ἀναπαράγει - ἀποτελοῦν τὸ φυσικὸ νόμο τῆς ἁρμονίας.

Ἡ ἴδια ἀρχή, μᾶς ἀποδείχνει πὼς ὁ νόμος τῆς ἁρμονίας ἐξελίσσεται ἀπὸ δυὸ δυνάμεις τὴν μείζονα καὶ τὴν ἐλάσσονα.

Εἶναι ἐξακριβωμένο πὼς οἱ τελειότερες συμφωνίες ἀποδίδονται ἐπιστημονικὰ ἀπὸ τοὺς ἁπλούστερους ἀριθμούς. Ἀπόδειξη πὼς τὴν πρώτη συμφωνία τοῦ διαστήματος διαπασῶν τὴν ἀποδίδουν οἱ ἀριθμοὶ (1) καὶ (2).

Ἄρα ἡ ἁρμονία ἐξελίσσεται ἀπὸ δυὸ δυνάμεις, τὴν μείζονα καὶ τὴν ἐλάσσονα. Ἡ μεταξύ τους σχετικὴ ἀναλογία σχηματίζει τὴν συμφωνία ἢ τὴν παραφωνία.

---

*) Λέγοντας ἁρμονία ἐννοοῦμε, ἐφαρμογὴ τέλεια φθόγγων ἀνομοίων σ' ὀξύτητα καὶ βαρύτητα ποὺ τὴν τελειότητα τῆς ἐφαρμογῆς τους ἀποδεικνύει, ἀκουστικὰ ἡ σύγκραση τῶν φθόγγων, ἀριθμητικὰ δε ἡ ἄμεση ἀριθμητικὴ ἀναλογία.

"Αλλοι λόγοι πού φανερώνουν αὐτὴ τὴν διαδικὴ ἐξέλιξη κι' ἐπέκταση τοῦ νόμου τῆς ἁρμονίας εἶναι·

α) Γιὰ νὰ ἐξακριβωθεῖ ἂν ἕνας φθόγγος εἶναι μουσικός, χρειάζεται μιὰ σύγκρισή του, μὲ δύο ἀνόμοιες σ' ὀξύτητα φωνές.

Γεωμετρικά, γιατὶ ἀπαιτοῦνται δυὸ διάφορα μήκη.

'Αριθμητικὰ δέ, δυὸ ἀριθμοί.

β) Μὲ τὴν ἐνέργεια τῶν δύο ἀριθμῶν, ἢ τῶν δύο βάσεων τοῦ κάθε διαστήματος, ἢ τῆς κάθε συμφωνίας, τὰ βασικὰ διαστήματα παραγόνται ἀνὰ δύο σύνθετα.

Γιατὶ βάση δὲν λογίζεται μονάχα ἀπὸ τὸ βαρὺ πρὸς τὸ ὀξύ, ἀλλὰ κι' ἀντίστροφα, ἀπὸ τὸ ὀξὺ πρὸς τὸ βαρύ. 'Η πρώτη εἶναι μείζων ἡ δεύτερη ἐλάσσων.

Φυσικὴ συνέπεια τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων εἶναι καὶ ἡ παραγωγὴ τῶν μουσικῶν γενῶν ἀνὰ δύο σύνθετα. Πρῶτο καὶ δεύτερο διατονικὸ καὶ πρῶτο καὶ δεύτερο χρωματικό.

"Αλλη φυσικὴ συνέπεια αὐτῆς τῆς ἁρμονικῆς λειτουργίας εἶναι κι ἡ μετατροπὴ τῆς κάθε κλίμακος τοῦ κάθε γένους σὲ κλίμακα τ' ἀντιστοίχου γένους, ἀλλάζοντας τὸ ὕψος δυὸ καὶ μόνον φθόγγων.

'Εδῶ βλέπουμε πὼς ἡ πυθαγόρειος βάση ἐπεκτείνεται σ' ὅλες τὶς πλευρὲς τῆς ἁρμονίας, κι' ἂς θεωρεῖται ἀπὸ πολλοὺς ἀχρηστευμένη.

Συνοψίζοντας παρατηροῦμε πὼς ὁ διπλασιασμὸς κι' ὁ πολλαπλασιασμὸς τῶν ὅρων, μαζὺ μὲ τὴν εὕρεση τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ὅρου τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ ἢ διαστήματος, πού στάθηκαν βάση τῆς ἐργασίας αὐτῆς καὶ πού σχηματίζουν τὴν συμφωνία ἢ τὸν λόγο τοῦ διαστήματος διαπασῶν, καὶ ἐπιφέρουν τὴν φυσικὴ ἀλληλουχία τῆς παραγωγῆς καὶ τῶν λοιπῶν διαστημάτων, φαίνεται νὰ πραγματώνουν τὸν φυσικὸ νόμο τῆς ἁρμονίας.

"Αλλωστε, ποιὰ ἄλλη φυσικομαθηματικὴ βάση μπορεῖ ν' ἀποδώσει μὲ τόση φυσικὴ ἁπλότητα κι' ἀληθινὴ ἀκρίβεια τὸν σχηματισμὸ τοῦ πρώτου ἀριθμητικοῦ λόγου καὶ τὴν παραγωγὴ ἀπ' αὐτόν, ὅλων τῶν φυσικῶν διαστημάτων τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς;

"Ας ἐλπίσουμε πὼς ἡ ἀκαδημαϊκὴ αὐτὴ πραγματεία, πού στὴν οὐσία της περιβάλλεται ἀπὸ μιὰ μουσικὴ καθολικότητα, θὰ γίνει ἀντικείμενο μελέτης κι' ἔρευνας κι' ἀπὸ τοὺς μουσικοὺς τῆς Δύσης.

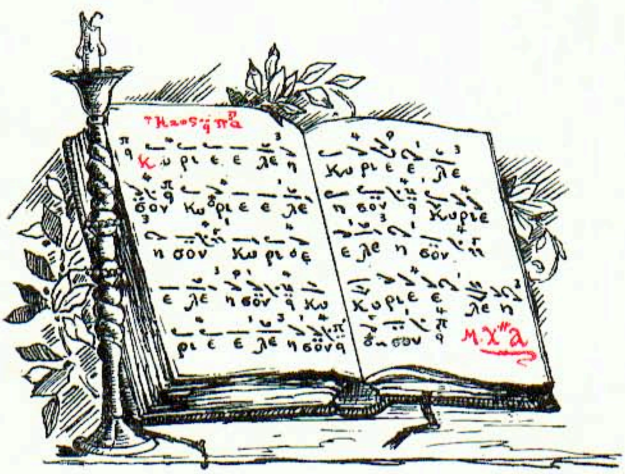
Τὰ φῦτρα εἶναι στέρεα κι' οἱ ρίζες της βαθειὲς γιὰ ἕνα νέο κι' εὐρύτερο ξεκίνημα πρὸς τὸ ἄφθαρτο κι' ἠθικοπλαστικὸ ὑλικὸ τῆς μελοποιίας μας, ὑψώνοντάς την σὰν ἕνα φυσικὸ τεῖχος στὸν σημερινό μας μουσικὸ ἐκφυλισμό.

'Η ἐξέλιξη στὴν τέχνη δὲν εἶναι πάντα συγχρονική.

'Απόδειξη πὼς οἱ βυζαντινὲς διακοσμητικὲς τέχνες κι' ἡ ἀρχιτεκτονικὴ πού εἴτανε θαμμένες μέσα σ' ἁγιογραφικὲς νεκρολογίες - ἐδῶ καὶ τόσες γενεὲς - βρίσκουν σήμερα μιὰ νέα κατανόηση, ἀνοίγοντας πλατύτερους ὁρίζοντες στὴν καλλιτεχνικὴ τεχνοτροπία τοῦ αἰῶνα μας.

'Απόλυτα συγκεντρωμένος στὴν ἔρευνα κι' ἀλληλοεξάρτηση τῶν πρωτογενῶν καὶ γενεσιουργῶν ἤχων καὶ ρυθμῶν τοῦ Σύμπαντος, μακρυὰ ἀπὸ αἰσθηματισμοὺς ἐφήμερους καὶ συνηχήσεις κοσμοπολιτικές, ἑρμητικὰ κλεισμένος στὰ μεταφυσικὰ πλάτη τῶν μουσικῶν ἰδεῶν ὁ Μιχαὴλ Χατζηαθανασίου, ἀποδείχνεται ἕνας γεμᾶτος πρωτόγονο ἡρωϊσμὸ μύστης τῆς μουσικῆς μας, μεταφέροντάς μας στὶς ἄγνωστες ἀκόμη σφαῖρες τῆς μεταμουσικῆς.

Σταμποὺλ 15. 11. 1948. ΛΕΩΝΙΔΑΣ ΧΡ. ΒΕΖΑΝΗΣ


Κυ ρι ε ε λε η
σον Κυ ρι ε ε λε
η σον Κυ ρι ε
ε λε η σον Κυ
ρι ε ε λε η σον
Κυ ρι ε ε λε
η σον Κυριε
ε λε η σον
Κυ ρι ε ε λε η
σον