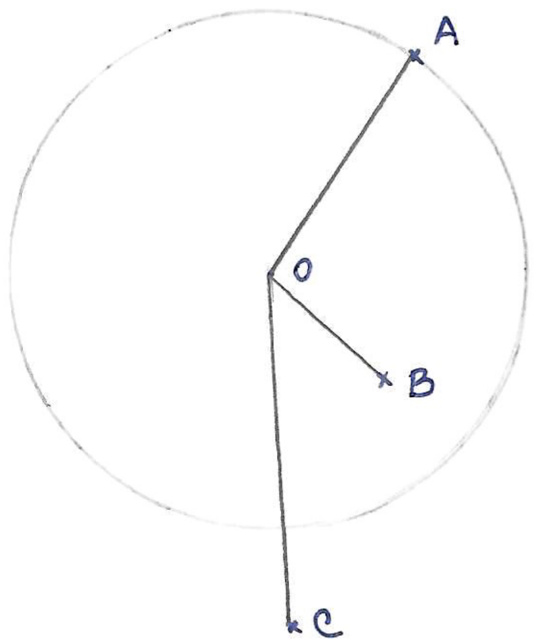
Ana Ilie

Clasa a VIII-a

GEOMETRIE

CERCUL



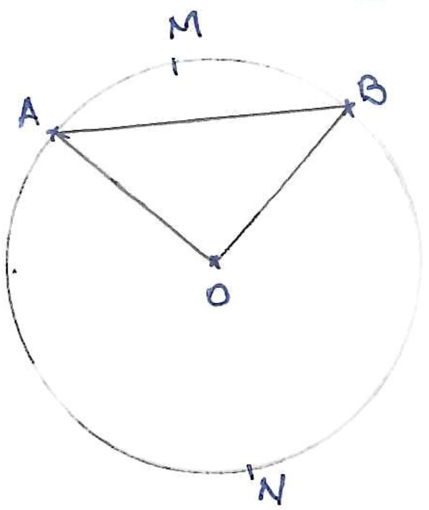
$R > \mathbb{R}_+$, $O \in \alpha$

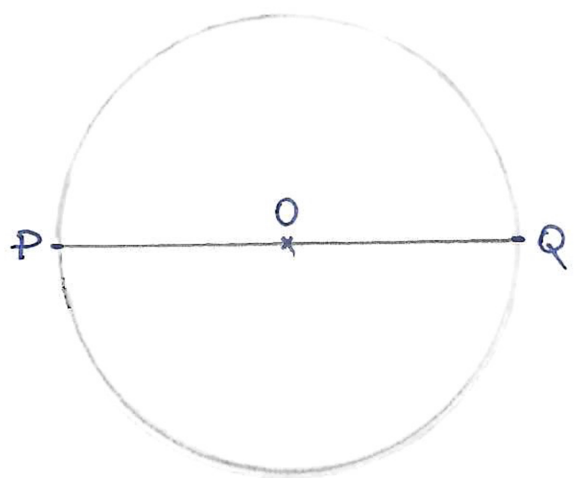
$\mathcal{C}(O, R) = \{A \in \alpha \mid AO = R\}$

$B \in \operatorname{Int}(\mathcal{C}(O,R)) \Leftrightarrow BO < R$

$C \in \operatorname{Ext}(\mathcal{C}(O,R)) \Leftrightarrow CO > R$

Def.: Cercul de centru O și rază R reprezintă mulțimea tuturor punctelor din plan aflate la distanță egală cu raza de centrul cercului.





$A, B \in \mathcal{C}(O,R) \Rightarrow$ **[AB] - coardă de cerc**

$\overset{\frown}{AB}$ - arc de cerc

$\overset{\frown}{AMB}$ - arc mic de cerc

$\overset{\frown}{ANB}$ - arc mare de cerc

$\sphericalangle AOB$ - unghi cu vf. la centru

$\left.\begin{array}{l} P, Q \in \mathcal{C}(O,R) \\ O \in (PQ) \end{array}\right| \Rightarrow$

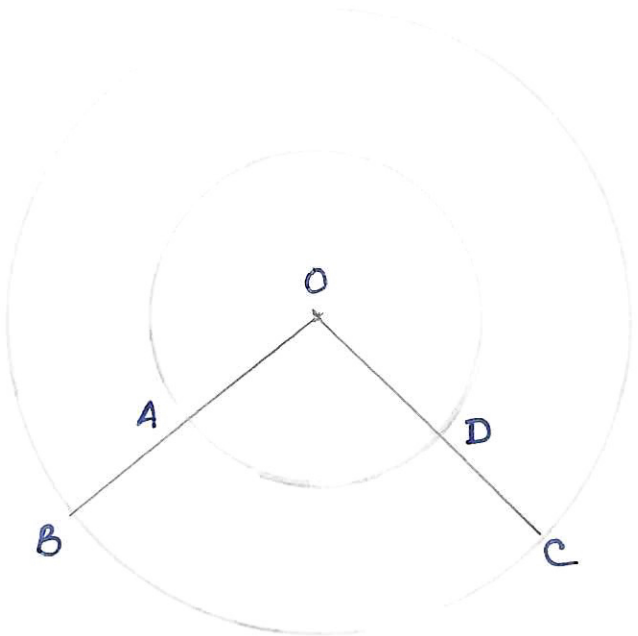
$\Rightarrow$ **[PQ] - diametru**

$PQ = 2R$

P, Q - diametral opuse

$\overset{\frown}{PQ}$ - semicerc

Def.: Două cercuri sunt congruente dacă au razele egale.



$$\left.\begin{array}{l} m(\overset{\frown}{AD}) = m(\sphericalangle AOD) \\ m(\overset{\frown}{BC}) = m(\sphericalangle AOD) \end{array}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(\overset{\frown}{AD}) = m(\overset{\frown}{BC})$$

$$\overset{\frown}{AD} \not\equiv \overset{\frown}{BC}$$

Def.: Două arce conținute în același cerc sau în cercuri congruente sunt congruente dacă au măsurile egale.

LUNGIMEA CERCULUI

$$L_{\mathcal{C}(O,R)} = 2\pi \cdot R$$

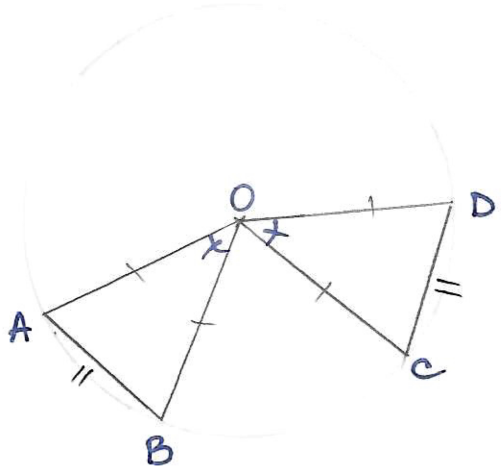
$$\pi = \frac{L_{\mathcal{C}(O,R)}}{2R} \simeq 3,14 \qquad 3,14 < \pi < 3,15$$

ARIA CERCULUI

$$A_{\mathcal{C}(O,R)} = \pi R^2$$

TEOREME CU ARCE ȘI COARDE DE CERC

T1 În același cerc sau în cercuri congruente, arcelor congruente le corespund coarde congruente.



I: $\mathcal{C}(O,R)$

$A, B, C, D \in \mathcal{C}(O,R)$

$\overset{\frown}{AB} \equiv \overset{\frown}{CD}$

C: $[AB] \equiv [CD]$

R1 În același cerc sau în cercuri congruente, coardele congruente subîntind arce congruente.

I: $\mathcal{C}(O,R)$

$A, B, C, D \in \mathcal{C}(O,R)$

$(AB) \equiv (CD)$

C: $\overset{\frown}{AB} \equiv \overset{\frown}{CD}$

T2 În același cerc sau în cercuri congruente, coardele congruente sunt egal depărtate de centrul cercului.

I: $\mathcal{C}(O,R)$

$A, B, C, D \in \mathcal{C}(O,R)$

$(AB) \equiv (CD)$

C: $d(O, AB) = d(O, CD)$

R2 În același cerc sau în cercuri congruente, dacă două coarde sunt egal depărtate de centrul cercului, atunci coardele sunt congruente.

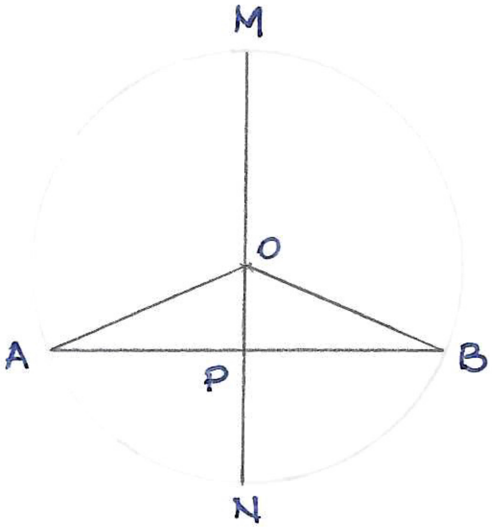
$i:\ \mathscr{C}(O,R)$

$A, B, C, D \in \mathscr{C}(O,R)$

$d(O, AB) = d(O, CD)$

$c:\ (AB) \equiv (CD)$

T3 Diametrul perpendicular pe coardă înjumătățește coarda și arcele de cerc corespunzătoare ei.



$i:\ \mathscr{C}(O,R)$

$A, B \in \mathscr{C}(O,R)$

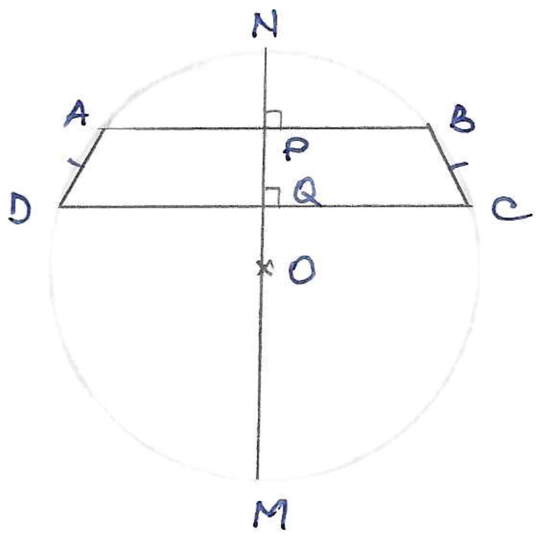
$M, N \in \mathscr{C}(O,R)$, $O \in (MN)$

$MN \perp AB$, $MN \cap AB = \{P\}$

$c:\ (AP) \equiv (PB)$

$\overset{\frown}{AN} \equiv \overset{\frown}{NB}$, $\overset{\frown}{AM} \equiv \overset{\frown}{MB}$

T4 Într-un cerc, două coarde paralele formează între ele arce congruente.



$i:\ \mathscr{C}(O,R)$

$M, N \in \mathscr{C}(O,R)$

$MN \perp AB$, $O \in (MN)$

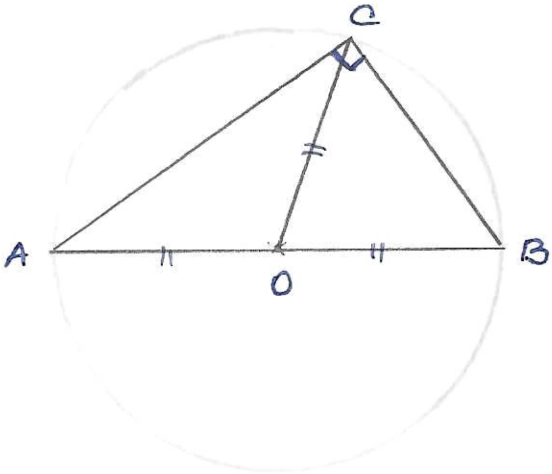
$A, B, C, D \in \mathscr{C}(O,R)$

$AB \parallel CD$

$c:\ \overset{\frown}{AD} \equiv \overset{\frown}{BC}$

Obs. $(AD) \equiv (BC)$

(T5) Diametrul este cea mai mare coardă de cerc.



În $\triangle CAB$: $OA = OB = OC = R$

OC - mediană

$m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$

$m(\sphericalangle CAB) < m(\sphericalangle ACB) \mid \Rightarrow$

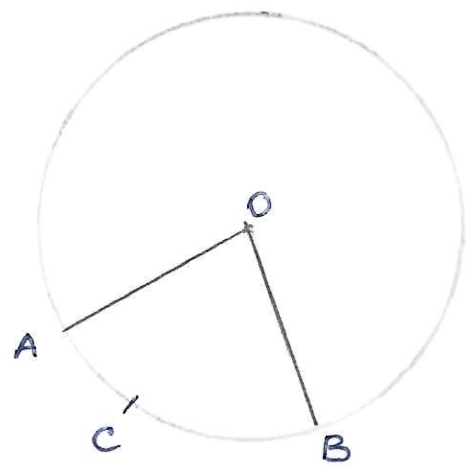
$\mid \Rightarrow$ <u>$BC < AB$</u>

$m(\sphericalangle CBA) < m(\sphericalangle ACB) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ <u>$AC < AB$</u>

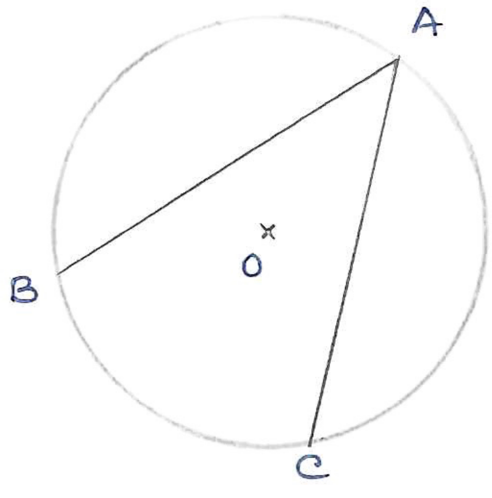
UNGHIURI ÎN CERC

1. Unghiul cu vârful la centru



$$m(\sphericalangle AOB) = m(\overset{\frown}{ACB})$$

2. Unghiul înscris în cerc

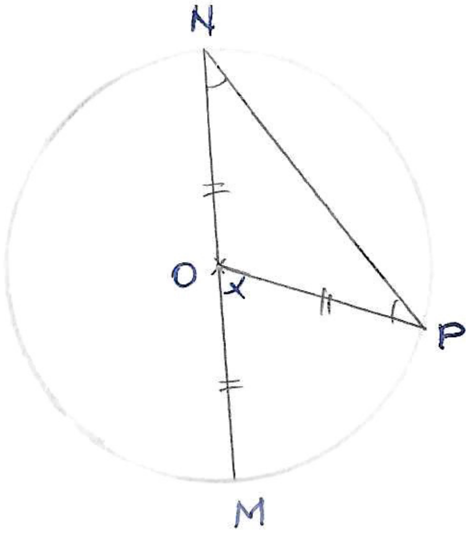


$$m(\sphericalangle BAC) = \frac{m(\overset{\frown}{BC})}{2}$$

Unghiurile cu vârful pe cerc și laturile coarde de cerc se numesc unghiuri înscrise în cerc.

T Măsura unghiului înscris în cerc este egală cu jumătate din măsura arcului dintre laturi.

I



ΔONP : $(ON) \equiv (OP) \Rightarrow \Delta ONP$ isosc

$\Rightarrow m(\sphericalangle ONP) = m(\sphericalangle OPN)$

$m(\sphericalangle MOP)$ = ext. $\Delta ONP \Rightarrow$

$\Rightarrow m(\sphericalangle MOP) = m(\sphericalangle ONP) + m(\sphericalangle OPN)$

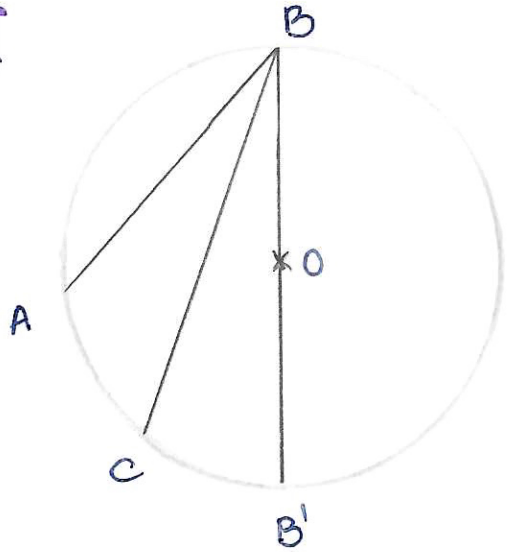
$\Rightarrow m(\sphericalangle MOP) = 2\,m(\sphericalangle ONP)$

$m(\overset{\frown}{MP}) = 2\,m(\sphericalangle ONP)$

$\Rightarrow m(\sphericalangle ONP) = \dfrac{m(\overset{\frown}{MP})}{2}$

$\Rightarrow \mathbf{m(\sphericalangle MNP) = \dfrac{m(\overset{\frown}{MP})}{2}}$

II

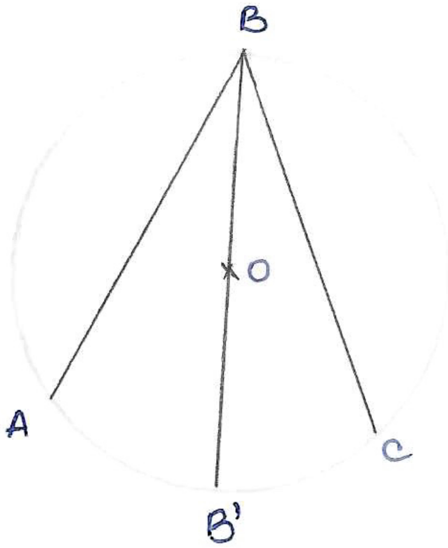


$m(\sphericalangle ABC) = m(\sphericalangle ABB') - m(\sphericalangle CBB')$

$m(\sphericalangle ABC) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AB'})}{2} - \dfrac{m(\overset{\frown}{CB'})}{2}$

$\mathbf{m(\sphericalangle ABC = \dfrac{m(\overset{\frown}{AC})}{2}}$

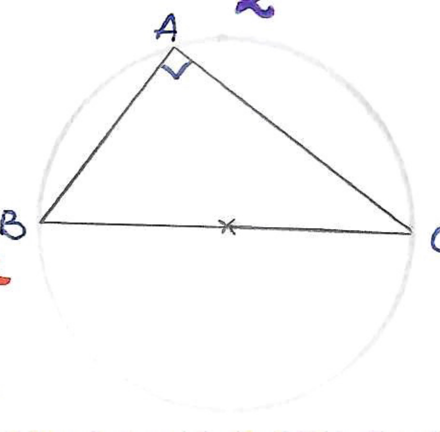
III



$m(\sphericalangle ABC) = m(\sphericalangle ABB') + m(\sphericalangle CBB')$

$m(\sphericalangle ABC = \dfrac{m(\overset{\frown}{AB'})}{2} + \dfrac{m(\overset{\frown}{B'C})}{2}$

$\mathbf{m(\sphericalangle ABC) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AC})}{2}}$



Obs. Unghiul înscris în semicerc este un unghi drept.

$m(\sphericalangle BAC) = \dfrac{m(\overset{\frown}{BC})}{2} = \dfrac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Ⓣ

$\mathcal{C}(O, R)$

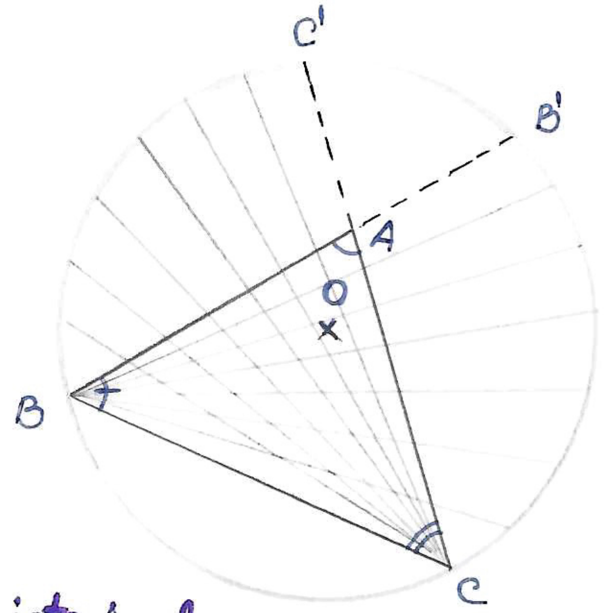
$A \in \mathrm{Int}(\mathcal{C}(O, R))$

$A \neq O$

$B, C \in \mathcal{C}(O, R)$

$AB \cap \mathcal{C}(O,R) = \{B'\}$

$AC \cap \mathcal{C}(O,R) = \{C'\}$

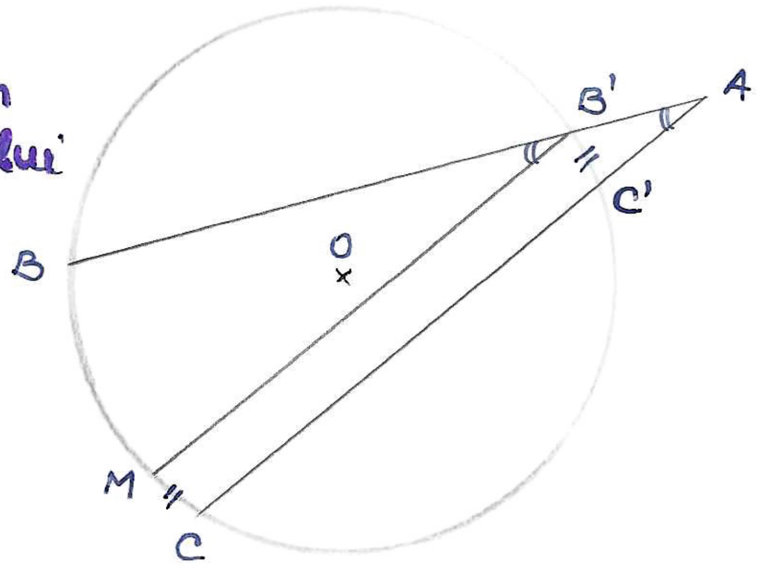


$\sphericalangle BAC$ – $\sphericalangle$ cu vârful în interiorul cercului

$$m(\sphericalangle BAC) = \frac{m(\overset{\frown}{BC}) + m(\overset{\frown}{B'C'})}{2}$$

Ⓣ

$\sphericalangle BAC$ – $\sphericalangle$ cu vârful în exteriorul cercului



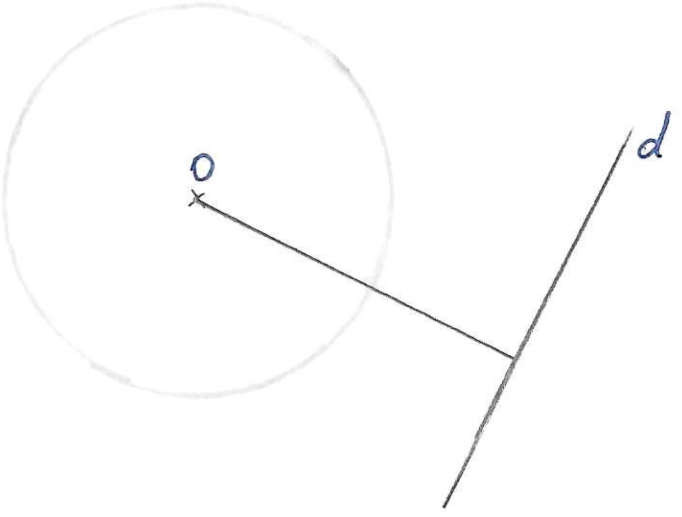
$$m(\sphericalangle BAC) = \frac{m(\overset{\frown}{BC}) - m(\overset{\frown}{B'C'})}{2}$$

POZIȚIILE UNEI DREPTE FAȚĂ DE UN CERC

1. $\mathcal{C}(O, R)$

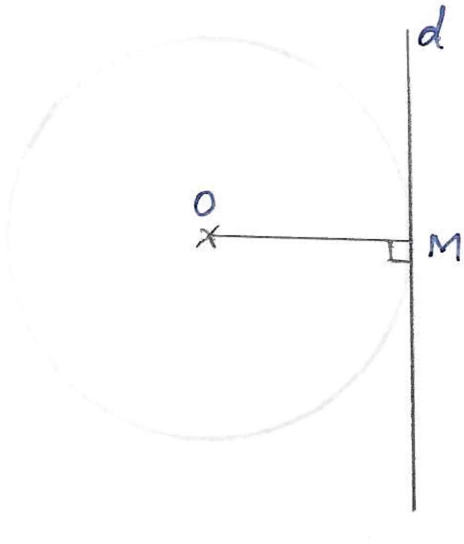
$d \cap \mathcal{C}(O,R) = \emptyset \iff \boxed{d(O,d) > R}$

d – exterioară cercului



2. Dacă $d \cap \mathcal{C}(O,R) = \{M\} \iff \boxed{d(O,d) = R}$

d – tangentă la cerc

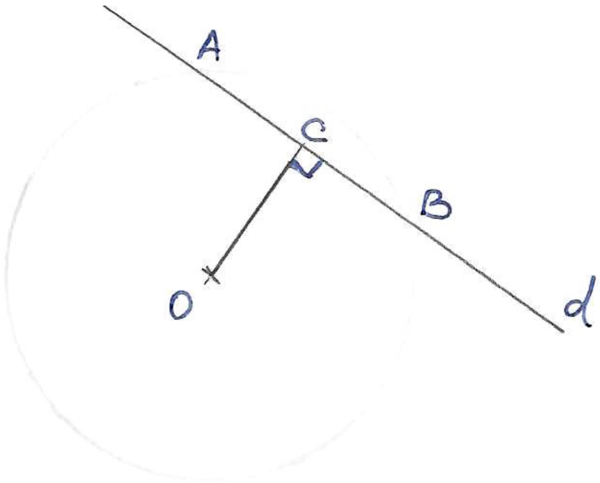


$OM \perp d$

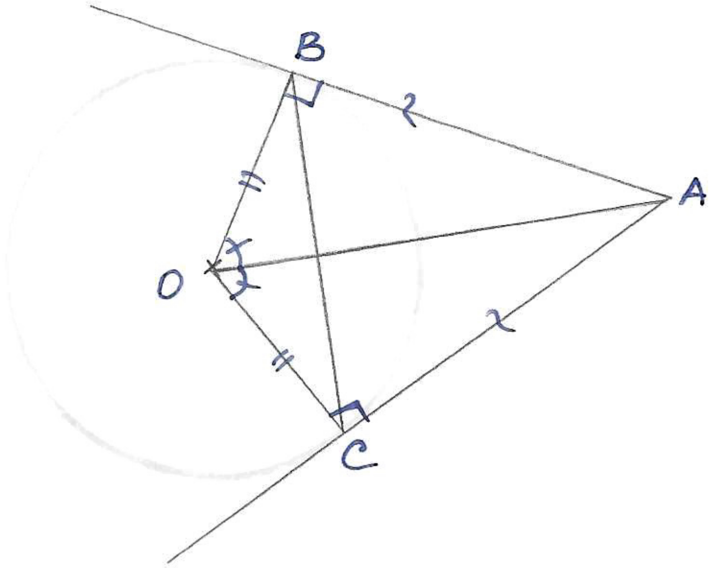
Raza construită în punctul de tangență este perpendiculară pe tangenta la cerc.

3. Dacă $d \cap \mathcal{C}(O, R) = \{A, B\} \Longleftrightarrow \boxed{d(O, d) < R}$

d - secantă la cerc



Ⓣ Teorema ciocului de cioară



i: $\mathcal{C}(O,R)$

$A \in Ext(\mathcal{C}(O,R))$

$AB \cap \mathcal{C}(O) = \{B\}$

$AC \cap \mathcal{C}(O) = \{C\}$

C: a) $(AB) \equiv (AC)$

b) (AO) – bisect. $\sphericalangle BAC$

c) $[OA]$ – mediat. (BC)

Dem. $AB \cap \mathcal{C}(O) = \{B\} \Rightarrow OB \perp AB$

$AC \cap \mathcal{C}(O) = \{C\} \Rightarrow OC \perp AC$

$\left.\begin{array}{l}\Delta AOB \\ \Delta AOC \\ \text{dreptunghice}\end{array}\right\{ \begin{array}{l}[OA] \text{ – comună} \\ [OB] \equiv [OC] \ (R)\end{array} \overset{i.c.}{\Rightarrow} \Delta AOB \equiv \Delta AOC \Rightarrow$

$\Rightarrow (AB) \equiv (AC)$

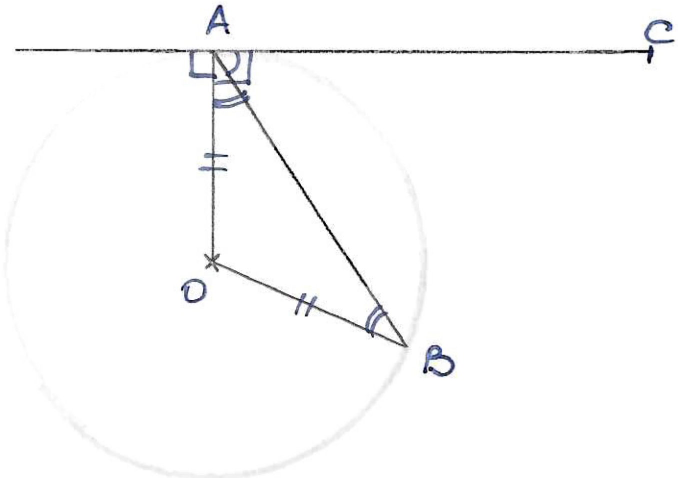
$\sphericalangle BAO \equiv \sphericalangle CAO \Rightarrow [AO$ – bisectoarea $\sphericalangle BAC$

$\sphericalangle BOA \equiv \sphericalangle COA$

$\left.\begin{array}{l}\Delta ABC: (AB) = (AC) \\ \quad AO \text{ – bisect. } \sphericalangle BAC\end{array}\right| \Rightarrow AO$ – mediatoarea(BC)

T Unghiul dintre coardă și tangentă

Măsura unghiului dintre coardă și tangentă este $\frac{1}{2}$ din măsura arcului dintre laturi.



I: $\mathcal{C}(O, R)$

$AC \cap \mathcal{C}(O,R) = \{A\}$

$B \in \mathcal{C}(O,R)$

C: $m(\sphericalangle BAC) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{AB})$

Dem.

$AC \cap \mathcal{C}(O) = \{A\} \Rightarrow OA \perp AC$

$m(\sphericalangle BAC) = 90° - m(\sphericalangle OAB)$

$\Delta OAB: OA = OB = R \Rightarrow \sphericalangle OAB \equiv \sphericalangle OBA$

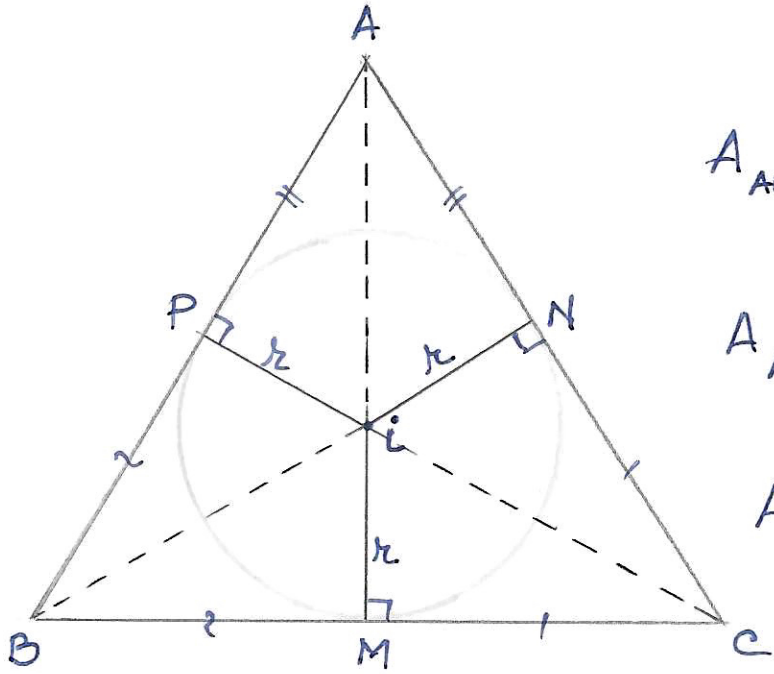
$$m(\sphericalangle OAB) = \frac{180° - m(\sphericalangle AOB)}{2} = \frac{180° - m(\overset{\frown}{AB})}{2}$$

$$\Rightarrow m(\sphericalangle BAC) = 90° - 90° + \frac{m(\overset{\frown}{AB})}{2}$$

$$m(\sphericalangle BAC) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{AB})$$

POLIGOANE CIRCUMSCRISE UNUI CERC

- $\triangle ABC$ circumscris unui cerc $\mathcal{C}(i, r)$



$$A_{ABC} = A_{iAB} + A_{iBC} + A_{iAC}$$

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot iP}{2} + \frac{BC \cdot iM}{2} + \frac{AC \cdot iN}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{r(AB + BC + AC)}{2}$$

$$\boxed{A_{ABC} = p \cdot r}, \quad p = \frac{AB + BC + AC}{2}$$

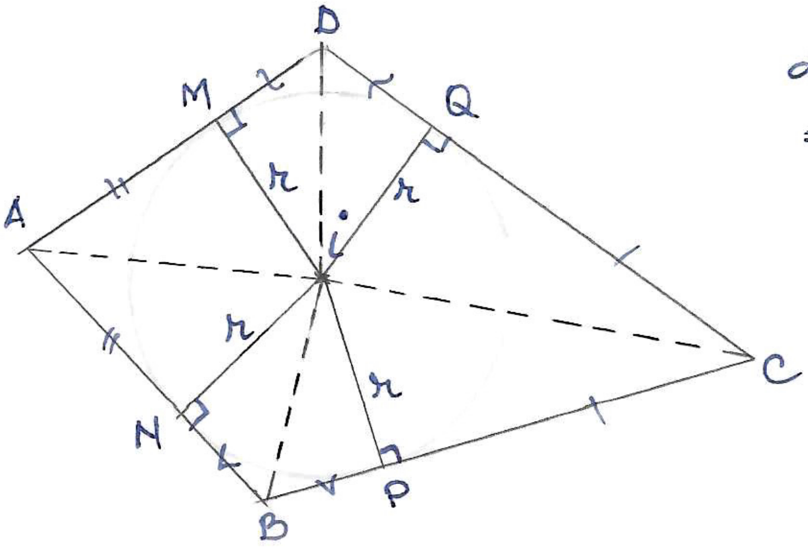
$$\boxed{r = \frac{A_{ABC}}{p}}$$

r = raza cercului înscris

Obs. La triunghiul echilateral $r = \frac{1}{3}$ din înălțime

$R = \frac{2}{3}$ din înălțime

- ABCD - patrulater circumscris $\mathcal{C}(i, r)$



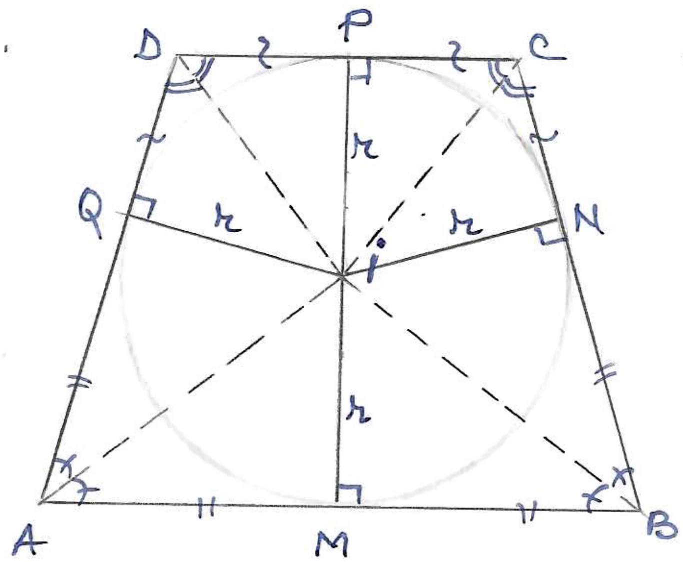
$d(i, AB) = d(i, BC) = d(i, CD) =$
$= d(i, AD) = r$

i - intersecția bisect. ∢A, ∢B, ∢C, ∢D

$$\left.\begin{aligned} AM &= AN \\ BN &= BP \\ CP &= CQ \\ DQ &= DM \end{aligned}\right| \Rightarrow AB + CD = AD + BC$$

(T) Un patrulater este circumscriptibil $\Leftrightarrow$ suma laturilor opuse este constantă.

• Trapezul isoscel circumscriptibil



$h = PM = 2r$

$AB + CD = AD + BC = 2AD$

$$\boxed{AD = \frac{AB + CD}{2}} = l.m.$$

Obs. Un patrulater e inscriptibil dacă:

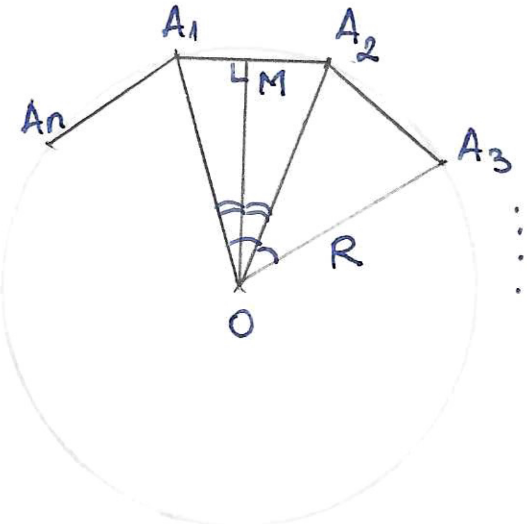
a) $\sphericalangle$ opuse sunt suplementare

b) $\sphericalangle$ formate de diagonale cu laturile opuse sunt congruente

Obs. Orice trapez isoscel e un patrulater inscriptibil.

POLIGOANE REGULATE

Def.: Poligoanele regulate sunt poligoanele care au toate laturile congruente și toate unghiurile congruente.



$A_1A_2A_3\ldots A_n$ – poligon regulat

$A_1A_2 = l_n$

$OA_1 = OA_2 = R$

$$m(\measuredangle A_1OA_2) = \frac{360^\circ}{n}$$

$OM \perp A_1A_2$, $M \in A_1A_2$

$OM = a_n$ – apotema poligonului regulat

OM – bisect. $\measuredangle A_1OA_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m(\measuredangle A_1OM) = m(\measuredangle A_2OM) = \frac{180^\circ}{n}$$

$$\Delta OMA_1 : \sin\frac{180^\circ}{n} = \frac{A_1M}{OA_1}$$

$$\sin\frac{180^\circ}{n} = \frac{l_n}{2R}$$

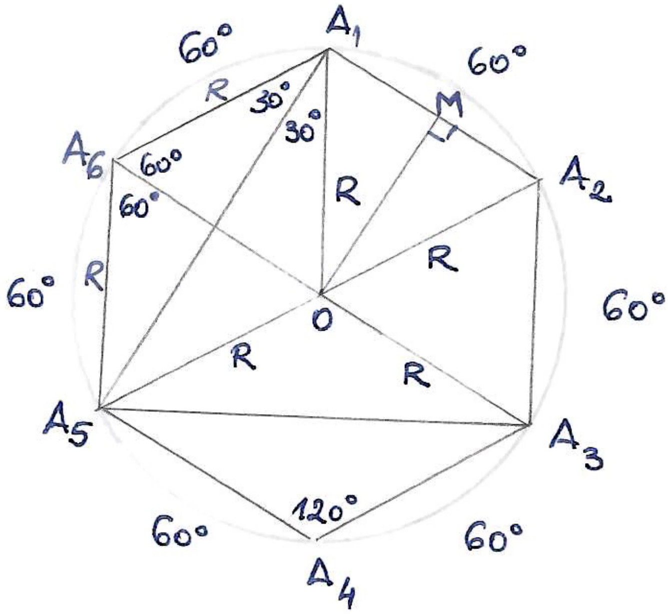
$$l_n = 2R \cdot \sin\frac{180^\circ}{n}$$

$$\cos\frac{180^\circ}{n} = \frac{OM}{OA_1} \Rightarrow \cos\frac{180^\circ}{n} = \frac{a_n}{R}$$

$$a_n = R \cdot \cos\frac{180^\circ}{n}$$

$$\mathcal{A}_{A_1A_2\ldots A_n} = n \cdot \mathcal{A}_{A_1OA_2} = \frac{n \cdot R^2 \cdot \sin\frac{360^\circ}{n}}{2}$$

Hexagonul regulat



$A_1A_2\ldots A_6$ – hexagon regulat

$A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_6A_1 = l_6$

$l_6 = 2R \cdot \sin\frac{180^\circ}{6} = 2R\sin 30^\circ$

$\boxed{l_6 = R}$

$a_6 = R \cdot \cos\frac{180^\circ}{6} = R \cdot \cos 30^\circ$

$\boxed{a_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}}$

$m(\sphericalangle A_1) = m(\sphericalangle A_2) = \ldots = m(\sphericalangle A_6) = 120^\circ$

$\Delta A_6A_5A_1$: $A_6A_5 = A_6A_1 = R$, $m(\sphericalangle A_1A_6A_5) = 120^\circ$ $\xrightarrow{T.\cos.}$ $A_1A_5^2 = R^2 + R^2 - 2R^2\cos 120^\circ$

$A_1A_5^2 = 2R^2 + 2R^2\cos 60^\circ$

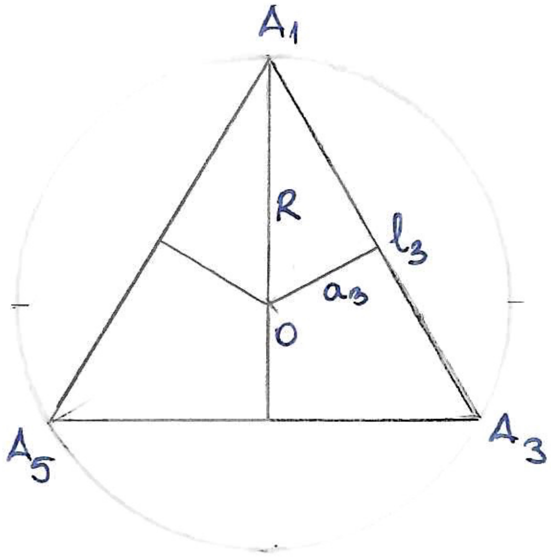
$A_1A_5^2 = R^2\left(2 + \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\right)$

$\boxed{A_1A_5 = R\sqrt{3}} = A_3A_5 = A_1A_3$

$\mathcal{A}_{A_1A_2\ldots A_6} = 6\mathcal{A}_{A_1OA_2} = 6\frac{l_6 \cdot a_6}{2} = 6\frac{R \cdot R\sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$

$\mathcal{A}_{A_1A_2\ldots A_6} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$

Triunghiul echilateral

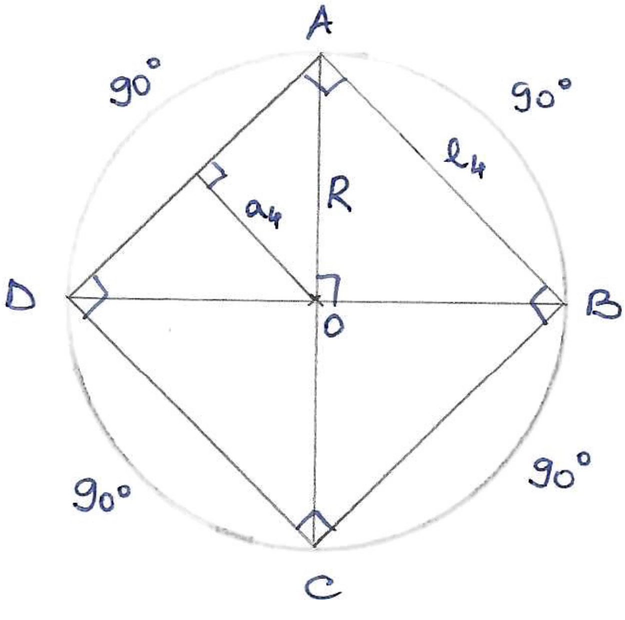


$\triangle A_1A_5A_3$: $\boxed{l_3 = R\sqrt{3}}$

$a_3 = R \cdot \cos 60°$

$\boxed{a_3 = \frac{R}{2}}$

Pătratul



$l_4 = 2R \cdot \sin 45°$

$\boxed{l_4 = R\sqrt{2}}$

$a_4 = R \cdot \cos 45°$

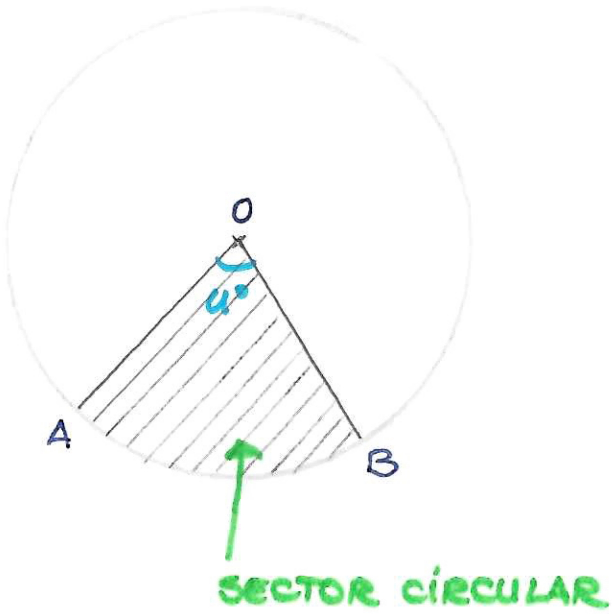
$\boxed{a_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}}$

$l_6 = R$	$a_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$
$l_4 = R\sqrt{2}$	$a_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$
$l_3 = R\sqrt{3}$	$a_3 = \frac{R}{2}$

$\mathscr{C}(O,R)$

$A, B \in \mathscr{C}(O)$

$A \neq B$



LUNGIMEA CERCULUI

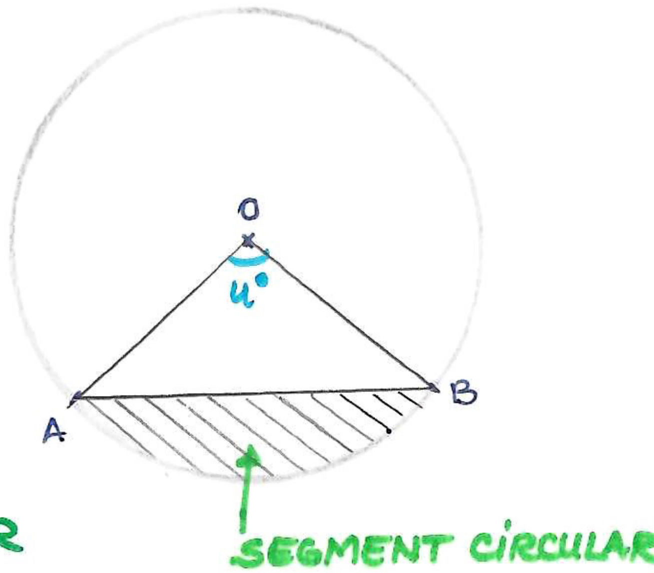
$$L_{\mathscr{C}(O,R)} = 2\pi R$$

LUNGIMEA ARCULUI DE CERC

$$L_{\overset{\frown}{AB}} = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot u^\circ$$

ARIA CERCULUI

$$A_{\mathscr{C}(O,R)} = \pi R^2$$



ARIA SECTORULUI CIRCULAR

$$A_{\text{SECTOR CIRC.}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot u^\circ$$

ARIA SEGMENTULUI CIRCULAR

$$A_{\text{SEGM. CIRC.}} = A_{\text{SECT. CIRC}} - A_{\triangle AOB}$$

$$A_{\triangle AOB} = \frac{OA \cdot OB \cdot \sin u^\circ}{2} = \frac{R^2 \cdot \sin u^\circ}{2}$$

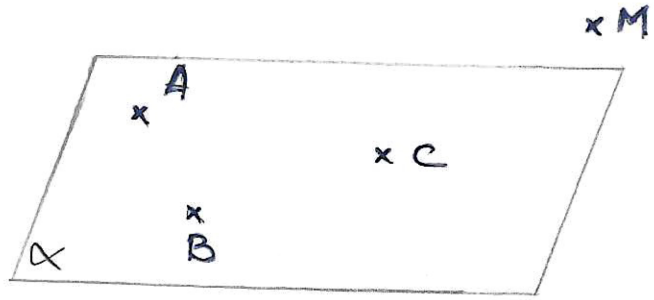
PUNCTE, DREPTE ȘI PLANE ÎN SPAȚIU

Punctul, dreapta și planul → modele matematice

Planul $\alpha, \beta, \gamma \ldots$

$P_1, P_2, P_3, \ldots$

$A \in \alpha$; $M \notin \alpha$



Punctele coplanare aparțin aceluiași plan.
Punctele necoplanare nu aparțin aceluiași plan.

P_1 AXIOMA DREPTEI

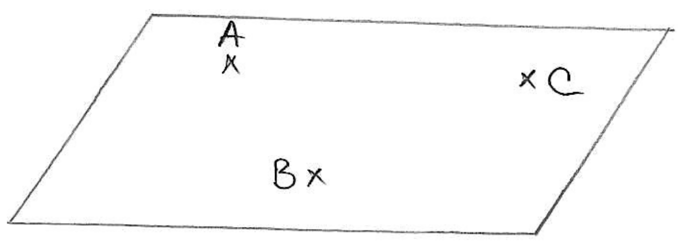
Două puncte distincte determină o unică dreaptă.
Orice dreaptă conține cel puțin două puncte distincte.

P_2 AXIOMA PARALELELOR

Într-un plan, printr-un punct exterior unei drepte, se poate construi o unică paralelă la dreapta dată.

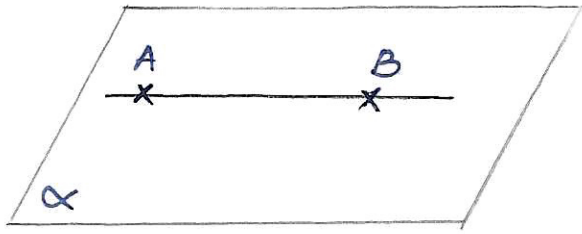
P_3 AXIOMA DE DETERMINARE A PLANULUI

Trei puncte necoliniare distincte determină un unic plan.
În orice plan se pot considera trei puncte necoliniare distincte.

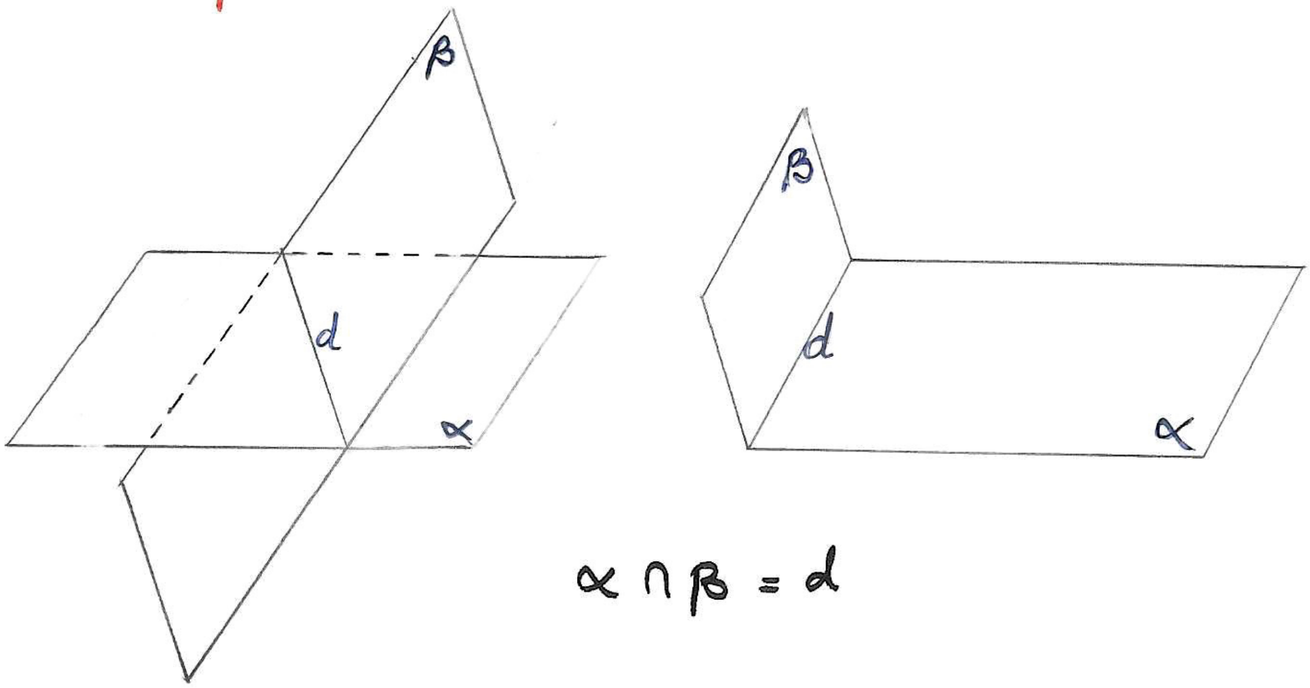


P₄ Dacă două puncte distincte aparțin unui plan, atunci dreapta determinată de ele este inclusă în plan.

$$\left.\begin{array}{l} A \neq B \\ A, B \in \alpha \end{array}\right| \Rightarrow AB \subset \alpha$$



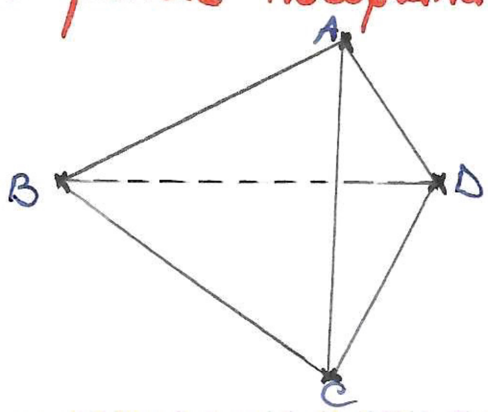
P₅ Dacă două plane distincte au un punct comun, atunci ele mai au cel puțin încă unul (planele se intersectează după o dreaptă determinată de cele două puncte).



$$\alpha \cap \beta = d$$

P₆ În spațiu există patru puncte necoplanare.

ABCD - tetraedru (piramidă triunghiulară)



Def. Un tetraedru este regulat dacă toate muchiile lui sunt congruente.

ABCD : $(AB) \equiv (BC) \equiv (CD) \equiv (DA) \Rightarrow$ ABCD - tetraedru regulat

$\triangle ABC \equiv \triangle BCD \equiv \triangle ABD \equiv \triangle ACD$

$\triangle BCD$ - bază

$\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$ - fețe laterale

TEOREME DE DETERMINARE A PLANULUI

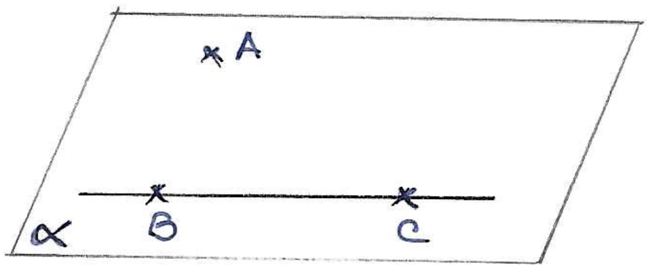
T1 O dreaptă și un punct exterior ei determină un unic plan.

i: d

$A \notin d$

c: $\exists!\ \alpha = (d, A)$

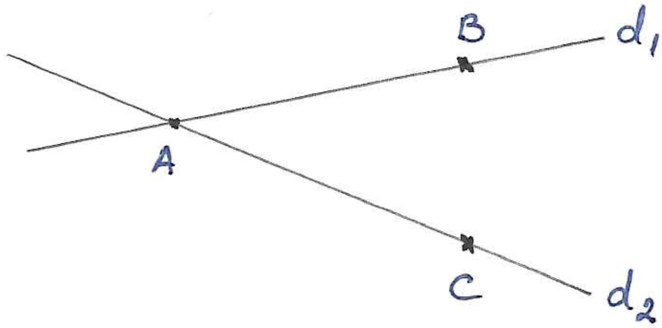
(există și este unic)



T2 Două drepte concurente determină un unic plan.

i: $d_1 \cap d_2 = \{A\}$

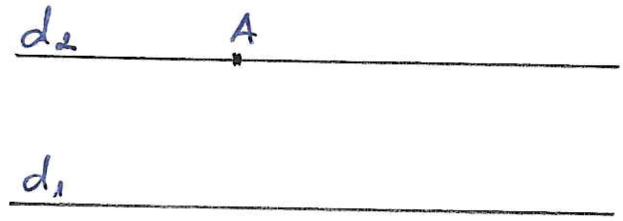
c: $\exists!\ (d_1, d_2)$



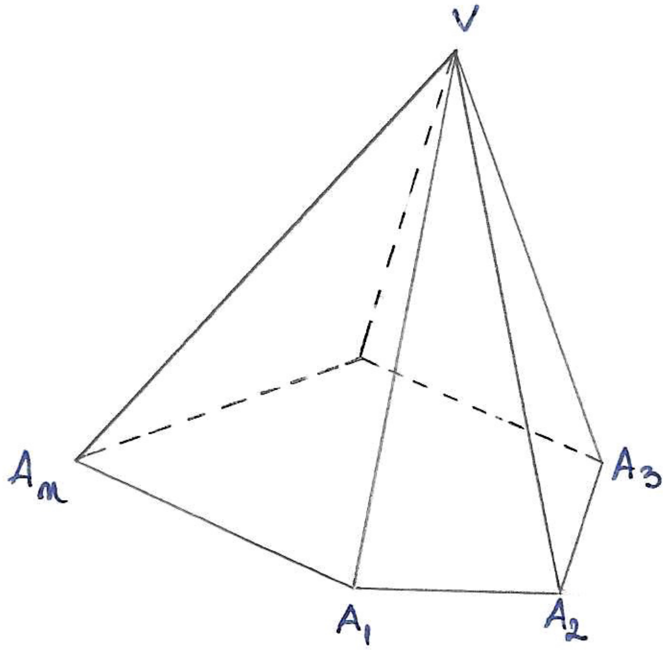
T3 Două drepte paralele determină un unic plan.

i: $d_1 \parallel d_2$

c: $\exists!\ (d_1, d_2)$



PIRAMIDA



$A_1A_2 \dots A_n$ - bază

V - vârf

$[VA_1], [VA_2] \dots [VA_n]$ - muchii laterale

$[A_1A_2], [A_2A_3] \dots [A_nA_1]$ - muchiile bazei

$\Delta VA_1A_2, \Delta VA_2A_3, \Delta VA_1A_n$ - fețe laterale

A_l = suma ariilor fețelor laterale

$A_t = A_l + A_b$

Def.: O piramidă se numește regulată dacă are baza un poligon regulat și muchiile laterale congruente.

PIRAMIDA TRIUNGHIULARĂ REGULATĂ

VABC - piramidă triunghiulară regulată

ΔABC - echilateral

$(VA) \equiv (VB) \equiv (VC)$

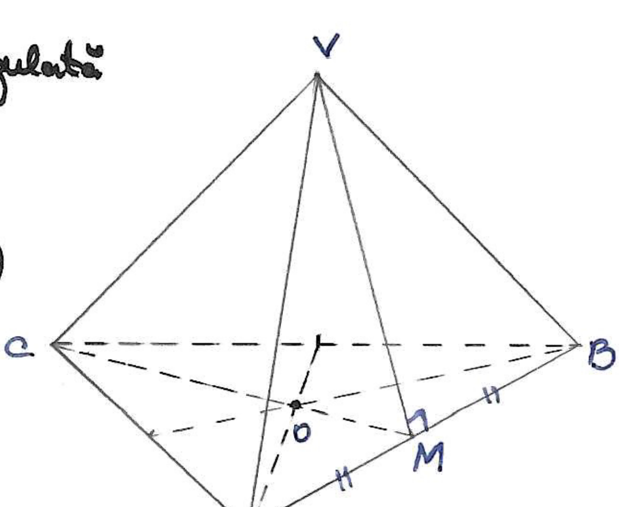
$\Delta VAB \equiv \Delta VBC \equiv \Delta VAC$ (isoscele)

$VM = a_p$ (APOTEMA PIRAMIDEI)

$OM = a_b$ (APOTEMA BAZEI)

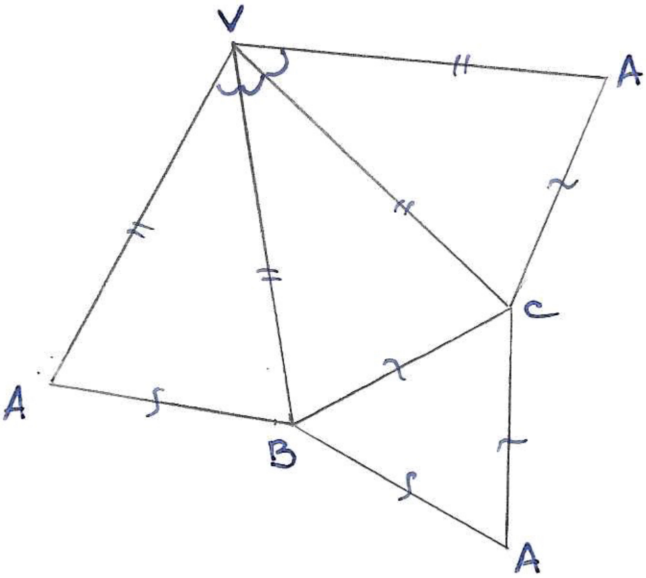
$A_l = 3\,A_{VAB}$

$A_t = A_l + A_b$



ΔVAB: (VM) - mediană
înălțime

DESFĂȘURAREA SUPRAFEȚEI PIRAMIDEI TRIUNGHIULARE REGULATE

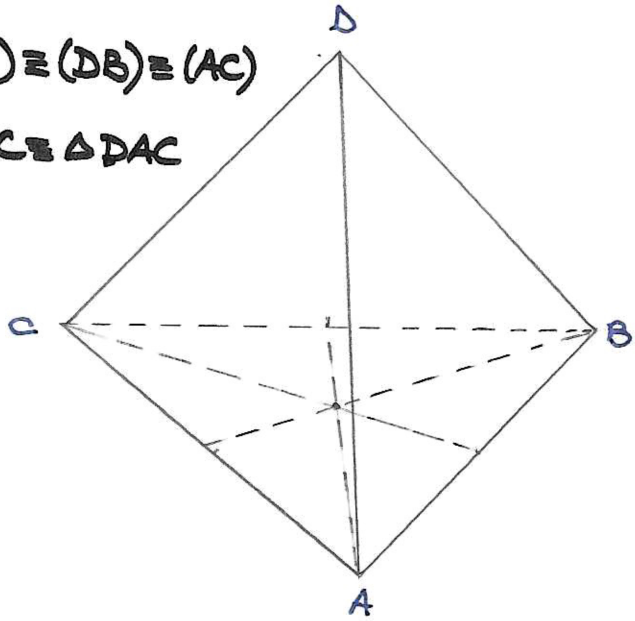


TETRAEDRUL REGULAT

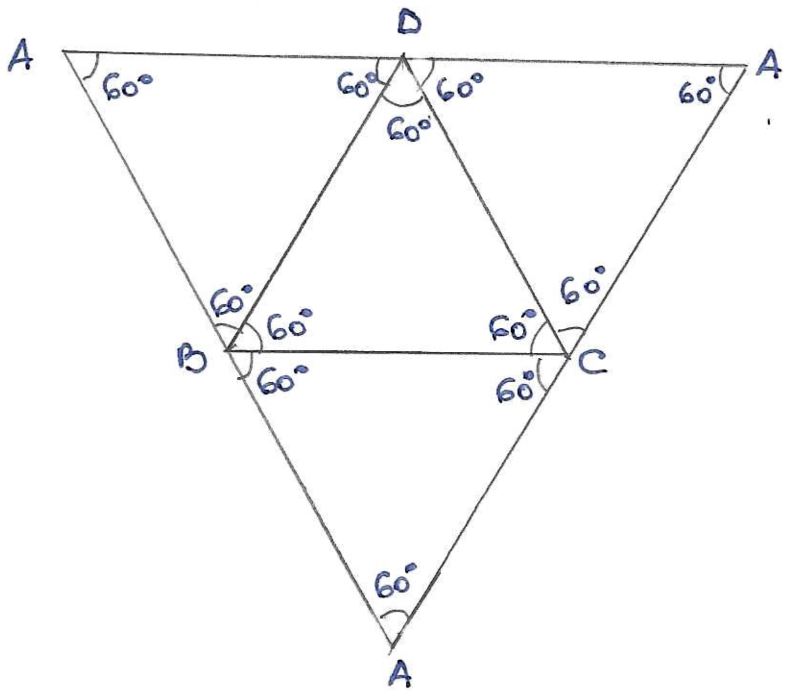
$ABCD : (AB) \equiv (BC) \equiv (CD) \equiv (DA) \equiv (DB) \equiv (AC)$

$\Delta ABC \equiv \Delta DAB \equiv \Delta DBC \equiv \Delta DAC$

echilaterale



DESFĂȘURAREA

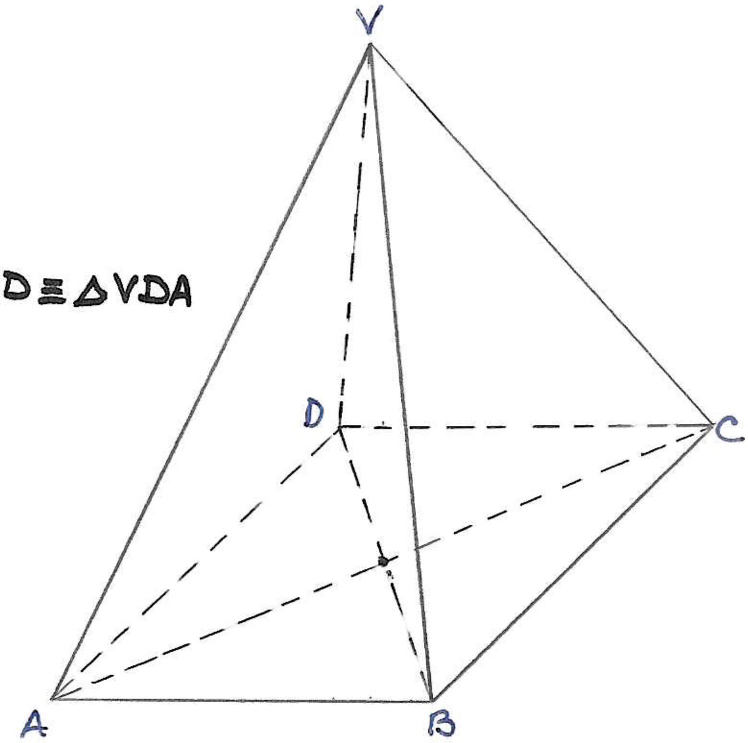


PIRAMIDA PATRULATERĂ REGULATĂ

ABCD - pătrat

VA ≡ VB ≡ VC ≡ VD

△VAB ≡ △VBC ≡ △VCD ≡ △VDA
(isoscele)



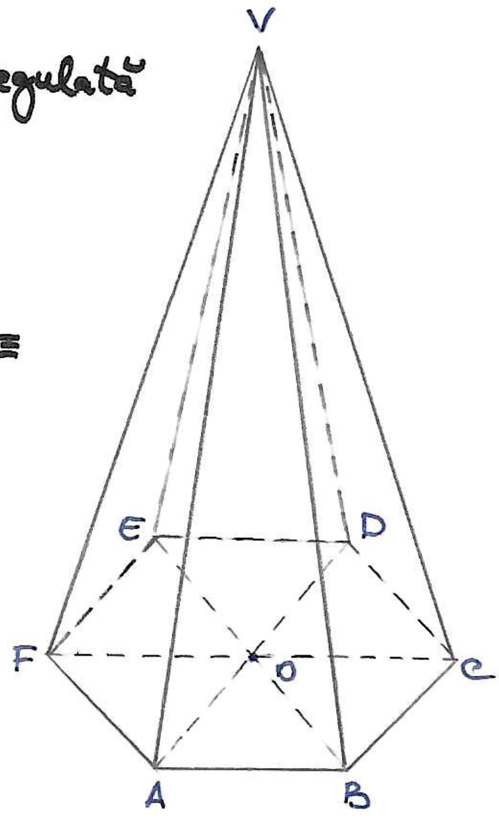
PIRAMIDA HEXAGONALĂ REGULATĂ

VABCDEF - piramidă hexagonală regulată

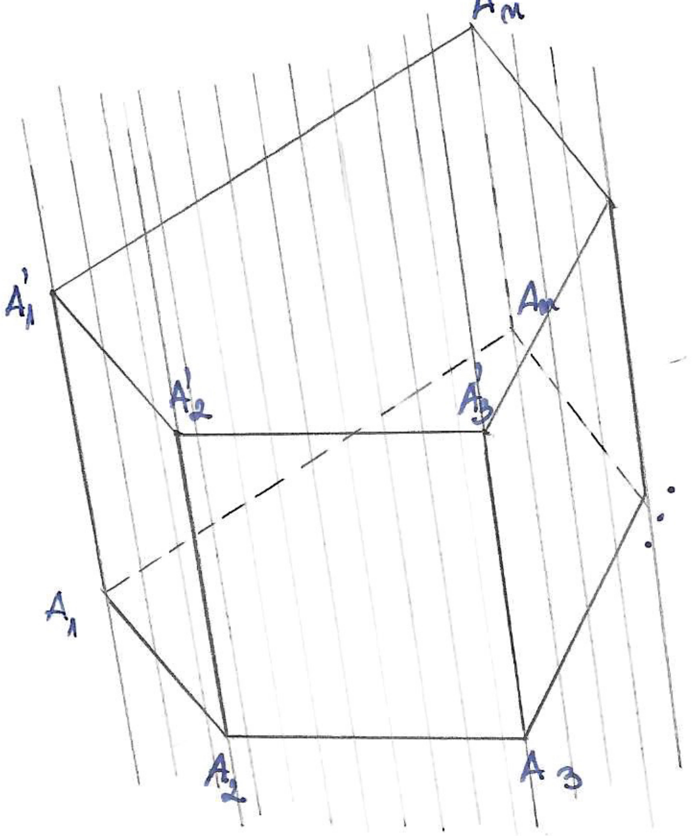
ABCDEF - hexagon regulat

VA = VB = VC = VD = VE = VF

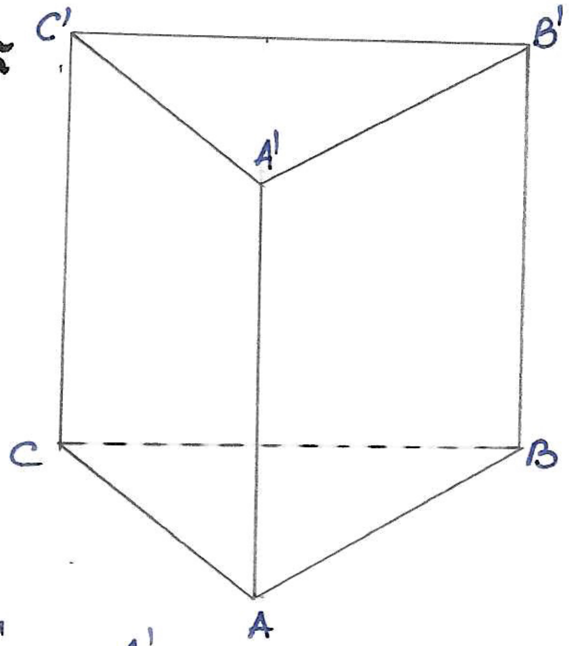
△VAB ≡ △VBC ≡ △VCD ≡ △VDE ≡
≡ △VEF ≡ VAF
(isoscele)



PRISMA



PRISMA TRIUNGHIULARĂ REGULATĂ



$ABCA'B'C'$ – prismă triunghiulară regulată

$\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$ (echilaterale)

$AA' \parallel BB' \parallel CC'$

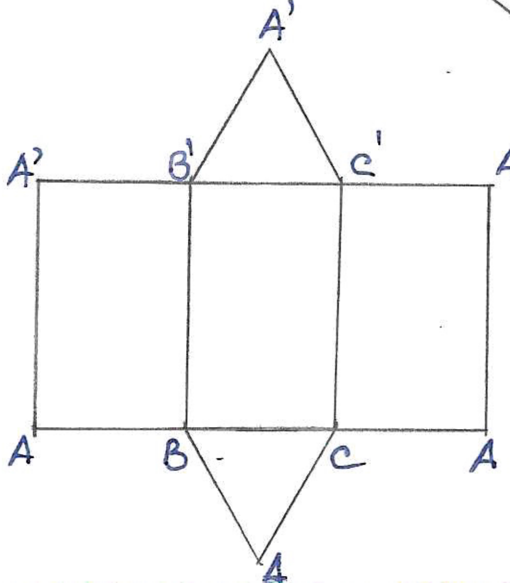
$AA' = BB' = CC'$

$ABB'A' \equiv BCC'B' \equiv ACC'A'$ (dreptunghi)

$A_l = 3A_{ABB'A'}$

$A_t = A_l + 2A_b$

DESFĂȘURAREA



PRISMA PATRULATERĂ REGULATĂ

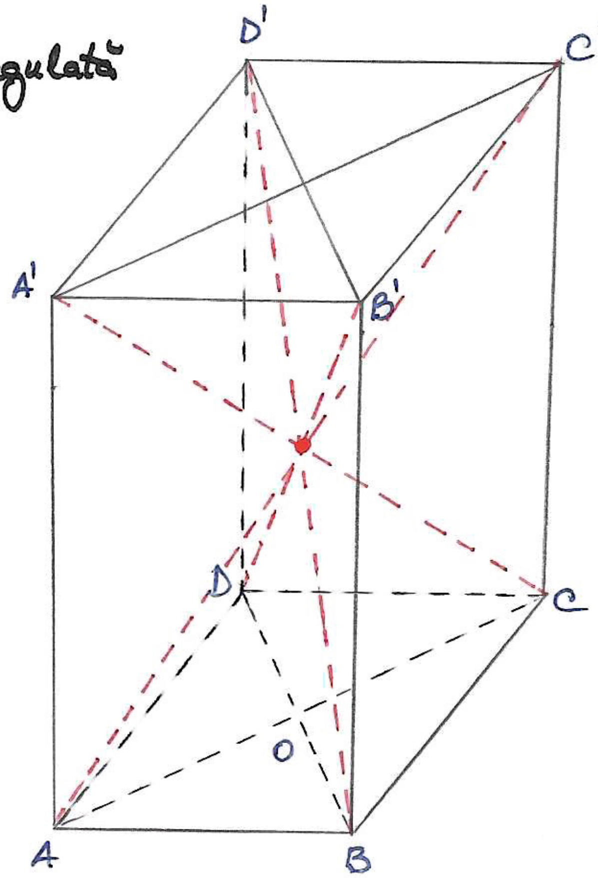
$ABCDA'B'C'D'$ - prismă patrulateră regulată

$ABCD \equiv A'B'C'D'$ (pătrate)

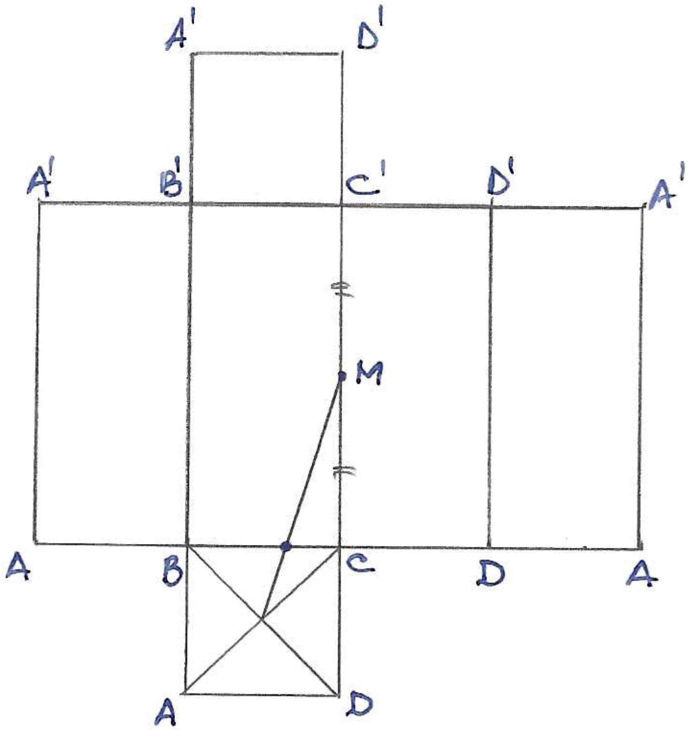
$AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$

$AA' = BB' = CC' = DD'$

$ABB'A' \equiv BCC'B' \equiv ADD'A' \equiv CDD'C'$
(dreptunghiuri)



DESFĂȘURAREA

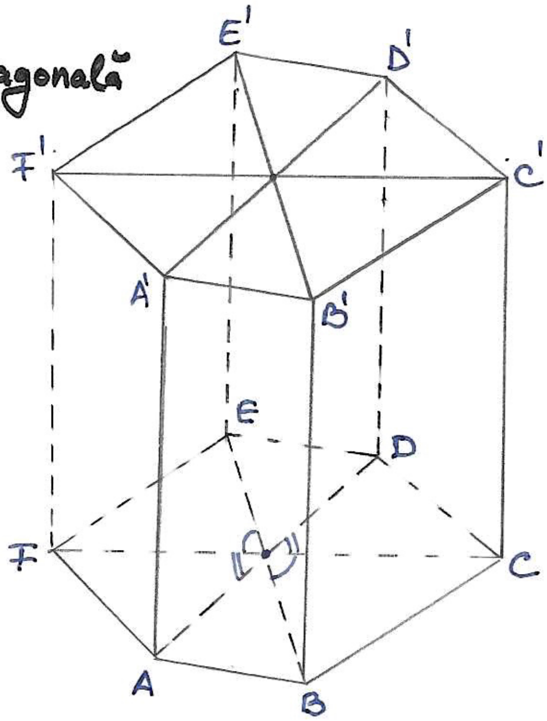


Obs. • Cubul este o prismă patrulateră regulată particulară în care toate muchiile sunt congruente.

• Paralelipipedul dreptunghic este o prismă patrulateră, dar nu este regulată.

PRISMA HEXAGONALĂ REGULATĂ

ABCDEFA'B'C'D'E'F' - prismă hexagonală regulată



AA' // BB' // CC' // DD' // EE' // FF'

ABB'A' ≡ BCC'B' ≡ CDD'C' ≡
≡ DEE'D' ≡ EFF'E' ≡ AFF'A'
(dreptunghiuri)