Física I

Semana 01 - Aula 2
Vetores

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Tipos de grandezas

- **Grandeza escalar**: descrita por um único número.

Exemplos: 6 kg + 3 kg = 9 kg

4 x 2 s = 8 s.

Tipos de grandezas

- **Grandeza escalar**: descrita por um único número.

  Exemplos: 6 kg + 3 kg = 9 kg

  4 x 2 s = 8 s.

- **Grandeza vetorial:** descrita por um **módulo** (que indica a ‘quantidade’ ou o ‘tamanho’), juntamente com uma direção (e sentido) no espaço.

Representação de um vetor

- Representamos uma grandeza vetorial por uma única letra, tal como: $\vec{A}$

- Começaremos com uma grandeza vetorial muito simples, o **deslocamento**.

Deslocamento vetorial

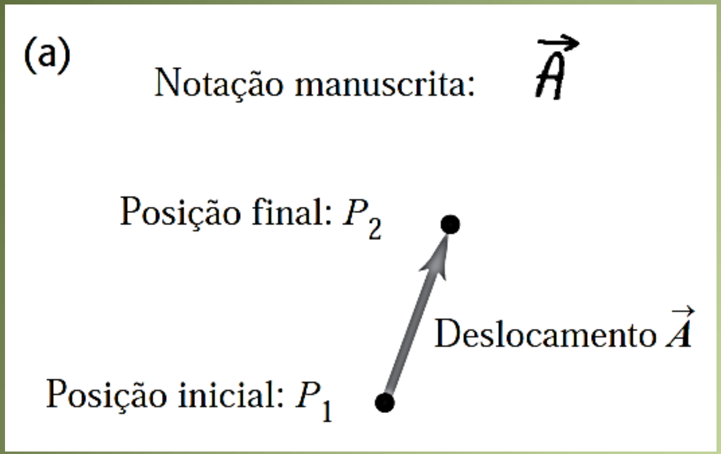


Figura 1.9 O deslocamento é um vetor cuja direção é sempre traçada do ponto inicial até o ponto final, mesmo no caso de uma trajetória curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Deslocamento vetorial

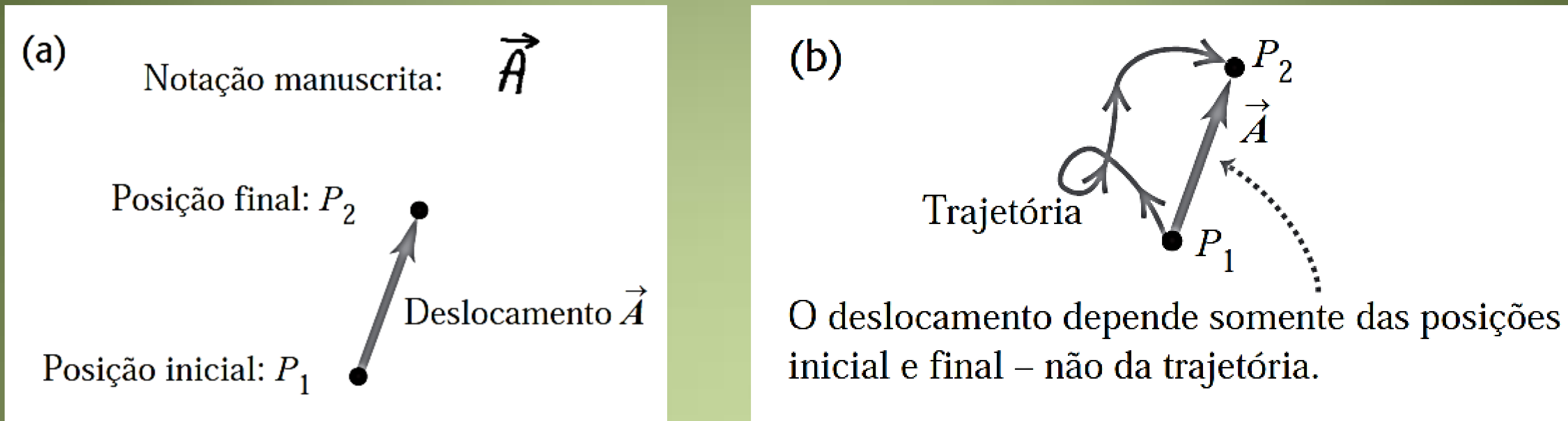


Figura 1.9 O deslocamento é um vetor cuja direção é sempre traçada do ponto inicial até o ponto final, mesmo no caso de uma trajetória curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Deslocamento vetorial

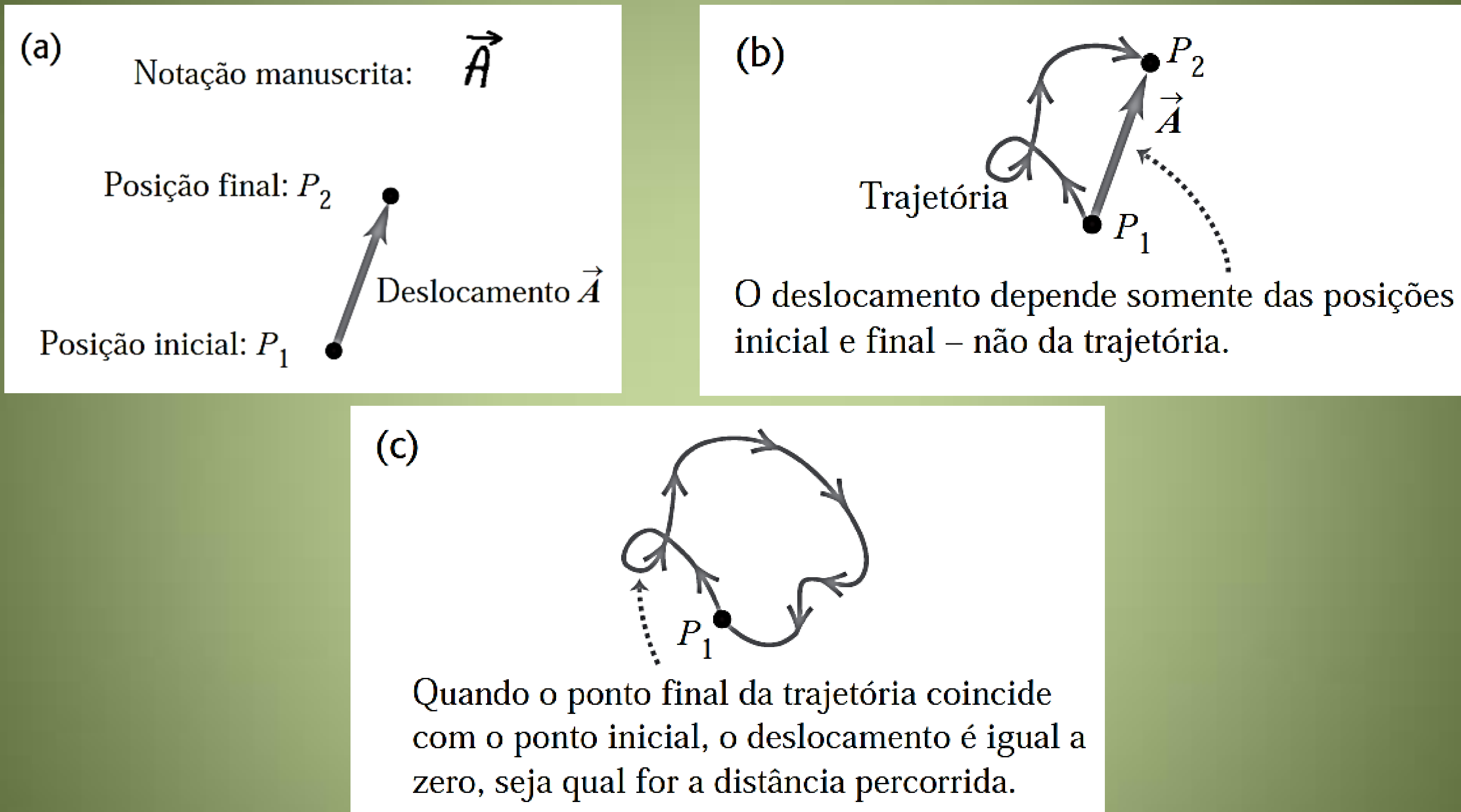


Figura 1.9 O deslocamento é um vetor cuja direção é sempre traçada do ponto inicial até o ponto final, mesmo no caso de uma trajetória curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Deslocamento vetorial

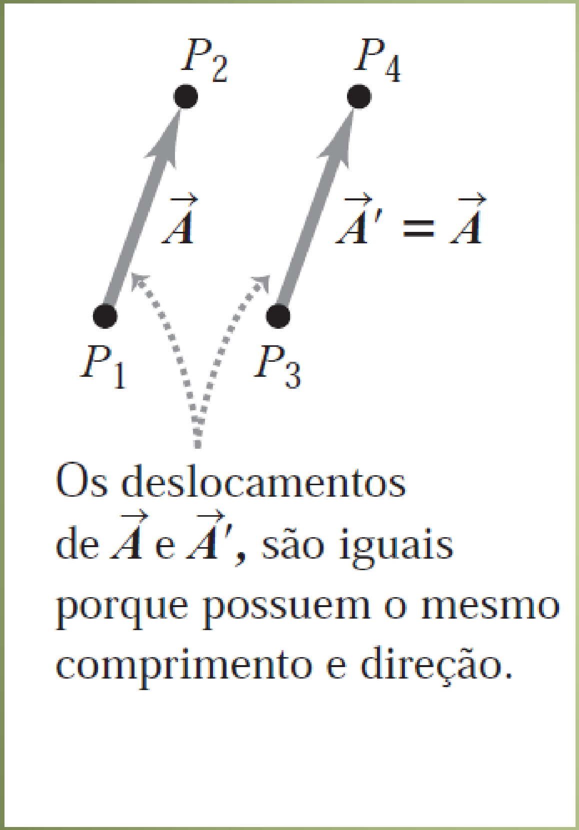
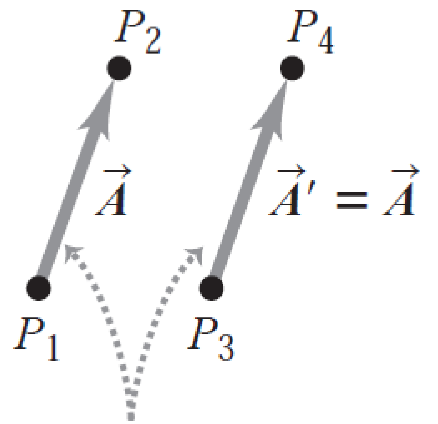
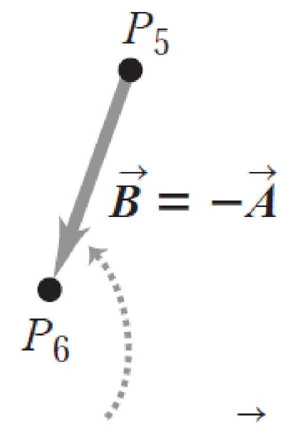


Figura 1.10 O significado de vetores que possuem o mesmo módulo e a mesma direção ou direção oposta.
Fonte: Sears e Zemansky

Deslocamento vetorial



Os deslocamentos de $\vec{A}$ e $\vec{A}'$, são iguais porque possuem o mesmo comprimento e direção.



O deslocamento $\vec{B}$ possui o mesmo módulo de $\vec{A}$, sentido *contrário* $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$.

Figura 1.10 O significado de vetores que possuem o mesmo módulo e a mesma direção ou direção oposta.
Fonte: Sears e Zemansky

Módulo de um vetor

- Representamos o *módulo* de uma grandeza vetorial usando a mesma letra do vetor, porém com um *tipo itálico* sem negrito e sem flecha em cima.

- O uso de barras verticais laterais é uma notação alternativa para o módulo de um vetor:

$$(\text{Módulo de } \vec{A}) = A = |\vec{A}|$$

Soma vetorial

Dizemos, por exemplo, que o deslocamento $\vec{\boldsymbol{C}}$ é a **resultante** ou **soma vetorial** dos deslocamentos $\vec{\boldsymbol{A}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}}$. Esta soma é expressa simbolicamente por:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

Soma vetorial

Dizemos, por exemplo, que o deslocamento $\vec{\boldsymbol{C}}$ é a **resultante** ou **soma vetorial** dos deslocamentos $\vec{\boldsymbol{A}}$ e $\vec{\boldsymbol{B}}$. Esta soma é expressa simbolicamente por:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

Caso você faça a soma, primeiro $\vec{\boldsymbol{A}}$ e depois $\vec{\boldsymbol{B}}$, ou, na ordem inversa, primeiro $\vec{\boldsymbol{B}}$ e depois $\vec{\boldsymbol{A}}$, o resultado será o mesmo.

$$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A} \quad \text{e} \quad \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

Soma vetorial - graficamente

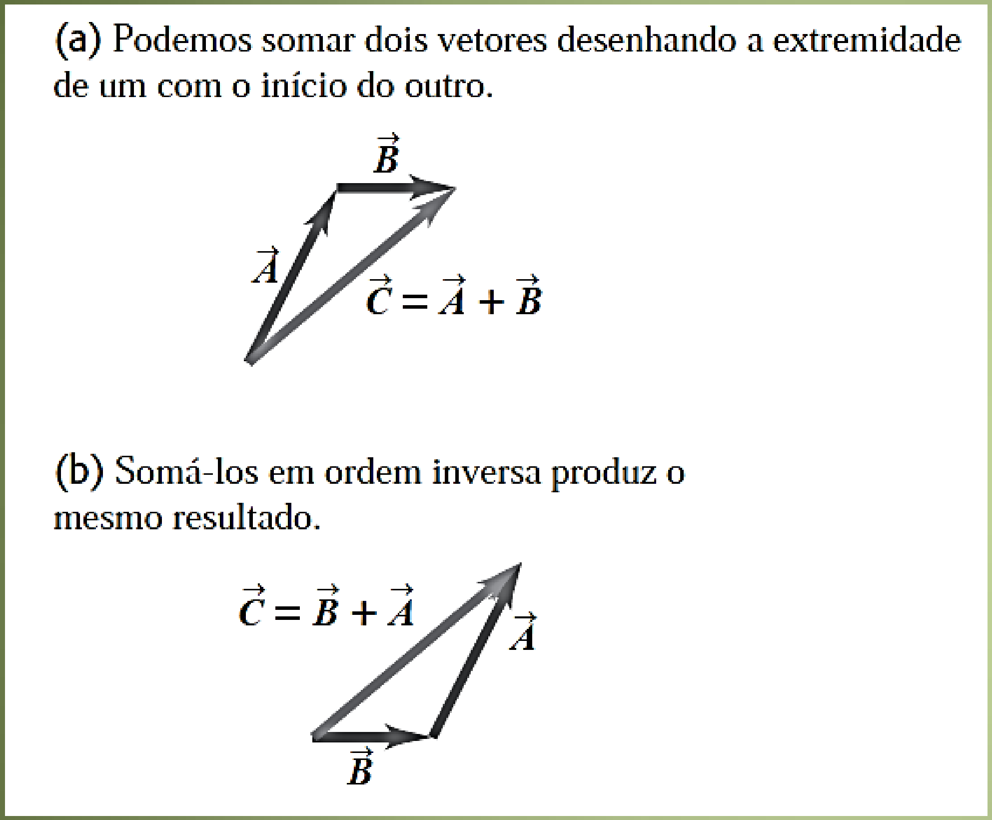


Figura 1.11 Três modos de somar dois vetores. Como se vê em (b), a ordem da soma vetorial não importa; a soma vetorial é comutativa.
Fonte: Sears e Zemansky

Soma vetorial - graficamente

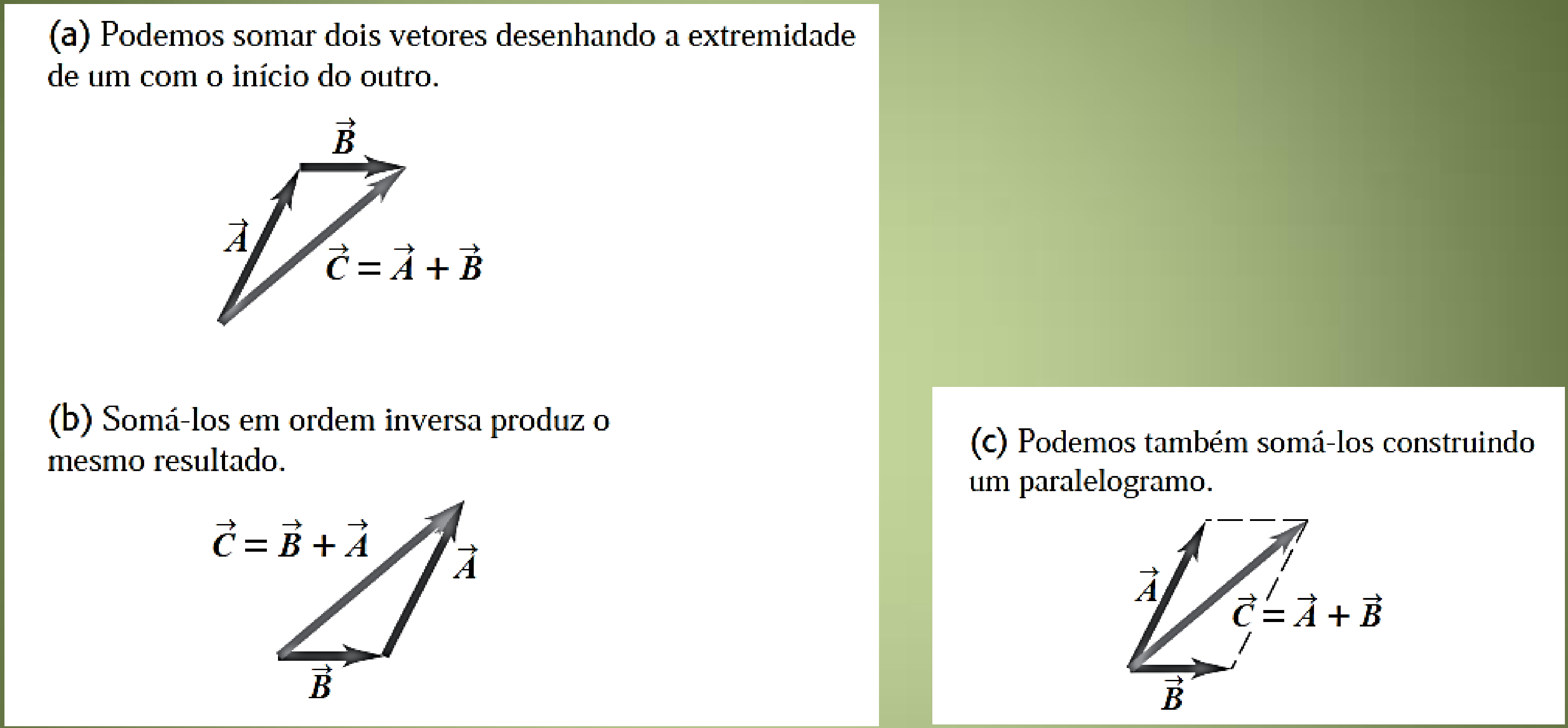


Figura 1.11 Três modos de somar dois vetores. Como se vê em (b), a ordem da soma vetorial não importa; a soma vetorial é comutativa.
Fonte: Sears e Zemansky

Soma vetorial - graficamente

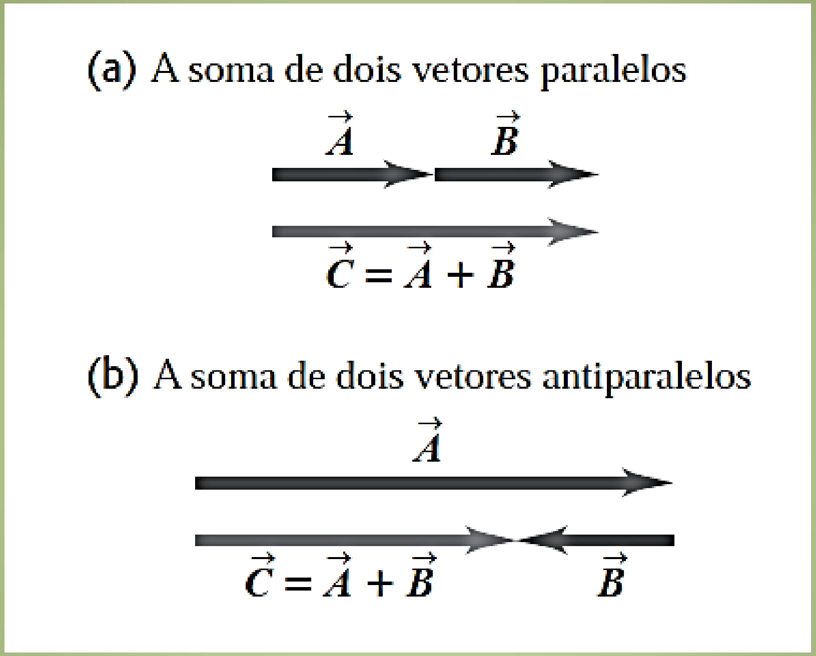


Figura 1.12 (a) Somente quando os dois vetores são paralelos, o módulo da sua soma é igual à soma dos seus módulos. (b) Quando são antiparalelos, o módulo da sua soma é igual à *diferença* dos seus módulos.
Fonte: Sears e Zemansky

Soma vetorial - graficamente

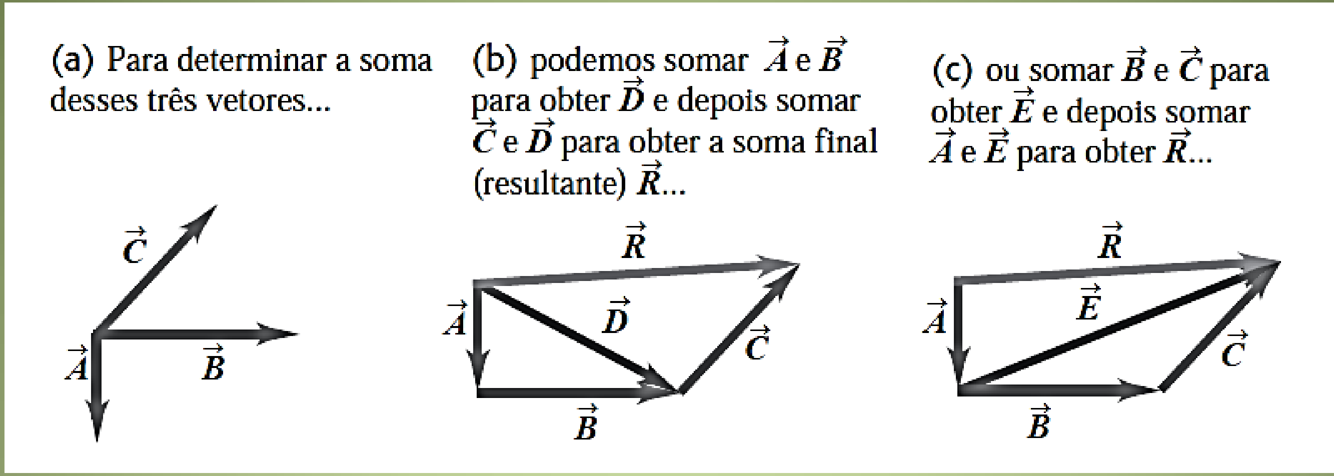


Figura 1.13 Diversas construções para achar a soma vetorial
Fonte: Sears e Zemansky

Soma vetorial - graficamente

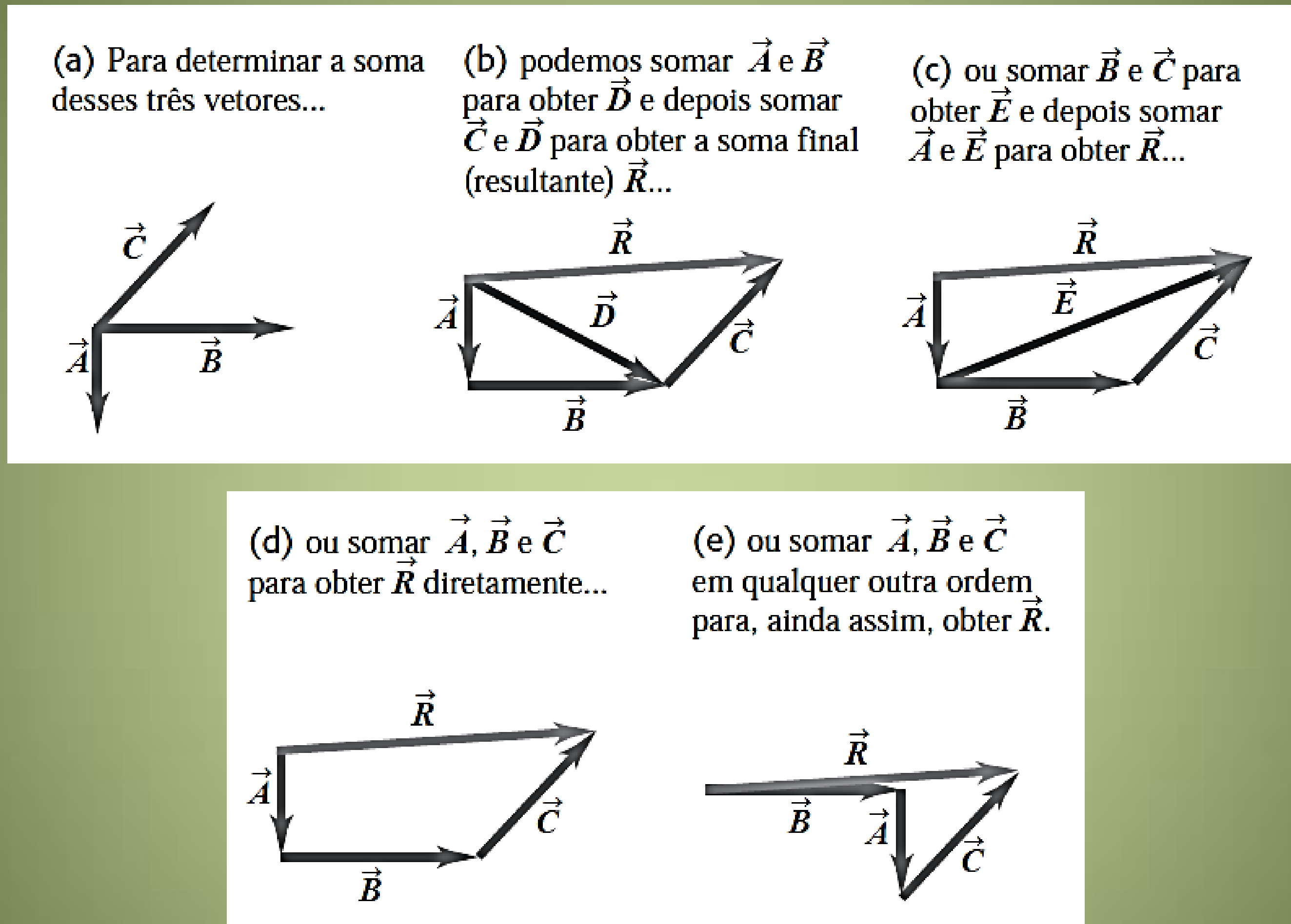


Figura 1.13 Diversas construções para achar a soma vetorial
Fonte: Sears e Zemansky

Multiplicação de vetor por escalar

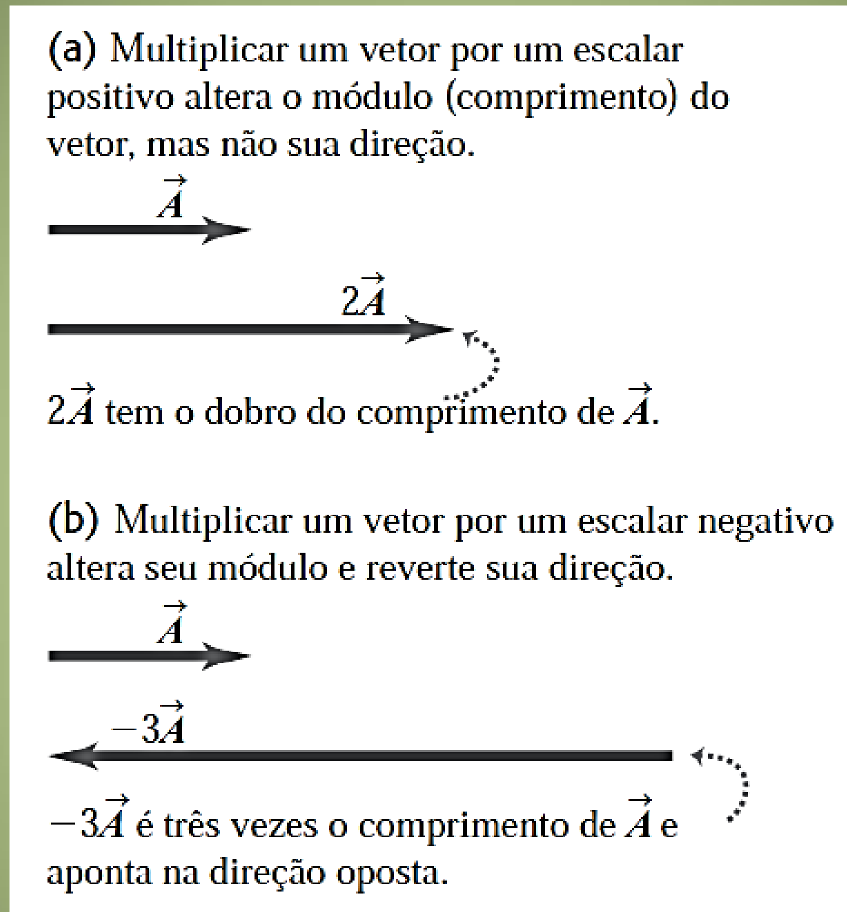


Figura 1.15 Multiplicação de um vetor (a) por um escalar positivo e (b) por um escalar negativo.
Fonte: Sears e Zemansky

Exemplo de soma vetorial

Uma esquiadora percorre 1,0 km do sul para o norte e depois 2,0 km de oeste para leste em um campo horizontal coberto de neve. A que distância ela está do ponto de partida e em que direção?

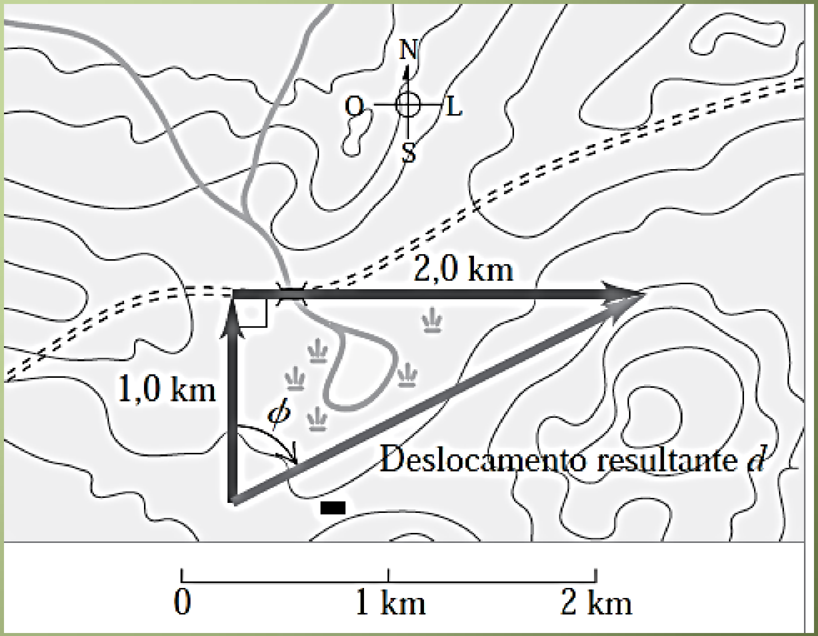
Exemplo de soma vetorial

- Estratégia em quatro passos:
  - ✓ **Identificar:** *conceitos relevantes variável-alvo do problema.*
  - ✓ **Preparar:** escolha as equações e defina como vai usá-las.
  - ✓ **Executar:** neste passo, entra a matemática.
  - ✓ **Avaliar:** o objetivo da solução de problemas de física não é só obter um número ou uma fórmula; é obter uma melhor compreensão.

Exemplo de soma vetorial

- **Identificar:** o problema envolve combinação de deslocamentos, por isso podemos resolvê-lo com a soma vetorial.

- **Preparar:** na Figura mostramos um diagrama em escala dos deslocamentos da esquiadora.



Exemplo de soma vetorial

- **Executar:** os vetores nesse diagrama formam um triângulo retângulo; a distância do ponto de partida ao ponto de chegada é igual ao comprimento da hipotenusa, que pode ser determinado usando-se o teorema de Pitágoras:

$$\sqrt{(1{,}0\ \text{km})^2 + (2{,}0\ \text{km})^2} = 2{,}24\ \text{km}$$

Exemplo de soma vetorial

- **Executar:** O ângulo pode ser calculado usando-se trigonometria. Para uma revisão, ver o Apêndice B do livro texto

Pela definição de tangente:

$$\text{tg}\ \phi = \frac{\text{lado oposto}}{\text{lado adjacente}} = \frac{2{,}0\ \text{km}}{1{,}0\ \text{km}}$$

$$\phi = 63{,}4°$$

Podemos descrever a direção como 63,4° do norte para o leste ou 90° - 63,4° = 26,6° do leste para o norte. A escolha é sua!

Exemplo de soma vetorial

- **Avaliar:** uma boa prática conferir os resultados de um problema de soma vetorial por meio de medidas tomadas em um desenho da situação. Felizmente, as respostas que encontramos a partir do cálculo (2,24 km e 63,4º) são bem próximas das obtidas pelas medidas (cerca de 2,2 km e 63º). Se fossem substancialmente diferentes, teríamos que identificar os erros.

Componente de um vetor

Para definir os componentes de um vetor $\vec{\boldsymbol{A}}$, começamos com um sistema (cartesiano) de coordenadas. A seguir desenhamos o vetor considerado com o início em *O* a origem do sistema de coordenadas.

Componente de um vetor

Para definir os componentes de um vetor $\vec{A}$, começamos com um sistema (cartesiano) de coordenadas. A seguir desenhamos o vetor considerado com o início em *O* a origem do sistema de coordenadas.

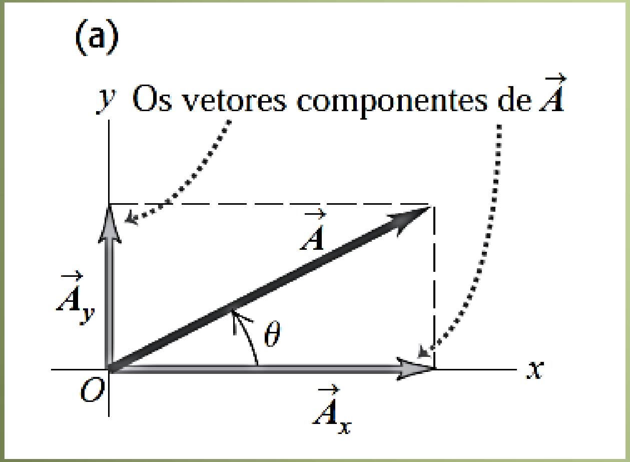
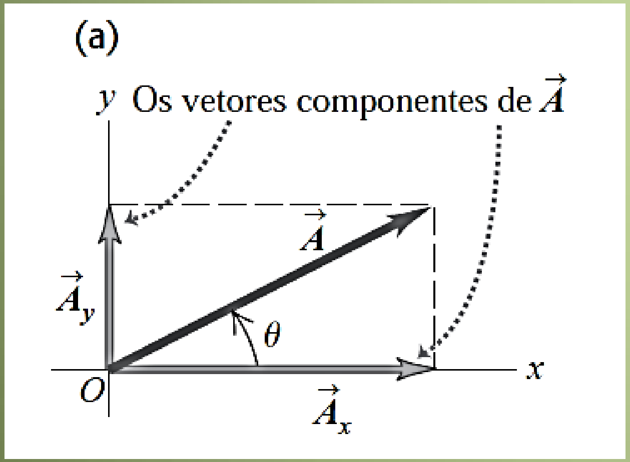


Figura 1.17 Representamos um vetor $\vec{A}$ em termos de: (a) os vetores dos componentes $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$. (b) Os componentes A_x e A_y (que neste caso são positivos). **Fonte:** Sears e Zemansky

Componente de um vetor

Para definir os componentes de um vetor $\vec{A}$, começamos com um sistema (cartesiano) de coordenadas. A seguir desenhamos o vetor considerado com o início em *O* a origem do sistema de coordenadas.



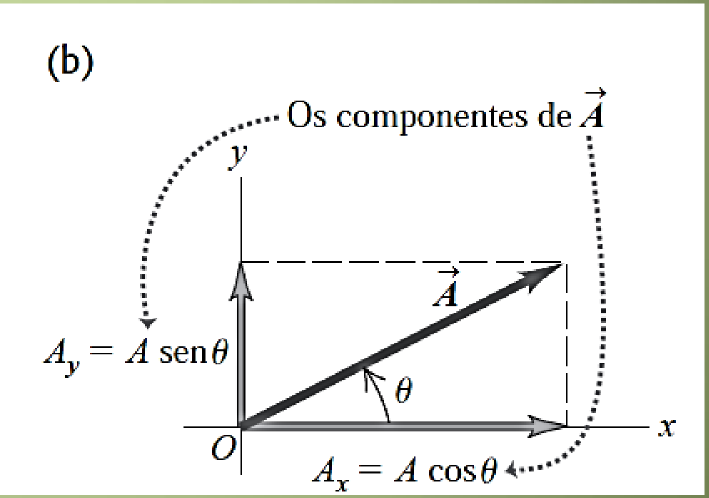


Figura 1.17 Representamos um vetor $\vec{A}$ em termos de: (a) os vetores dos componentes $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$. (b) Os componentes A_x e A_y (que neste caso são positivos).
Fonte: Sears e Zemansky

Módulo e ângulo a partir dos seus componentes

Aplicando o teorema de Pitágoras na Figura 1.17b, obtemos o módulo do vetor $\vec{\boldsymbol{A}}$.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Módulo e ângulo a partir dos seus componentes

Aplicando o teorema de Pitágoras na Figura 1.17b, obtemos o módulo do vetor $\vec{\boldsymbol{A}}$.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

A direção e o sentido decorrem da definição da tangente de um ângulo.

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \text{e} \qquad \theta = \operatorname{arctg}\frac{A_y}{A_x}$$

Vetores unitários

Um **vetor unitário** é aquele que possui módulo igual a 1, não possuindo nenhuma unidade. Seu único objetivo é *apontar*, ou seja, descrever uma direção e um sentido no espaço.

Vetores unitários

Um **vetor unitário** é aquele que possui módulo igual a 1, não possuindo nenhuma unidade. Seu único objetivo é *apontar*, ou seja, descrever uma direção e um sentido no espaço.

Em um sistema de coordenadas *xy*, definimos um vetor unitário $\vec{\boldsymbol{i}}\ (\boldsymbol{ou}\ \hat{\boldsymbol{i}})$ apontando no sentido positivo do eixo *Ox* e um vetor unitário $\vec{\boldsymbol{j}}(\boldsymbol{ou}\ \hat{\boldsymbol{j}})$apontando no sentido positivo do eixo *Oy.*

Vetores unitários

Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes como: $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$

Vetores unitários

Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes como: $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$

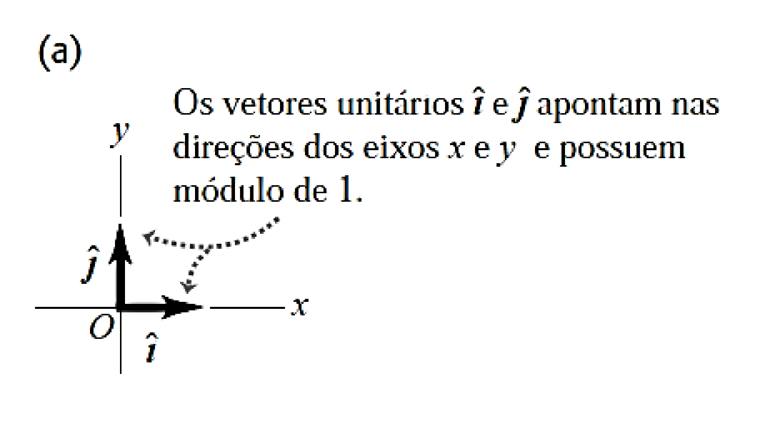
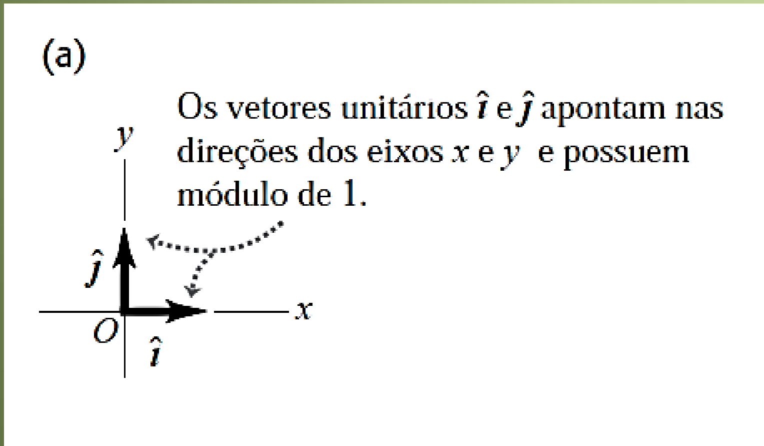


Figura 1.23 (a) Os vetores unitários $\vec{\imath}$ $(ou\ \hat{\imath})$ e $\vec{\jmath}(ou\ \hat{\jmath})$ (b) Podemos expressar um Vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes.
Fonte: Sears e Zemansky

Vetores unitários

Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes como: $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$



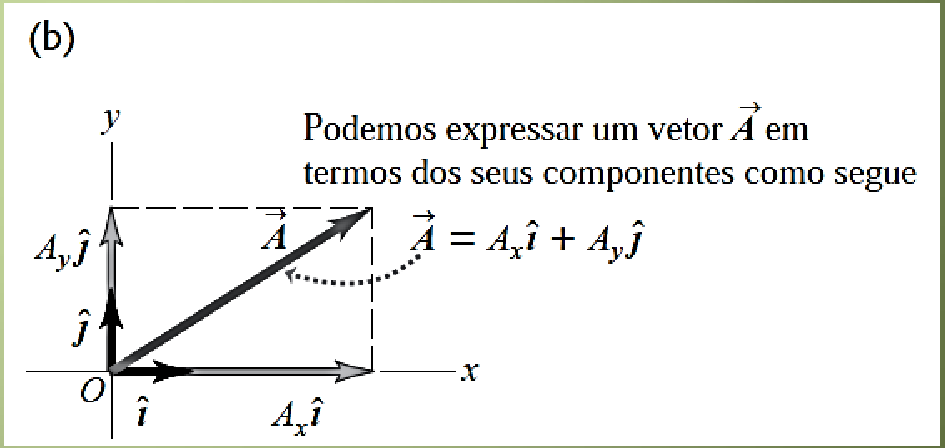


Figura 1.23 (a) Os vetores unitários $\vec{\imath}$ (ou $\hat{\imath}$) e $\vec{\jmath}$(ou $\hat{\jmath}$) (b) Podemos expressar um Vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes.
Fonte: Sears e Zemansky

Produto escalar: o produto escalar $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é uma grandeza escalar. Pode ser expressa em termos dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ, entre os dois vetores ou em termos dos componentes dos dois vetores. O produto escalar é comutativo; $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. O produto escalar de dois vetores ortogonais é igual a zero.

Fonte: Sears e Zemansky

Produto escalar: o produto escalar $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é uma grandeza escalar. Pode ser expressa em termos dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ, entre os dois vetores ou em termos dos componentes dos dois vetores. O produto escalar é comutativo; $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. O produto escalar de dois vetores ortogonais é igual a zero.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi$

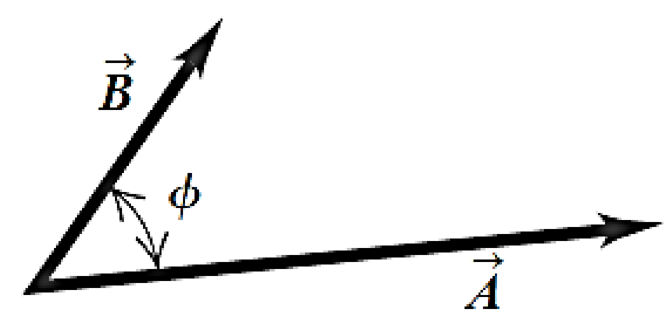
Fonte: Sears e Zemansky

Produto escalar: o produto escalar $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é uma grandeza escalar. Pode ser expressa em termos dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ, entre os dois vetores ou em termos dos componentes dos dois vetores. O produto escalar é comutativo; $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. O produto escalar de dois vetores ortogonais é igual a zero.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi$



Fonte: Sears e Zemansky

Produto vetorial: o produto vetorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é um outro vetor $\vec{C}$. O módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ depende dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ entre os dois vetores. A direção do produto vetorial é perpendicular ao plano dos dois vetores que estão sendo multiplicados, conforme a regra da mão direita. Os componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ podem ser expressos em termos dos componentes de $\vec{A}$ e de $\vec{B}$. O produto vetorial não é comutativo; $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. O produto vetorial de dois vetores paralelos ou antiparalelos é igual a zero. (Exemplo 1.12)

Fonte: Sears e Zemansky

Produto vetorial: o produto vetorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é um outro vetor $\vec{C}$. O módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ depende dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ entre os dois vetores. A direção do produto vetorial é perpendicular ao plano dos dois vetores que estão sendo multiplicados, conforme a regra da mão direita. Os componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ podem ser expressos em termos dos componentes de $\vec{A}$ e de $\vec{B}$. O produto vetorial não é comutativo; $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. O produto vetorial de dois vetores paralelos ou antiparalelos é igual a zero. (Exemplo 1.12)

$$C = AB\operatorname{sen}\phi$$
$$C_x = A_yB_z - A_zB_y$$
$$C_y = A_zB_x - A_xB_z$$
$$C_z = A_xB_y - A_yB_x$$

Fonte: Sears e Zemansky

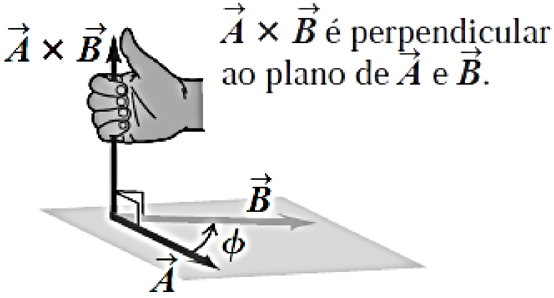
Produto vetorial: o produto vetorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é um outro vetor $\vec{C}$. O módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ depende dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e o ângulo ϕ entre os dois vetores. A direção do produto vetorial é perpendicular ao plano dos dois vetores que estão sendo multiplicados, conforme a regra da mão direita. Os componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ podem ser expressos em termos dos componentes de $\vec{A}$ e de $\vec{B}$. O produto vetorial não é comutativo; $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. O produto vetorial de dois vetores paralelos ou antiparalelos é igual a zero. (Exemplo 1.12)

$$C = AB\,\mathrm{sen}\,\phi$$

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y$$

$$C_y = A_zB_x - A_xB_z$$

$$C_z = A_xB_y - A_yB_x$$

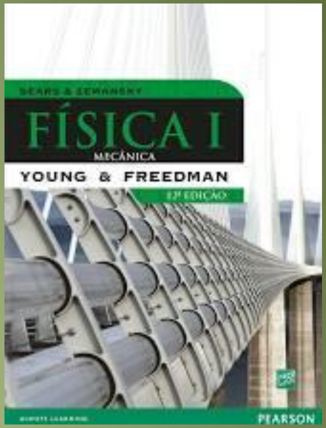


(Módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$) = AB sen ϕ

Fonte: Sears e Zemansky

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847

Contatos

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br