Cálculo I

Engenharia

Aula 03
Funções - parte A

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria
henrique.faria@unesp.br

O que é uma função?

- Relação entre quantidades físicas e matemáticas;

O que é uma função?

- Relação entre quantidades físicas e matemáticas;
- Podem ser descritas por gráficos, fórmulas, dados ou palavras;

O que é uma função?

- Relação entre quantidades físicas e matemáticas;
- Podem ser descritas por gráficos, fórmulas, dados ou palavras;
- As mais básicas: polinomiais; trigonométricas, exponenciais e logarítmicas;

Para o Cálculo:

- Uma função é o objeto matemático utilizado para descrever relações entre quantidades variáveis;

Para o Cálculo:

- Uma função é o objeto matemático utilizado para descrever relações entre quantidades variáveis;

- Muitas leis e princípios científicos descrevem como uma quantidade depende da outra.

Definição de função

"1.1.1 Se uma variável **y** depende de uma variável **x** de tal modo que cada valor de **x** determina exatamente um valor de **y**, então dizemos que **y é uma função de x**."

Fonte: Howard Anton, 2007

Quatro maneiras de representação de uma função?

- Numericamente com tabelas;
- Geometricamente com gráficos;
- Algebricamente com fórmulas;
- Verbalmente.

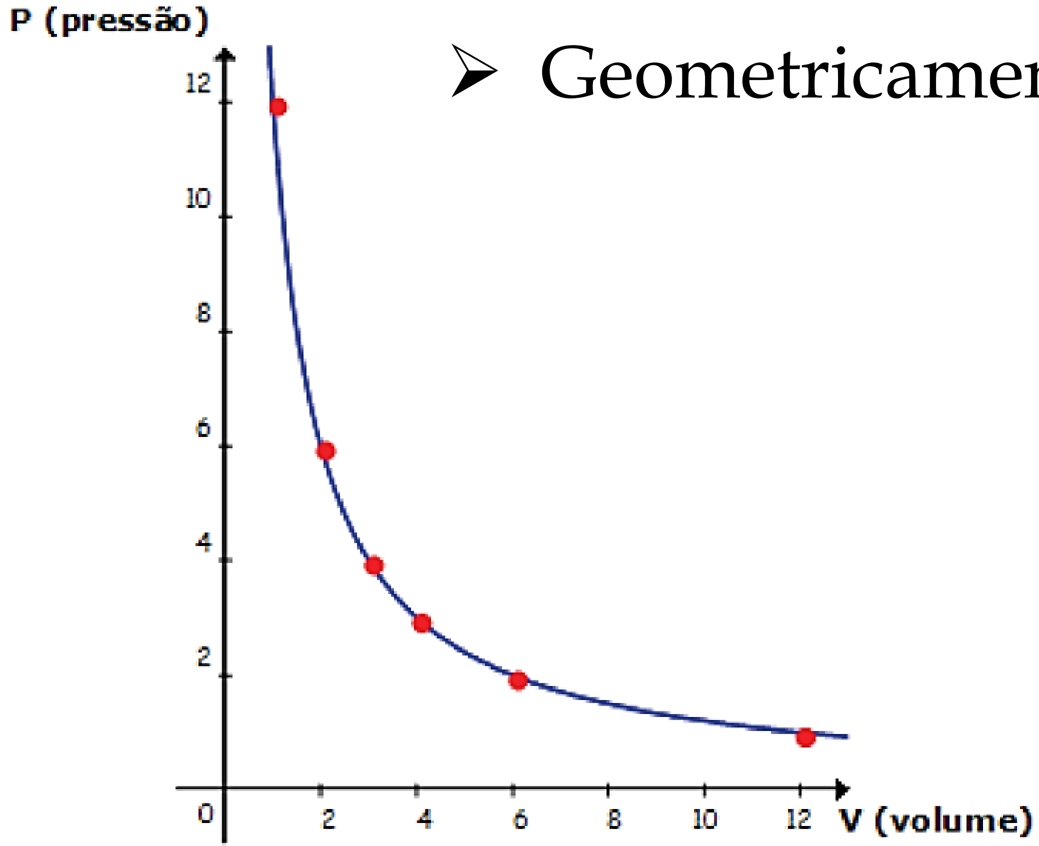
Volume de um gás à temperatura constante

- Numericamente com a tabela

Pressão (P) em atm	1	2	3	4	6	12
Volume (V) em L	12	6	4	3	2	1

Fonte: Bizzeli e Barroso, 2009

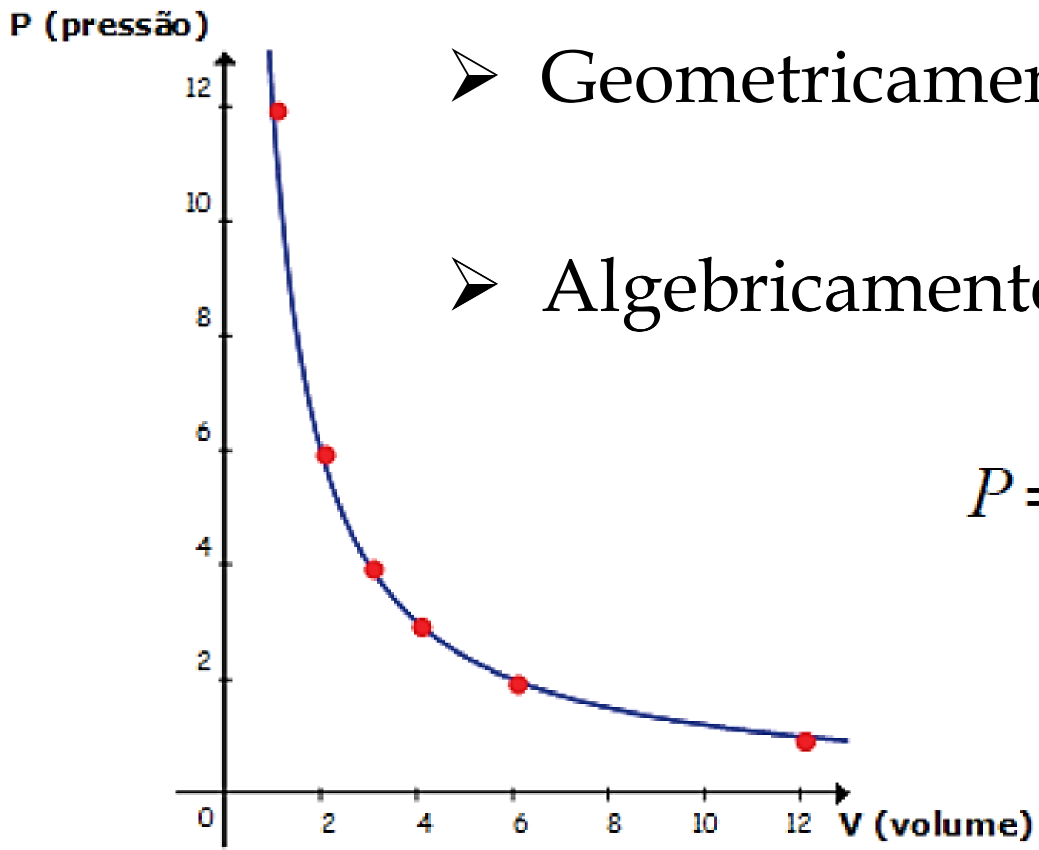
Volume de um gás à temperatura constante



- Geometricamente com gráficos

Fonte: Bizzeli e Barroso, 2009

Volume de um gás à temperatura constante



- Geometricamente com gráficos
- Algebricamente com fórmulas

$$P = \frac{12}{V}$$

Fonte: Bizzeli e Barroso, 2009

Representação de uma função

- No século XVIII o matemático suíço Euler teve a ideia de denotar funções por letras;

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

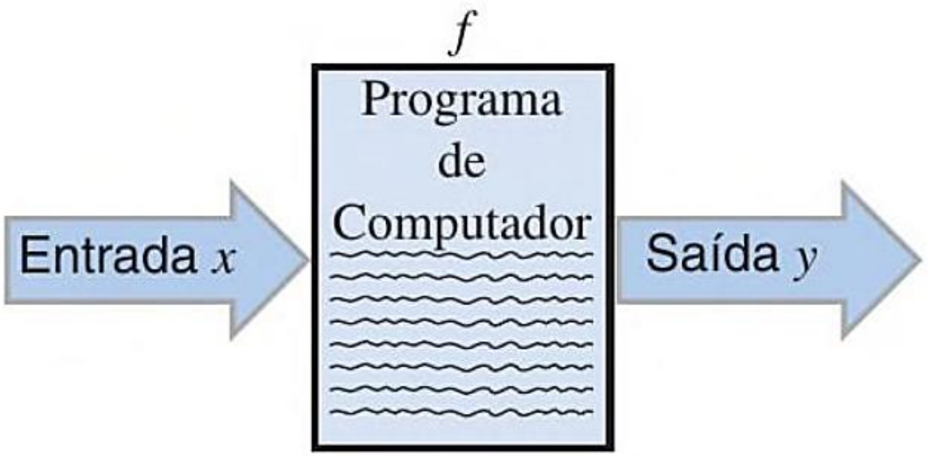
Representação de uma função

- No século XVIII o matemático suíço Euler teve a ideia de denotar funções por letras;
- Um programa de computador, por exemplo, toma uma ***entrada*** **x**,
  opera sobre ela e
  produz exatamente
  a ***saída*** **y**.

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Representação de uma função

- No século XVIII o matemático suíço Euler teve a ideia de denotar funções por letras;
- Um programa de computador, por exemplo, toma uma ***entrada*** **x**, opera sobre ela e produz exatamente a ***saída*** **y**.



Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Segunda definição de função

"1.1.2 U**ma função** ***f*** é uma regra que associa uma única saída a cada entrada**.** Se a **entrada** for denotada por **x,** então a **saída** é denotada por ***f*****(x)**."

Fonte: Howard Anton, 2007

Variável independente e dependente

- Denotando a saída de uma função por uma letra;

$$y = f(x)$$

- A variável $\boldsymbol{x}$ é denominada **variável independente** enquanto $\boldsymbol{y}$ é denominada **variável dependente**.

Variável independente e dependente

$$y = f(x)$$

- A variável $\boldsymbol{x}$ está livre para variar;
- Uma vez dado um valor específico para $\boldsymbol{x}$, o valor correspondente de $\boldsymbol{y}$ está determinado.

Exemplos

- O peso de um corpo dependendo apenas de seu volume;
- A pressão da água dependendo apenas da profundidade;
- A pressão de um gás, que se expande isotermicamente, dependente apenas de seu volume.

Funções de uma variável real

- No Cálculo I estudam-se funções em que as variáveis são números reais;
- Nesse caso ***f*** é uma função real de uma variável real;

Exemplo

- ✓ O volume (***V***) de um gás, à pressão constante (***P***), varia com a temperatura pela relação:

$$\boldsymbol{V(T) = V\,(1 + \alpha T)}$$

V_0: é o volume do gás em 0 °C e α: constante.

- ✓ Se a pressão não for constante, temos a lei dos gases ideais;

$$\boldsymbol{V\,(T,P) = \frac{nRT}{P}}$$

Estudadas no Cálculo II

Exemplo

Tabela 0.1.2

x	0	1	2	3
y	3	4	-1	6

$f(0) = 3$ $\quad f$ associa $y = 3$ a $x = 0$

$f(1) = 4$ $\quad f$ associa $y = 4$ a $x = 1$

Fonte: Howard Anton, 2007

Exemplo

A equação:

$$y = 3x^2 - 4x + 2$$

Está na forma $y = f(x)$, dada pela fórmula:

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 2$$

Para cada entrada x, a saída correspondente y é obtida substituindo x nessa fórmula.

$$f(1) = 3(1)^2 - 4(1) + 2 = 1$$

Fonte: Howard Anton, 2007

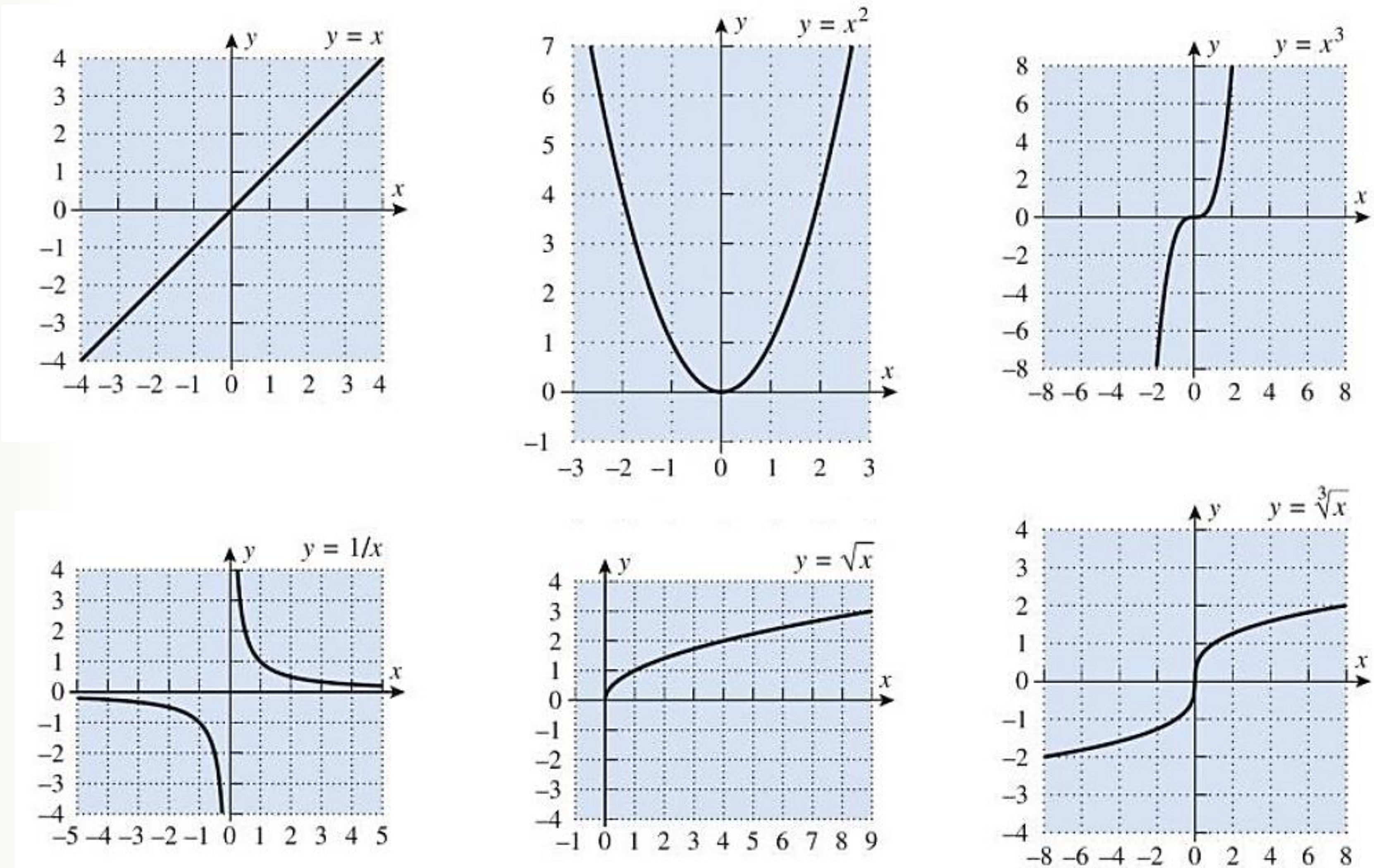
Gráficos de funções:

- Se f for uma função de uma variável real;

- Então o gráfico de f no plano xy é definido como sendo o gráfico da equação $y = f(x)$;

- Gráficos fornecem informação visual de f.

Exemplos de gráficos de funções



Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Gráficos de funções:

- Os pontos do gráfico são da forma $(x, f(x))$;
- Os valores de x para os quais $\boldsymbol{f(x) = 0}$ são pontos nos quais o gráfico de $\boldsymbol{f}$ **intersecta o eixo** $\boldsymbol{x}$.

Gráficos de funções:

- Os pontos de **intersecção** são chamados de **zeros de $\boldsymbol{f}$, raízes de $\boldsymbol{f(x) = 0}$**, ou **pontos de corte** de $y = f(x)$ com o eixo x.

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Gráficos de funções:

- Os pontos de **intersecção** são chamados de **zeros de $\boldsymbol{f}$**, **raízes de $\boldsymbol{f(x) = 0}$**, ou **pontos de corte** de y $= f(x)$ com o eixo x.

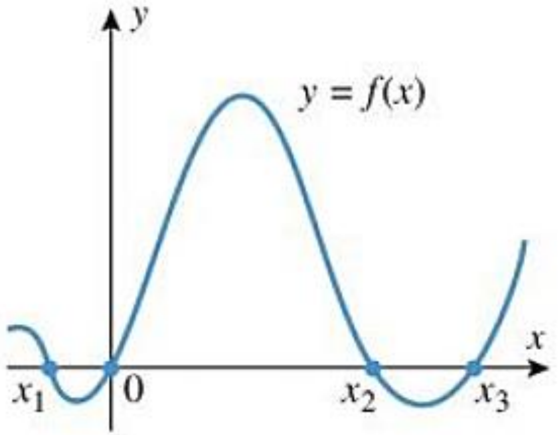


Figura 0.1.6 f tem zeros em x_1, 0, x_2 e x_3.

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Teste da reta vertical

- Nem toda curva no plano xy é uma função;

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Teste da reta vertical

- Nem toda curva no plano *x*y é uma função;

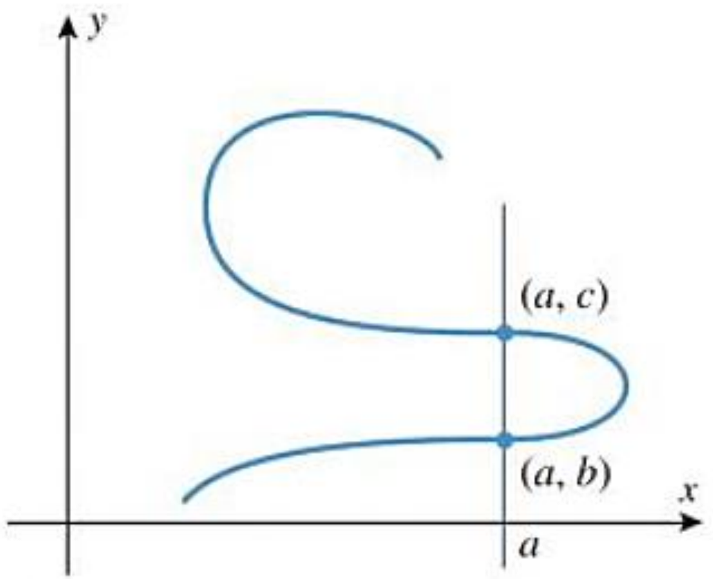


Figura 0.1.7 Esta curva não pode ser o gráfico de uma função.

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Teste da reta vertical

- Nem toda curva no plano xy é uma função;

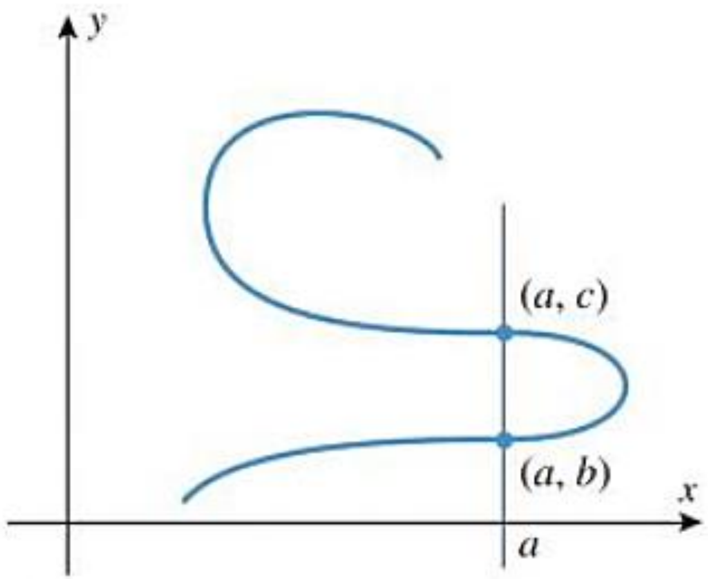


Figura 0.1.7 Esta curva não pode ser o gráfico de uma função.

- Nessa curva: $\boldsymbol{f(a) = b}$ e $\boldsymbol{f(a) = c}$
- A função $\boldsymbol{f}$ não pode atribuir dois valores diferentes para $\boldsymbol{a}$;

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Teste da reta vertical

1.1.3 Uma curva no plano xy é o gráfico de uma função f se e somente se **nenhuma reta vertical**, paralela ao eixo y, **intersecta a curva mais de uma vez**.

Função definida por partes

- A fórmula de f muda com o valor de x;

Exemplo:

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \sqrt{1 - x^2}, & -1 < x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Função definida por partes

- A fórmula de f muda com o valor de x;

Exemplo:

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \sqrt{1 - x^2}, & -1 < x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$$

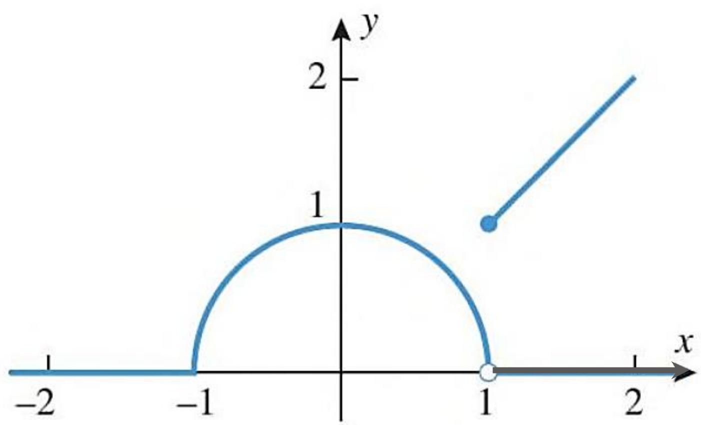


Figura 0.1.10

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Função valor absoluto

- A função valor absoluto é um caso particular de função definida por partes;

Definição de valor absoluto: se $a \in \mathbb{R}$

$$|x| = \begin{cases} x & se \;\; x \geq 0 \\ -x & se \;\; x < 0 \end{cases}$$

Gráfico da função valor absoluto

- O gráfico da função $f(\mathrm{x}) = |x|$ pode ser obtido separando as duas partes da equação.

$$y = \begin{cases} x & se \;\; x \geq 0 \\ -x & se \;\; x < 0 \end{cases}$$

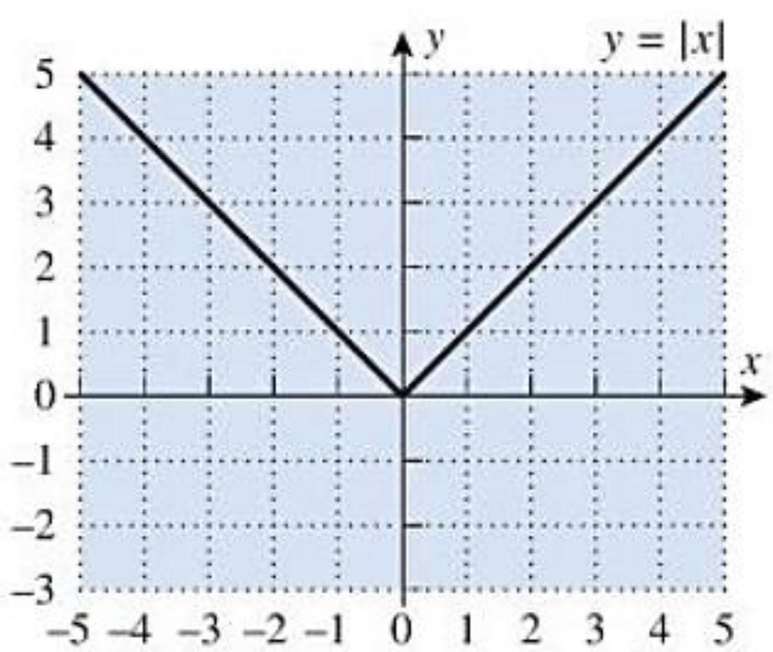


Figura 0.1.9

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Nota para o símbolo $\sqrt{x}$

Por definição, o símbolo $\sqrt{x}$ denota a raiz quadrada *positiva* de x.

Ao simplificar as expressões da forma $\sqrt{x^2}$, é necessário cuidado, pois nem sempre é verdade que $\sqrt{x^2} = x$. Essa equação é correta se x for não negativo, porém é falsa se x for negativo. Por exemplo, se $x = -4$, então

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \neq x$$

Uma afirmação que é correta com todos os valores reais de x é

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

Fonte: Howard Anton 10 ed., p. 5
Howard Anton 8 ed., p.6

Nota para o símbolo $\sqrt{x}$

Por definição, o símbolo $\sqrt{x}$ denota a raiz quadrada *positiva* de x.

Ao simplificar as expressões da forma $\sqrt{x^2}$, é necessário cuidado, pois nem sempre é verdade que $\sqrt{x^2} = x$. Essa equação é correta se x for não negativo, porém é falsa se x for negativo. Por exemplo, se $x = -4$, então

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \neq x$$

Uma afirmação que é correta com todos os valores reais de x é

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

ADVERTÊNCIA

Para denotar a raiz quadrada negativa, precisamos escrever $-\sqrt{x}$. Por exemplo, a raiz quadrada positiva de 9 é $\sqrt{9} = 3$, enquanto a raiz quadrada negativa é $-\sqrt{9} = -3$. (Não cometa o erro de escrever $\sqrt{9} = \pm 3$.)

Fonte: Howard Anton 10 ed., p. 5
Howard Anton 8 ed., p.6

Domínio e imagem

Se x e y estão relacionados pela equação $y = f(\mathrm{x})$:

- **Domínio**: conjunto de todas as entradas permitidas dos valores de x;
- **Imagem**: conjunto de todas as saídas dos valores de y.

Domínio e imagem

- Considerações físicas ou geométricas podem impor restrições ao domínio.

Exemplo: Se a função $y = x^2$ representar a área de um quadrado de lado x, o domínio estará restrito aos números reais positivos.

Definição

"1.1.5 Se uma função de variável real a valores reais for definida por uma fórmula e se não houver um domínio explicitado, então deve ser entendido que o domínio consiste em todos os números reais para que a fórmula dê lugar a um valor real. Isso é denominado **domínio natural** da função."

Fonte: Howard Anton, 2007

Domínio e imagem em um gráfico

- O domínio e imagem de f podem ser identificados no gráfico $y = f(x)$ sobre os eixos coordenados.

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Domínio e imagem em um gráfico

- O domínio e imagem de f podem ser identificados no gráfico $y = f(x)$ sobre os eixos coordenados.

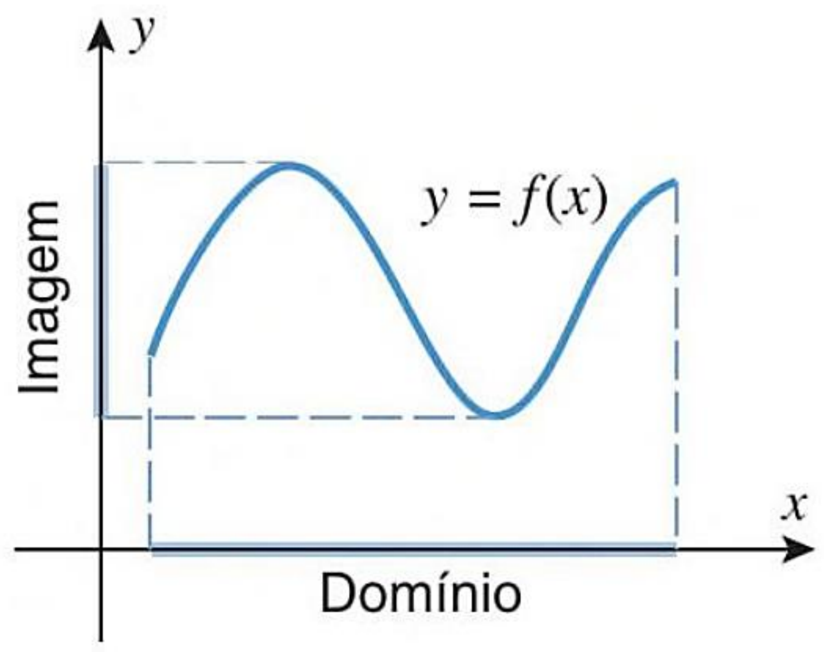


Figura 0.1.12 Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Exemplos

Encontrar o domínio natural de:

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)(x-3)}$

Exemplos

Encontrar o domínio natural de:

c) $f(x) = tgx$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

Aula 04
Funções - parte B

Recursos computacionais

- Novas tecnologias facilitam o Cálculo;
- Sistemas Algébricos Computacionais;
- Capacidade gráfica e execução de cálculos.

Programas para Desktop*

[Mathematica (Wolfram)]

[Mathway]

[Geogebra]

[Winplot (gratuito para windows)]

* **Mesmo os softwares pagos permitem uma série de recursos gratuitos.**

Programas para Smartphone* (Funcionam bem no Androide)

Mathway

Geogebra

Symbolab

*** Mesmo os softwares pagos permitem uma série de recursos gratuitos.**

Vamos experimentar?

Obter o gráfico das funções no Smartphone:

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-3)}$

c) $f(x) = tgx$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

e) $f(x) = \frac{1}{(x-1)}$

f) $f(x) = x^{2/3}$

g) $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)}$

h) $f(x) = x(30 - 2x)(25 - 2x)$

Fonte: Howard Anton, 2007

Operações aritméticas sobre funções

- Duas funções f e g ser adicionadas, multiplicadas e divididas de forma natural;
- O domínio da função resultante será a intersecção dos domínios de f e g;
- Nos casos em que uma das funções está no denominador exclui-se o ponto para o qual a função zera.

Operações aritméticas sobre funções

Sejam f e g com domínio A e imagem B

$$f: A \to B \qquad\qquad g: A \to B$$

Soma: $f(x) + g(x) = [f + g](x)$

Diferença: $f(x) - g(x) = [f - g](x)$

Produto: $f(x)g(x) = [fg](x)$

Quociente: $f(x)/g(x) = [f/g](x)$ p/ $g(x) \neq 0$

Exemplos

Encontrar o domínio das funções $h = fg$

a) $f(x) = \sqrt{x - 2}$ $\quad$ $g(x) = x - 3$

b) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad$ $g(x) = \sqrt{x}$

Funções compostas

- Não tem análogo com operação aritmética;
- Informalmente, a função composta é obtida substituindo-se a variável independente por uma outra função.

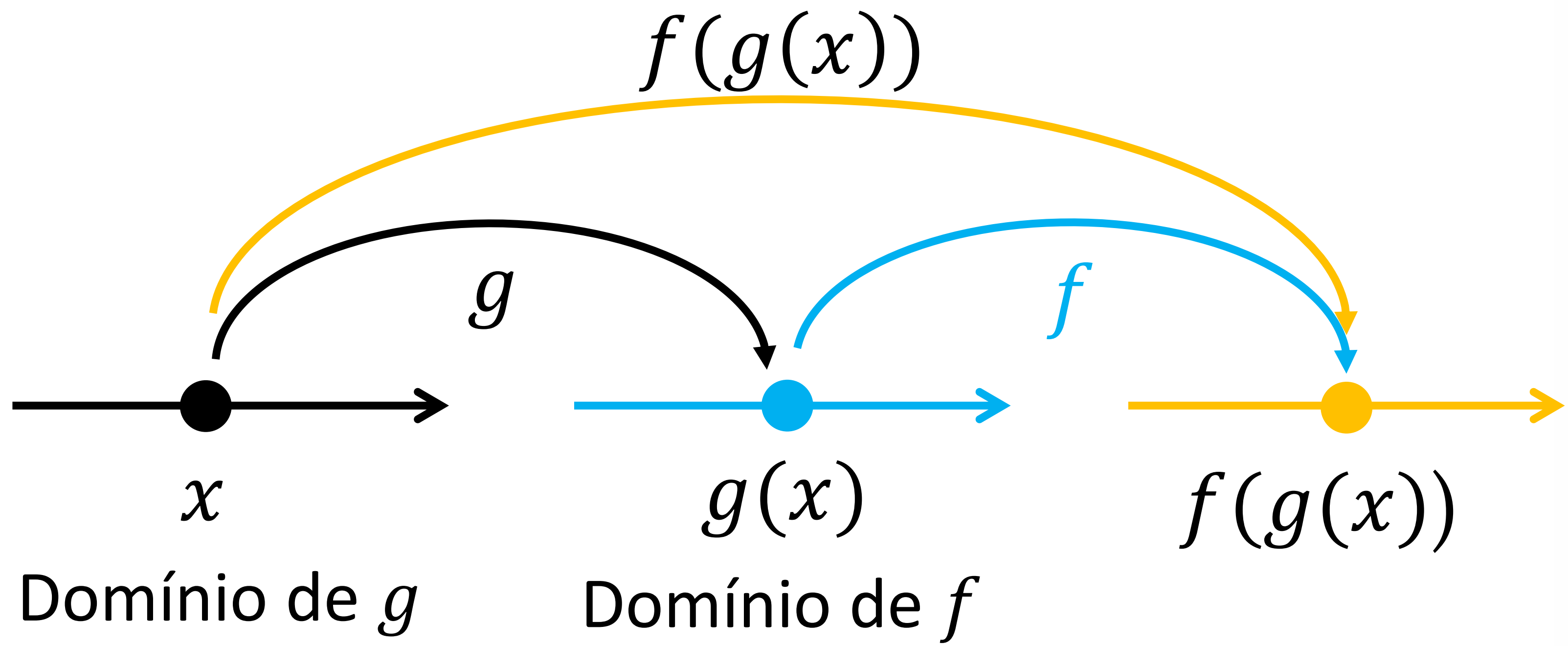
Exemplos

Encontrar a função composta $f(g(x))$

a) $f(x) = x^2 \qquad g(x) = x + 1$

Funções compostas

- Composição de duas funções f e g que origina uma nova função $(\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g})$ (Lê-se: f bola g);
- Imagem $g(x)$ deve estar no domínio de f.



Definição

1.3.2 Dadas duas funções f e g, a **composição** de f e g, denotada por $\boldsymbol{f \circ g}$ é a função definida por:

$$(\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g})(x) = f(g(x))$$

Por definição, o domínio de $\boldsymbol{f \circ g}$ consiste em todo x no domínio de g para o qual $g(x)$ está no domínio de f

Fonte: Howard Anton, 2007

Exemplo

Uma mancha de óleo sobre uma superfície de água é originada a partir de um vazamento que se mantém constante ao longo do tempo. Essa mancha é esférica e a área pode ser obtida em função do raio:

$$A = A(r) = \pi r^2$$

Por outro lado, o raio cresce em função do tempo t, em minutos, seguindo a expressão:

$$r = r(t) = 15t + 0{,}5 \quad [cm]$$

Encontrar a expressão da área em função do tempo.

Exemplo

Encontrar a função composta $(\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g})(\boldsymbol{x})$

a) $f(x) = x^2 + 3 \qquad g(x) = \sqrt{x}$

Exercício

Encontrar a função composta $(\boldsymbol{g} \circ \boldsymbol{f})(\boldsymbol{x})$

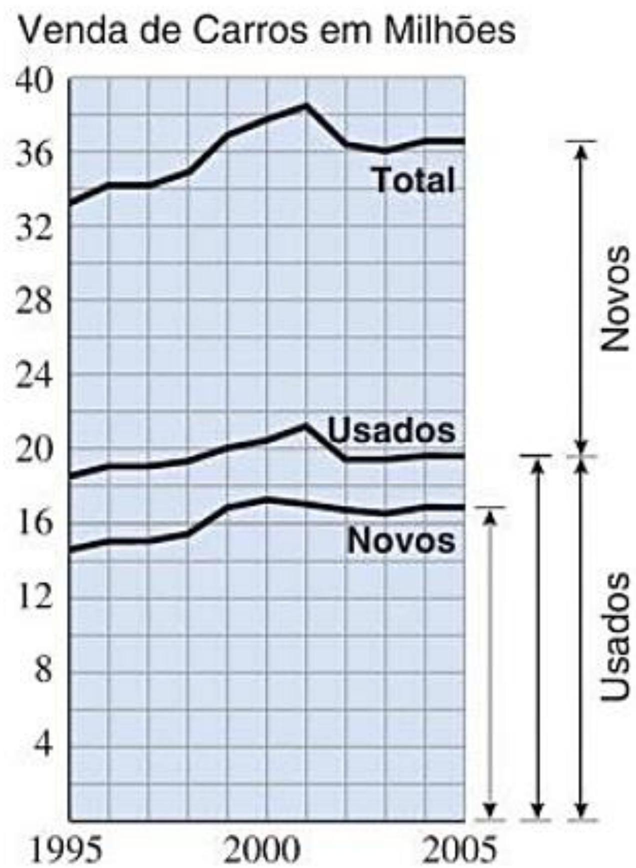
b) $f(x) = x^2 + 3 \qquad g(x) = \sqrt{x}$

Efeito geométrico de operações com funções

- A partir de gráficos conhecidos é possível esboçar gráficos de funções relacionadas;
- Quando duas funções são somadas, o gráfico da nova função será a soma dos pares ordenados das curvas destas funções.

Exemplo

Vendas anuais de carros



Fonte: NADA.

$$T(t) = N(t) + U(t)$$

$$T(t) = [N + U](t)$$

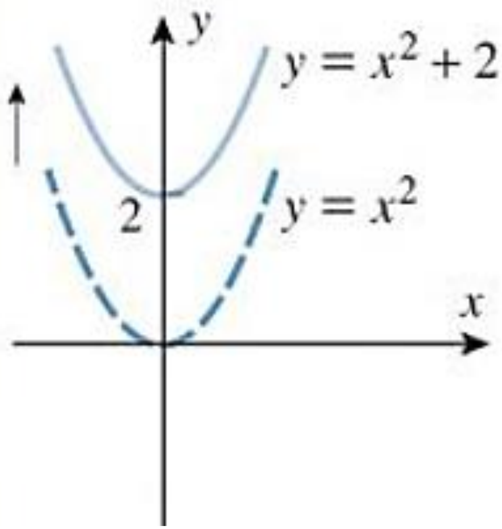
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a $f(x)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x) + c$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para cima

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a $f(x)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x) + c$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para cima
EXEMPLO	

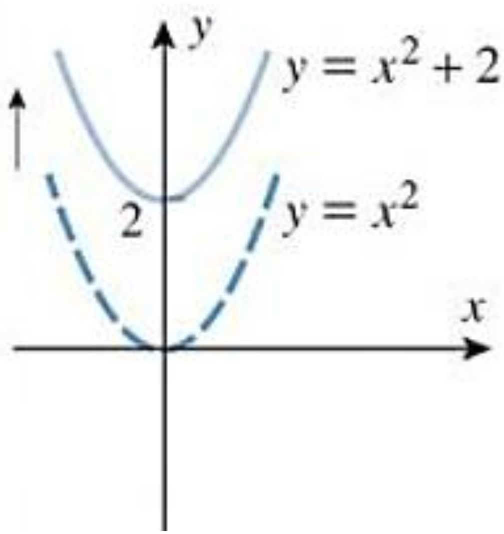
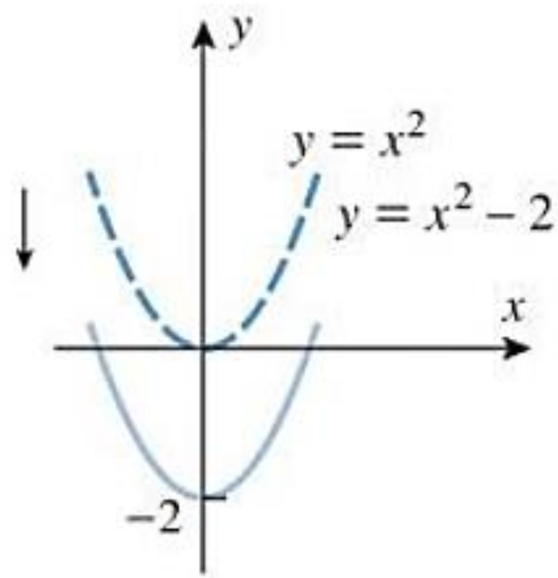
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a $f(x)$	Subtrair uma constante positiva c de $f(x)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x) + c$	$y = f(x) - c$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para cima	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para baixo

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM **$y = f(x)$**	Somar uma constante positiva c a $f(x)$	Subtrair uma constante positiva c de $f(x)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x) + c$	$y = f(x) - c$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para cima	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para baixo
EXEMPLO		

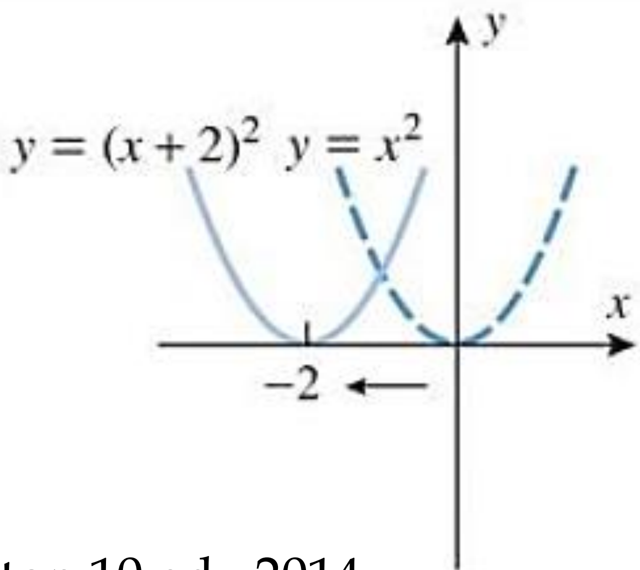
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a x
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x + c)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para a esquerda

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a x
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x + c)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para a esquerda
EXEMPLO	

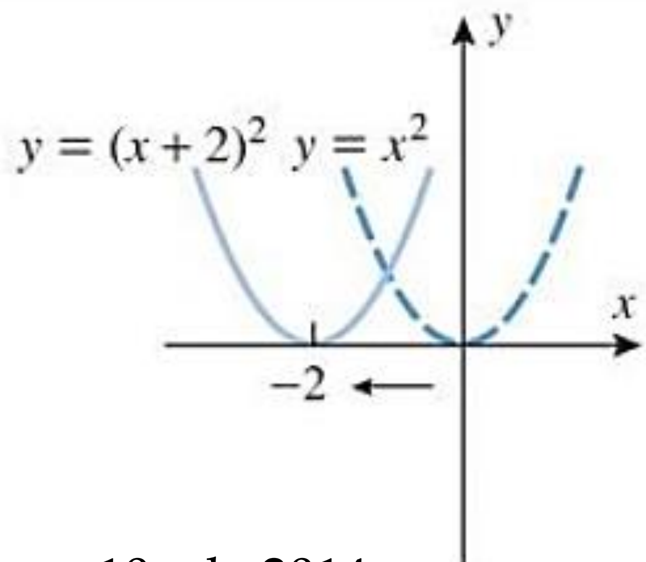
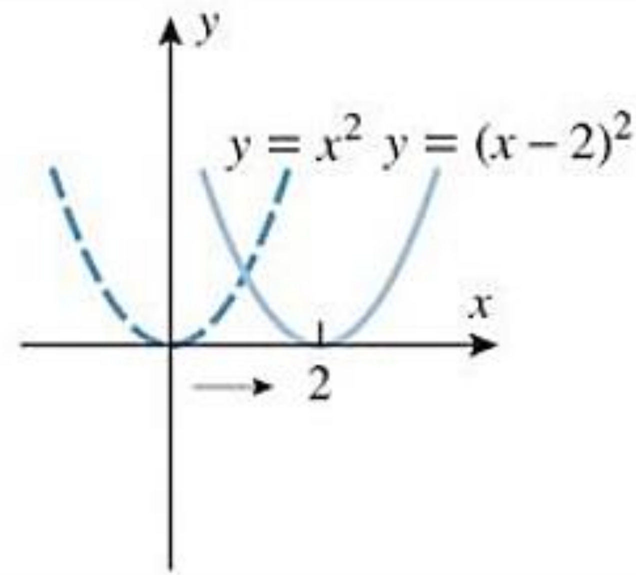
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Somar uma constante positiva c a x	Subtrair uma constante positiva c de x
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(x + c)$	$y = f(x - c)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para a esquerda	Translada o gráfico de $y = f(x)$ c unidades para a direita

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Translações

OPERAÇÃO EM $y=f(x)$	Somar uma constante positiva c a x	Subtrair uma constante positiva c de x
NOVA EQUAÇÃO	$y=f(x+c)$	$y=f(x-c)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Translada o gráfico de $y=f(x)$ c unidades para a esquerda	Translada o gráfico de $y=f(x)$ c unidades para a direita
EXEMPLO		

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Exercício

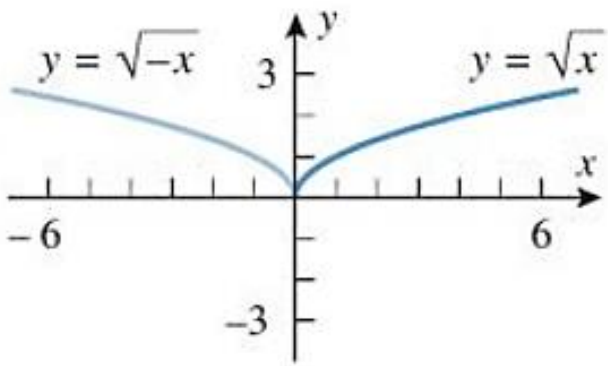
Esboçar o gráfico de $y = |x - 3| + 2$

Reflexões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Substituir x por $-x$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(-x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo y

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Reflexões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Substituir x por $-x$
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(-x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo y
EXEMPLO	

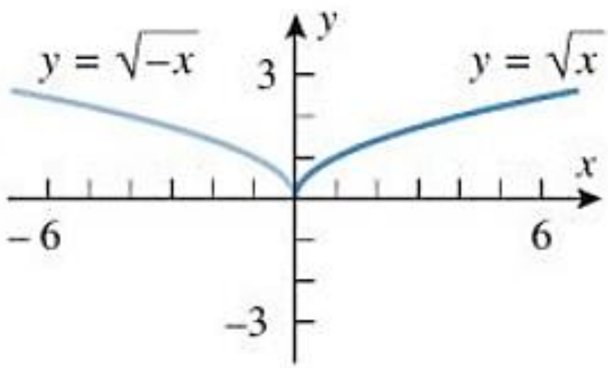
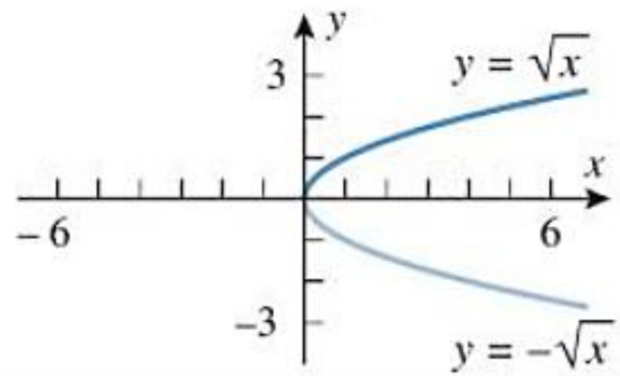
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Reflexões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Substituir x por $-x$	Multiplicar $f(x)$ por -1
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(-x)$	$y = -f(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo y	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo x

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Reflexões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Substituir x por $-x$	Multiplicar $f(x)$ por -1
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(-x)$	$y = -f(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo y	Reflete o gráfico de $y = f(x)$ pelo eixo x
EXEMPLO		

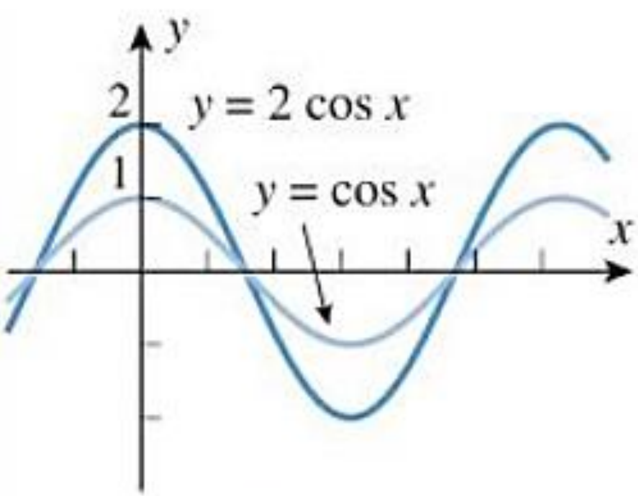
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar $f(x)$ por c $(c > 1)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = cf(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar $f(x)$ por c $(c > 1)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = cf(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c
EXEMPLO	

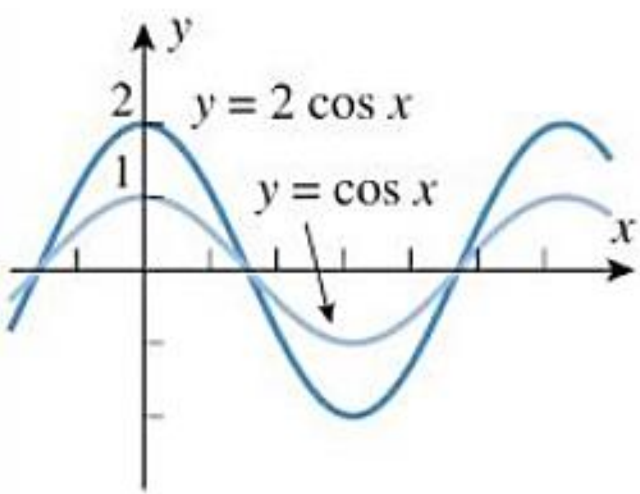
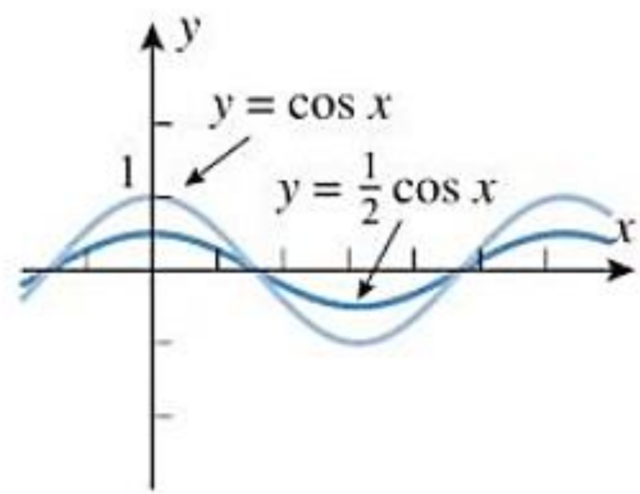
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar $f(x)$ por c ($c > 1$)	Multiplicar $f(x)$ por c ($0 < c < 1$)
NOVA EQUAÇÃO	$y = cf(x)$	$y = cf(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de $1/c$

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar $f(x)$ por c $(c > 1)$	Multiplicar $f(x)$ por c $(0 < c < 1)$
NOVA EQUAÇÃO	$y = cf(x)$	$y = cf(x)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de $1/c$
EXEMPLO		

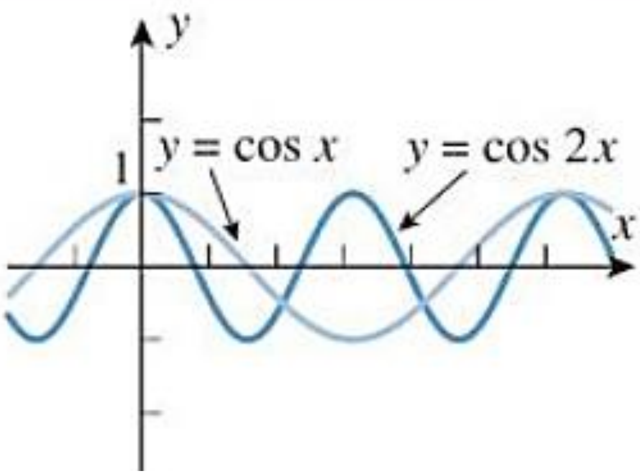
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar x por c ($c > 1$)
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(cx)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar x por c ($c > 1$)
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(cx)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c
EXEMPLO	

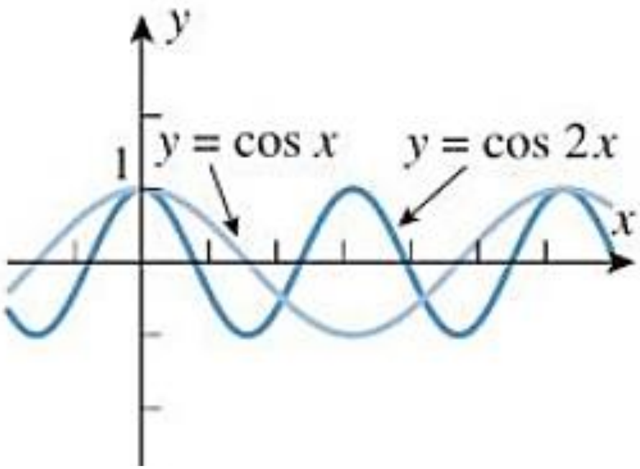
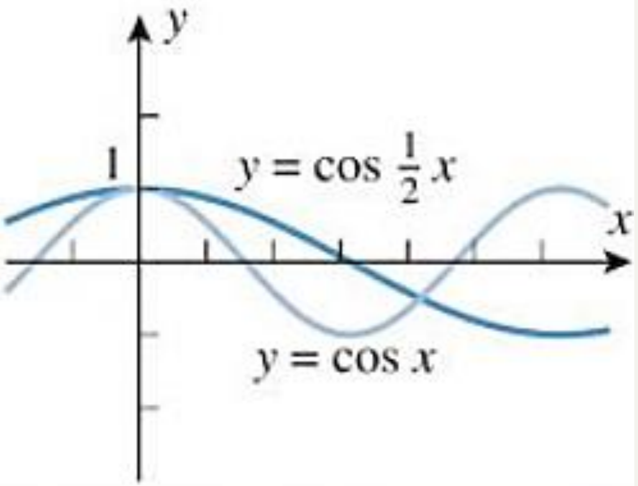
Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar x por c ($c > 1$)	Multiplicar x por c ($0 < c < 1$)
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(cx)$	$y = f(cx)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de $1/c$

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Alongamentos e compressões

OPERAÇÃO EM $y = f(x)$	Multiplicar x por c ($c > 1$)	Multiplicar x por c ($0 < c < 1$)
NOVA EQUAÇÃO	$y = f(cx)$	$y = f(cx)$
EFEITO GEOMÉTRICO	Comprime o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c	Alonga o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de $1/c$
EXEMPLO		

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Simetrias

Fonte: Howard Anton 10 ed., 2014

Simetrias

1.3.3 TEOREMA *(Testes de simetria)*

(a) *Uma curva plana é simétrica em relação ao eixo y se, e somente se, substituindo-se x por $-x$ em sua equação, obtém-se uma equação equivalente.*

(b) *Uma curva plana é simétrica em relação ao eixo x se, e somente se, substituindo-se y por $-y$ em sua equação, obtém-se uma equação equivalente.*

(c) *Uma curva plana é simétrica em relação à origem se, e somente se, substituindo-se x por $-x$ e y por $-y$ em sua equação, obtém-se uma equação equivalente.*

Fonte: Howard Anton 8 ed., 2007

Exemplo

Utilizar o teorema 1.3.3 para identificar simetrias no gráfico de $x = y^2$

Funções pares e ímpares

A função f é **par** se: $f(-x) = f(x)$

- *Gráfico simétrico em relação ao eixo y*

A função f é **ímpar** se: $f(-x) = -f(x)$

- *Gráfico simétrico em relação à origem*

Funções pares e ímpares

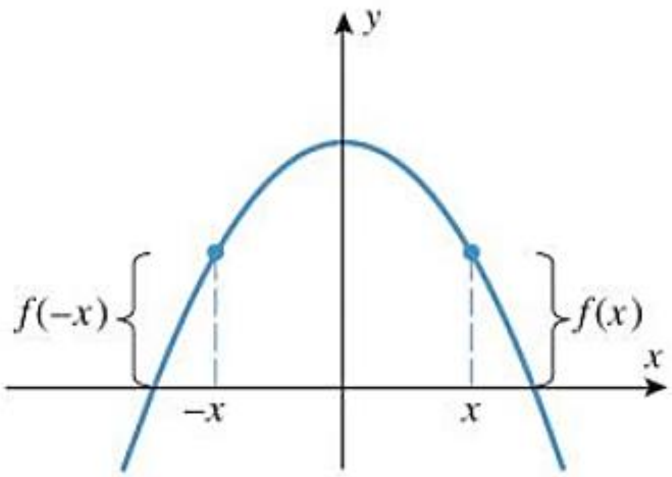


Figura 0.2.9 Este é o gráfico de uma função par, pois $f(-x) = f(x)$.

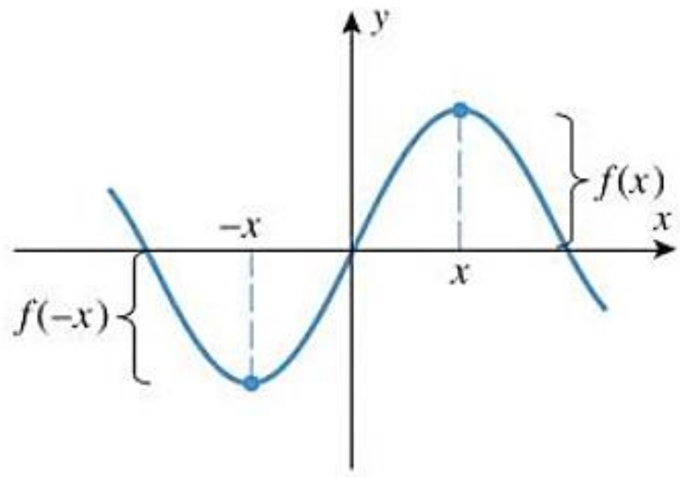


Figura 0.2.10 Este é o gráfico de uma função ímpar, pois $f(-x) = -f(x)$.

Fonte: Howard Anton 8 ed., 2007

Para depois desta aula:

- Reler o capítulo 1 do livro texto (Howard);
- Resolver os exemplos dados em aula;
- Realizar a lista de exercícios (baixar no site);

Próxima aula teórica:

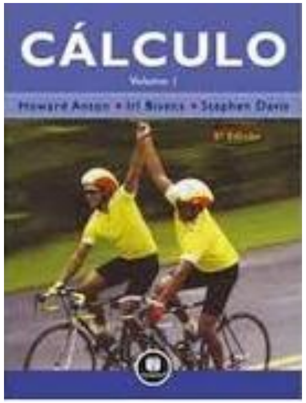
- Funções polinomiais;
- Funções racionais;
- Funções inversas;
- Funções trigonométricas.

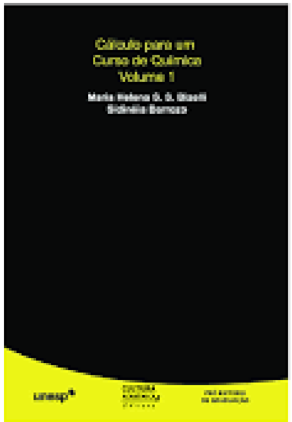
Bibliografia

1. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo - volume 1. 8. ed. São Paulo: Bookman, 2007.

Figuras. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo – v.1. 10. ed. São Paulo: Bookman, 2014.

2. BIZELLI, Maria Helena S.S.; BARROZO, Sidineia. Cálculo para um Curso de Química – volume 1. 1. ed. São Paulo, Cultura Acadêmica, 2009.





Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br