

Geometria Analítica

Licenciatura em Química

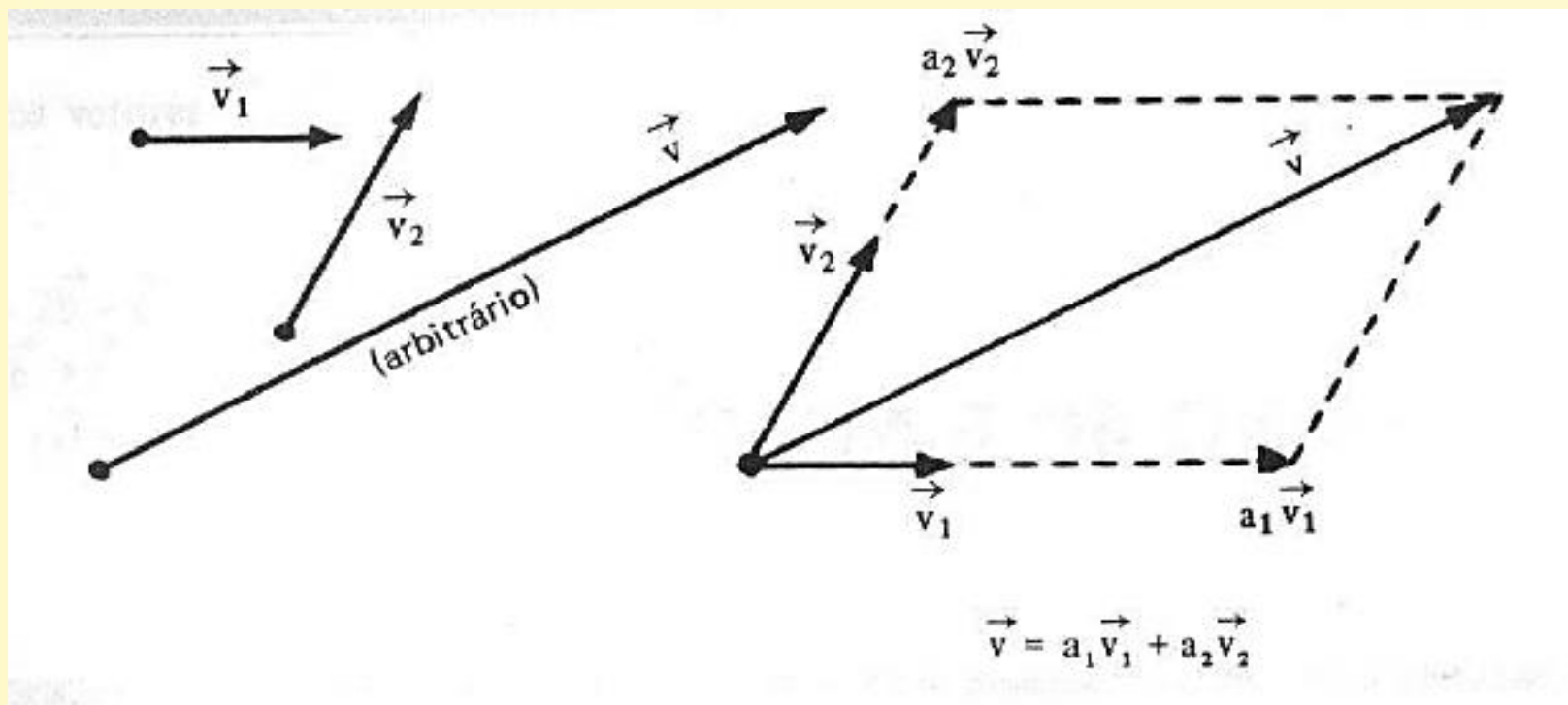
Aula 03

Decomposição de vetores no plano

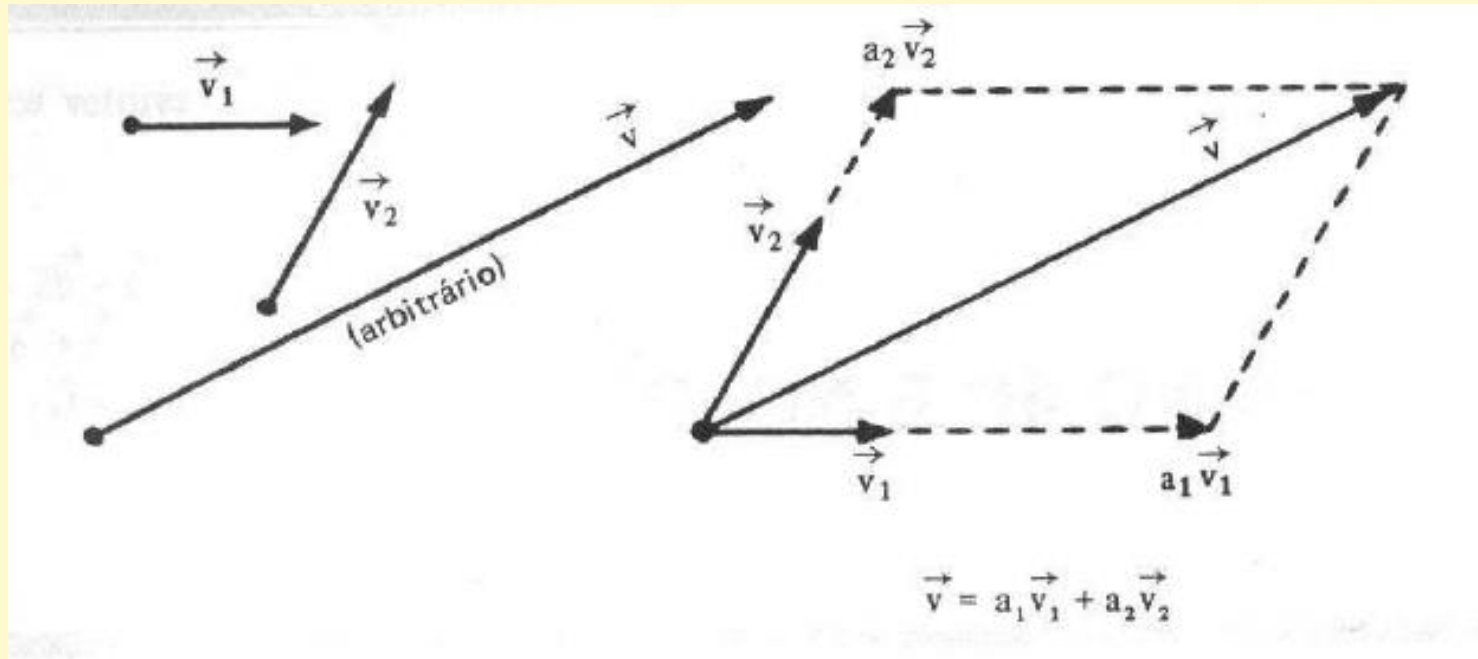
Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Vetor no plano

Dados dois vetores \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , não colineares, qualquer vetor \vec{v} pode ser decomposto no plano segundo as direções de \vec{v}_1 e \vec{v}_2 .

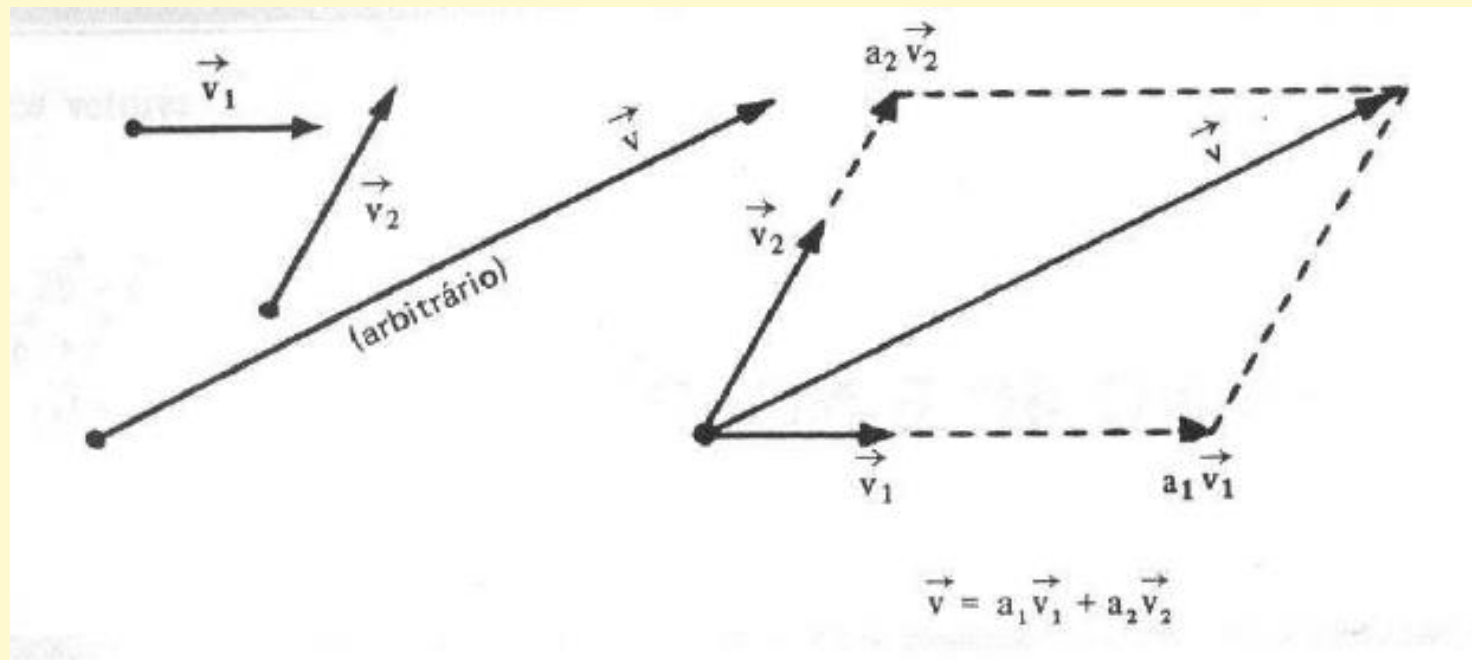


Vetor no plano



$$\vec{v} = a_1 \vec{v}_1 + a_2 \vec{v}_2$$

Vetor no plano



$$\vec{v} = a_1 \vec{v}_1 + a_2 \vec{v}_2$$

a_1, a_2 : são componentes de \vec{v} ;
 $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$: são chamado de vetores de base.

Base de vetores

- As bases mais utilizadas são as bases ortonormais.

$B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ é uma base ortonormal se:

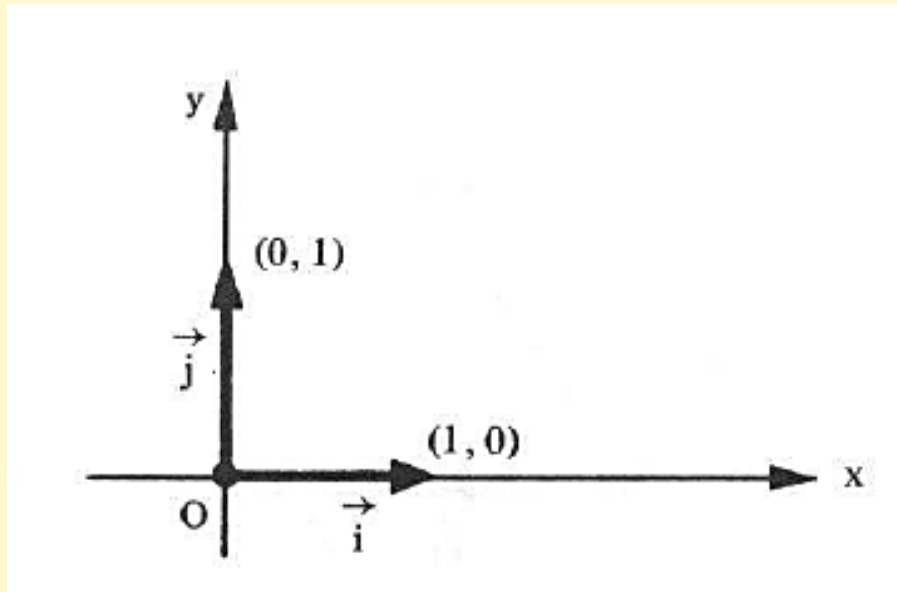
$$\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$$

$$|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$$

- Existem infinitas bases ortonormais no plano xoy . Mas, uma delas é mais conveniente.

Base canônica

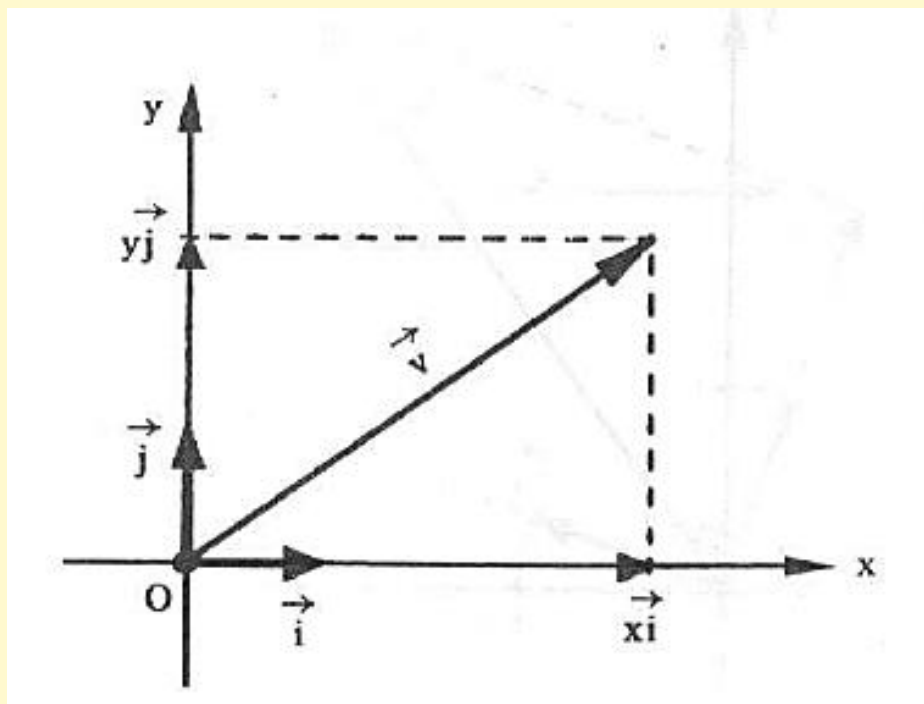
$\mathbf{C} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$: vetores da base canônica;



Os vetores da base canônica $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ são ortogonais entre si e coincidem com a direção e sentido dos eixos cartesianos.

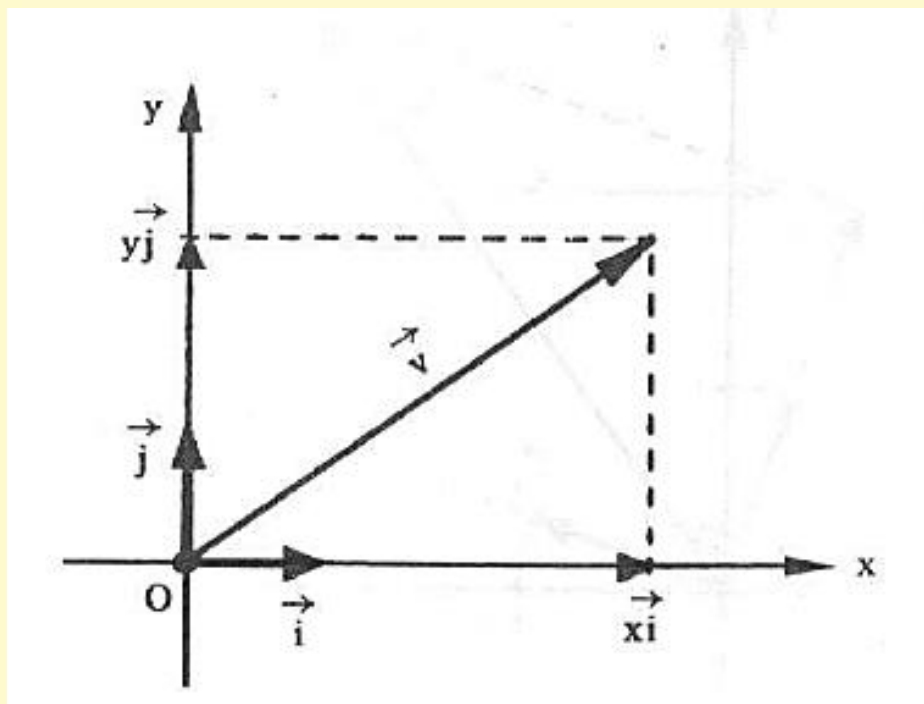
Base canônica

$\mathbf{C} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$: vetores da base canônica;
 x, y : componentes de \vec{v} .



Base canônica

$\mathbf{C} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$: vetores da base canônica;
 x, y : componentes de \vec{v} .



$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$x\vec{i}$: projeção ortogonal de \vec{v} sobre o eixo x ;
 $y\vec{j}$: projeção ortogonal de \vec{v} sobre o eixo y ;

Expressão analítica de um vetor

Fixada a base $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ o vetor \vec{v} no plano pode ser definido como um par ordenado (x, y) .

$$\vec{v} = (x, y)$$

x é a abscissa;

y é a ordenada;

Exemplos: representar os vetores

$$a) \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = (-1, 1)$$

$$b) 3\vec{j} = \quad \quad \quad c) -10\vec{i} =$$

Exemplos: representar os vetores

$$a) \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = (-1, 1)$$

$$b) 3\vec{j} =$$

$$c) -10\vec{i} =$$

Em particular, os vetores da base canônica:

$$\vec{i} = (1, 0) \quad \vec{j} = (0, 1)$$

Igualdade e soma de vetores

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2)$

I. Igualdade:

$\vec{u} = \vec{v}$ se e somente se $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$

Igualdade e soma de vetores

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2)$

I. Igualdade:

$$\vec{u} = \vec{v} \quad \text{se e somente se} \quad x_1 = x_2; \quad y_1 = y_2$$

II. Soma:

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

Exercício

Dados $\vec{u} = (4, 1)$, $\vec{v} = (2, 6)$ calcular.

a) $\vec{u} + \vec{v} =$

b) $\vec{u} - \vec{v} =$

Propriedades da soma

Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vetores quaisquer no plano.

$$\text{I) } \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \quad (\text{comutativa})$$

$$\text{II) } (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) \quad (\text{distributiva})$$

Propriedades da soma

Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vetores quaisquer no plano.

$$\text{I)} \quad \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \quad (\text{comutativa})$$

$$\text{II)} \quad (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) \quad (\text{distributiva})$$

$$\text{III)} \quad \vec{u} + \vec{0} = \vec{u} \quad (\text{elemento neutro})$$

$$\text{IV)} \quad \vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} \quad (\text{inverso})$$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ no espaço e um número real $a \neq 0$, chama-se produto do número real a pelo vetor \vec{v} , o vetor $a\vec{v}$ no espaço tal que:

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ no espaço e um número real $a \neq 0$, chama-se produto do número real a pelo vetor \vec{v} , o vetor $a\vec{v}$ no espaço tal que:

a) $|a\vec{v}| = |a| |\vec{v}|$

b) $a\vec{v}$ é paralelo a \vec{v}

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ no espaço e um número real $a \neq 0$, chama-se produto do número real a pelo vetor \vec{v} , o vetor $a\vec{v}$ no espaço tal que:

a) $|a\vec{v}| = |a| |\vec{v}|$

b) $a\vec{v}$ é paralelo a \vec{v}

c) Se $a > 0$, $a\vec{v}$ tem mesmo sentido de \vec{v}

Se $a < 0$, $a\vec{v}$ tem sentido contrário de \vec{v}

Se $a = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, então: de $a\vec{v} = \vec{0}$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam \vec{u}, \vec{v} vetores quaisquer no espaço e a, b números reais, então valem as propriedades:

$$\text{I)} \quad (ab)\vec{v} = a(b\vec{v}) \quad (\text{Associativa})$$

$$\text{II)} \quad (a + b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v} \quad (\text{distributiva do escalar})$$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam \vec{u}, \vec{v} vetores quaisquer no espaço e a, b números reais, então valem as propriedades:

$$\text{I)} \quad (ab)\vec{v} = a(b\vec{v}) \quad (\text{Associativa})$$

$$\text{II)} \quad (a + b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v} \quad (\text{distributiva do vetor})$$

$$\text{III)} \quad a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v} \quad (\text{distributiva do escalar})$$

$$\text{IV)} \quad 1\vec{v} = \vec{v} \quad (\text{identidade})$$

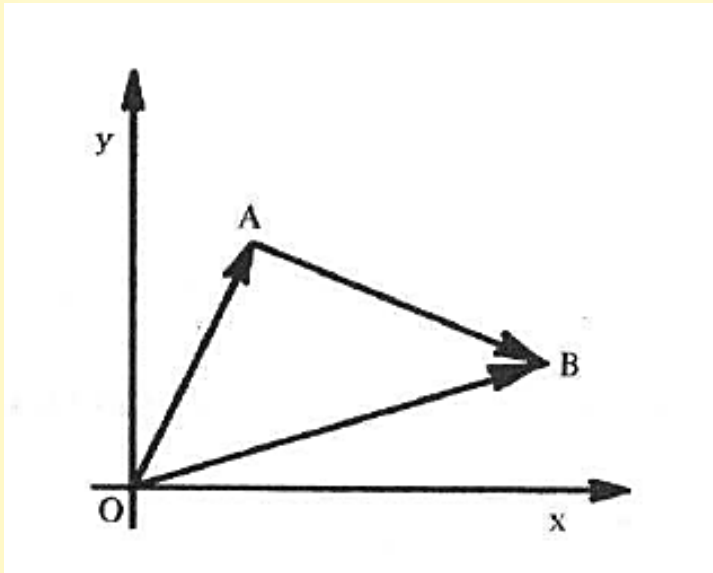
Exemplo

Determinar o vetor \vec{w} na igualdade, sabendo que $\vec{u} = (3, -1)$ e $\vec{v} = (-2, 4)$.

$$3\vec{w} + 2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{w}$$

Vetor definido por dois pontos

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$

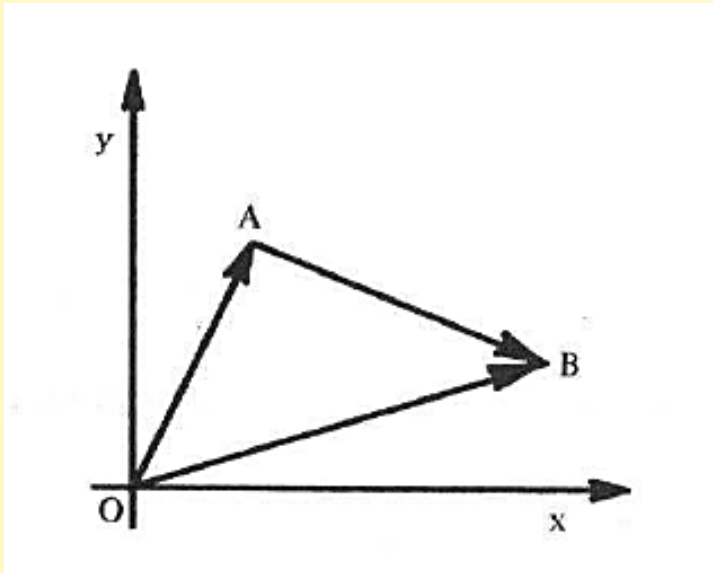


Construímos os vetores:

$$\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1) \text{ e } \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$$

Vetor definido por dois pontos

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$



Construímos os vetores:

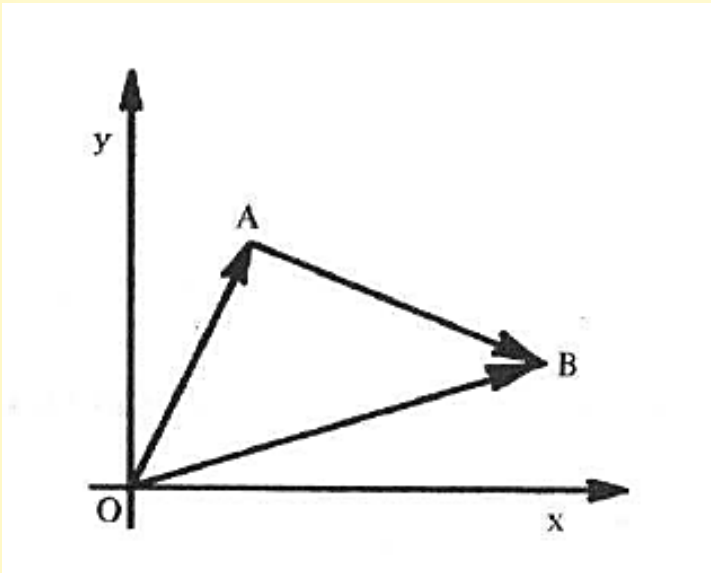
$$\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1) \text{ e } \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$$

Da soma de vetores:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

Vetor definido por dois pontos

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$



Construímos os vetores:

$$\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1) \text{ e } \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$$

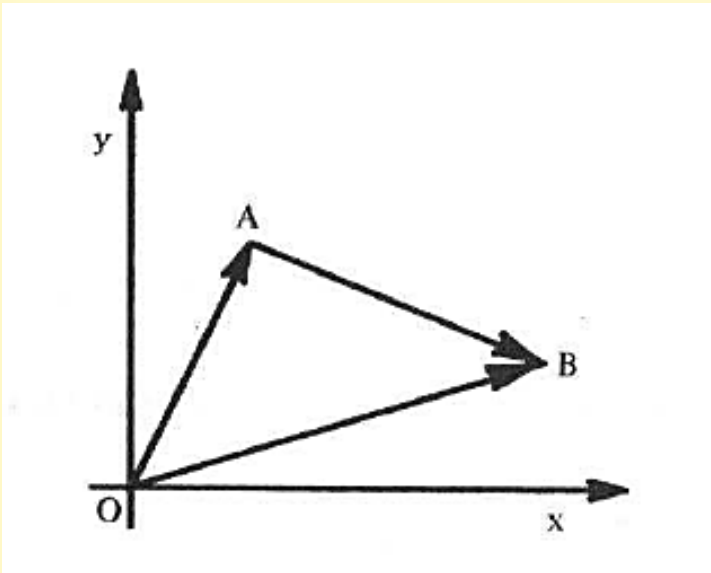
Da soma de vetores:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2, y_2) - (x_1, y_1)$$

Vetor definido por dois pontos

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$



Construímos os vetores:

$$\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1) \text{ e } \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$$

Da soma de vetores:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2, y_2) - (x_1, y_1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

Exercício

Resposta: $D(0, \frac{5}{2})$

Dados os pontos $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$ e $C(-2, 4)$
determinar $D(x, y)$ de modo que:

$$\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

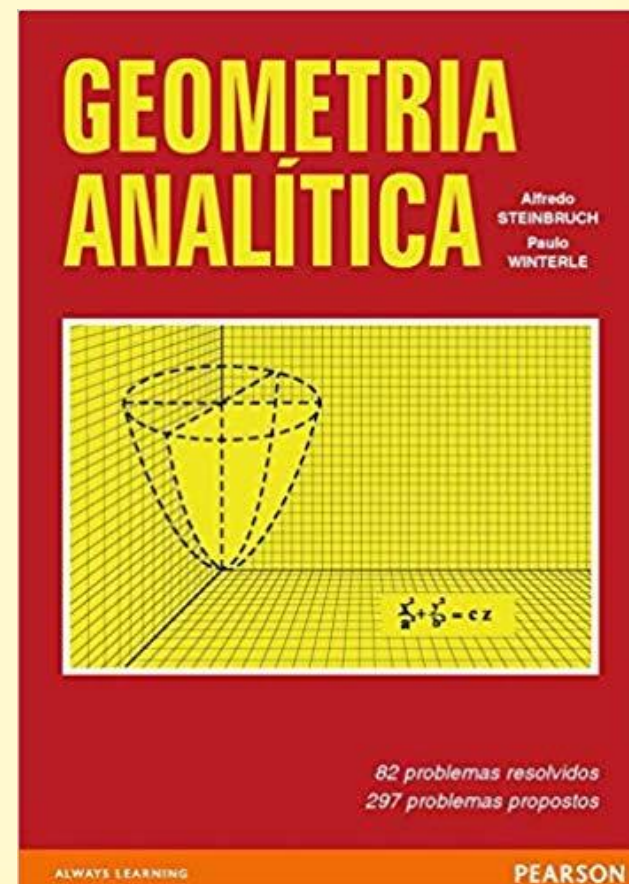
**Resolver os problemas
propostos da p. 37:**

1, 2, 3, 4, 5 e 6

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P.
Geometria Analítica. 2. Ed. São
Paulo: Pearson Makron Books,
1987.

Numeração dos exercícios
com base na 2ª ed. ----->>



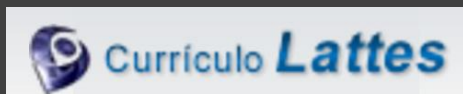
Contatos e material de apoio



profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br



<http://lattes.cnpq.br/1614784455223743>