Aula 2
Gráficos

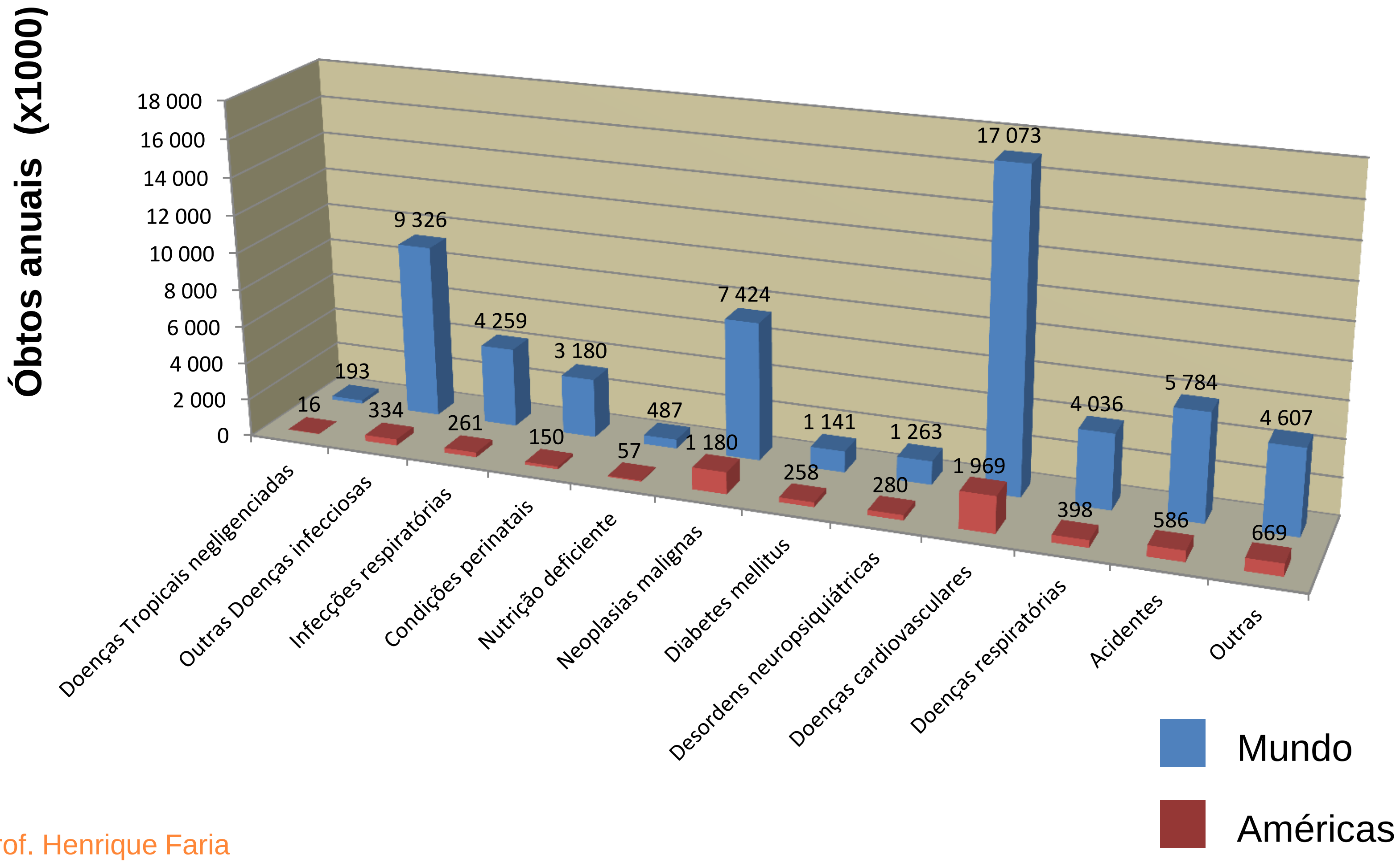
Física Aplicada à Farmácia

Prof. Dr. Henrique A. M. Faria

Introdução

- O gráfico é a forma mais conveniente para visualizar e interpretar um conjunto de dados;
- A análise matemática de um gráfico permite extrair uma relação funcional;
- Valores não medidos podem ser calculados através da relação funcional.

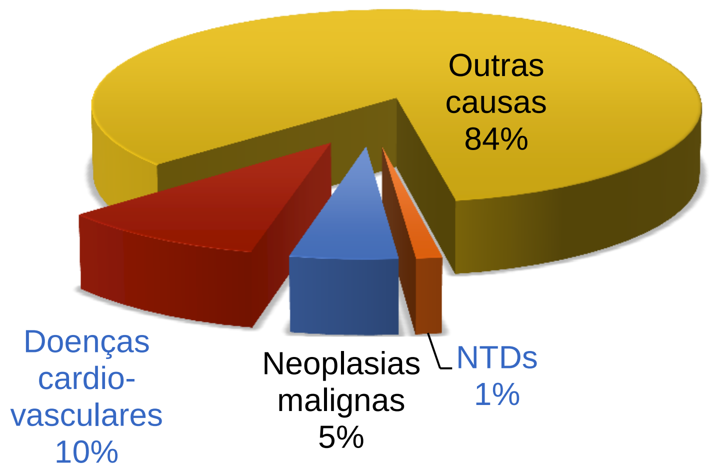
Casos de óbitos por doenças em 2004



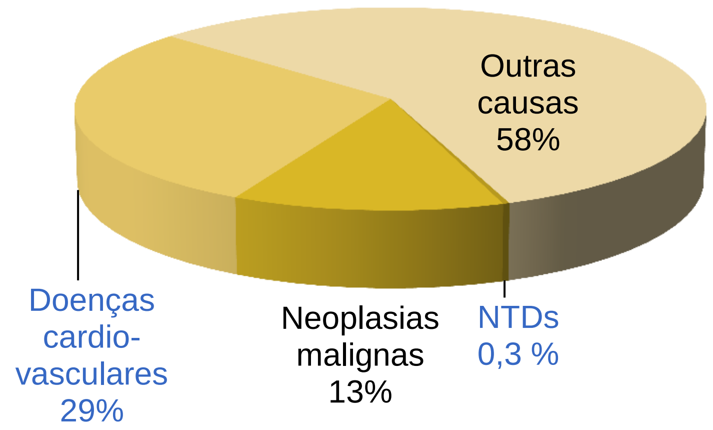
prof. Henrique Faria

Fonte: Dados da WHO 2004.

DALYs anuais



Óbitos anuais



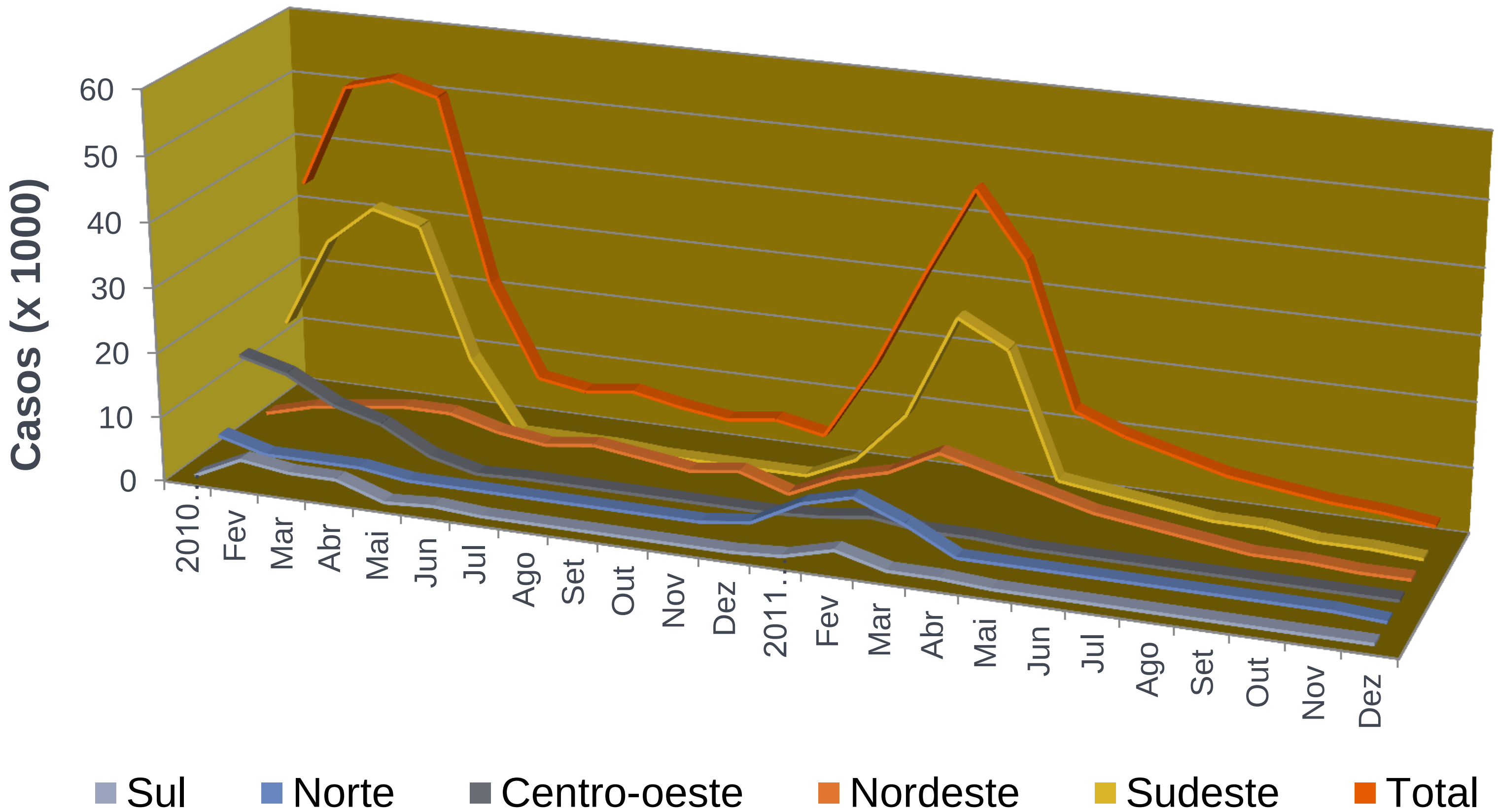
NTDs: Doenças Tropicais Necligenciadas.

DALY: Disability-Adjusted Life Years

prof. Henrique Faria

Fonte: Dados da WHO 2004.

Casos de dengue, por região do Brasil, nos anos de 2010 e 2011



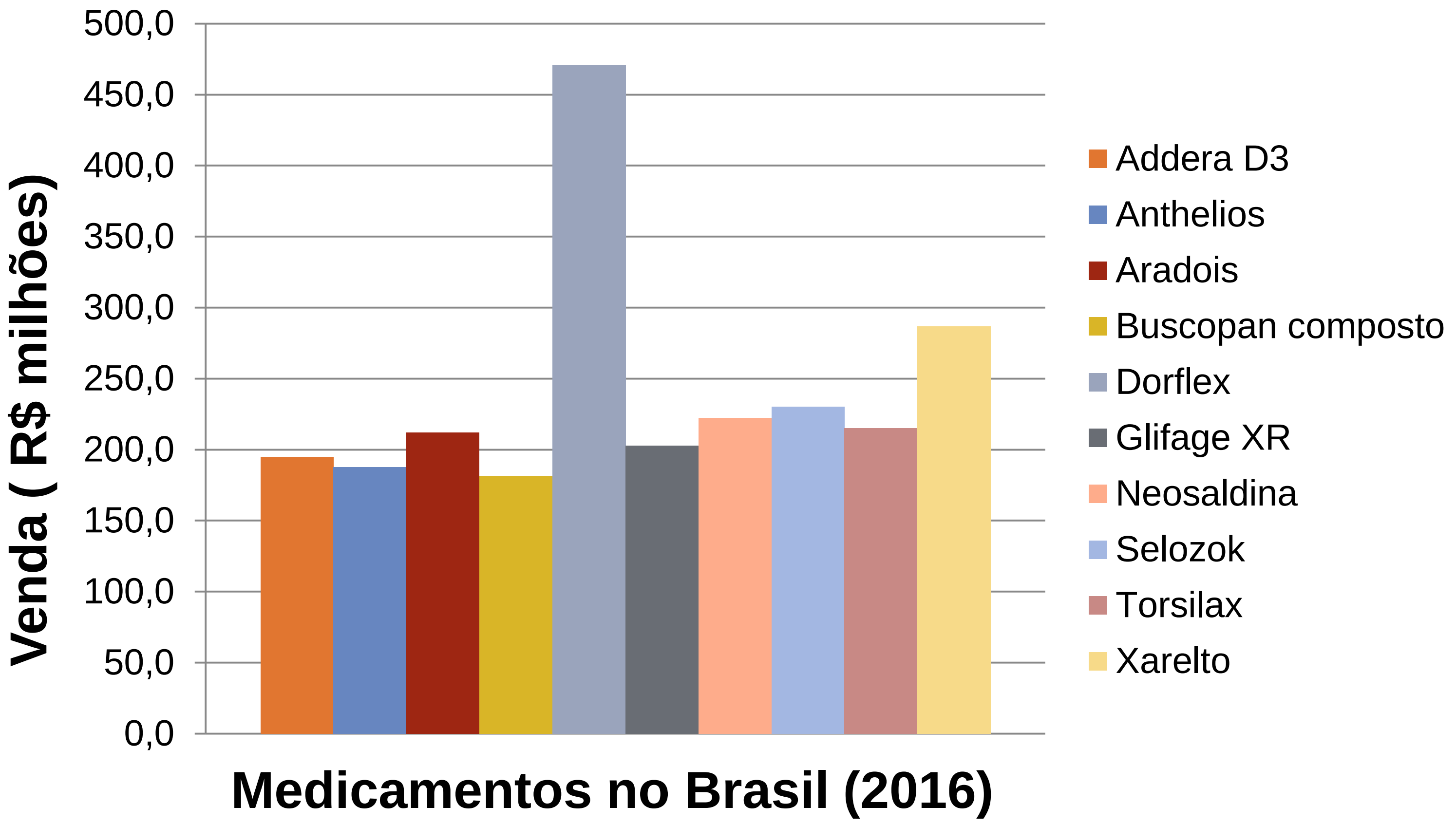
Fonte: Dados da WHO 2010 e 2011.

Medicamentos mais vendidos no Brasil em 2016

Produto	Laboratório	Venda (R$ milhões, 2016)
Addera D3	Farmasa	195,0
Anthelios	La Roche Posay	187,7
Aradois	Biolab-Sanus Farma	212,2
Buscopan composto	Boehringer Ing.	181,7
Dorflex	Sanofi	470,7
Glifage XR	Merck	202,8
Neosaldina	Takeda Pharma	222,4
Selozok	Astrazeneca Brasil	230,3
Torsilax	Neo Química	215,3
Xarelto	Bayer Pharma	286,8

Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

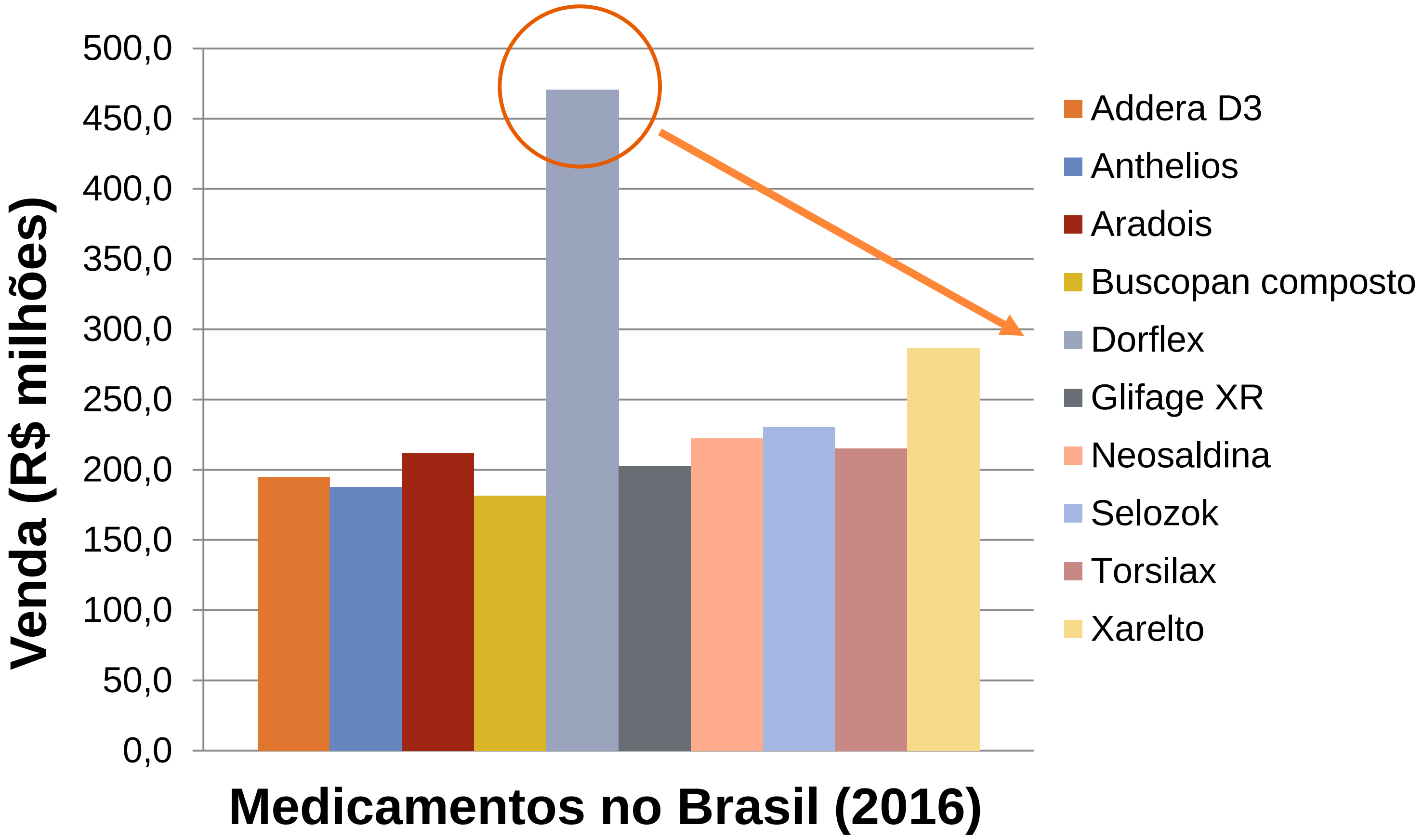
Gráfico de Barras



prof. Henrique Faria

Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

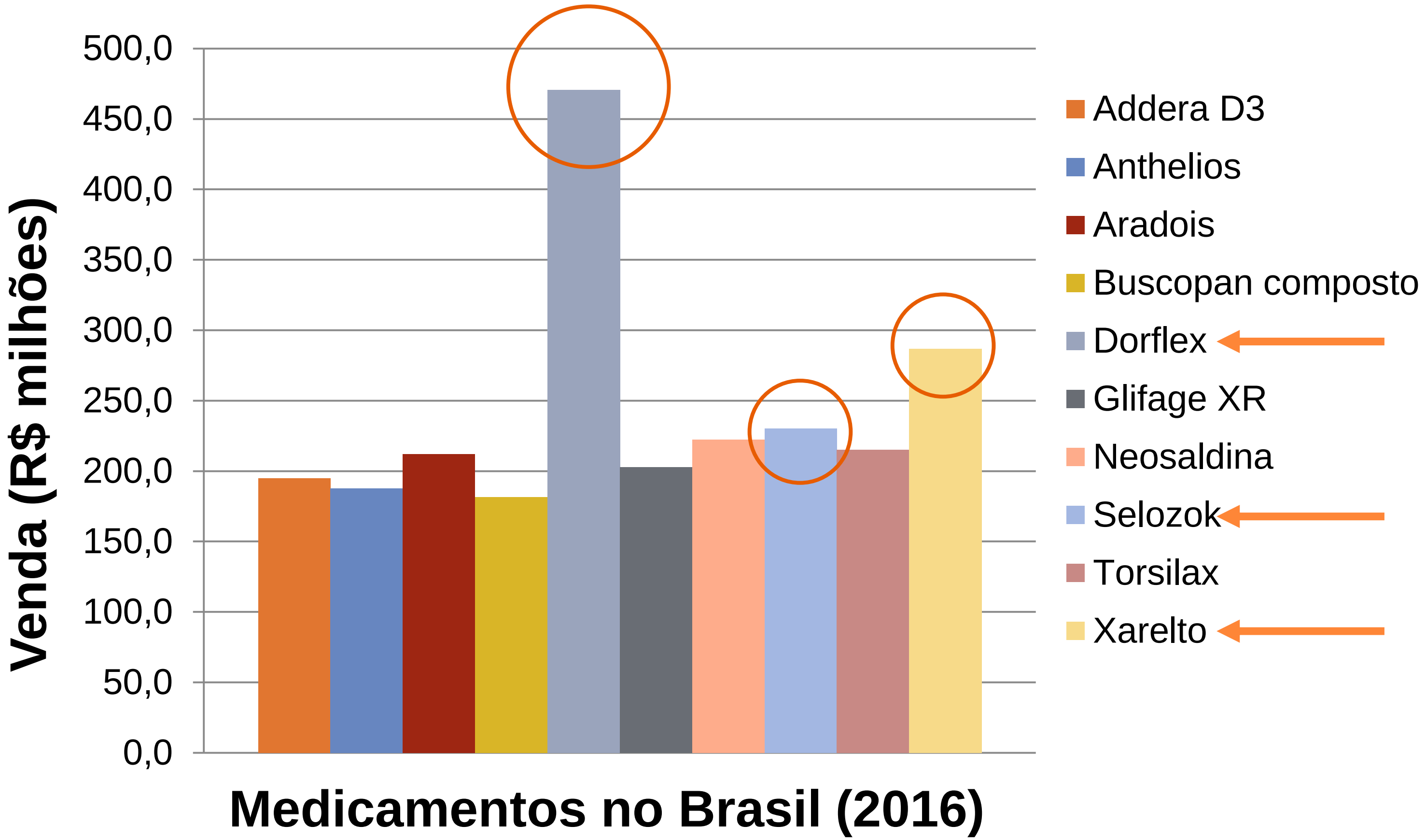
Gráfico de Barras



prof. Henrique Faria

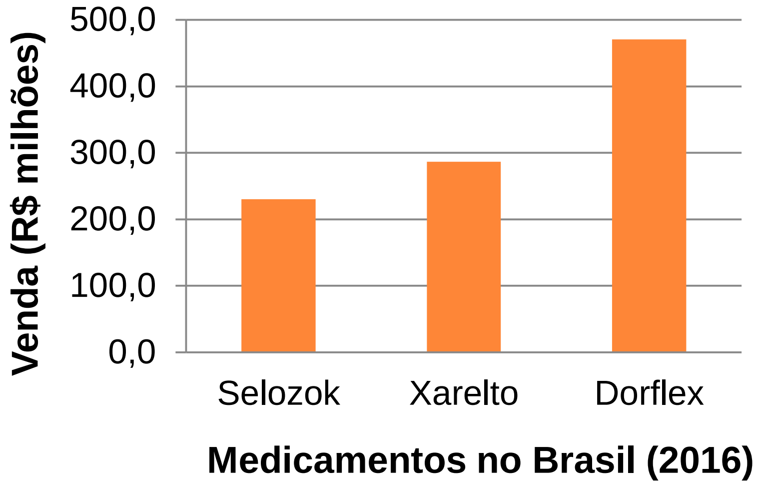
Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

Gráfico de Barras



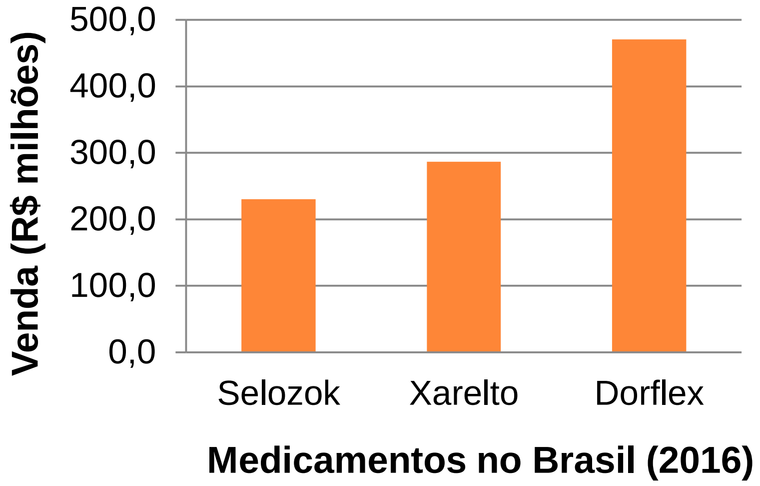
prof. Henrique Faria

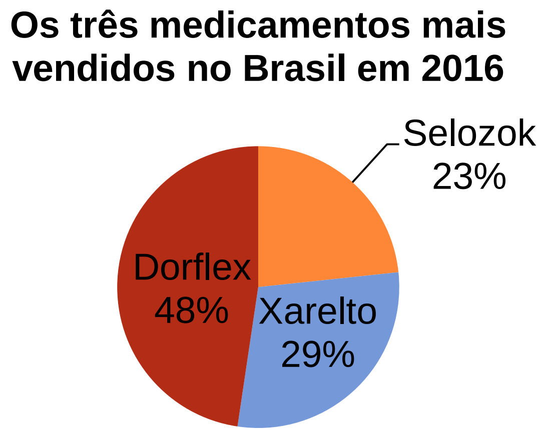
Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.



prof. Henrique Faria

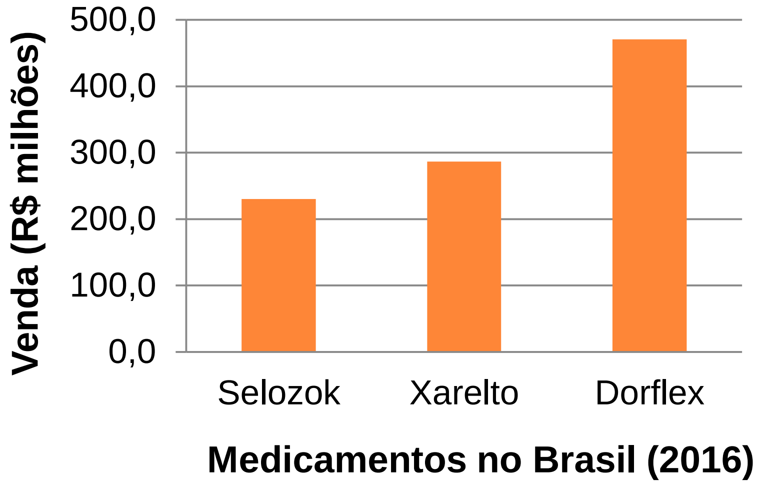
Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

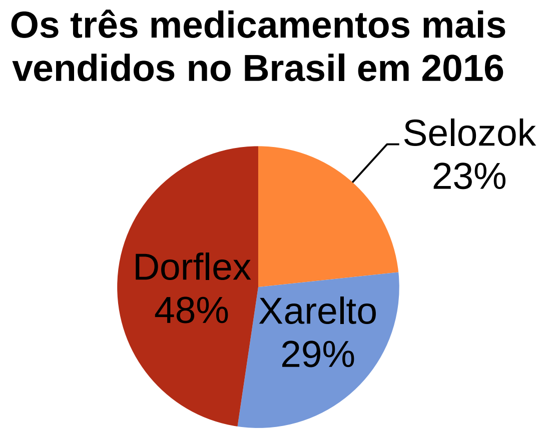


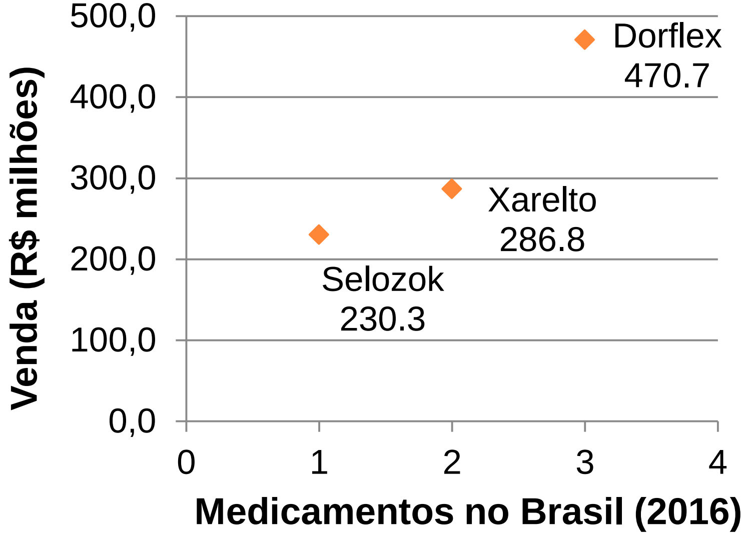


prof. Henrique Faria

Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

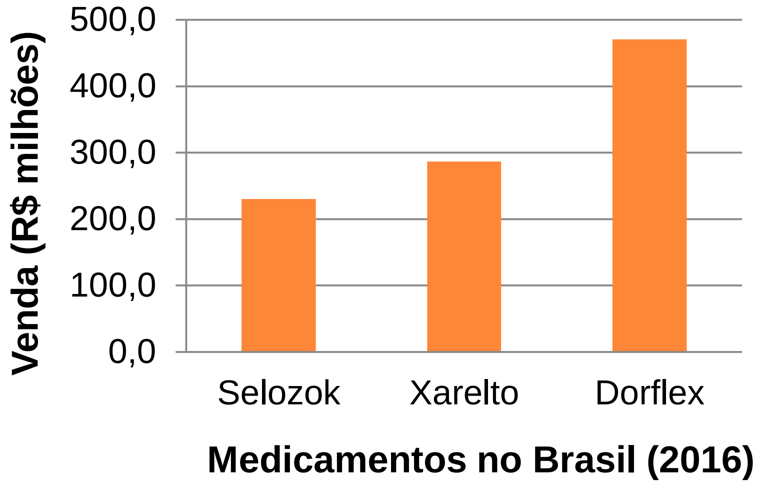


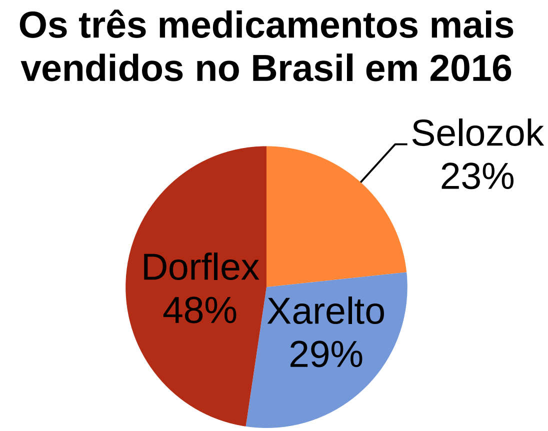




prof. Henrique Faria

Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.





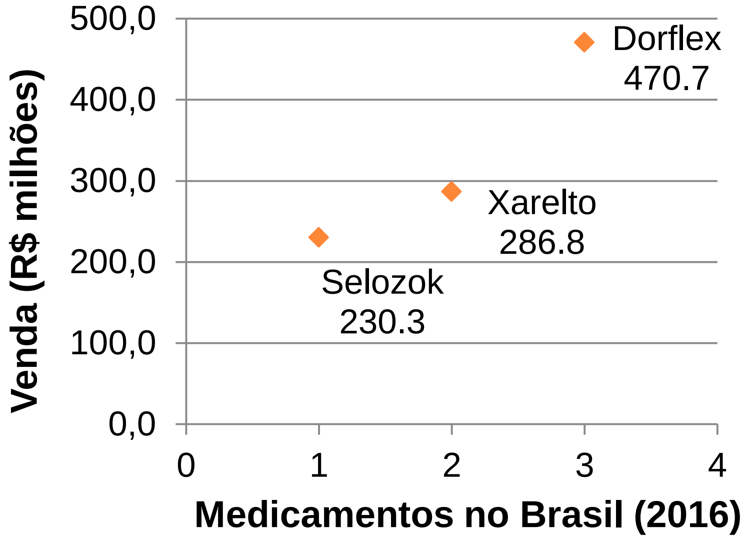
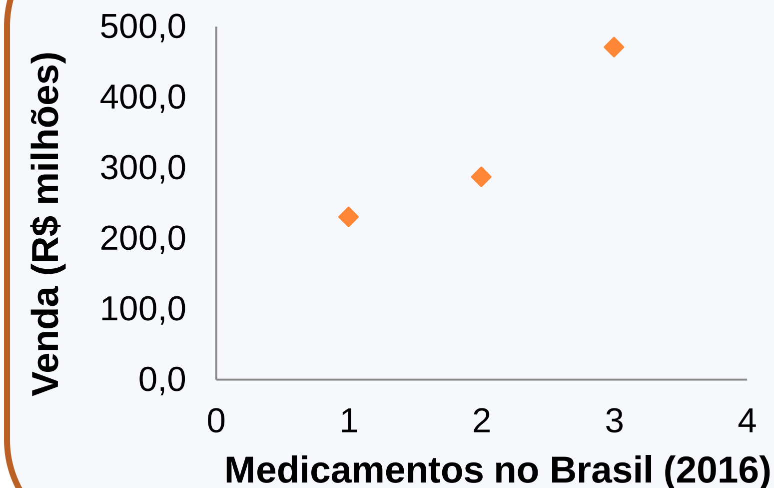
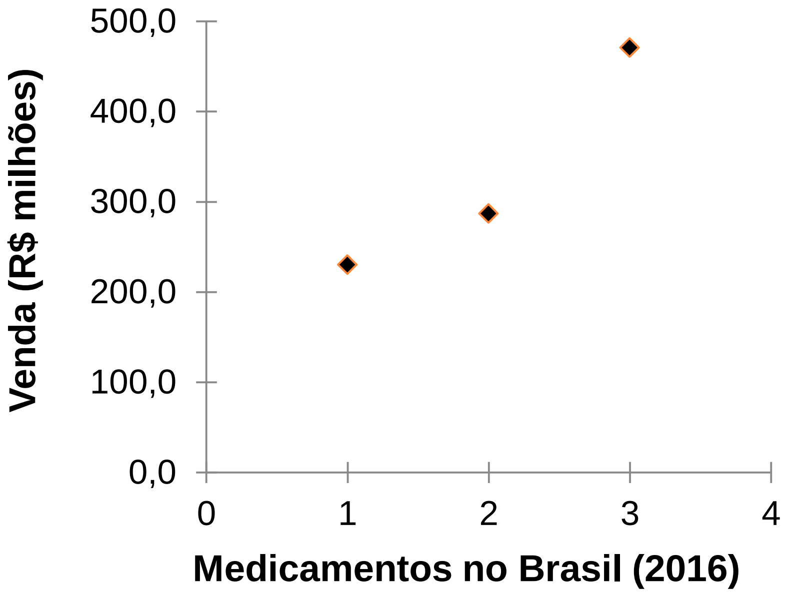


Gráfico de dispersão



Fonte: Interfarma, acesso em 26/08/2017.

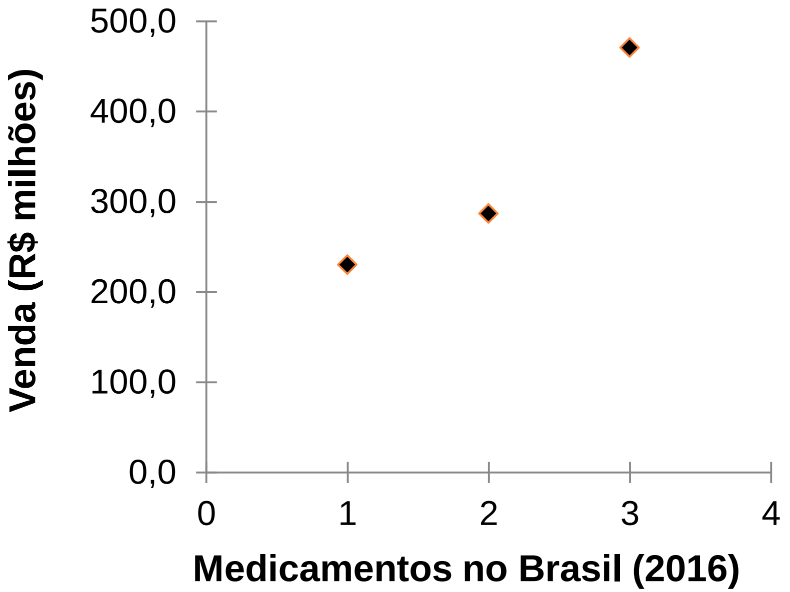
Elementos do gráfico



Fonte: Interfarma

Elementos do gráfico

Variável dependente



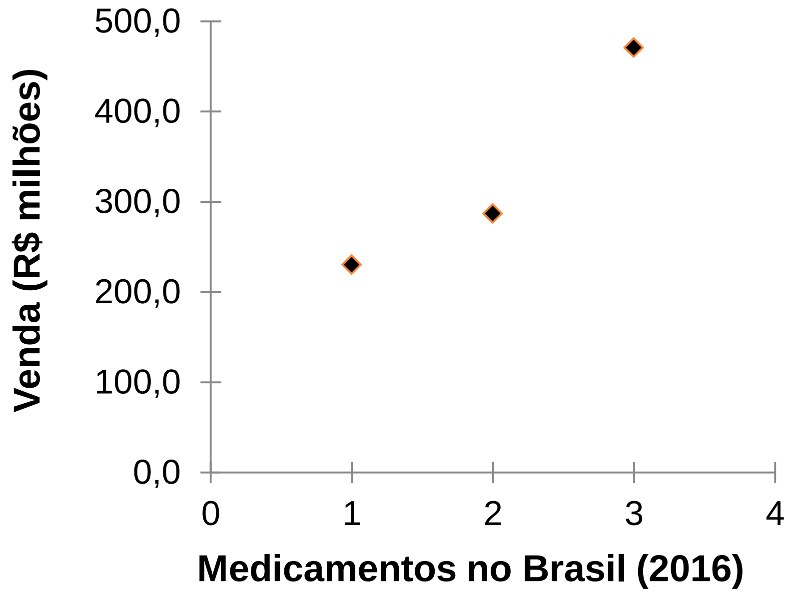
Variável independente

Fonte: Interfarma

Elementos do gráfico

Unidades

Variável dependente



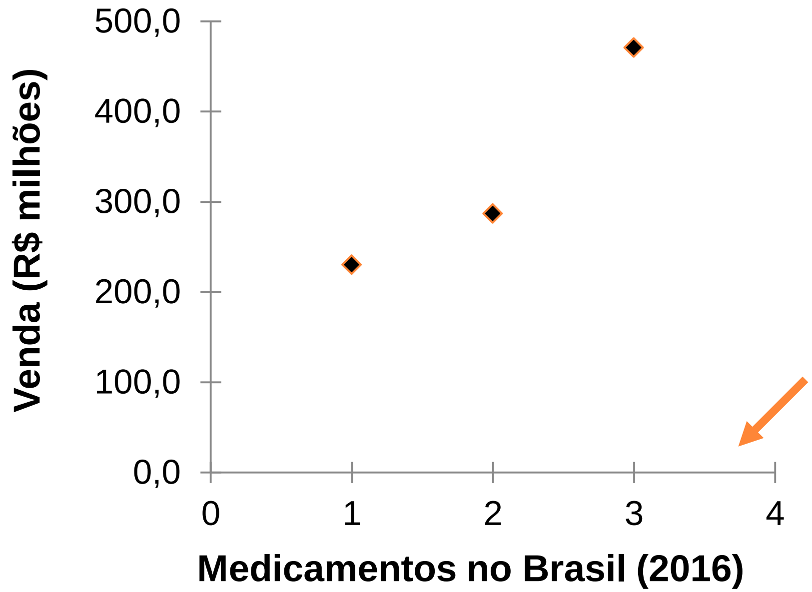
Variável independente

Fonte: Interfarma

Elementos do gráfico

Unidades

Variável dependente



Eixo Horizontal

Variável independente

Fonte: Interfarma

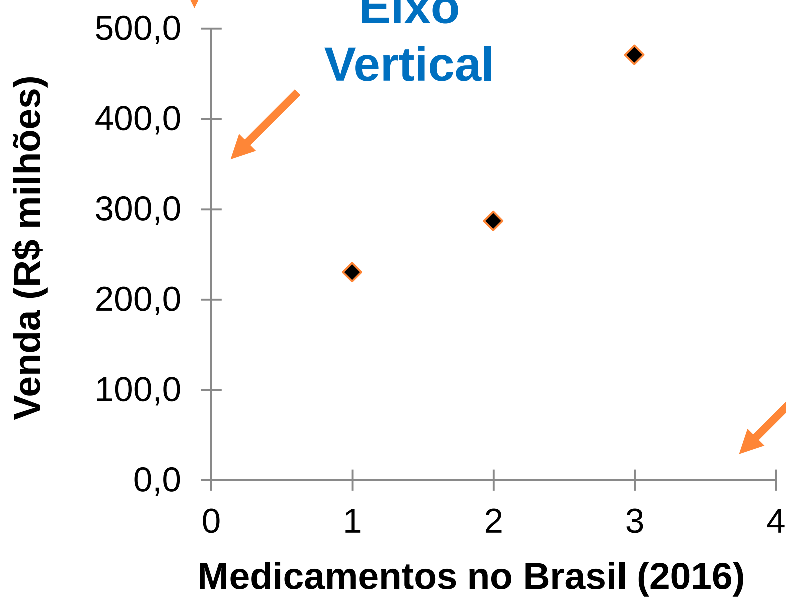
Elementos do gráfico

Escala das ordenadas

Eixo Vertical

Unidades

Variável dependente



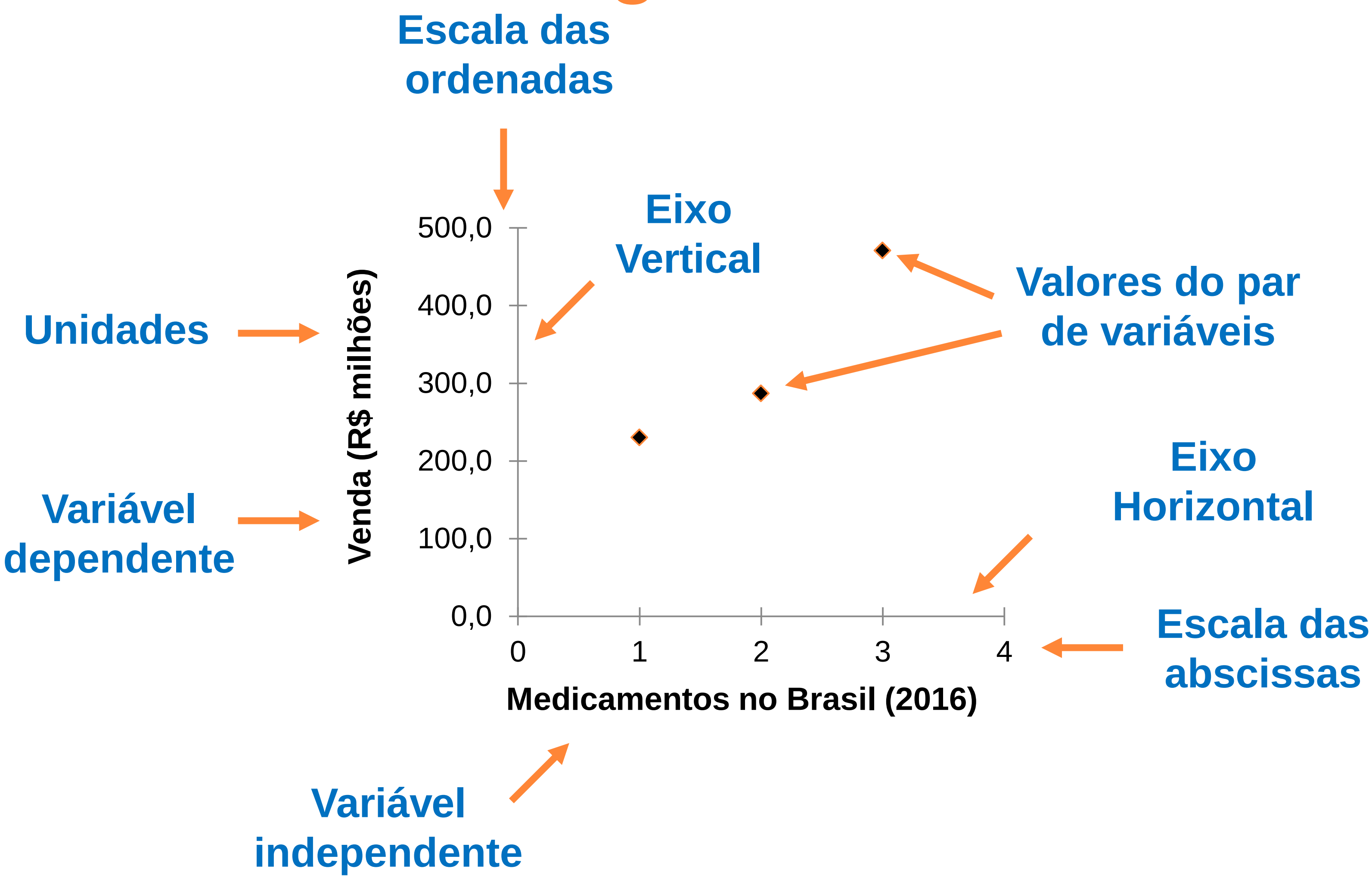
Eixo Horizontal

Escala das abscissas

Variável independente

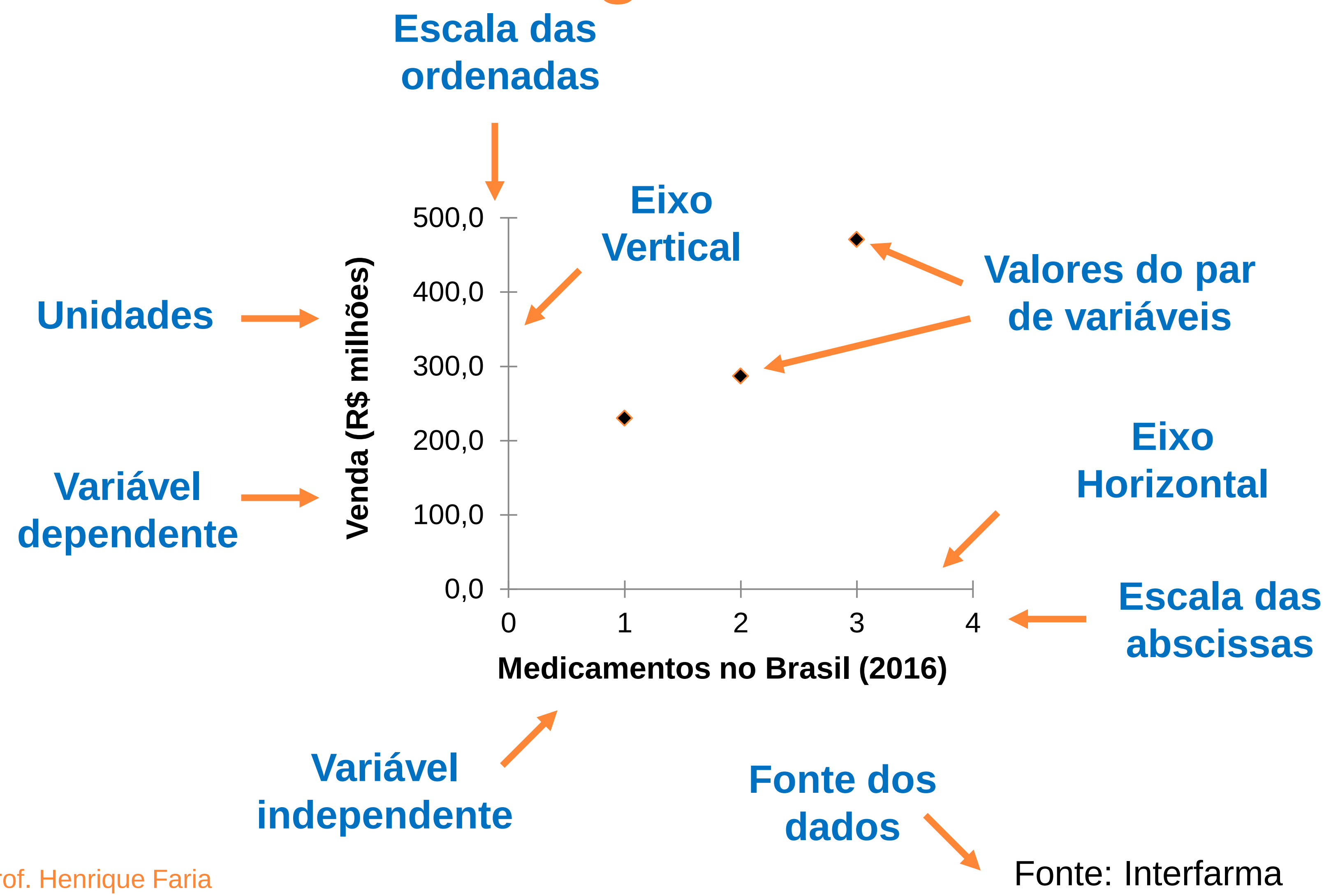
Fonte: Interfarma

Elementos do gráfico



Fonte: Interfarma

Elementos do gráfico



Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;

Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;
2. Preferencialmente, representar a variável dependente no eixo vertical;

Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;
2. Preferencialmente, representar a variável dependente no eixo vertical;
3. Encontrar o valor máximo para cada eixo, com base no conjunto de dados;

Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;
2. Preferencialmente, representar a variável dependente no eixo vertical;
3. Encontrar o valor máximo para cada eixo, com base no conjunto de dados;
4. Definir o passo, ou divisões, da escala nos eixos;

Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;
2. Preferencialmente, representar a variável dependente no eixo vertical;
3. Encontrar o valor máximo para cada eixo, com base no conjunto de dados;
4. Definir o passo, ou divisões, da escala nos eixos;
5. Inserir os valores de cada par de variáveis;

Construção de gráficos na escala linear em seis etapas

1. Identificar a variável dependente;
2. Preferencialmente, representar a variável dependente no eixo vertical;
3. Encontrar o valor máximo para cada eixo, com base no conjunto de dados;
4. Definir o passo, ou divisões, da escala nos eixos;
5. Inserir os valores de cada par de variáveis;
6. Encontrar a relação funcional, ou seja, a equação de dependência entre as variáveis.

Exemplo: Velocidade de um animal

A tabela abaixo apresenta os valores de uma medição que registrou o aumento da velocidade de um animal em alguns segundos.

Velocidade (m/s)	9	13	17	21	25	29
Tempo (s)	2	4	6	8	10	12

Desenhe um gráfico de dispersão dessas medidas e encontre a relação funcional entre as variáveis.

Resolução

1. **Variável dependente**

- Como as unidades indicam, a velocidade é uma grandeza derivada do espaço e do tempo.
- Portanto, ***v*** será a variável dependente e o tempo ***t*** será a variável independente.

v: variável dependente

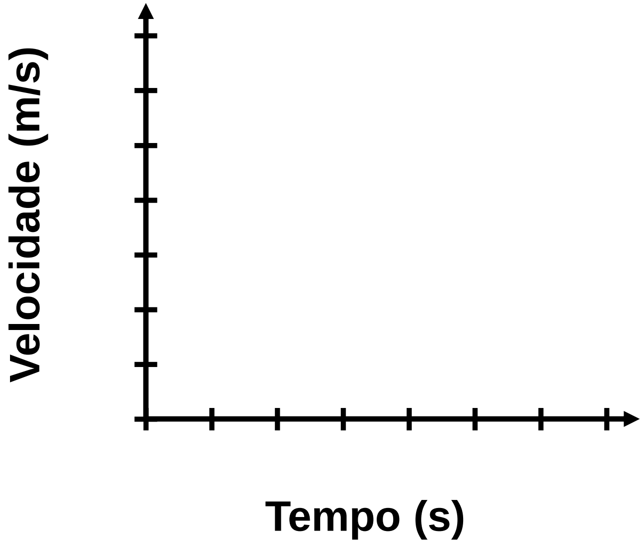
t: variável independente

Resolução

1. **Variável dependente**
2. **Variável dependente no eixo vertical**

v: variável dependente

t: variável independente



Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos:**

- Deverá ser superior ao da última medida;
- Com base nos dados:

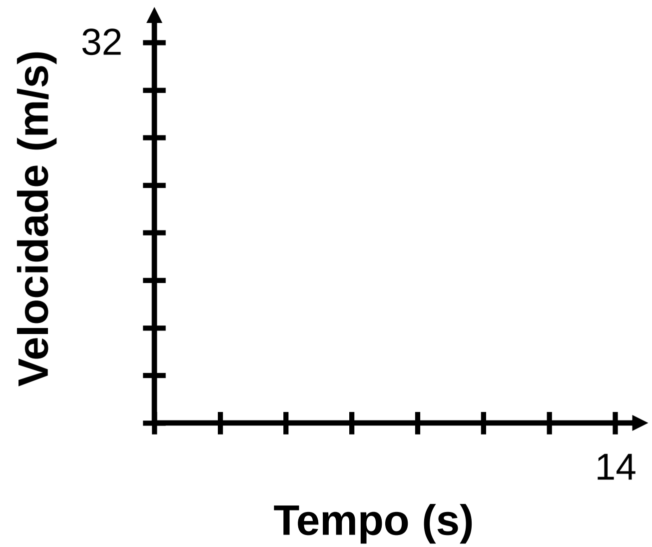
$$v_{max} = 32 \text{ m/s}$$

$$t_{max} = 14 \text{ s}$$

v: variável dependente

t: variável independente

Velocidade (m/s)	**...**	**29**
Tempo (s)	**...**	**12**



Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo ou divisões da escala:**

- Média da diferença entre medidas;

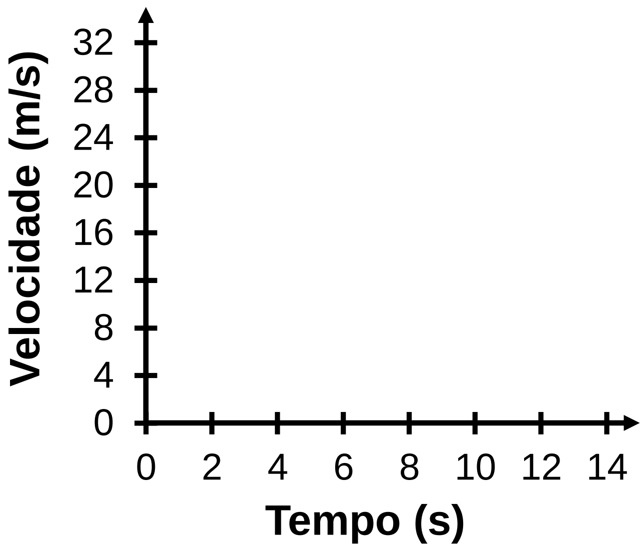
v = [(29-25)+(25-21)+(21-17)+(17-13)+(13-9)]/5 = **4**

Passo de t = **2**

v: variável dependente

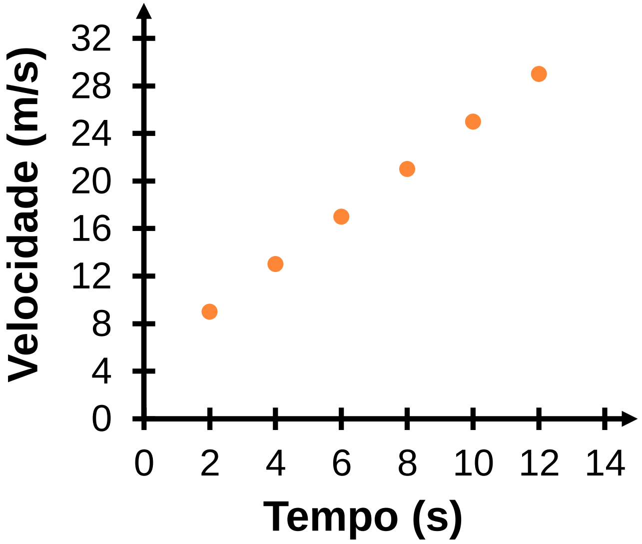
t: variável independente

v_{max} = 32 m/s t_{max} = 14 s



Resolução

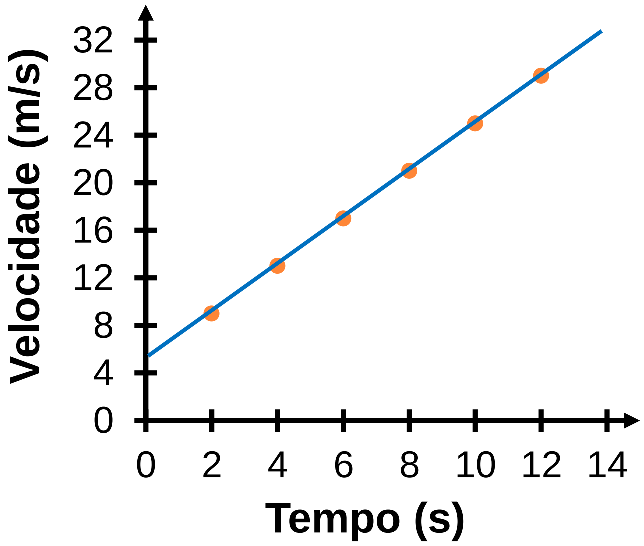
1. Variável dependente;
2. Variável dependente no eixo vertical;
3. Valores máximos dos eixos;
4. Passo ou divisões da escala;
5. Inserir valores;



Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo, ou divisões da escala;**
5. **Inserir valores;**
6. **Relação funcional:**

$$v = mt + b \qquad m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$



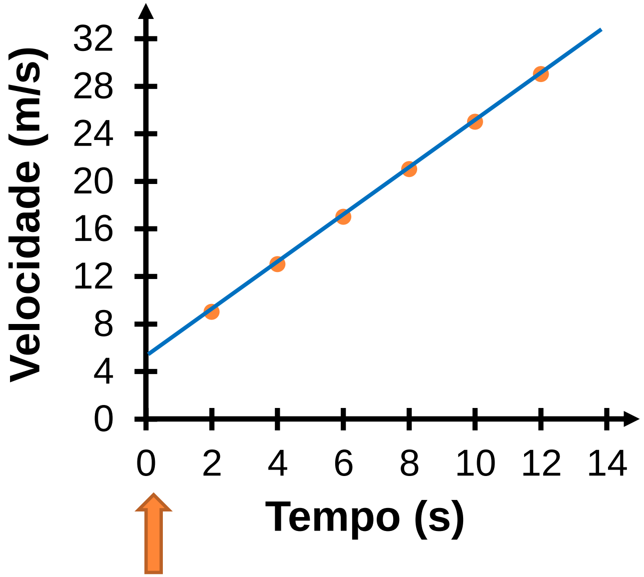
Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo, ou divisões da escala;**
5. **Inserir valores;**
6. **Relação funcional:**

$$\boldsymbol{v = mt + b} \qquad \boldsymbol{m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}}$$

$$em\ t = 0 \implies v = \cancel{mt} + b$$

$$v_0 = b = 5$$



Resolução

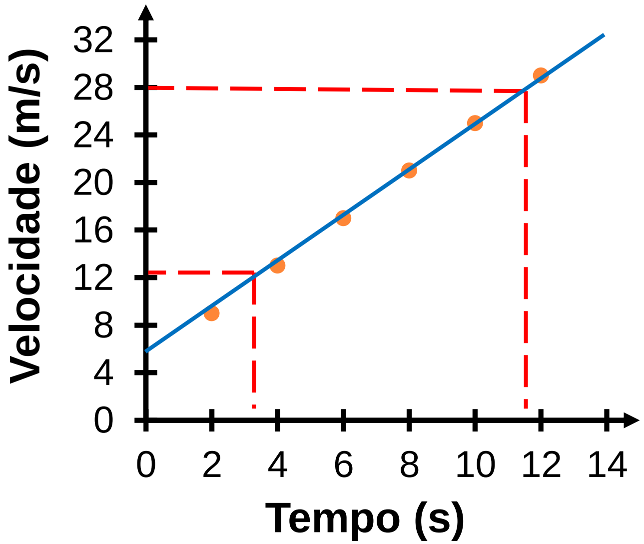
1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo, ou divisões da escala;**
5. **Inserir valores;**
6. **Relação funcional:**

$$\boldsymbol{v = mt + b} \qquad \boldsymbol{m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}}$$

$$em\ t = 0 \implies v = mt + b$$

$$v_0 = b = 5$$

$$m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{28 - 12}{11{,}2 - 3{,}2} = 2$$



prof. Henrique Faria

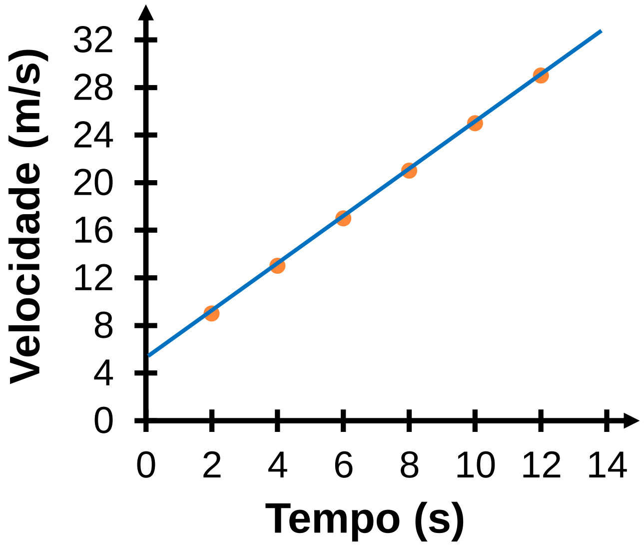
Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo, ou divisões da escala;**
5. **Inserir valores;**
6. **Relação funcional;**

Obs.: O melhor ajuste da reta é obtido pelo método dos mínimos quadrados (MMQ).

$$m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{28-12}{11{,}2-3{,}2} = 2$$

$$\boldsymbol{v = 2t + 5}$$



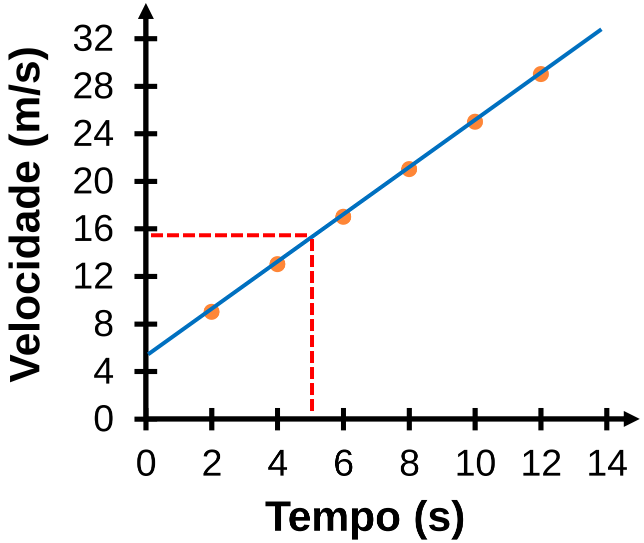
Resolução

1. **Variável dependente;**
2. **Variável dependente no eixo vertical;**
3. **Valores máximos dos eixos;**
4. **Passo, ou divisões da escala;**
5. **Inserir valores;**
6. **Relação funcional;**

$$Relação\ funcional: \boldsymbol{v = 2t + 5}$$

$$Para\ t = 5s \quad \Rightarrow \; v_5 = 2 \times 5 + 5$$

$$\boldsymbol{v_5 = 15\ [\frac{m}{s}]}$$



Escala logarítmica

- Nem sempre o conjunto de dados apresenta comportamento linear;

Escala logarítmica

- Nem sempre o conjunto de dados apresenta comportamento linear;
- Este comportamento fica claro ao se construir o gráfico de dispersão na escala linear;

Escala logarítmica

- Nem sempre o conjunto de dados apresenta comportamento linear;
- Este comportamento fica claro ao se construir o gráfico de dispersão na escala linear;
- A hipótese para a relação funcional será uma função exponencial;

Escala logarítmica

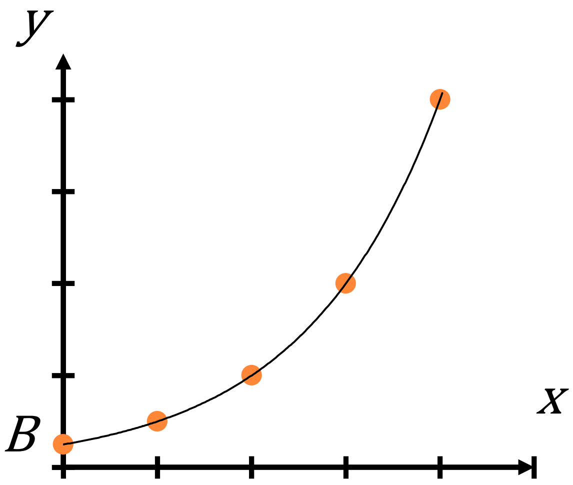
- Nem sempre o conjunto de dados apresenta comportamento linear;
- Este comportamento fica claro ao se construir o gráfico de dispersão na escala linear;
- A hipótese para a relação funcional será uma função exponencial;
- Nesse caso é possível encontrar uma reta correspondente da função exponencial através da transformação em escala logarítmica.

Decaimento e crescimento exponencial

- Ao construirmos um gráfico na escala linear poderemos obter um dos comportamentos:

Decaimento e crescimento exponencial

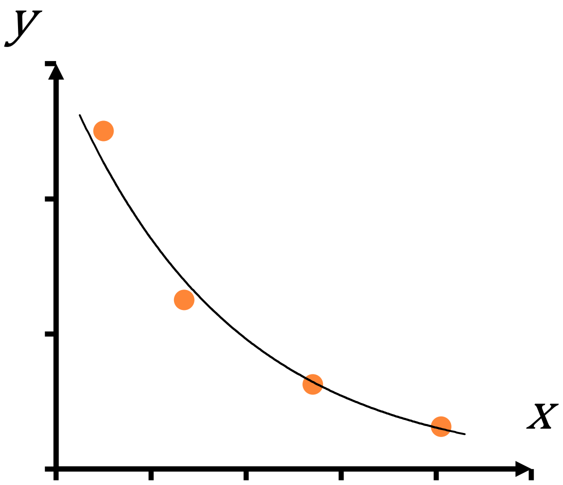
- Ao construirmos um gráfico na escala linear poderemos obter um dos comportamentos:



Crescimento

Decaimento e crescimento exponencial

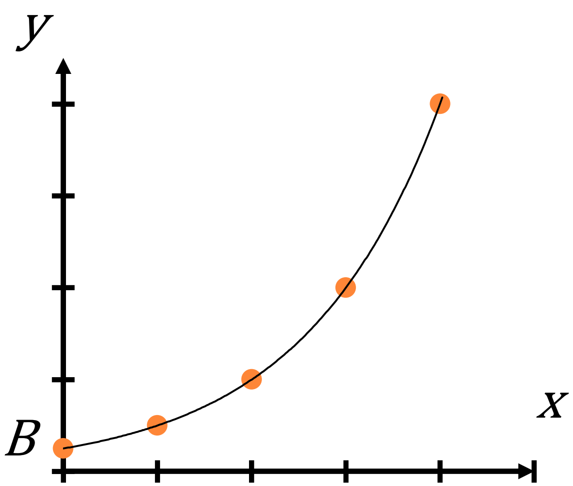
- Ao construirmos um gráfico na escala linear poderemos obter um dos comportamentos:



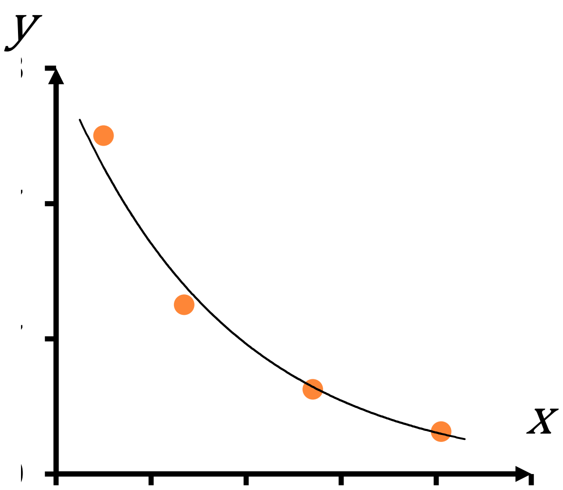
Decrescimento

- Relação funcional:

$$y = Be^{ax}$$



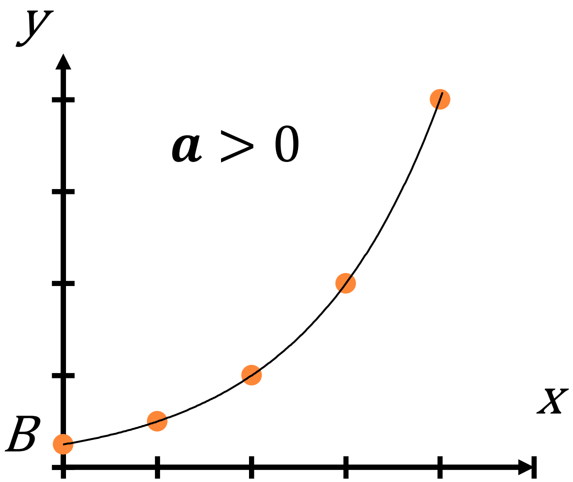
$$y = Be^{ax}$$

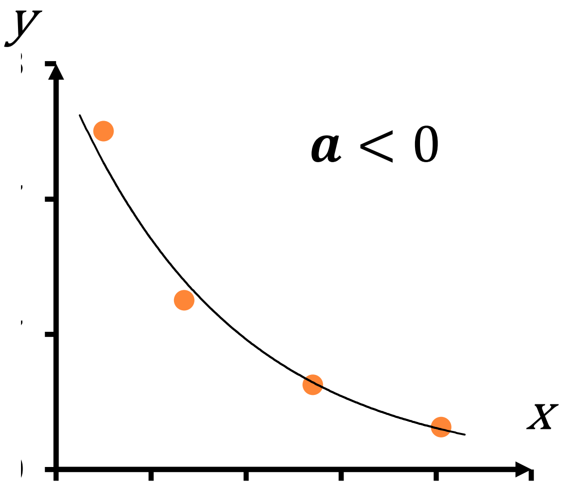


- Relação funcional:

$$y = Be^{ax}$$

$$y = Be^{ax}$$



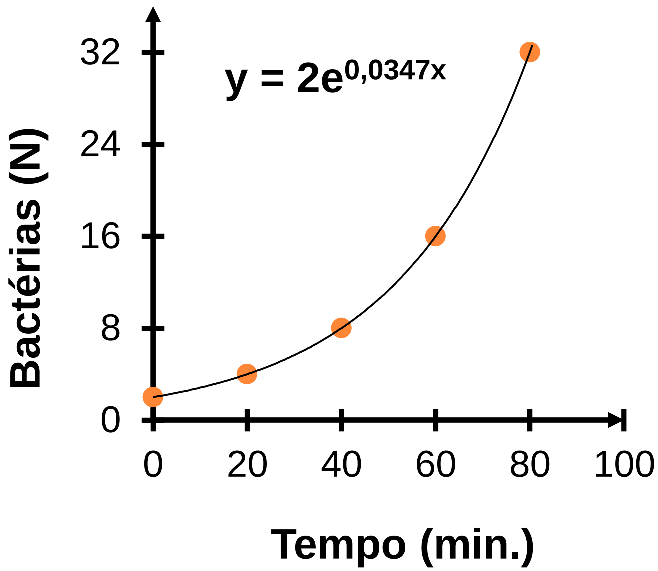


$\boldsymbol{y}$: variável dependente; $\boldsymbol{x}$: variável independente; $\boldsymbol{a}$: $constante$

$\boldsymbol{B}$: contante (interseção de y em $x = 0$); e: 2,71 … (base do ln)

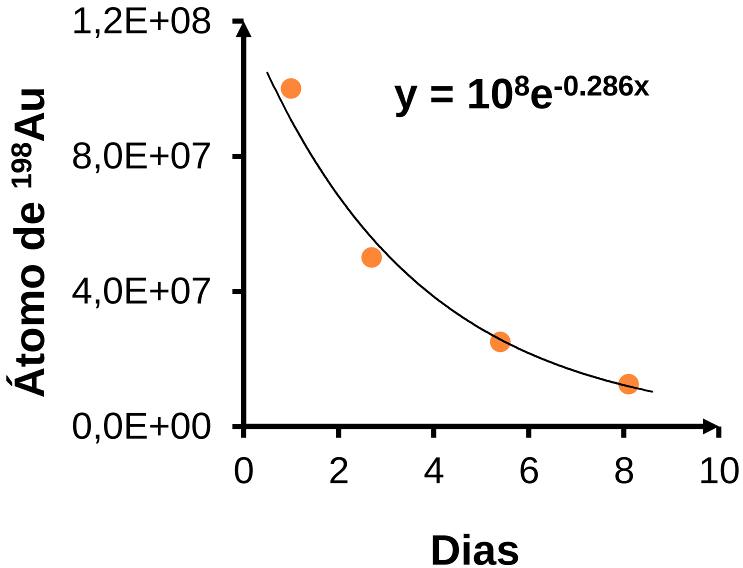
Crescimento de bactérias

Crescimento exponencial



Decaimento radioativo

Decrescimento exponencial



Exemplo

Um organismo unicelular se reproduz por divisão binária a uma taxa constante. Se inicialmente há duas bactérias e cada uma se divide em duas a cada 20 minutos teremos a seguinte taxa de crescimento:

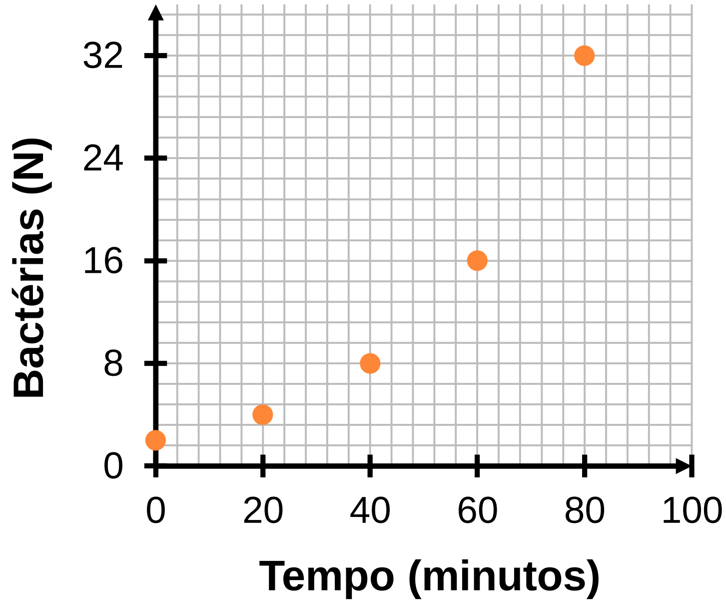
Número de bactérias (*N*)	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**
Tempo *t* (minutos)	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**

a) Determinar, a partir do gráfico de ***N*** e ***t***, uma relação funcional entre as grandezas;

b) Calcular o número de bactérias em ***t*** = 2h.

a) Gráfico na escala linear do crescimento de bactérias no tempo.

Ao utilizar as cinco primeiras etapas descritas no exemplo da velocidade do animal obtemos o gráfico:



a) Gráfico na escala linear do crescimento de bactérias no tempo.

Ao utilizar as cinco primeiras etapas descritas no exemplo da velocidade do animal obtemos o gráfico:

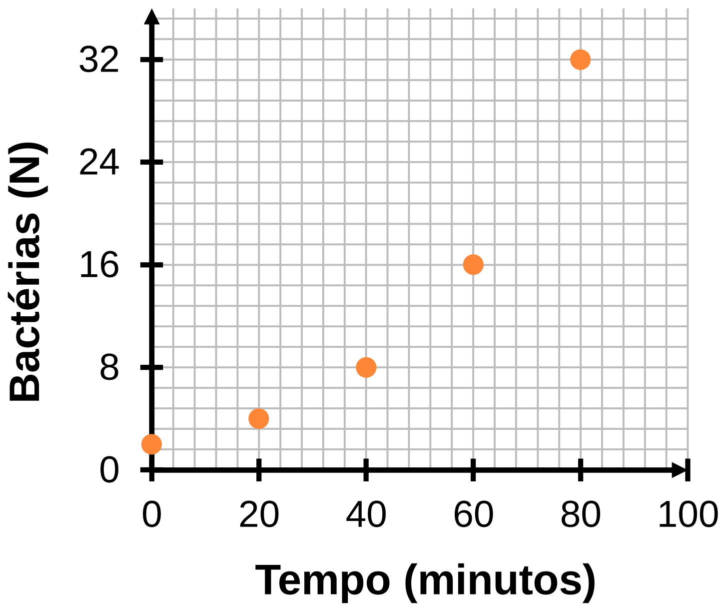


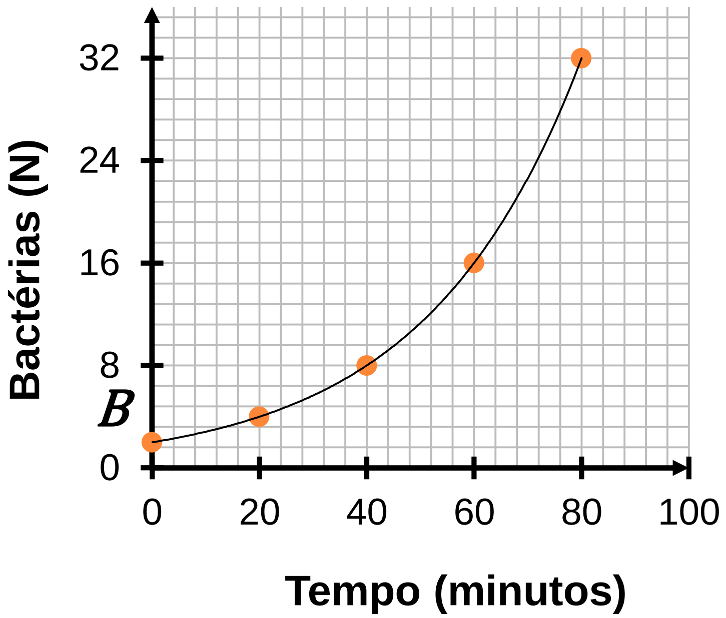
Gráfico linear

Poderá ser feito em papel milimetrado ou em softwares para traçar gráficos.

Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ \ldots$$



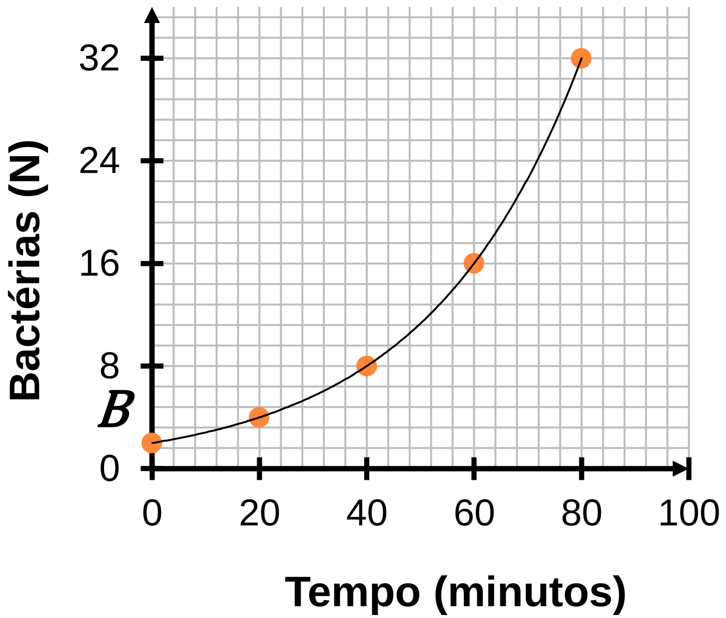
Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ldots$$

Determinação de B:

$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$



Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

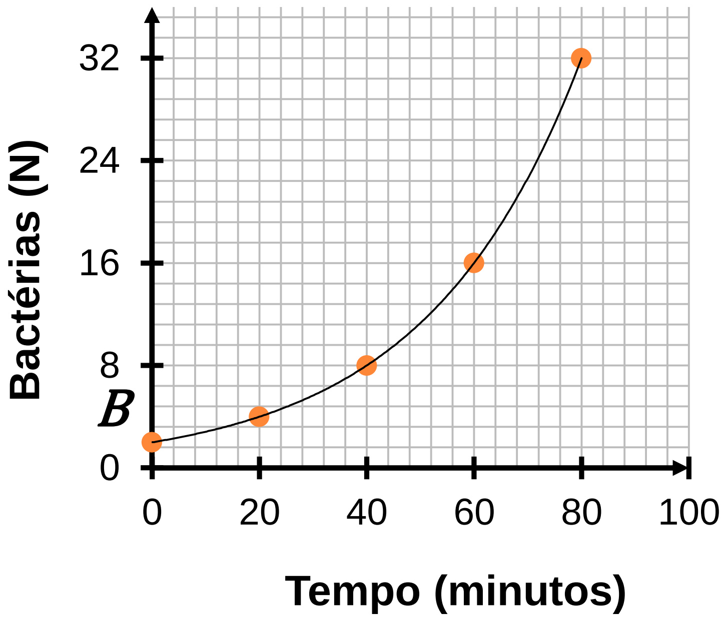
$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71 \ldots$$

Determinação de B:

$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$

*Para encontrar o parâmetro **a***

devemos linearizar a função:



Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

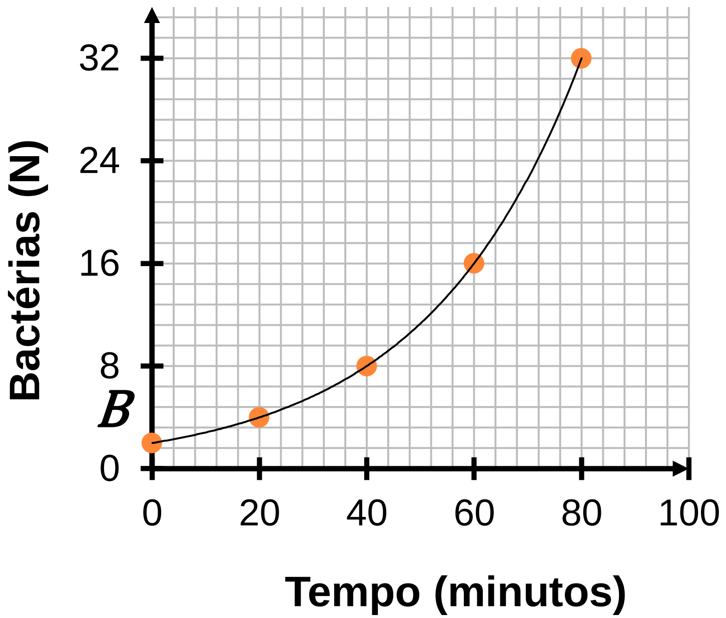
$$N = Be^{at} \quad sendo\ e = 2{,}71\ldots$$

Determinação de B:

$$Se\ t = 0 \quad \Rightarrow \quad N = B = 2$$

*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

$$logN = logBe^{at}$$



Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ \ldots$$

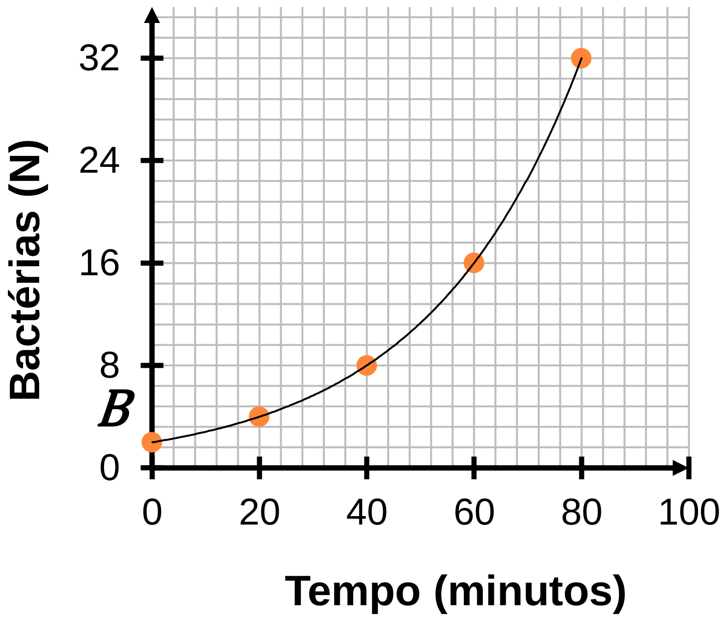
Determinação de B:

$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$

*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

$$logN = logBe^{at}$$

$$logN = logB + loge^{at}$$



Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ \ldots$$

Determinação de B:

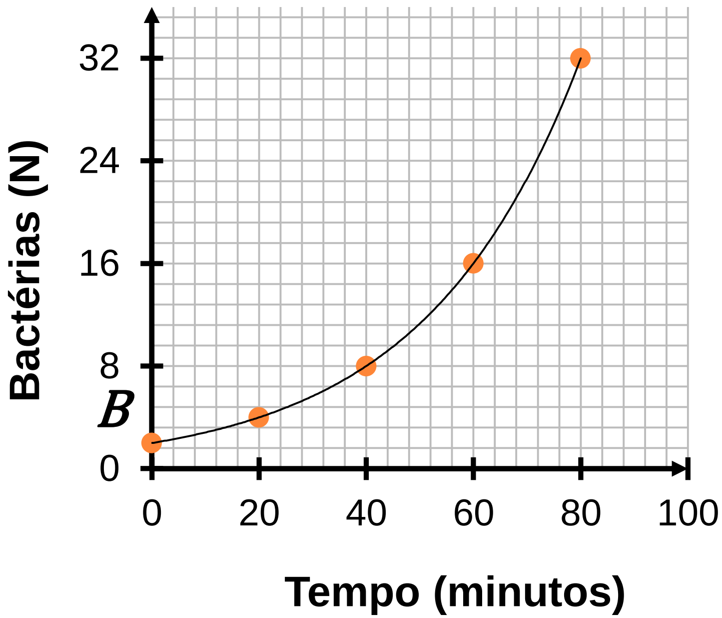
$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$

*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

$$logN = logBe^{at}$$

$$logN = logB + loge^{at}$$

$$logN = logB + a.t.loge$$



Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ \ldots$$

Determinação de B:

$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$

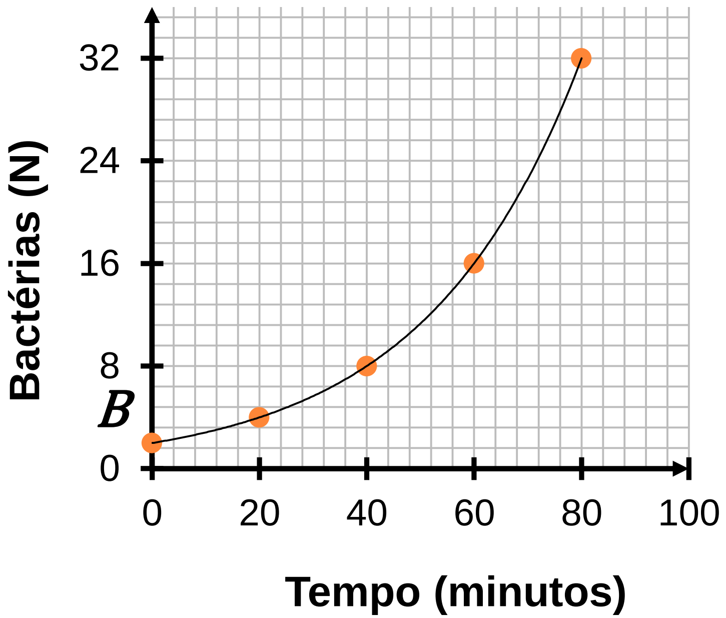
*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

$$logN = logBe^{at}$$

$$logN = logB + loge^{at}$$

$$logN = logB + a.t.loge$$

$$logN = logB + (a.loge)t$$



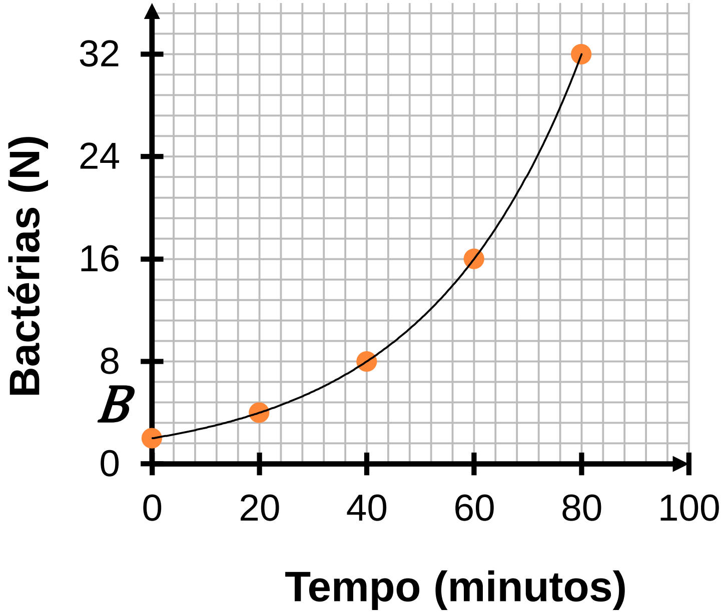
Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ \dots$$

Determinação de B:

$$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$$



*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

$$logN = logBe^{at}$$

$$logN = logB + loge^{at}$$

$$logN = logB + a.t.loge$$

$$logN = logB + (a.loge)t$$

prof. Henrique Faria

Relação funcional

O comportamento indica um crescimento exponencial das bactérias no tempo. Então, a função terá a forma:

$$\boldsymbol{N = Be^{at}} \qquad sendo\ e = 2{,}71\ldots$$

Determinação de B:

$Se\ \boldsymbol{t = 0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{N = B = 2}$

*Para encontrar o parâmetro **a** devemos linearizar a função:*

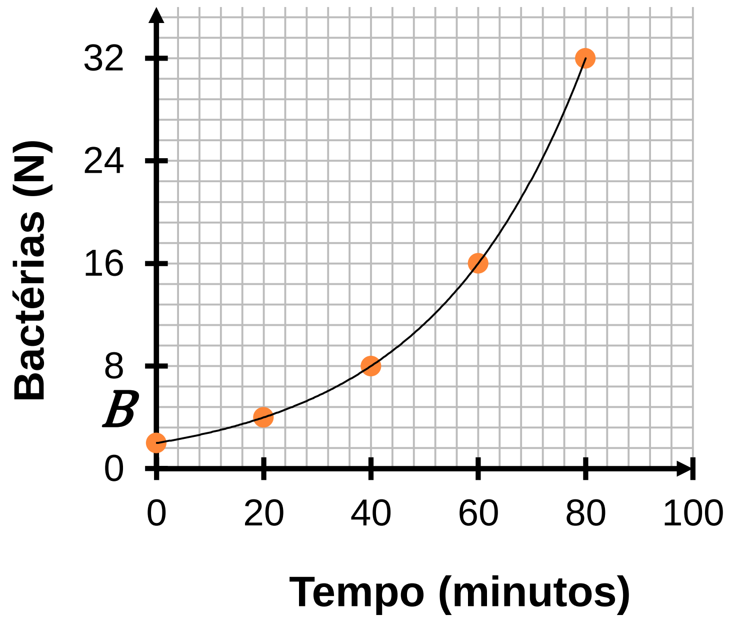
$$logN = logBe^{at}$$

$$logN = logB + loge^{at}$$

$$logN = logB + a.t.loge$$

$$logN = logB + (a.loge)t$$

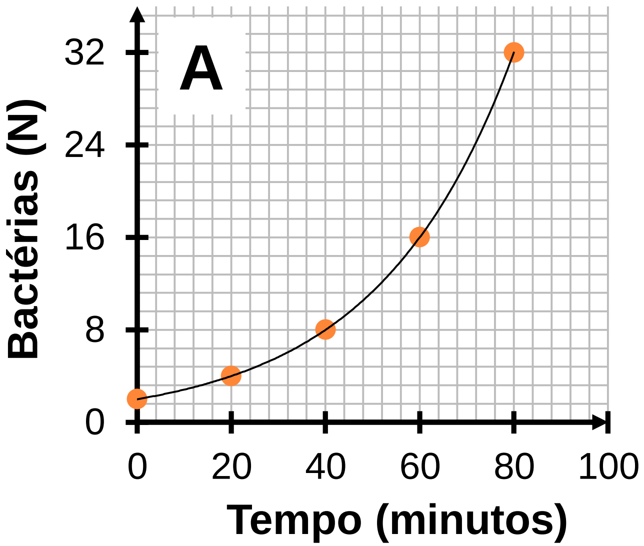
$$(\ \boldsymbol{y} \ = \ \boldsymbol{b} \ + \ \boldsymbol{m}x\ )$$



$\boldsymbol{Em\ consequência}$:

$$\boldsymbol{m = a.\log e}$$

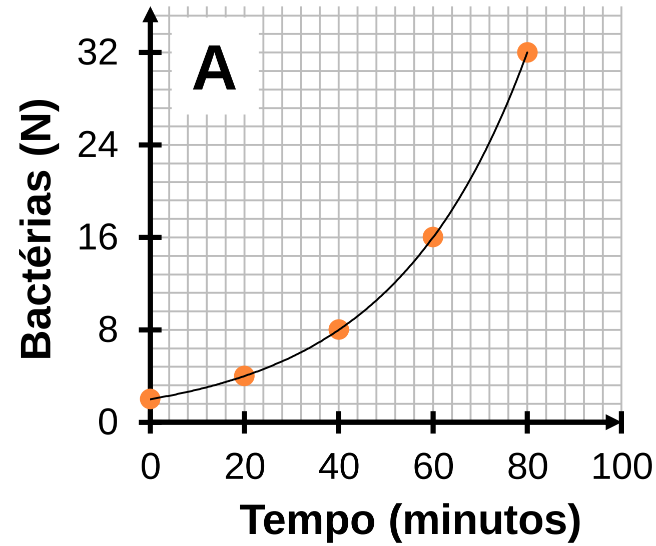
A escala de tempo é linear e o novo gráfico (B) é obtido aplicando-se o *log* somente na variável dependente (*N*).

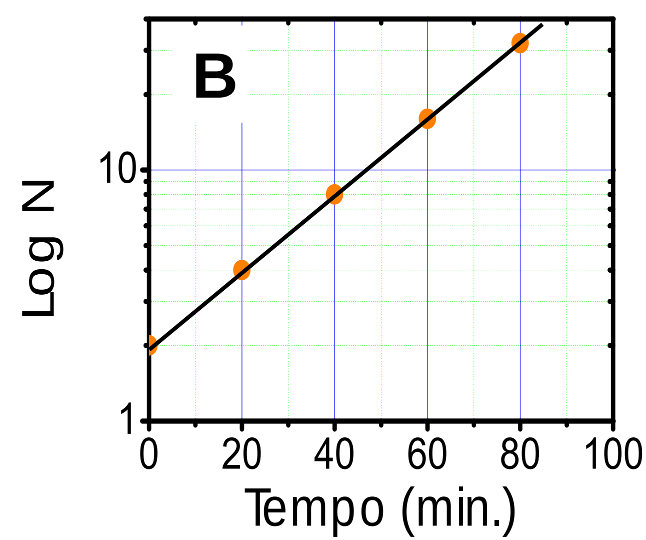


Em consequência:

$$m = a.\log e$$

A escala de tempo é linear
e o novo gráfico (B) é obtido
aplicando-se o *log* somente na
variável dependente (N).





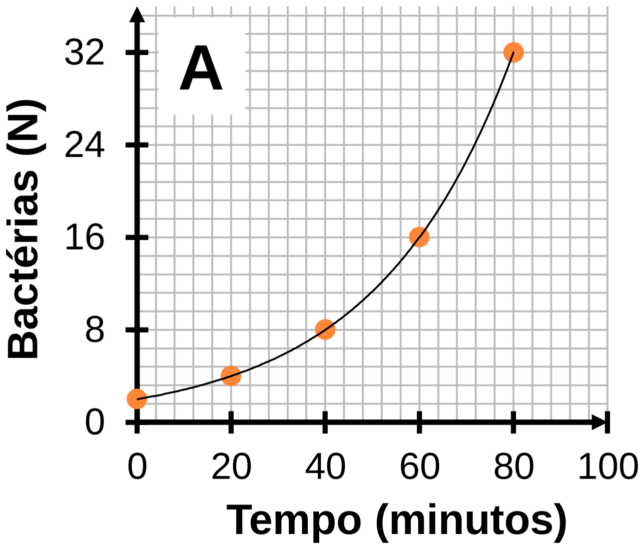
Em consequência:

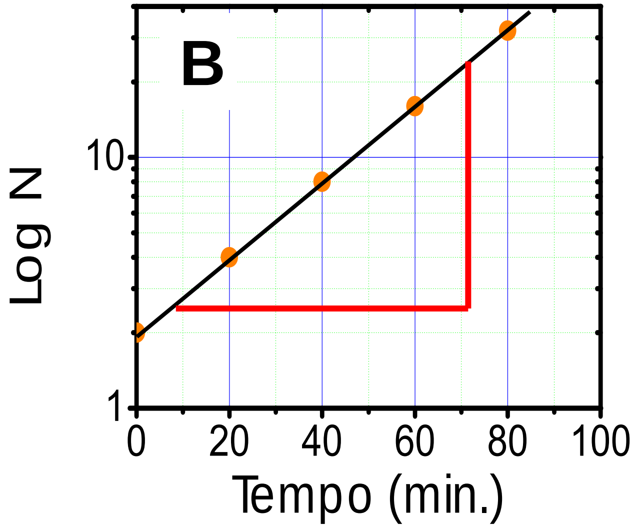
$$\boldsymbol{m = a.\,log e}$$

A escala de tempo é linear e o novo gráfico (B) é obtido aplicando-se o ***log*** somente na variável dependente (*N*).

De (B) a inclinação $\boldsymbol{m}$ será então:

$$\boldsymbol{m = \frac{log22 - log2{,}75}{70 - 10} = 0{,}015}$$





Em consequência:

$$m = a.\log e$$

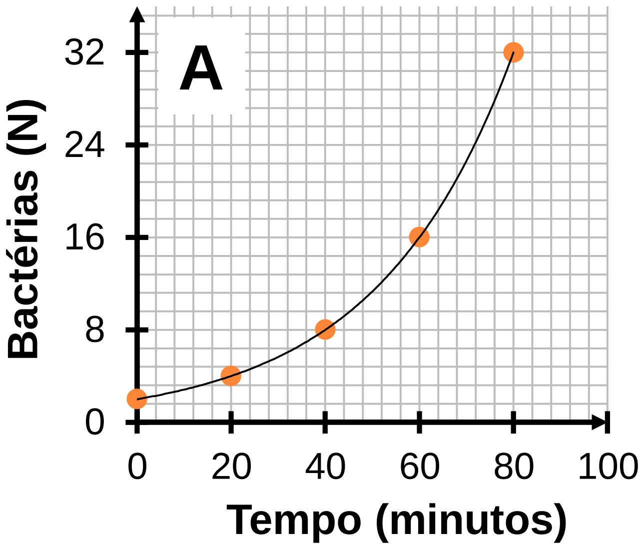
A escala de tempo é linear e o novo gráfico (B) é obtido aplicando-se o ***log*** somente na variável dependente (*N*).

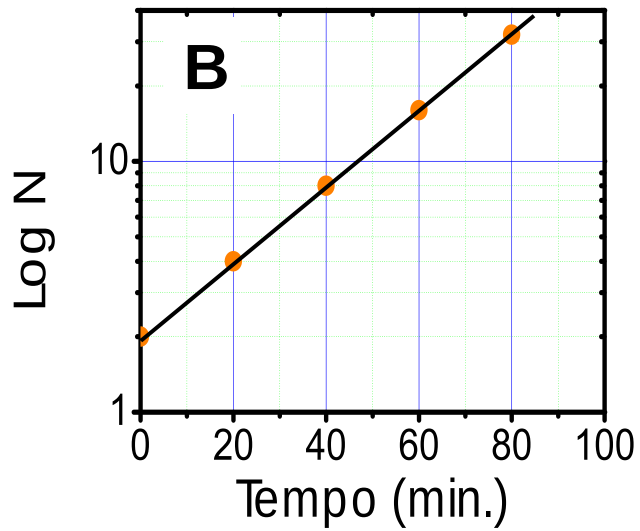
De (B) a inclinação $\boldsymbol{m}$ será então:

$$m = \frac{\log 22 - \log 2{,}75}{70 - 10} = 0{,}015$$

Então calcula-se o coeficiente ***a***:

$$a = \frac{m}{\log e} = \frac{0{,}015}{\log 2{,}71} = 0{,}035$$





Em consequência:

$$m = a.\log e$$

A escala de tempo é linear e o novo gráfico (**B**) é obtido aplicando-se o ***log*** somente na variável dependente (*N*).

De (**B**) a inclinação m será então:

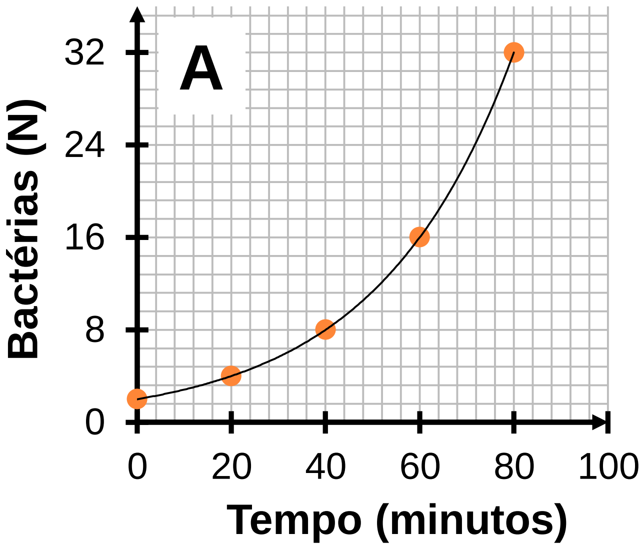
$$m = \frac{\log 22 - \log 2{,}75}{70 - 10} = 0{,}015$$

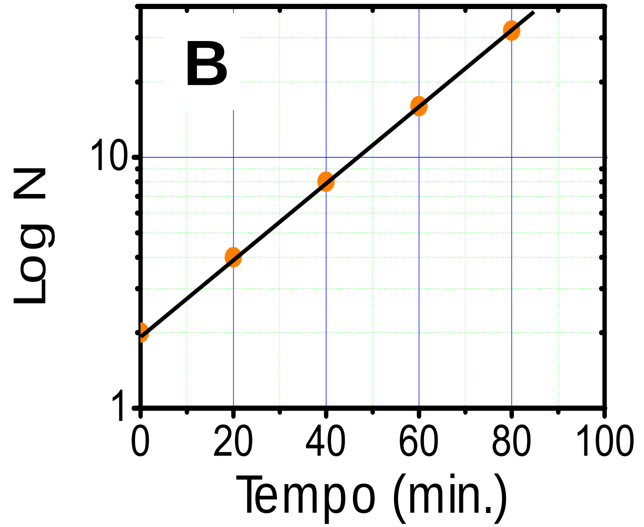
Então calcula-se o coeficiente ***a***:

$$a = \frac{m}{\log e} = \frac{0{,}015}{\log 2{,}71} = 0{,}035$$

A relação funcional será:

$$N = 2e^{0{,}035.t}$$

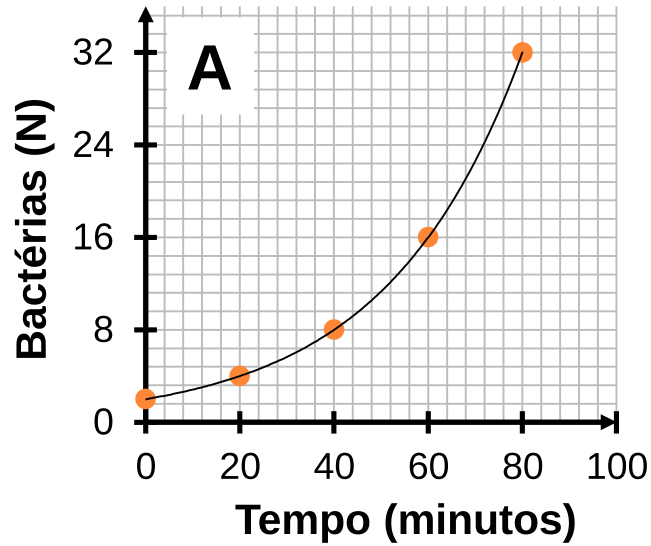




Em consequência:

$$m = a.\,log e$$

A escala de tempo é linear e o novo gráfico (B) é obtido aplicando-se o ***log*** somente na variável dependente (*N*).



De (B) a inclinação $\boldsymbol{m}$ será então:

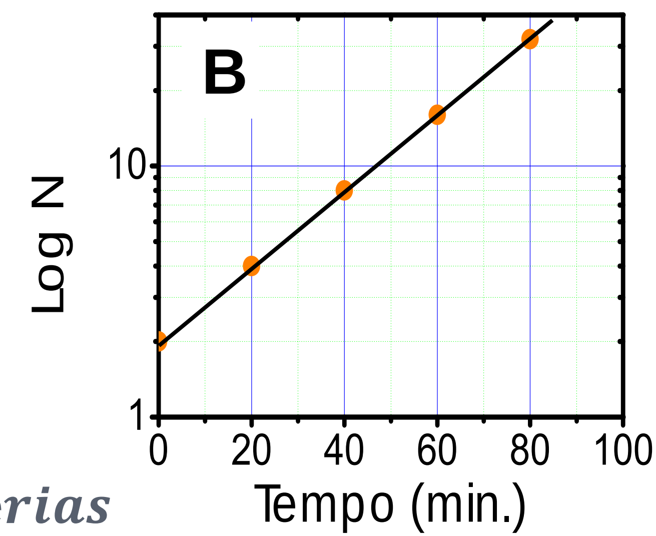
$$m = \frac{log 22 - log 2{,}75}{70 - 10} = 0{,}015$$

Então calcula-se o coeficiente $\boldsymbol{a}$:

$$a = \frac{m}{log e} = \frac{0{,}015}{log 2{,}71} = 0{,}035$$

A relação funcional será:

$$N = 2e^{0{,}035.t}$$



$\boldsymbol{b}$) $Em\ t = 120\ \text{min}$ $\quad N = 128\ Bactérias$

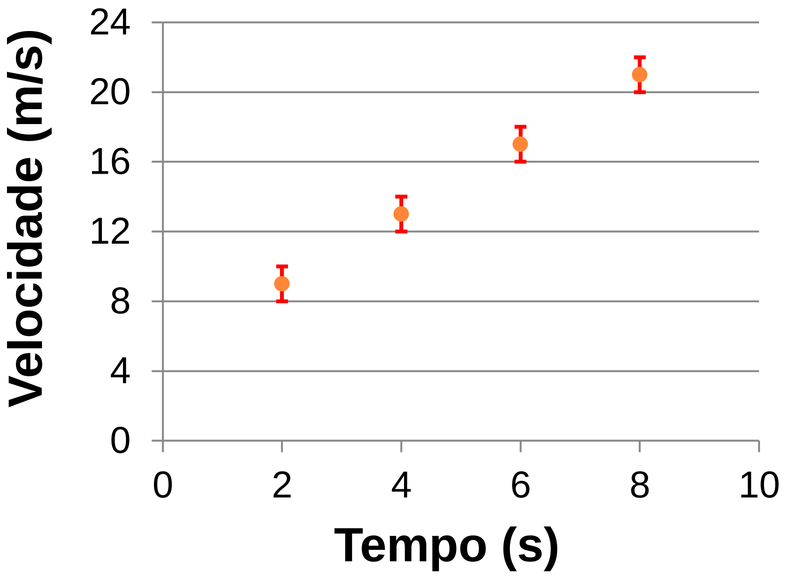
Representação de incertezas em gráficos

- Exemplo da velocidade do animal;
- Foram tomadas três medidas de velocidade que resultaram em um valor mais provável e uma incerteza;

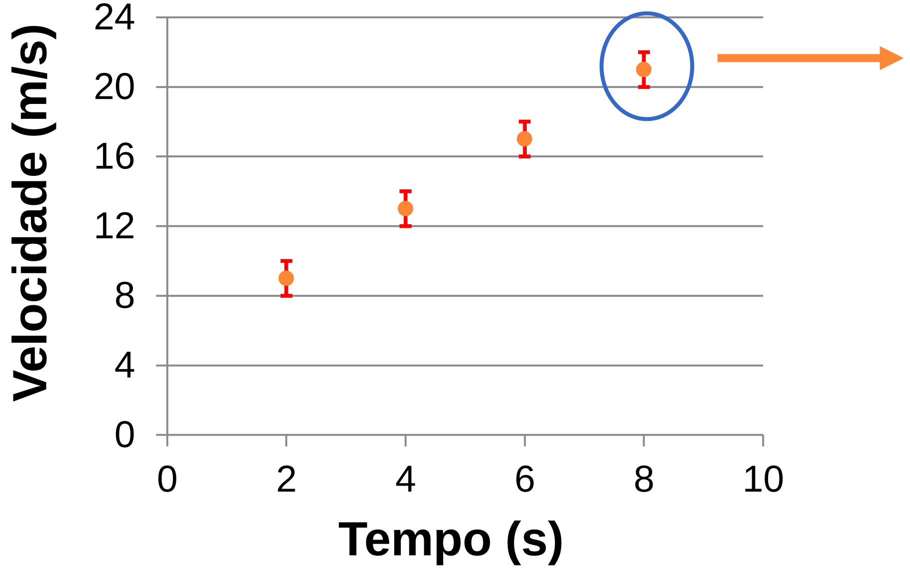
***v* (m/s)**	**9 ± 1**	**13 ± 1**	**17 ± 1**	**21 ± 1**
***t* (s)**	**2**	**4**	**6**	**8**

- Representar o gráfico da velocidade em função do tempo com as incertezas.

- Gráfico linear da velocidade do animal;

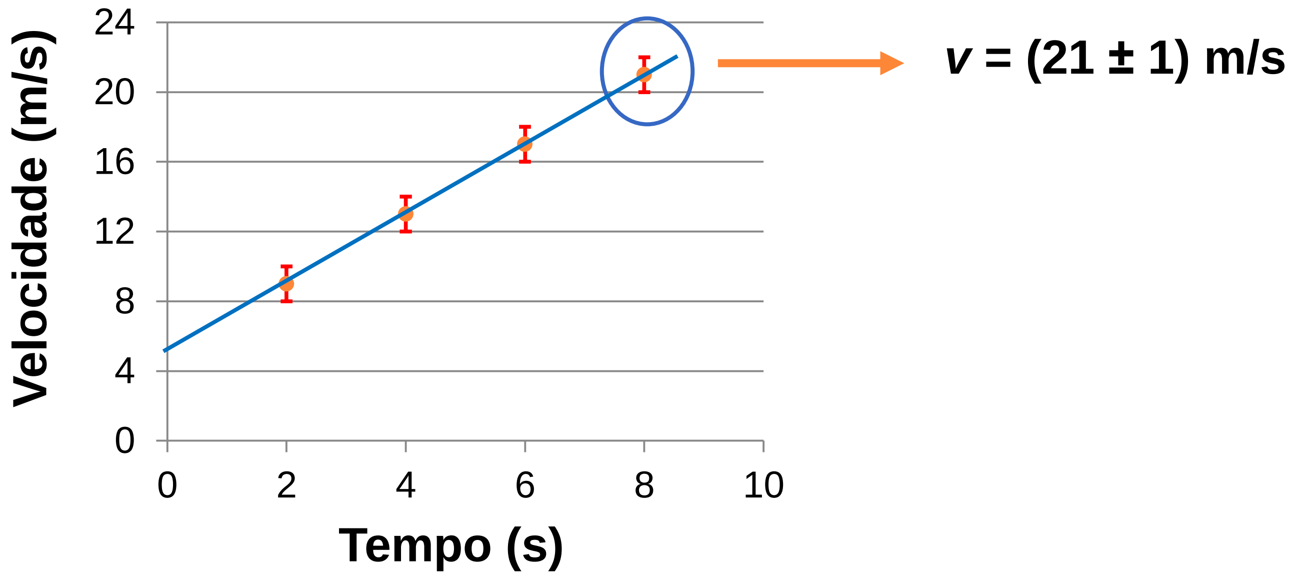


- Gráfico linear da velocidade do animal;



v = (21 ± 1) m/s

- Gráfico linear da velocidade do animal;



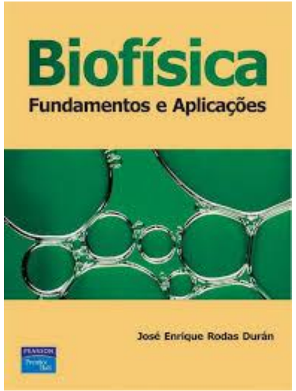
A reta de ajuste obtida pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) considera as barras de incertezas.

Exercícios

- Acessar Lista 01 no site:

profhenriquefaria.com

Referências



DURAN, J.E.R. **Biofísica. Fundamentos e Aplicações**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003. (Capítulo 2, p11 - 18.)

UNESP. Instituto de Química. **Laboratório de Física I: apostila de práticas**. Compilada por Santos, C.O.P; *et. al*. Araraquara: Instituto de Química, 2017.