Física I

Semana 02 - Aula 2
Aceleração

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Aceleração

- A aceleração descreve uma taxa de variação da velocidade com o tempo.

- Também é uma grandeza vetorial.

- A aceleração em um movimento retilíneo pode referir-se tanto ao aumento quanto à redução da velocidade.

Aceleração média (a_{mx})

- Vamos considerar novamente o movimento de uma partícula ao longo do eixo *Ox.*

Aceleração média (a_{mx})

- Vamos considerar novamente o movimento de uma partícula ao longo do eixo *Ox.*

- Definimos a **aceleração média** $\boldsymbol{a_{mx}}$ da partícula que se move de P_1 a P_2 como uma grandeza vetorial cujo componente x é dado pela razão entre $\Delta \boldsymbol{v_x}$ e o intervalo de tempo $\Delta \boldsymbol{t}$.

$$a_{mx} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Aceleração média (a_{mx})

- Quando a velocidade é expressa em m/s e o tempo em segundos, a aceleração média é expressa em metros por segundo por segundo, (m/s)/s.

- Normalmente escrevemos isso como m/s^2 e lemos ‘metro por segundo ao quadrado’.

Aceleração instantânea

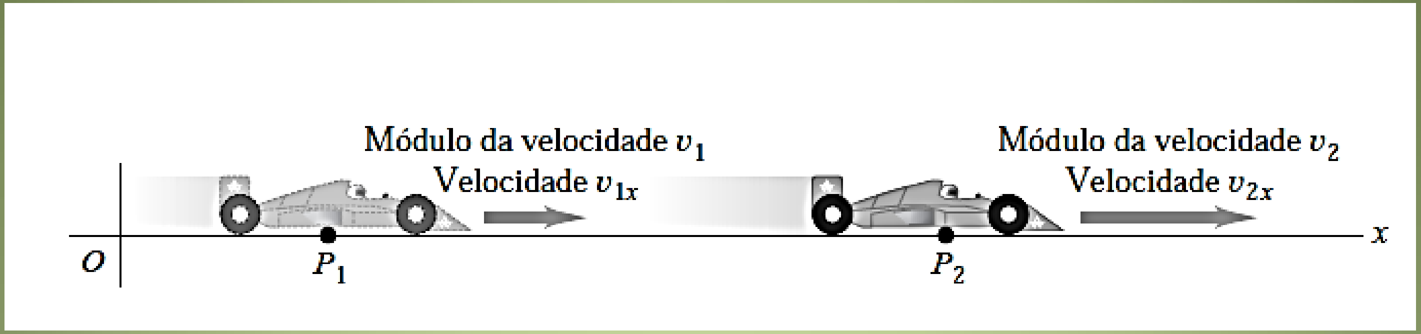
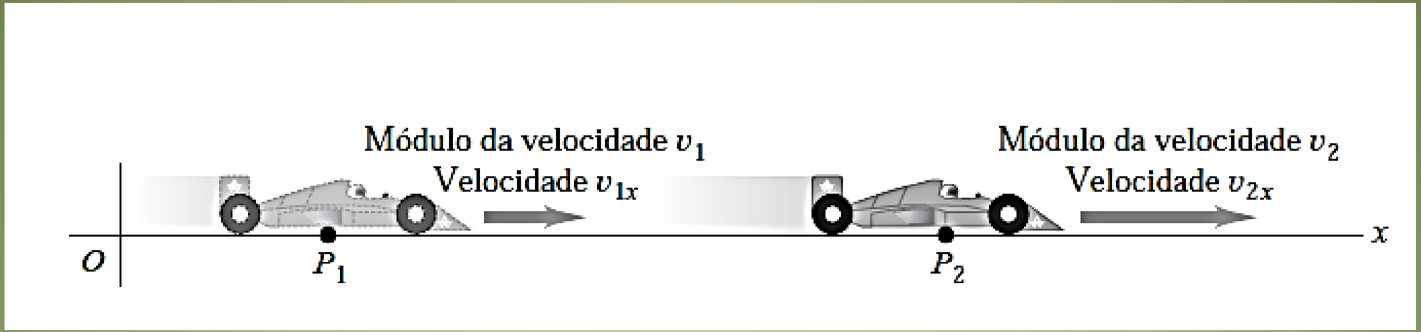


Figura 2.11 Um carro de corrida do Grande Prêmio na reta final.
Fonte: Sears e Zemansky

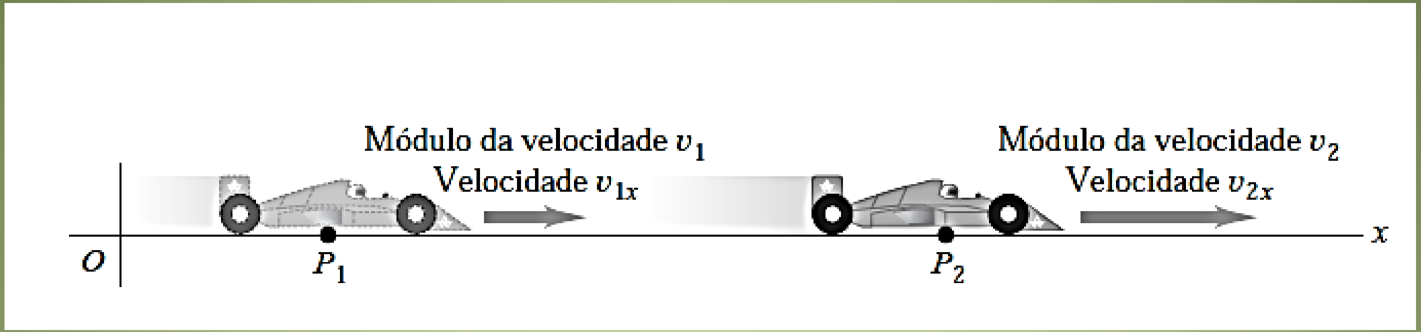
Aceleração instantânea



- **Fazemos** o ponto P_1 se aproximar do ponto P_2.

Figura 2.11 Um carro de corrida do Grande Prêmio na reta final.
Fonte: Sears e Zemansky

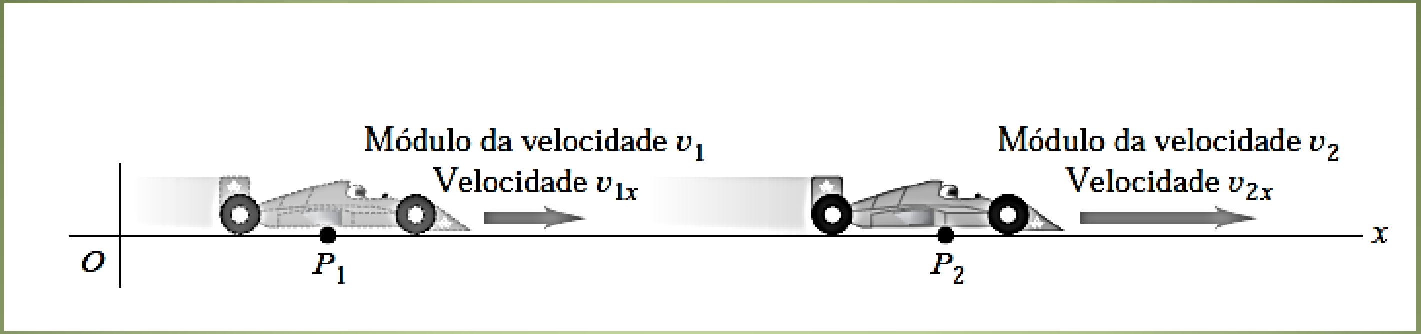
Aceleração instantânea



- **Fazemos** o ponto P_1 se aproximar do ponto P_2.
- **Calculamos** a aceleração média em intervalos de tempo cada vez menores.

Figura 2.11 Um carro de corrida do Grande Prêmio na reta final.
Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração instantânea



- **Fazemos** o ponto *P_1* se aproximar do ponto *P_2*.
- **Calculamos** a aceleração média em intervalos de tempo cada vez menores.

A aceleração instantânea é o limite da aceleração média quando o intervalo de tempo tende a zero.

Figura 2.11 Um carro de corrida do Grande Prêmio na reta final.
Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração instantânea

- Na linguagem do cálculo diferencial, *a aceleração instantânea é igual à taxa de variação da velocidade com o tempo*.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

Aceleração instantânea

- Na linguagem do cálculo diferencial, *a aceleração instantânea é igual à taxa de variação da velocidade com o tempo*.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

Quando usarmos o termo 'aceleração' estaremos designando a aceleração instantânea, não a aceleração média.

Cálculo da aceleração usando gráfico

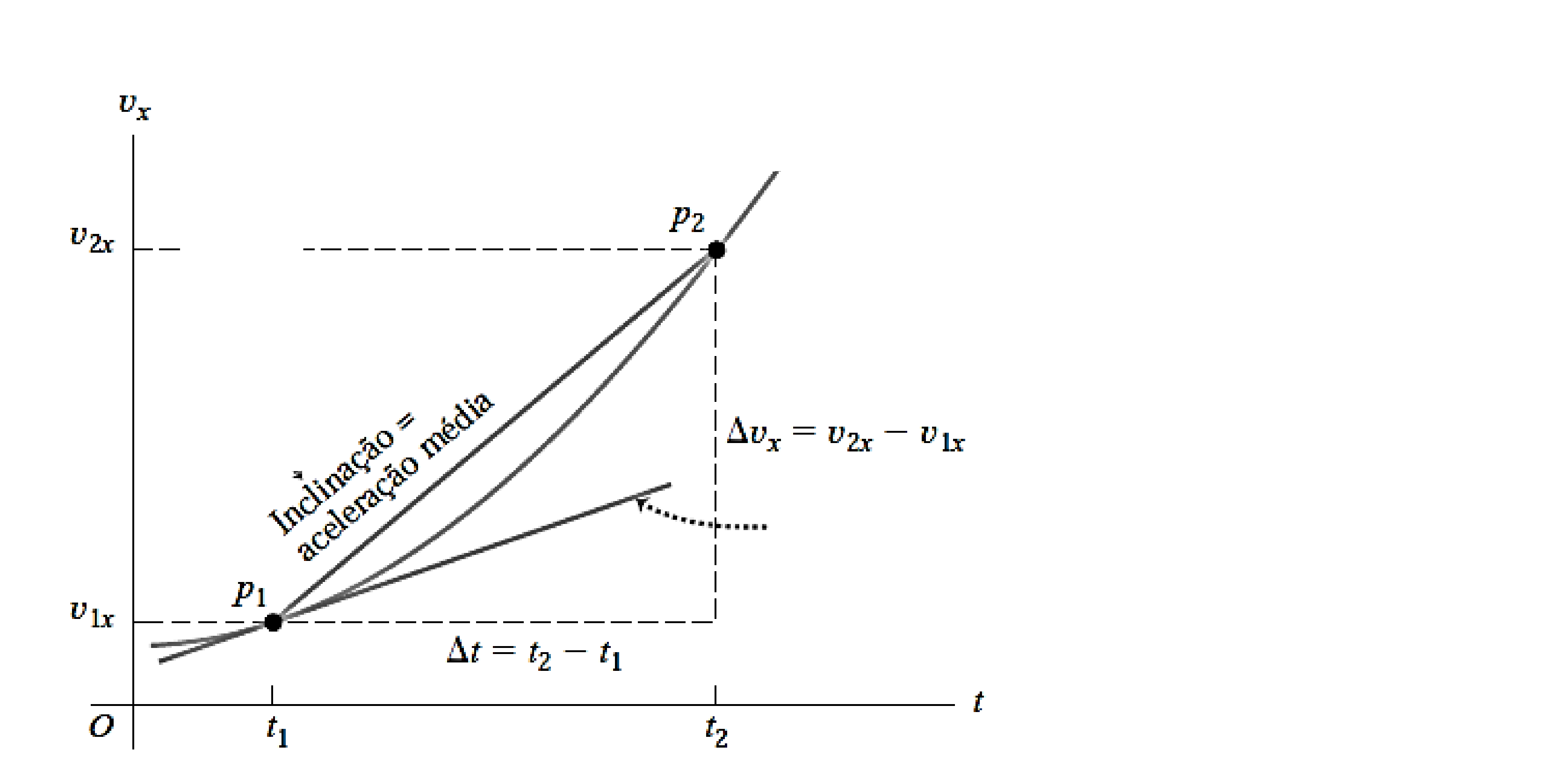


Figura 2.12 Gráfico *vxt* do movimento indicado na Figura 2.11.
Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

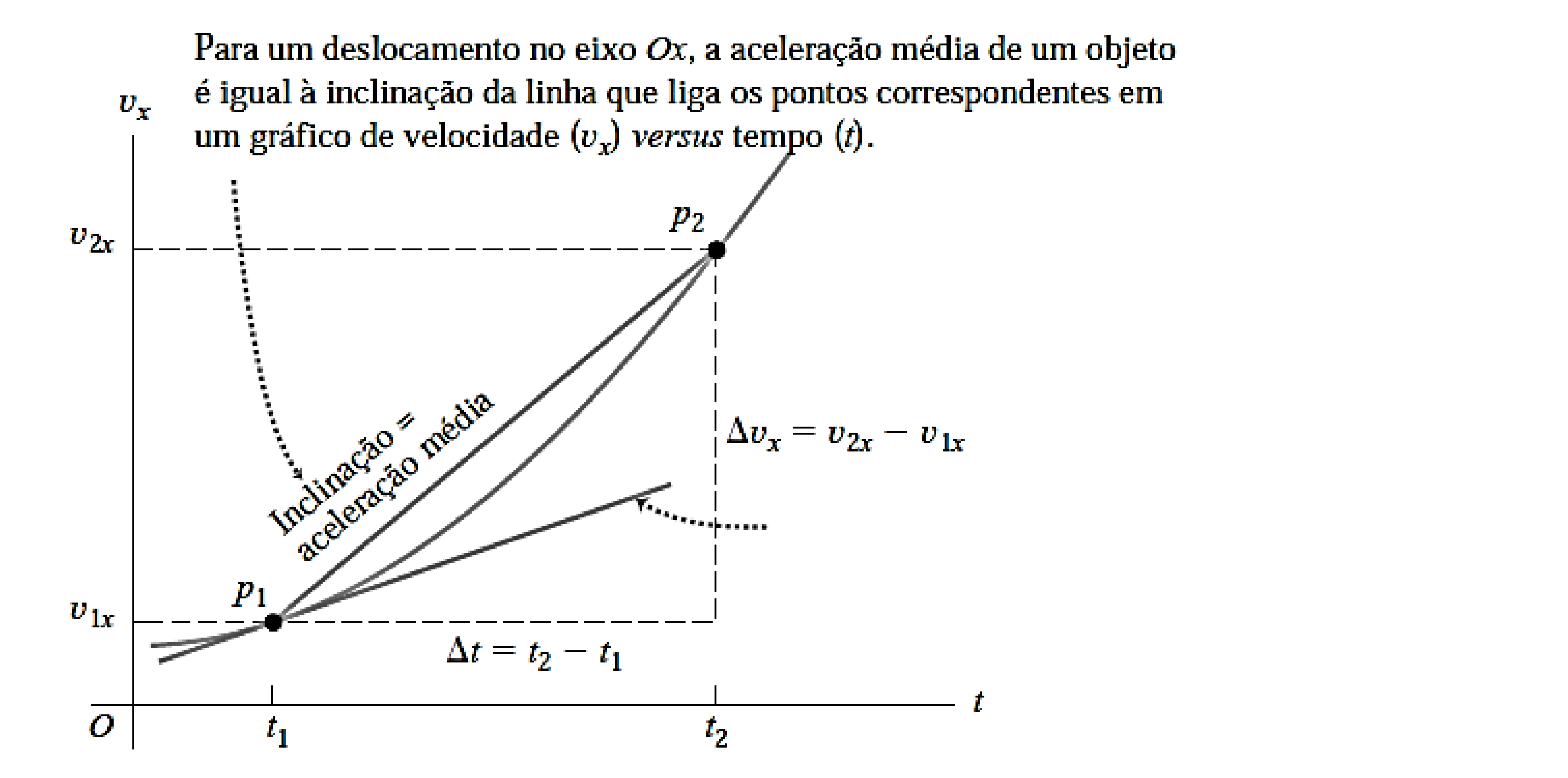


Figura 2.12 Gráfico *vxt* do movimento indicado na Figura 2.11.
Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

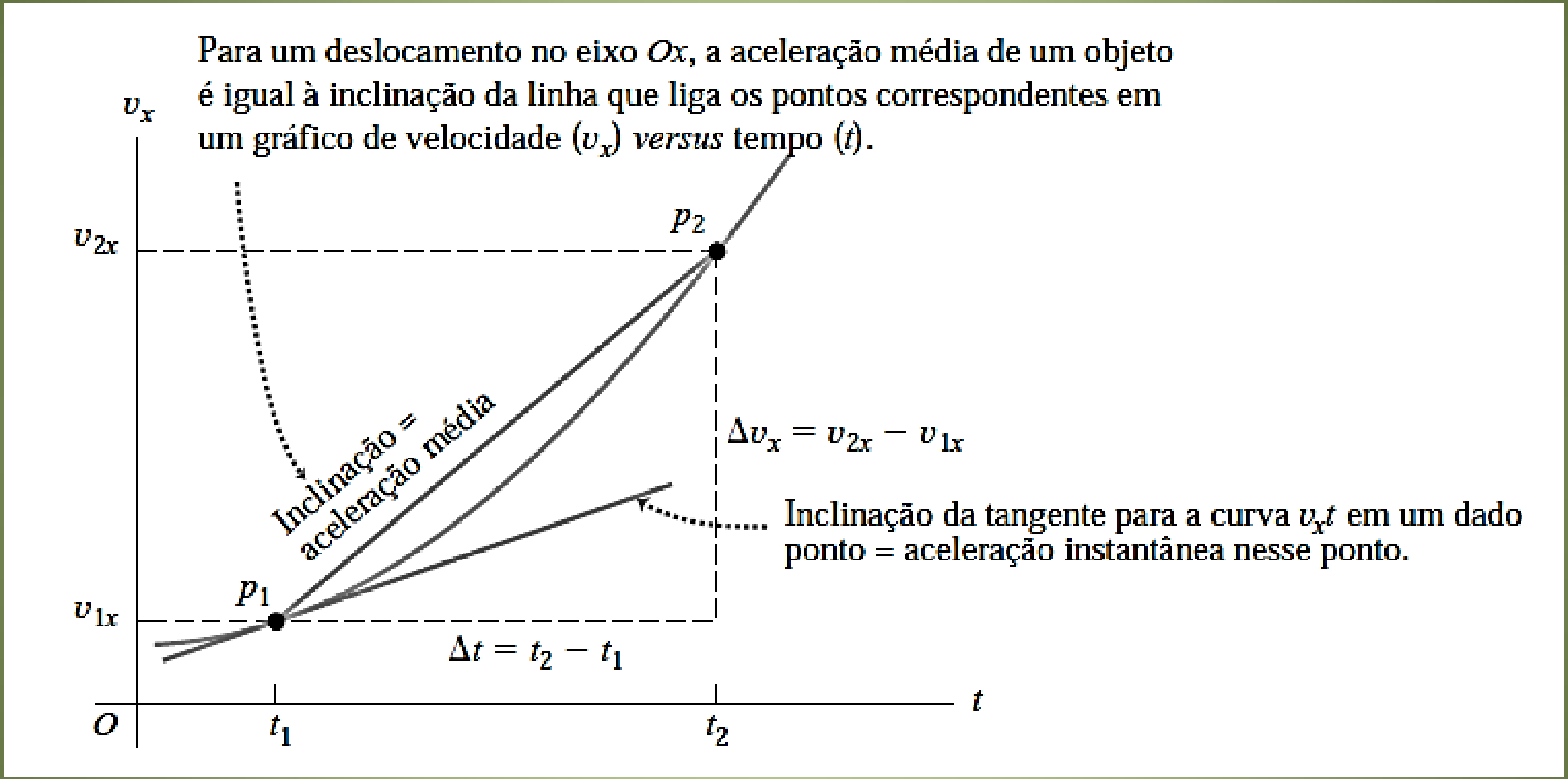


Figura 2.12 Gráfico *vxt* do movimento indicado na Figura 2.11.
Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

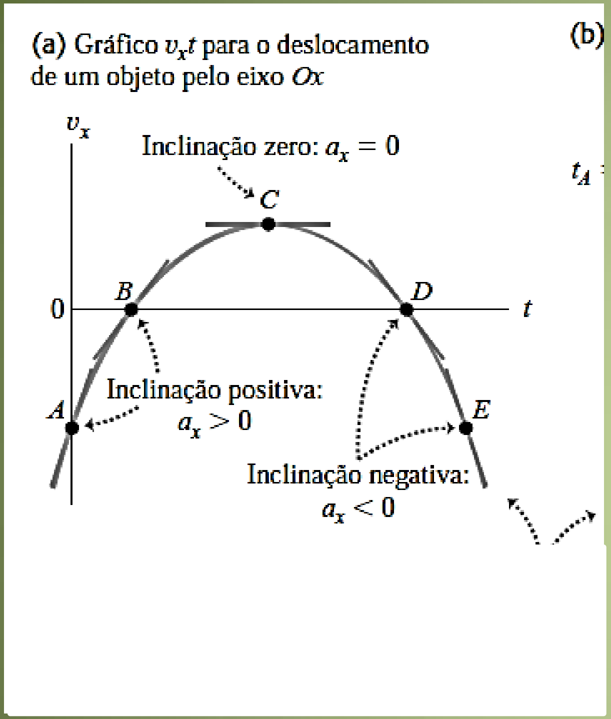


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

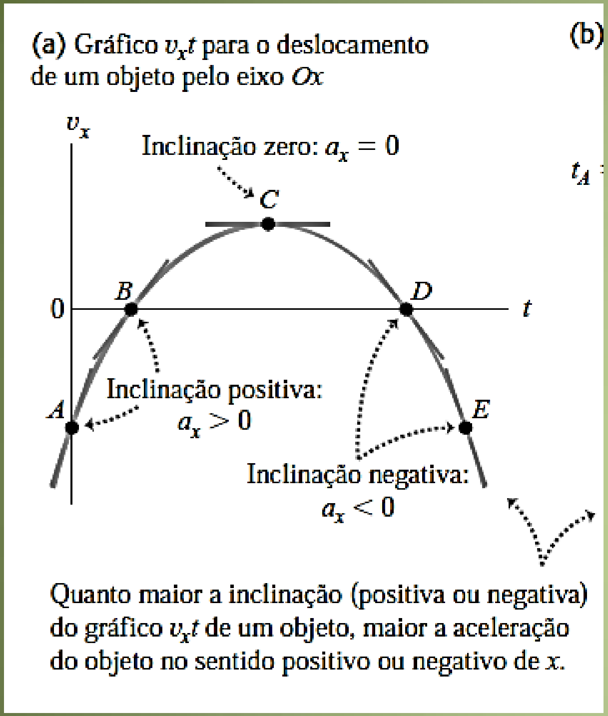


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

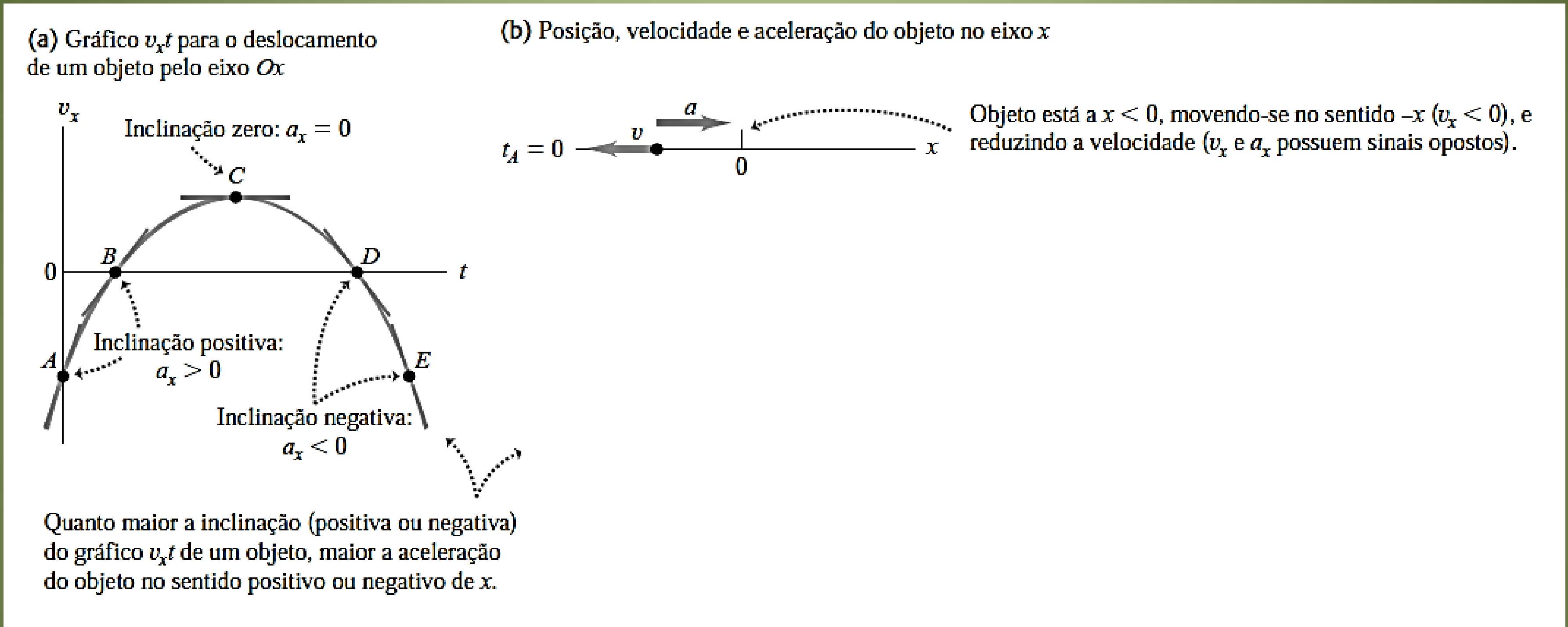


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

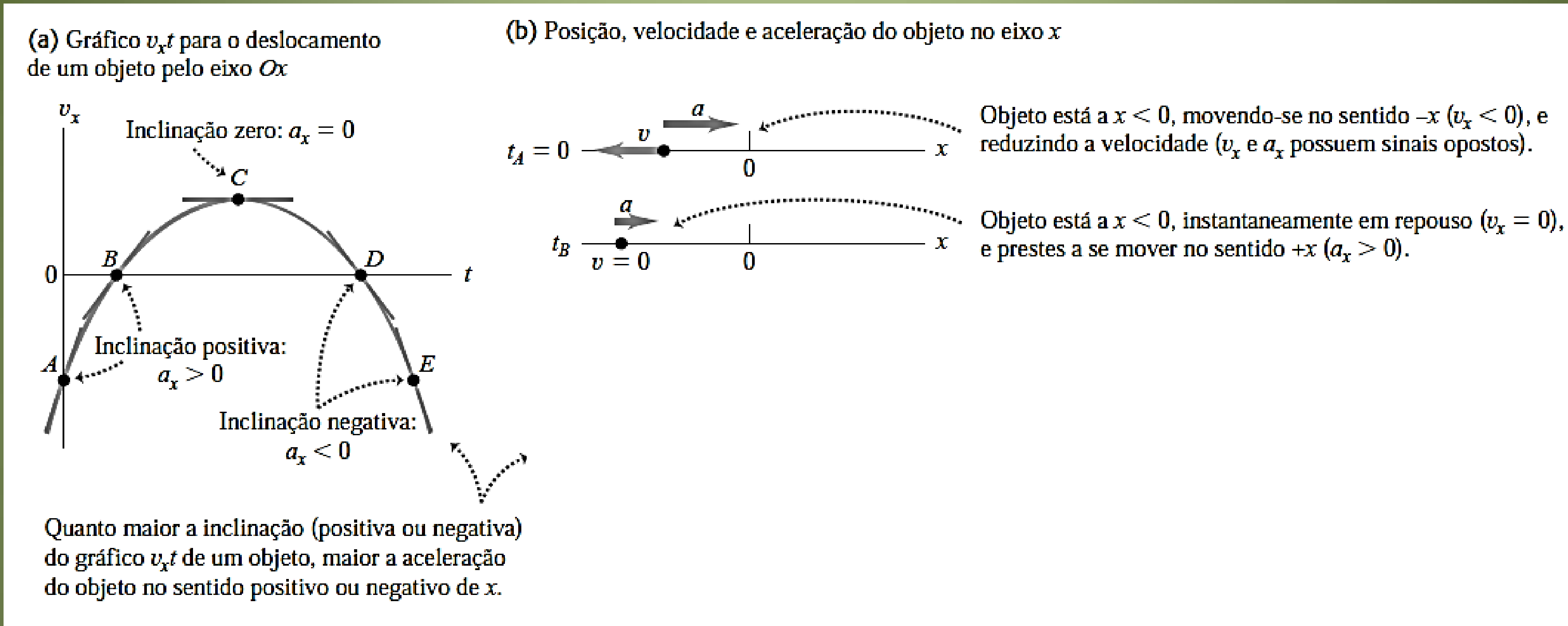


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

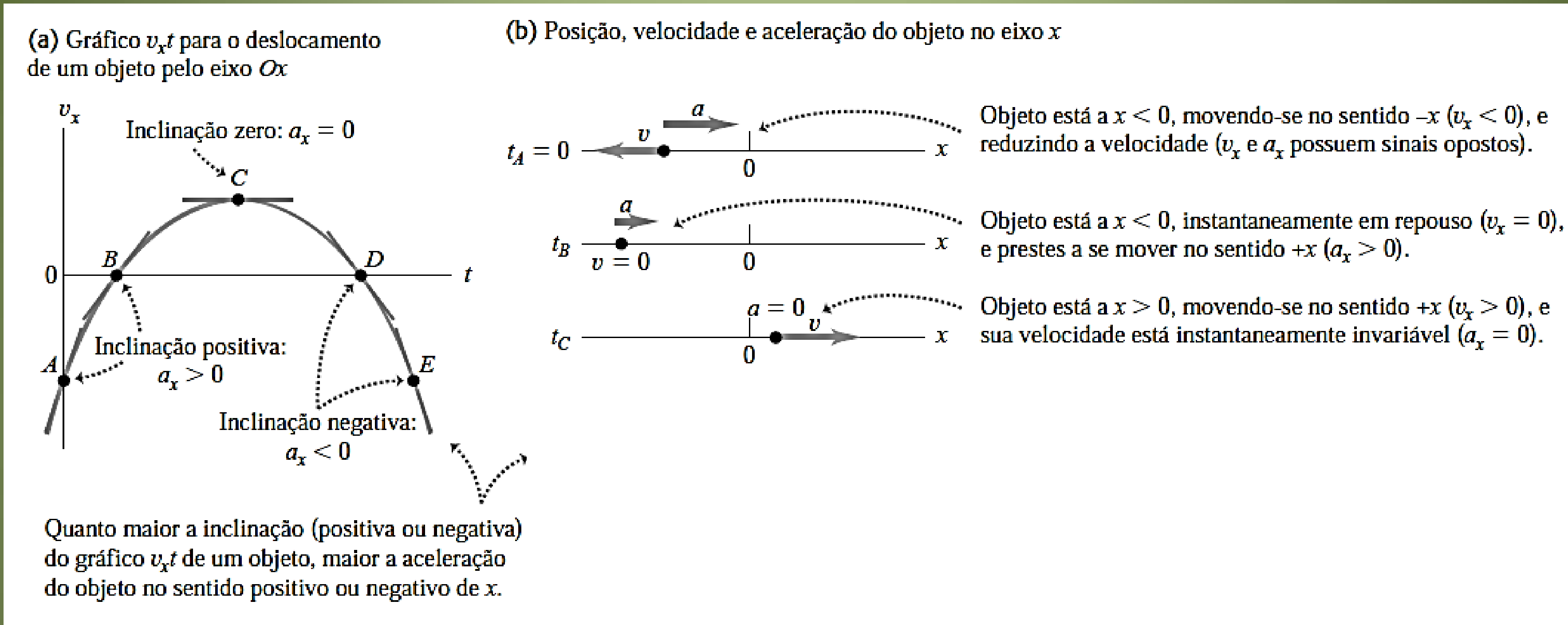


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

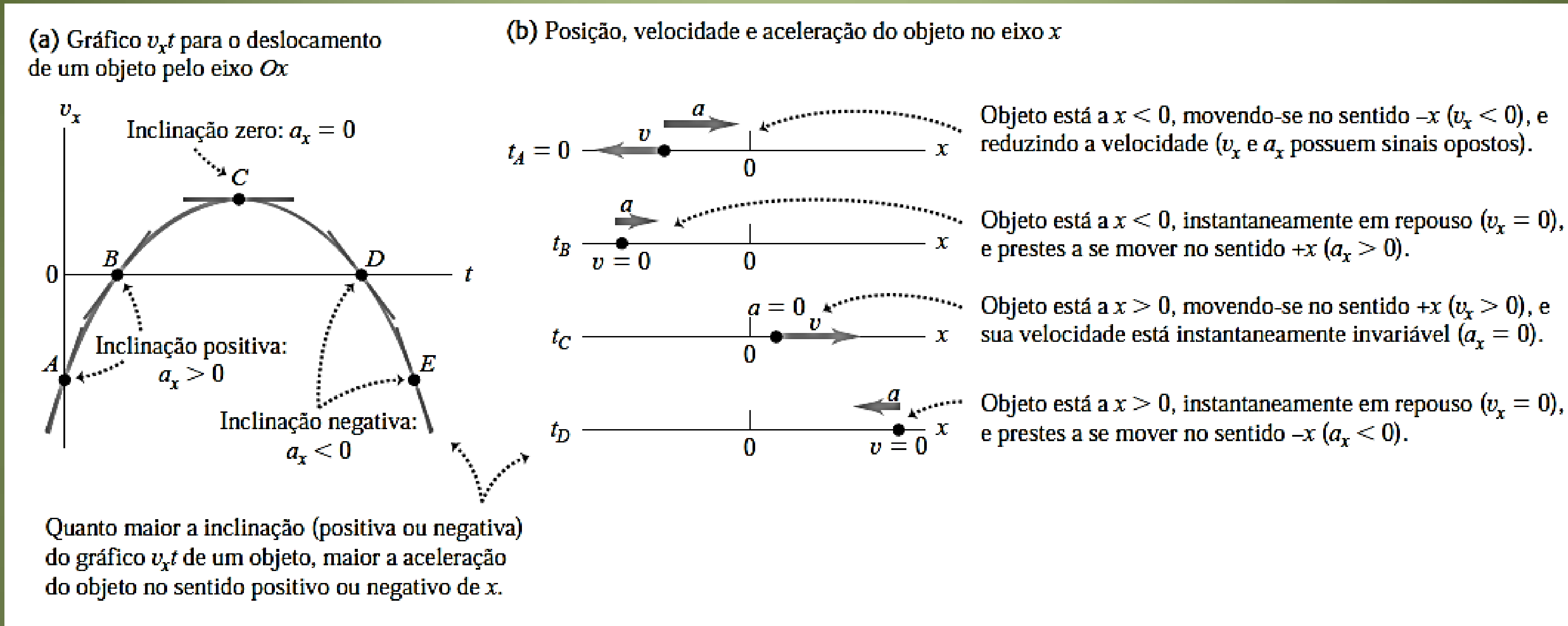


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Cálculo da aceleração usando gráfico

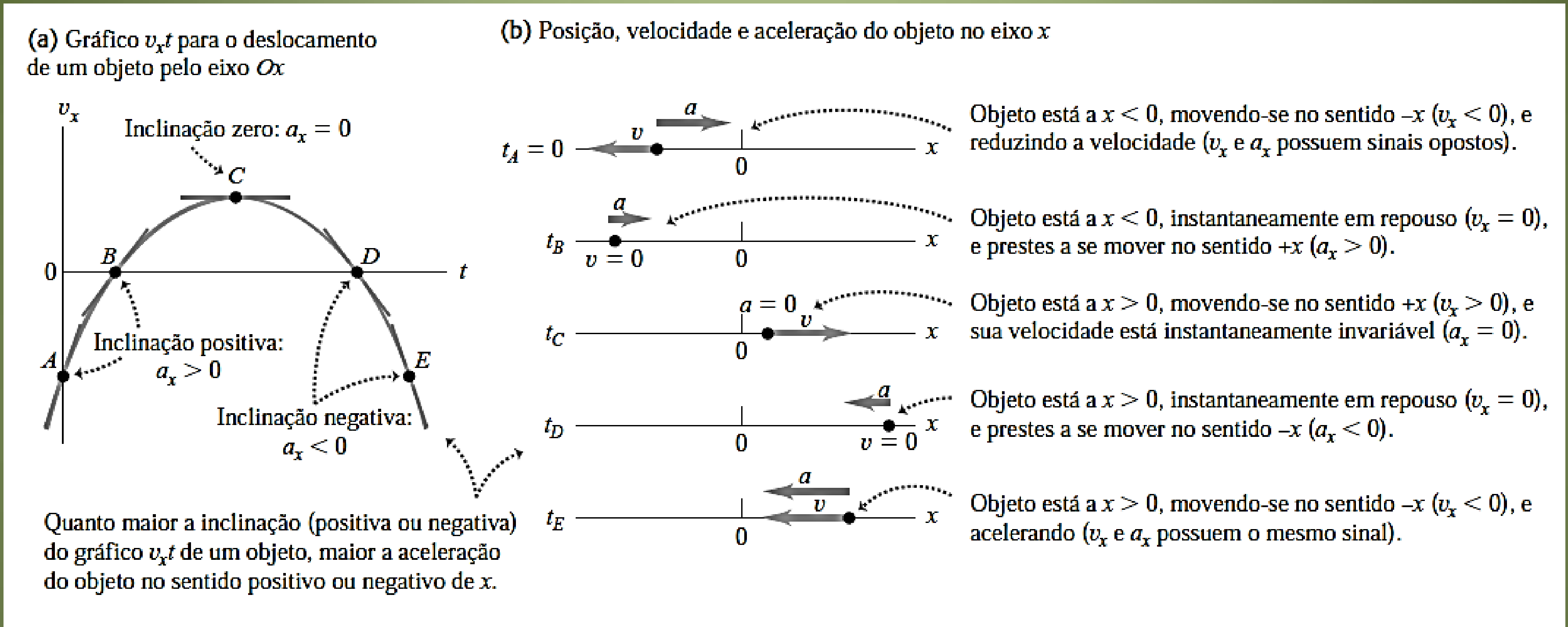


Figura 2.13 (a) Gráfico *vxt* do movimento de uma partícula. A inclinação da tangente em qualquer ponto é igual à aceleração do ponto considerado. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico *vxt*.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração instantânea

- Podemos também estudar a aceleração de uma partícula a partir do gráfico de sua posição versus tempo.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Aceleração instantânea

- Podemos também estudar a aceleração de uma partícula a partir do gráfico de sua posição versus tempo.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

A derivada de segunda ordem de qualquer função é relacionada com a concavidade ou curvatura do gráfico dessa função.

Aceleração usando gráfico *xt*

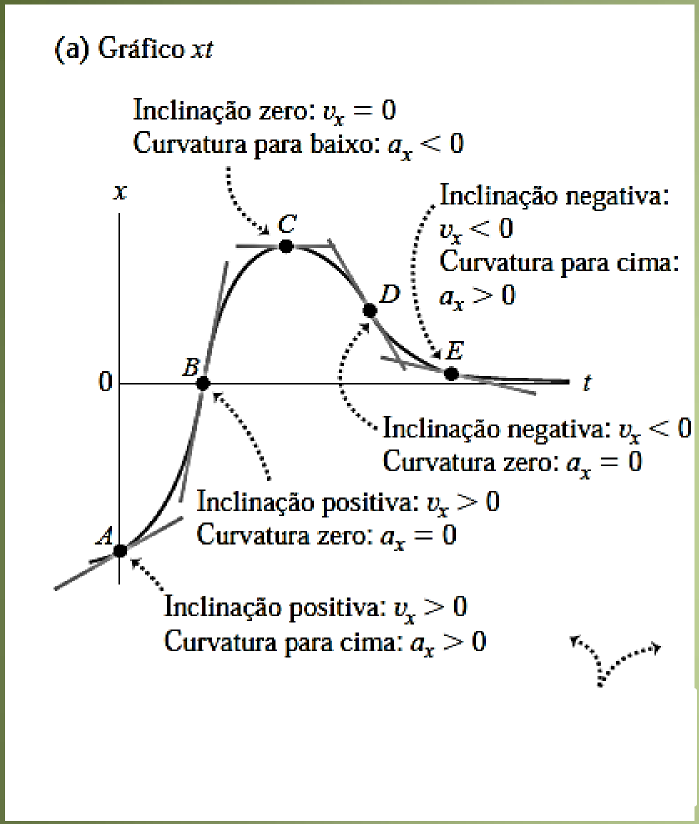


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

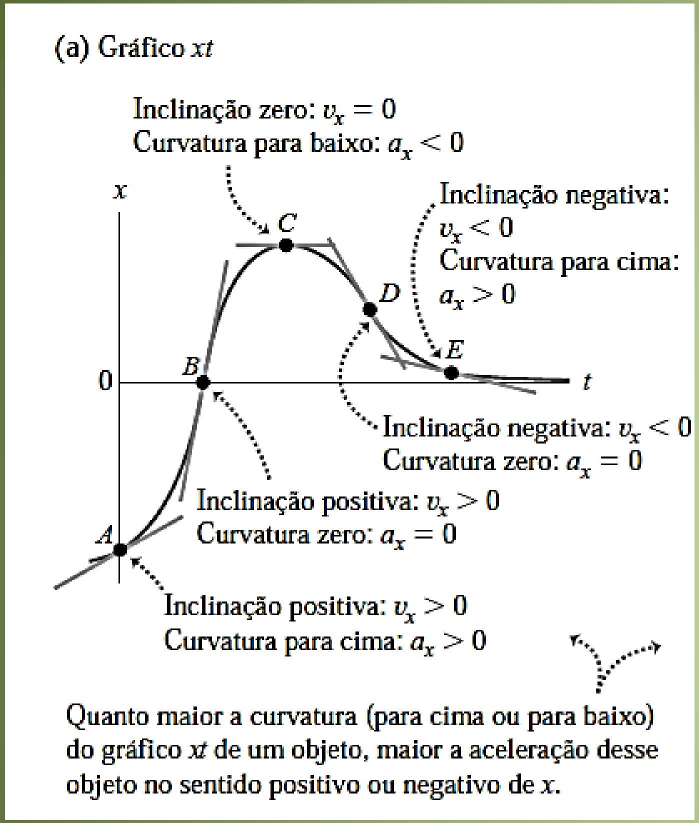


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

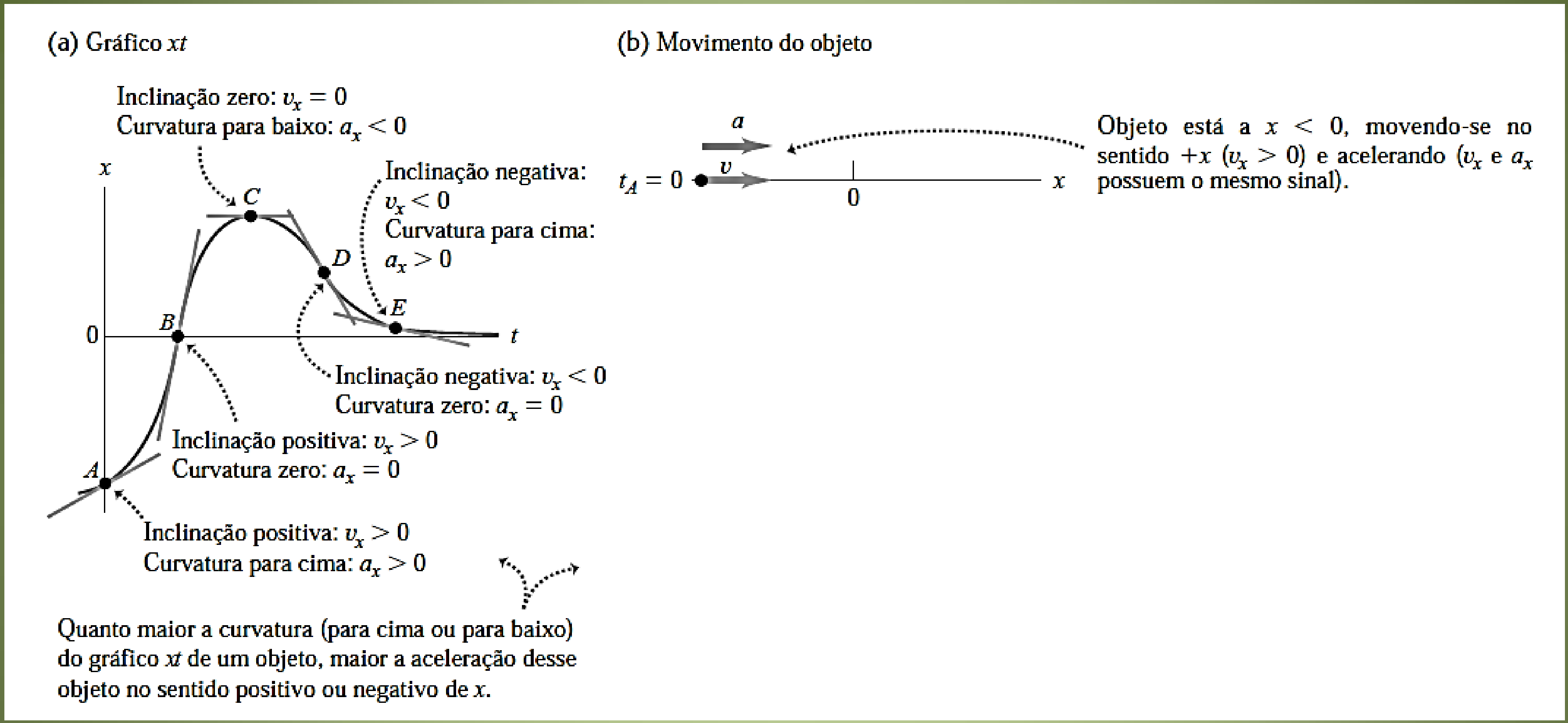


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

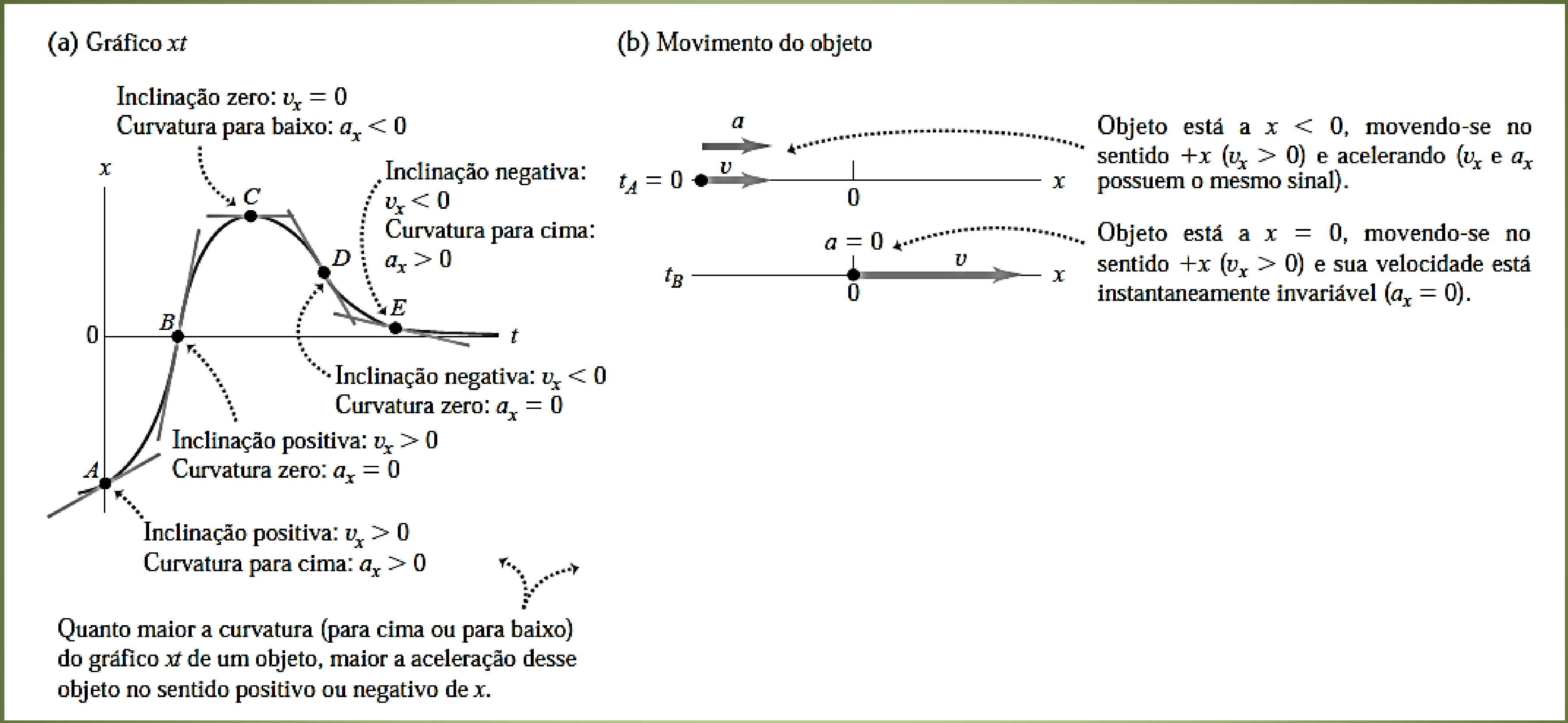


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

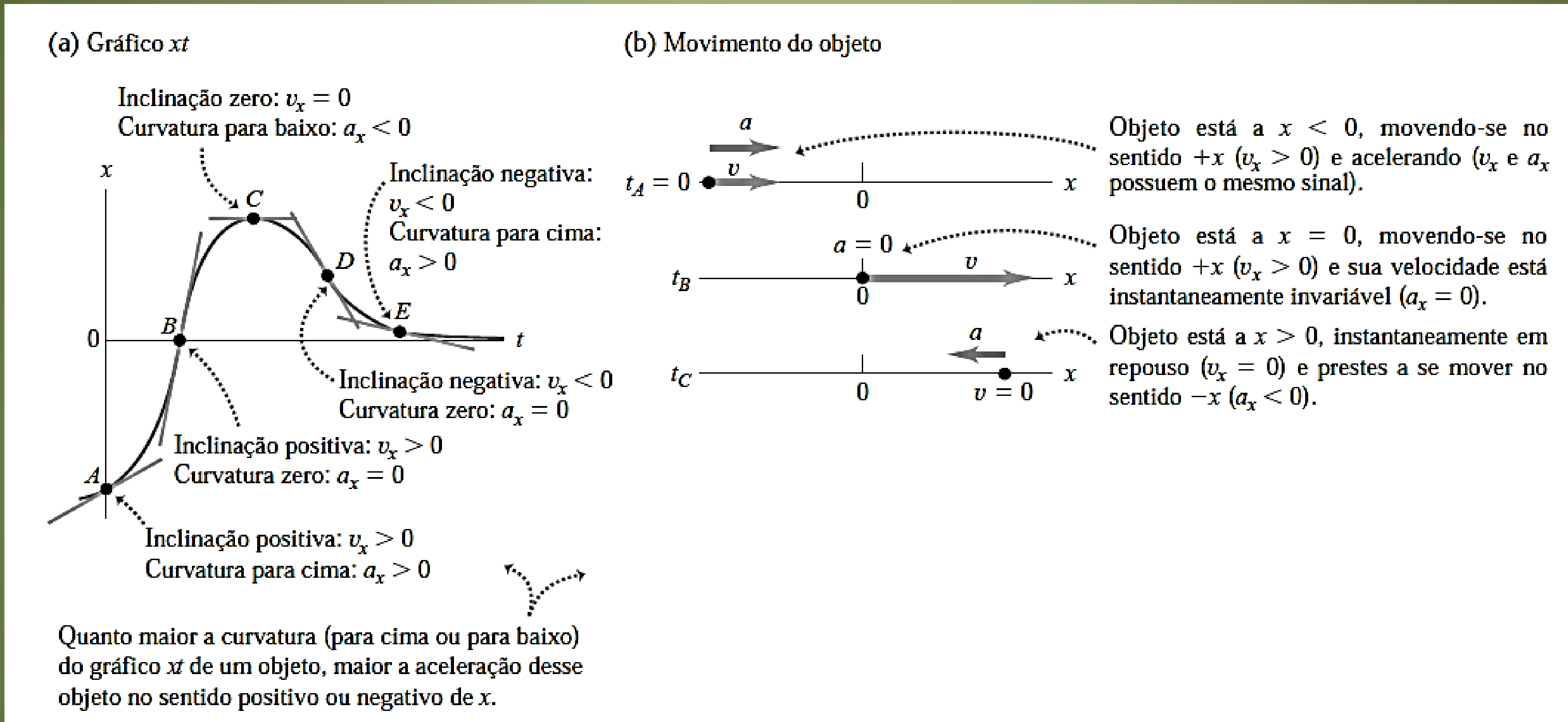


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

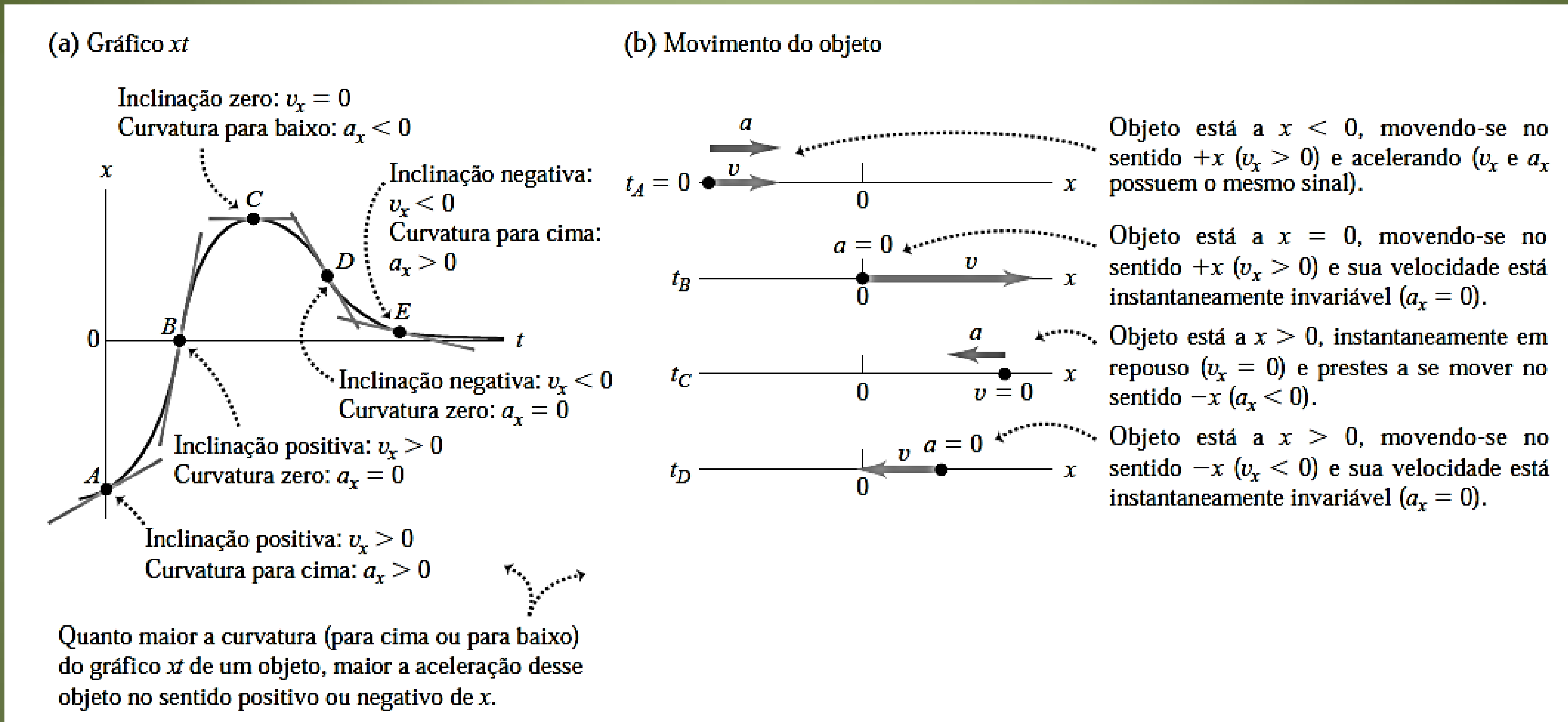


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração usando gráfico *xt*

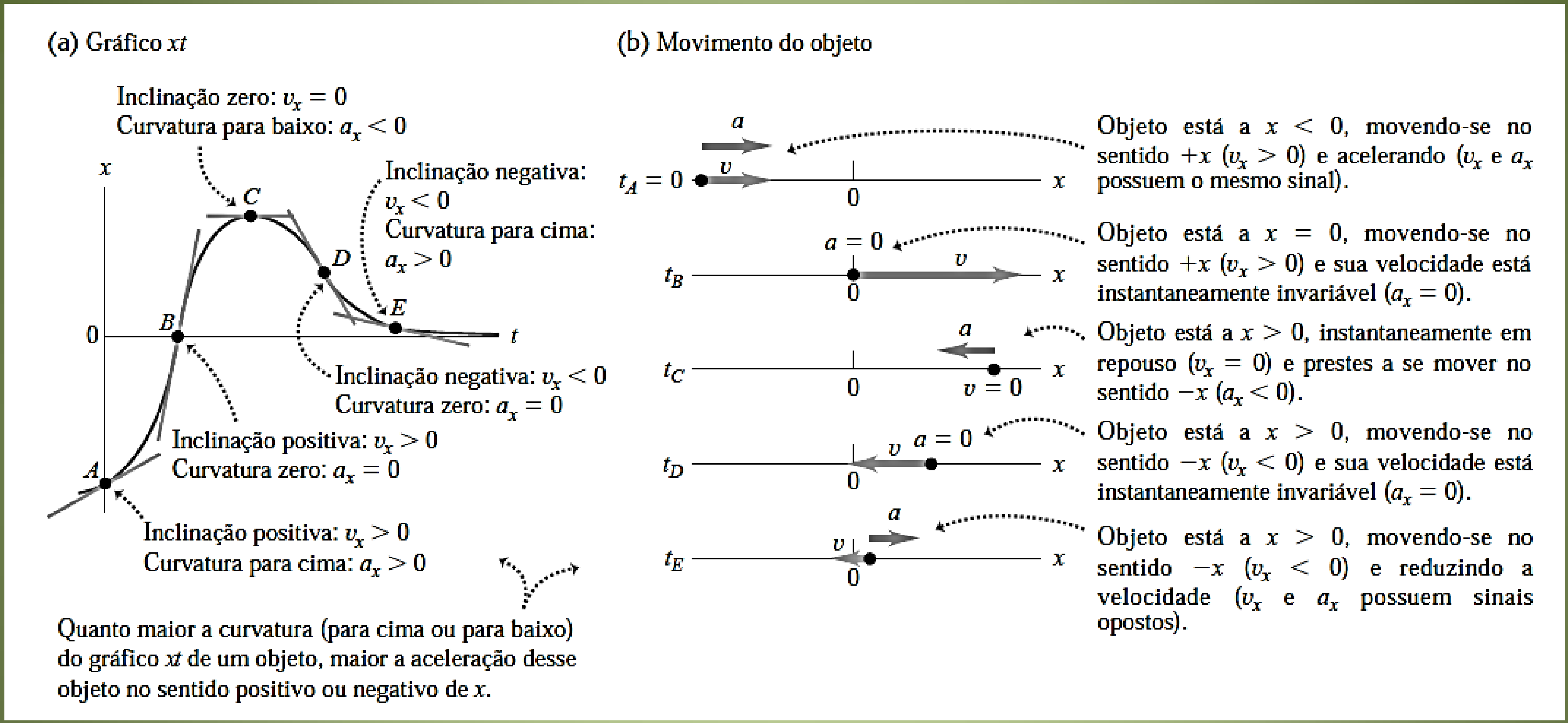


Figura 2.14 (a) O mesmo gráfico xt indicado na Figura 2.8a. A velocidade é igual à inclinação do gráfico, e a aceleração é dada pela concavidade ou curvatura do gráfico. (b) Diagrama do movimento mostrando a posição, a velocidade e a aceleração da partícula em cada um dos instantes indicados no gráfico xt.

Fonte: Sears e Zemansky

Movimento com aceleração constante (um caso especial)

Movimento com aceleração constante

- O movimento acelerado mais simples é o movimento retilíneo com aceleração constante.
- A velocidade varia com a mesma taxa durante o movimento.

Movimento com aceleração constante

- O movimento acelerado mais simples é o movimento retilíneo com aceleração constante.
- A velocidade varia com a mesma taxa durante o movimento.
- Figura 2.15 é um diagrama do movimento que mostra da posição, da velocidade e da aceleração para uma partícula que se move com aceleração constante. Nas figuras 2.16 e 2.17 são mostrados os gráficos desse movimento.

Aceleração constante

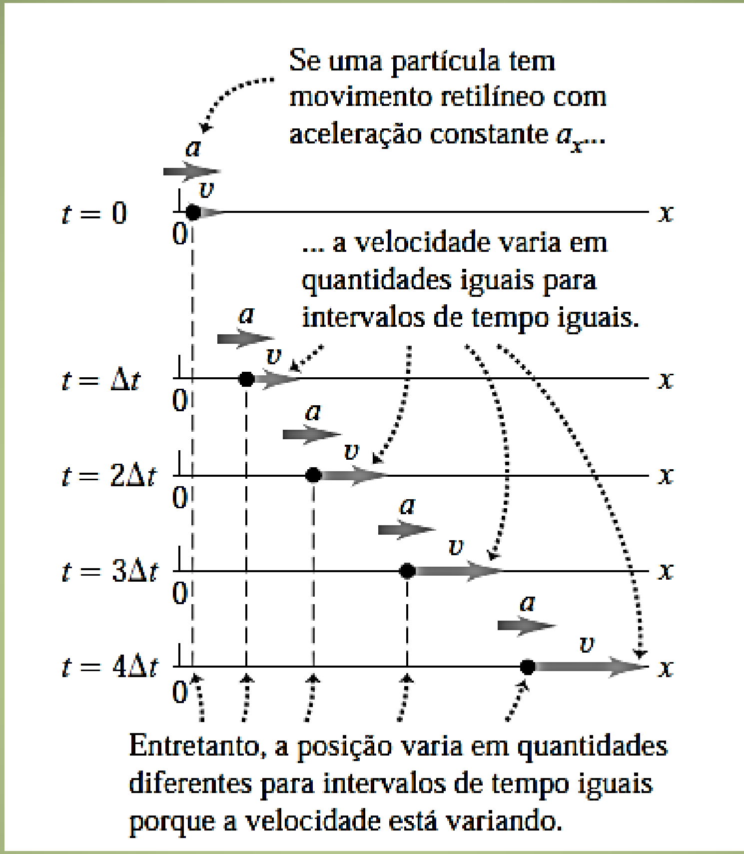


Figura 2.15 Diagrama do movimento para uma partícula que se move em linha reta na direção positiva de *x* com aceleração constante positiva *a*. A posição, a velocidade e a aceleração são indicadas em cinco intervalos de tempo iguais..

Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração constante

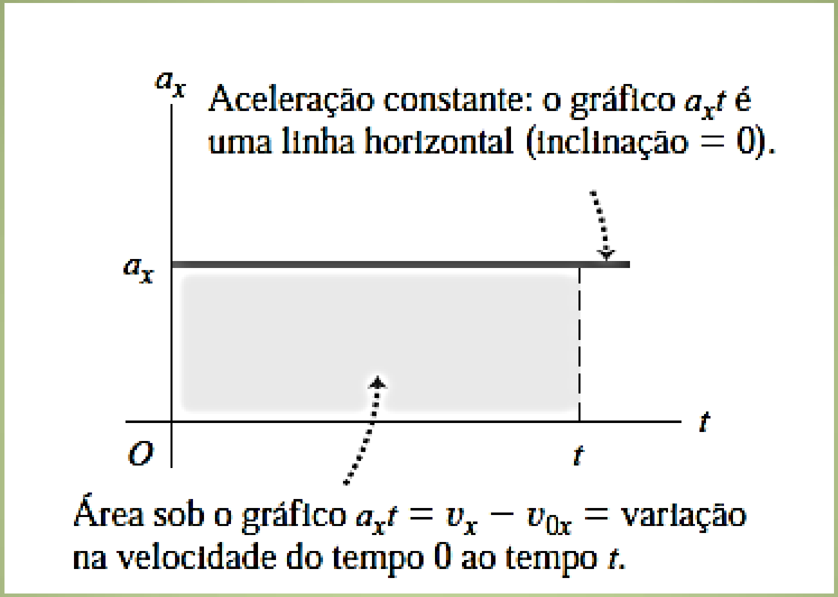


Figura 2.16 Gráfico da aceleração *versus* tempo (*at*) para uma partícula que se move em linha reta com aceleração constante positiva *ax*.
Fonte: Sears e Zemansky

Aceleração constante

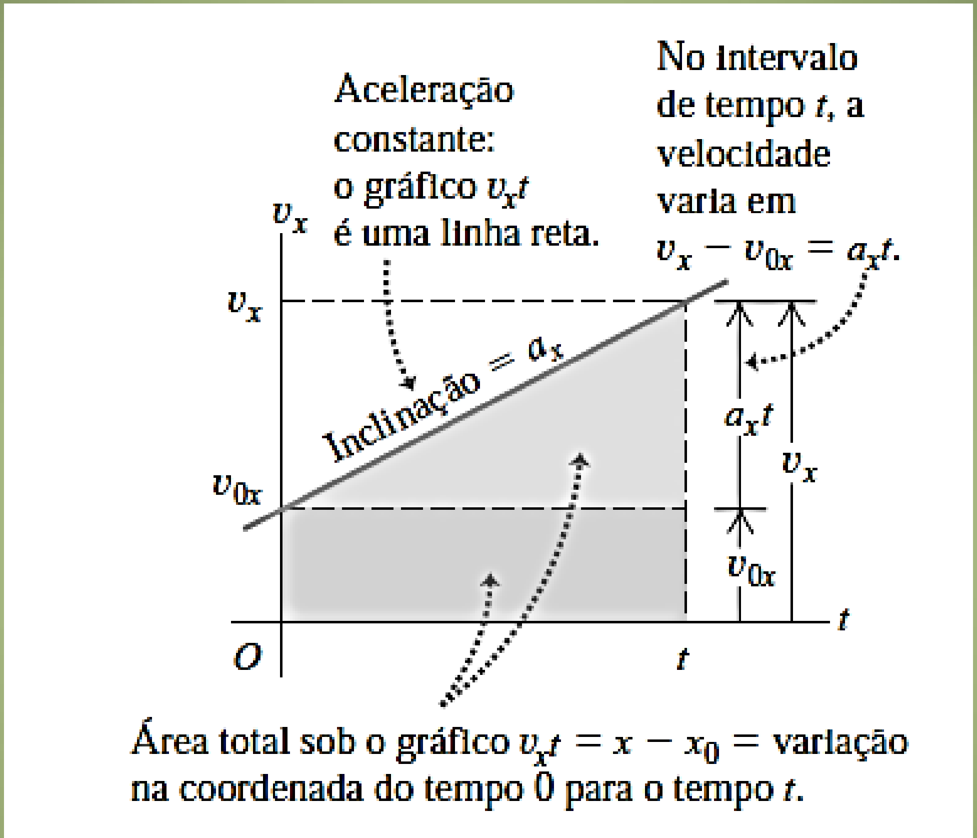


Figura 2.17 Gráfico da velocidade *versus* tempo (*vxt*) para uma partícula que se move em linha reta com aceleração constante positiva *ax*. A velocidade inicial *vox* também é positiva neste caso.

Fonte: Sears e Zemansky

Expressões para movimento com aceleração constante

- A aceleração média para qualquer intervalo de tempo é a mesma que a_x.

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

Expressões para movimento com aceleração constante

- A aceleração média para qualquer intervalo de tempo é a mesma que a_x.

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

- Fazendo t_1 = 0 e supondo que t_2 = t. Usamos o símbolo v_{ox} para a velocidade no instante t = 0; a velocidade para qualquer instante t é v_x. Então:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0} \quad \text{ou}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

(somente para aceleração constante)

Expressões para aceleração constante

- A velocidade média pode ser escrita, primeiramente:

$$v_{mx} = \frac{x - x_0}{t}$$

Expressões para aceleração constante

- A velocidade média pode ser escrita, primeiramente:

$$v_{mx} = \frac{x - x_0}{t}$$

- Uma segunda expressão para velocidade média, válida somente no caso de aceleração constante é:

$$v_{mx} = \frac{v_{0x} + v_x}{2}$$

(somente para aceleração constante)

Expressões para aceleração constante

- Substituindo a expressão de v_x na segunda eq. de v_{mx}:

$$v_{mx} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_{0x} + a_x t)$$
$$= v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t$$

(somente para aceleração constante)

Expressões para aceleração constante

- Substituindo a expressão de v_x na segunda eq. de v_{mx}:

$$v_{\mathrm{m}x} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_{0x} + a_x t)$$
$$= v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t$$
(somente para aceleração constante)

- Igualando as duas equações de v_{mx}:

$$v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t = \frac{x - x_0}{t} \quad \text{ou}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
(somente para aceleração constante).

Expressões para aceleração constante

- Explicitando *t* na primeira equação marcada em azul e substituindo na segunda:

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

Expressões para aceleração constante

- Explicitando t na equação marcada em azul e substituindo na segunda:

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

(somente para aceleração constante).

Expressões para aceleração constante

- Igualando as duas expressões da velocidade média e multiplicando os dois membros por *t* obtém-se:

$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right)t$$

(somente para aceleração constante).

As quatro expressões para o movimento com aceleração constante

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right) t$$

Tarefas para depois desta aula:

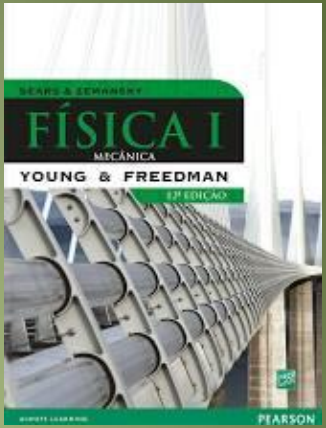
- Reler o capítulo 2 do livro texto.
- Resolver os exemplos.
- Realizar a lista de exercícios.

Próxima aula teórica:

- Queda livre dos corpos.

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847

Contatos

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br