# Física Experimental I Bacharelado

# Aula 02 Erros e incertezas

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria henrique.faria@unesp.br

#### Erro

- Dependendo das condições experimentais podemos obter o valor de uma grandeza através de uma ou várias medidas;
- As medidas podem conter erros associados à fatores externos, aos instrumentos, ou à falhas na execução do experimento.

#### Erro

"Resultado de uma medição menos o valor verdadeiro do mensurado" (Vuolo)

Ex.: medir a largura de uma folha de papel e comparar com a medida fornecida pelo fabricante.

Erro aleatório: provenientes de efeitos inesperados, são imprevisíveis;

Ex. temperatura; umidade

Erro sistemático: originam da calibração incorreta do instrumento, sendo previsíveis.

Ex. balança não zerada; paralaxe (observação)

Erro grosseiro: decorrentes de falhas humanas ou emprego de metodologia inadequada ou tratamento de dados errôneos

#### Incerteza

"Parâmetro associado ao resultado de uma medição. Caracteriza da dispersão de valores que podem ser atribuídos ao mensurado." (Vuolo)

Ex.: Trinta colegas medem a massa de uma esfera metálica em uma balança analógica.

### Diferença entre erro e incerteza

Erro: o cálculo só é possível se o valor verdadeiro do mensurando for conhecido;

Incerteza: pode ser calculada mesmo não conhecendo ao valor verdadeiro.

A incerteza tem maior significado e aplicabilidade que o erro.

Quanto maior o valor da incerteza menor é a confiabilidade do resultado

# Tipos de incerteza

Estatísticas (Tipo A): obtida por métodos estatísticos;

Ex. média e desvio padrão de um conjunto de medidas.

Não Estatística (Tipo B): incerteza de calibração do instrumento; estimativa da leitura em um instrumento com escala.

Ex. uso de réguas, vidraria graduada.

# Propagação de incertezas

Para expressar a incerteza em uma grandeza derivada utilizam-se equações de propagação.

$w = w(x, y, \cdots)$	Expressões para $\sigma_w$
$w = x \pm y \pm \cdots$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \cdots$

Fonte: Vuolo (1996).

 $\boldsymbol{x} \boldsymbol{e} \boldsymbol{y}$ : grandezas;  $\overline{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{e} \overline{\boldsymbol{y}}$ : médias das grandezas;

 $\sigma_x e \sigma_y$ : desvio médio das grandezas (ou  $\Delta_x e \Delta_y$ ).

ω: grandeza derivada;

 $\sigma_{\omega}$ : desvio médio da grandeza derivada (ou  $\Delta_{\omega}$ ).

#### Exemplo de propagação de incertezas

$$a = (23.5 \pm 0.1)$$
  $\rightarrow$   $\bar{a} = 23.5 \ e \ \Delta a = 0.1$ 

$$b = (17.8 \pm 0.4) \rightarrow \bar{b} = 17.8 \ e \ \Delta b = 0.4$$

Calcular  $\omega = a + b$ , com a incerteza.

#### Exemplo de propagação de incertezas

$$a = (23.5 \pm 0.1)$$
  $\rightarrow$   $\bar{a} = 23.5 \ e \ \Delta a = 0.1$ 

$$b = (17.8 \pm 0.4) \rightarrow \bar{b} = 17.8 \ e \ \Delta b = 0.4$$

Calcular  $\omega = a + b$ , com a incerteza.

Sabendo que: 
$$\omega = \bar{a} + \bar{b} \pm \sigma_{\omega}$$
  $\sigma_{\omega} = \pm \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}$ 

Então:

$$\sigma_{\omega} = \pm \sqrt{0.1^2 + 0.4^2} = 0.4$$

$$\omega = (23.5 + 17.8) \pm 0.4$$

$$\boldsymbol{\omega}=(41,3\pm0,4)$$

# Equações para Propagação de incertezas

Expressões para $\sigma_w$
$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \cdots$
$ \sigma_w =  mx^{m-1} \sigma_x$ ou $ rac{\sigma_w}{w}  =  mrac{\sigma_x}{x} $
$\sigma_w = \mid a \mid \sigma_x  \text{ou}  \mid \frac{\sigma_w}{w} \mid = \mid \frac{\sigma_x}{x} \mid$
$\sigma_{w} = \mid a \mid \sigma_{x}$
$\sigma_w^2 = (ay)^2  \sigma_x^2 + (ax)^2  \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$

## Equações para Propagação de incertezas

$w = w(x, y, \cdots)$	Expressões para $\sigma_w$
$w = a \frac{x}{y}$	$\sigma_w^2 = (\frac{a}{y})^2 \sigma_x^2 + (\frac{ax}{y^2})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a x^p y^q$	$\sigma_w^2 = (a  p  x^{p-1}  y^q)^2  \sigma_x^2 + (a  x^p  q  y^{q-1})^2  \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (p  \frac{\sigma_x}{x})^2 + (q  \frac{\sigma_y}{y})^2$
w = a sen b x	$\sigma_w =  ab \cos bx  \sigma_x  (\sigma_x \text{ em radianos})$
$w = b \log_a x$	$\sigma_w = \left  \frac{b}{\ln a} \right  \frac{\sigma_x}{x}$

## Bibliografia

2. VUOLO, J. H.; Fundamentos da Teoria de Erros. 2nd ed., São Paulo: Edgar Blücher Ltda., 1996.



## Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br