Física I

Semana 03 - Aula 1

Movimento em duas e três dimensões

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Movimento em duas e três dimensões

- Uma bola lançada horizontalmente de uma janela leva o mesmo tempo para atingir o solo que uma bola simplesmente largada do mesmo ponto?

Figura 3.16 Sears e Zemansk

Movimento em duas e três dimensões

- Uma bola lançada horizontalmente de uma janela leva o mesmo tempo para atingir o solo que uma bola simplesmente largada do mesmo ponto?

Figura 3.16 Sears e Zemansk

- Para respondê-la é necessário estender a descrição do movimento para duas e três dimensões.

Movimento em duas e três dimensões

- Daremos maior atenção aos movimentos que ocorrem somente em duas dimensões, no plano.

Movimento em duas e três dimensões

- Daremos maior atenção aos movimentos que ocorrem somente em duas dimensões, no plano.
- Estudaremos movimento de uma partícula descrito por observadores com movimentos relativos entre si. (velocidade relativa)

Movimento em duas e três dimensões

- Daremos maior atenção aos movimentos que ocorrem somente em duas dimensões, no plano.
- Estudaremos movimento de uma partícula descrito por observadores com movimentos relativos entre si. (velocidade relativa)
- Este tópico une a linguagem vetorial com a linguagem cinemática.

Vetor posição e vetor velocidade

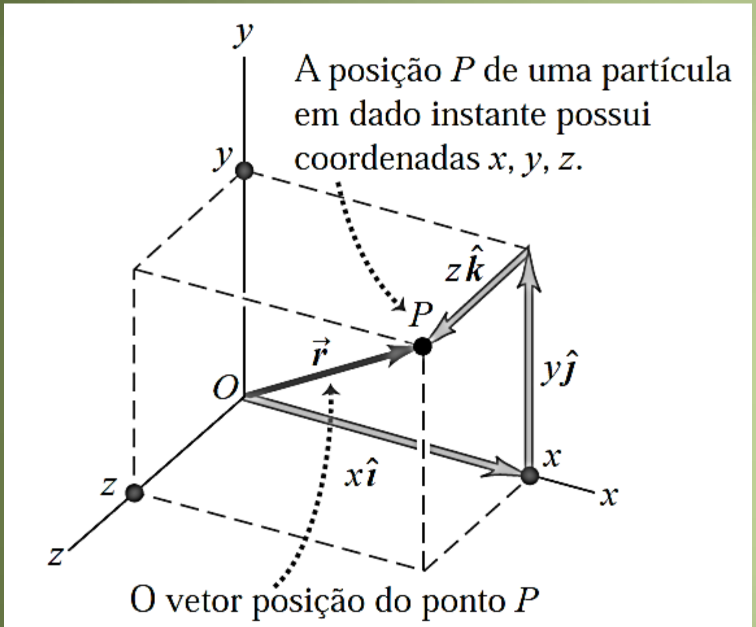


Figura 3.1 O vetor posição da origem até o ponto P possui componentes x, y e z. A trajetória que a partícula no espaço é, em geral, uma curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

➢ **Posição da partícula**: ponto ***P***

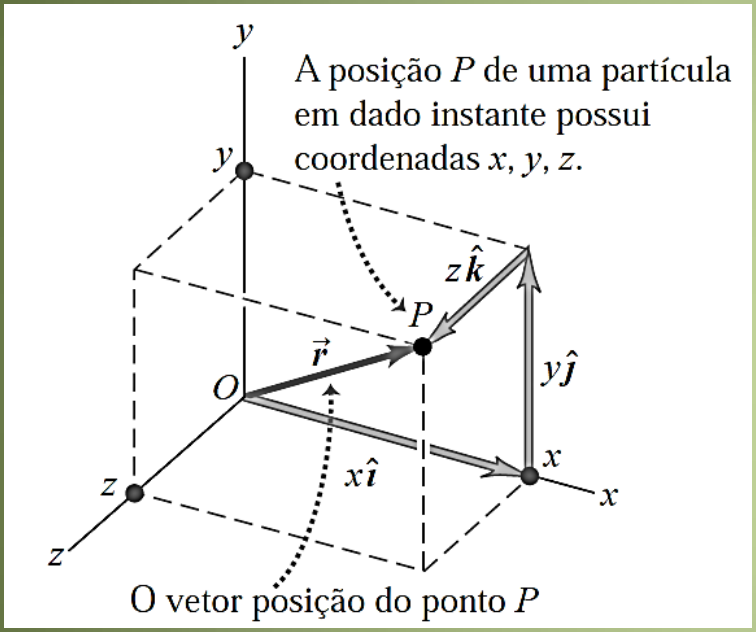
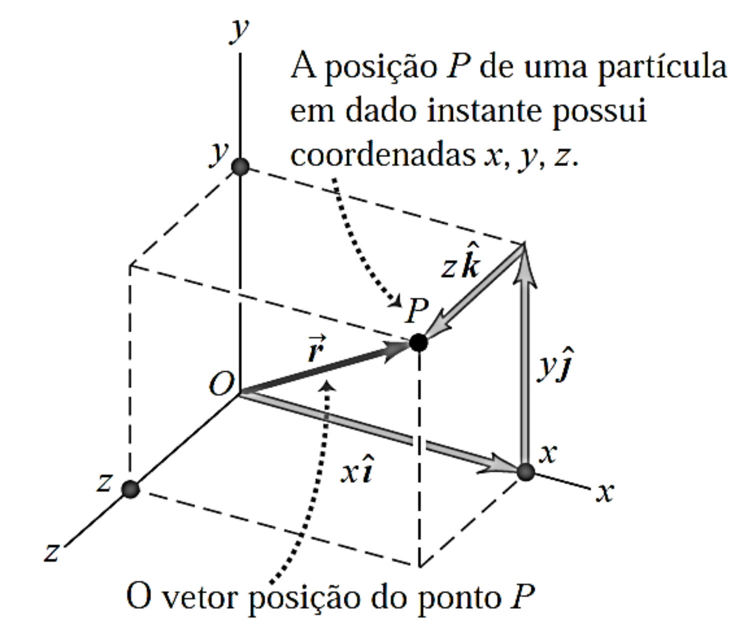


Figura 3.1 O vetor posição da origem até o ponto P possui componentes x, y e z. A trajetória que a partícula no espaço é, em geral, uma curva.
Fonte: Sears e Zemansky

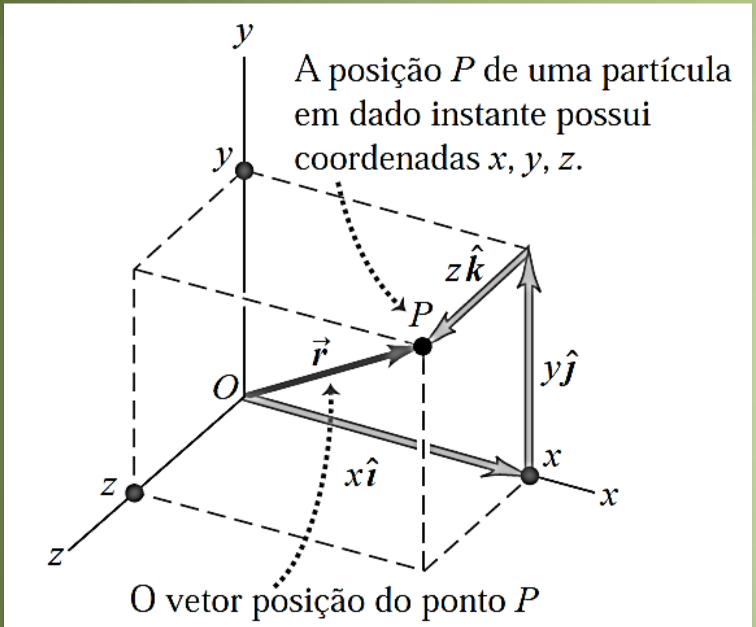
Vetor posição e vetor velocidade



- **Posição da partícula**: ponto ***P***
- **Vetor posição $\vec{r}$:** vetor que vai da origem do sistema de coordenadas até o ponto ***P***.

Figura 3.1 O vetor posição da origem até o ponto P possui componentes x, y e z. A trajetória que a partícula no espaço é, em geral, uma curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade



- **Posição da partícula**: ponto ***P***
- **Vetor posição $\vec{r}$:** vetor que vai da origem do sistema de coordenadas até o ponto ***P***.
- **Coordenadas cartesianas:** x, y e z do ponto ***P*** são os componentes x, y e z do vetor.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Figura 3.1 O vetor posição da origem até o ponto P possui componentes x, y e z. A trajetória que a partícula no espaço é, em geral, uma curva.
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

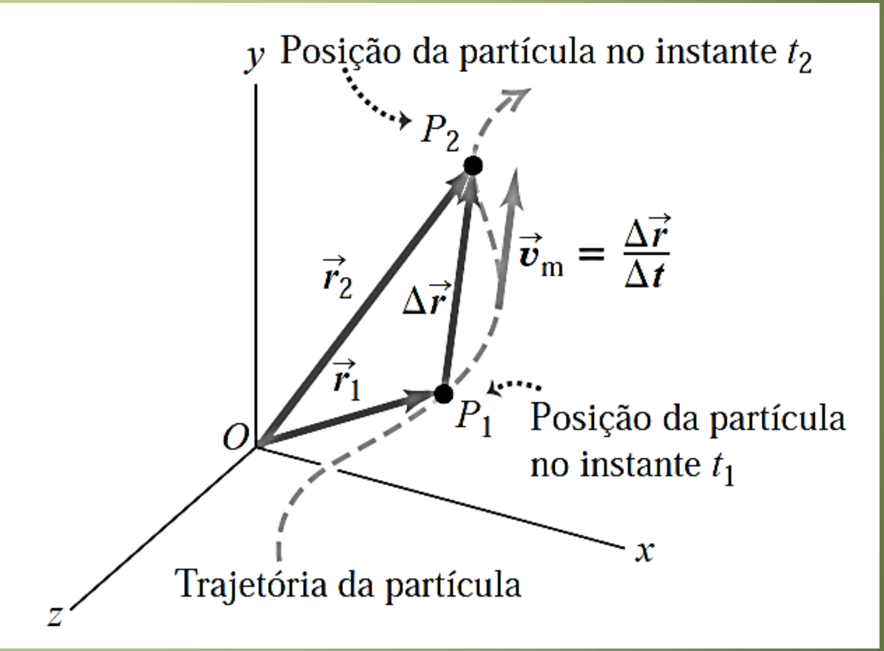


Figura 3.2 A velocidade média entre os pontos $\boldsymbol{P_1}$ e $\boldsymbol{P_2}$ possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

- Durante um intervalo de tempo Δt, a partícula se move de um ponto P_1, vetor posição $\vec{r}_1$ até um ponto P_2, vetor posição $\vec{r}_2$.

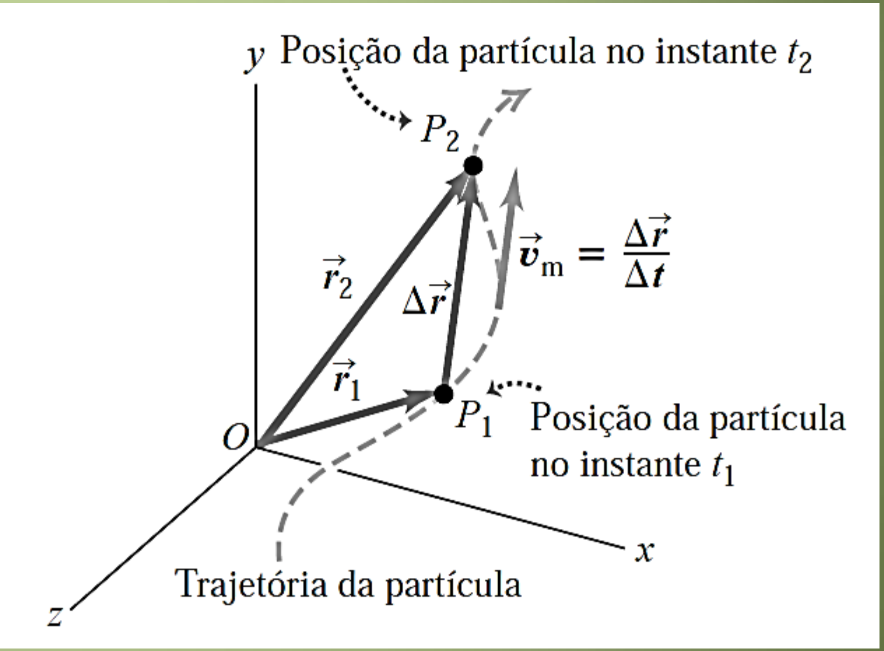


Figura 3.2 A velocidade média entre os pontos P_1 e P_2 possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

- Durante um intervalo de tempo Δt, a partícula se move de um ponto ***P₁***, vetor posição $\vec{r}_1$ até um ponto ***P₂***, vetor posição $\vec{r}_2$.
- **Variação da posição:**

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

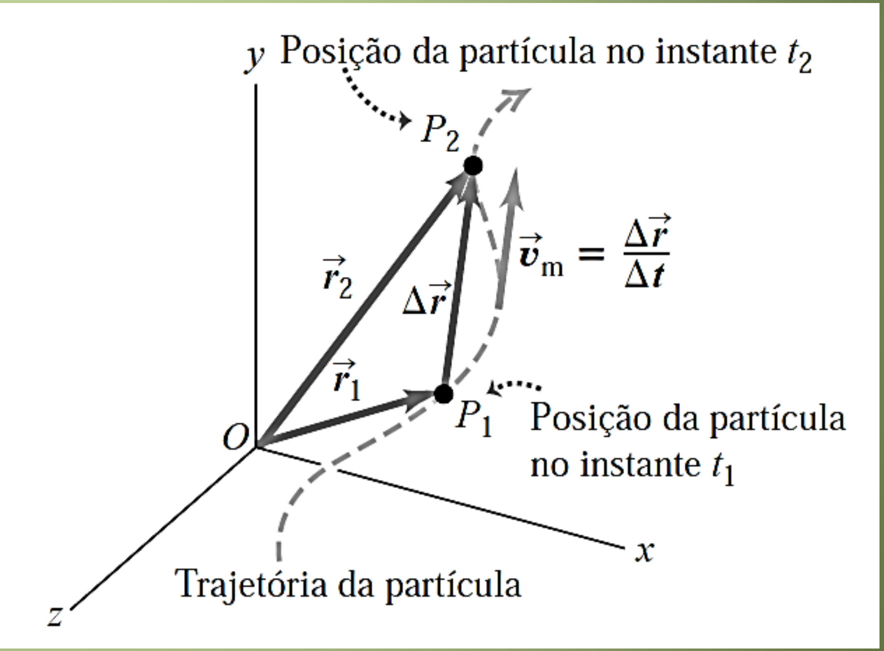


Figura 3.2 A velocidade média entre os pontos P_1 e P_2 possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

- Durante um intervalo de tempo Δt, a partícula se move de um ponto ***P₁***, vetor posição $\vec{r}_1$ até um ponto ***P₂***, vetor posição $\vec{r}_2$.
- **Variação da posição:**

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

- **Velocidade média:**

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

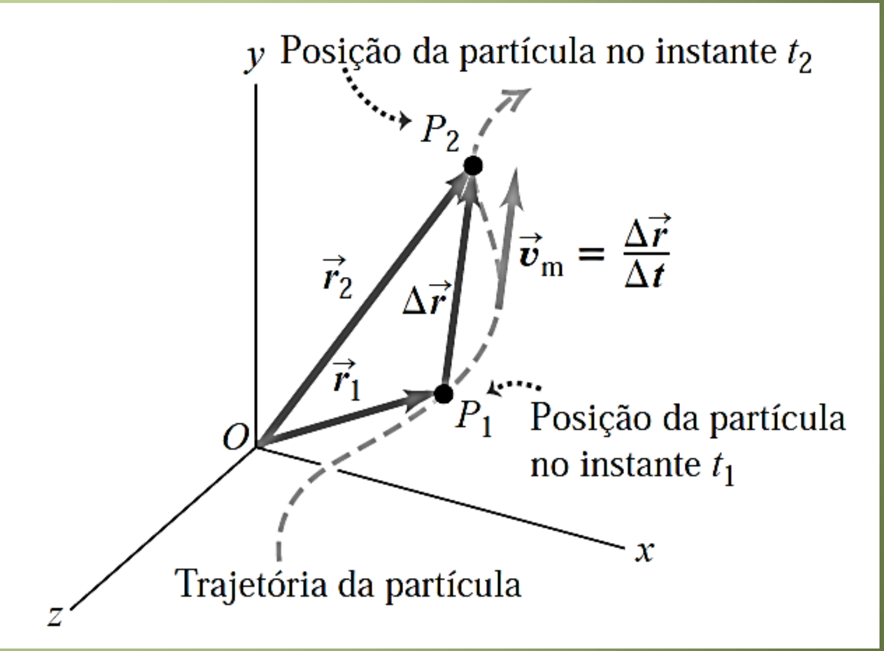


Figura 3.2 A velocidade média entre os pontos P_1 e P_2 possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento
Fonte: Sears e Zemansky

Vetor posição e vetor velocidade

- O componente x da velocidade média é exatamente a equação do movimento retilíneo:

$$\boldsymbol{v_{mx}} = \frac{\boldsymbol{x_2 - x_1}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} = \frac{\boldsymbol{\Delta x}}{\boldsymbol{\Delta t}}$$

Vetor posição e vetor velocidade

- O componente x da velocidade média é exatamente a equação do movimento retilíneo:

$$\boldsymbol{v_{mx}} = \frac{\boldsymbol{x_2 - x_1}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} = \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta \boldsymbol{t}}$$

- Pois o vetor deslocamento é escrito como:

$$\Delta\vec{\boldsymbol{r}} = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1})\vec{\boldsymbol{i}} + (\boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1})\vec{\boldsymbol{j}} + (\boldsymbol{z_2} - \boldsymbol{z_1})\vec{\boldsymbol{k}}$$

Velocidade instantânea

- É o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Velocidade instantânea

- É o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero:

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta \boldsymbol{t} \to 0} \frac{\Delta \vec{\boldsymbol{r}}}{\Delta \boldsymbol{t}} = \frac{\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{r}}}{\boldsymbol{dt}}$$

- A diferença para o movimento retilíneo é que agora a posição e a velocidade instantânea são vetores.

Velocidade instantânea

- É o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero:

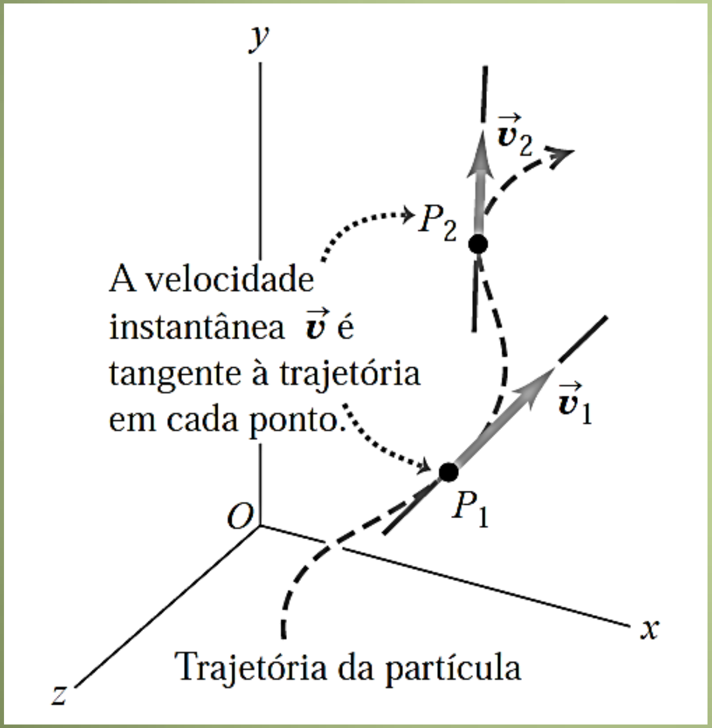
$$\vec{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\boldsymbol{r}}}{\Delta \boldsymbol{t}} = \frac{\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{r}}}{\boldsymbol{dt}}$$

- A diferença para o movimento retilíneo é que agora a posição e a velocidade instantânea são vetores.

- O módulo do vetor $\vec{\boldsymbol{v}}$ em qualquer instante é a velocidade escalar $\boldsymbol{v}$ da partícula no referido instante.

Velocidade instantânea

- O vetor velocidade instantânea é tangente à trajetória em cada um dos seus pontos:



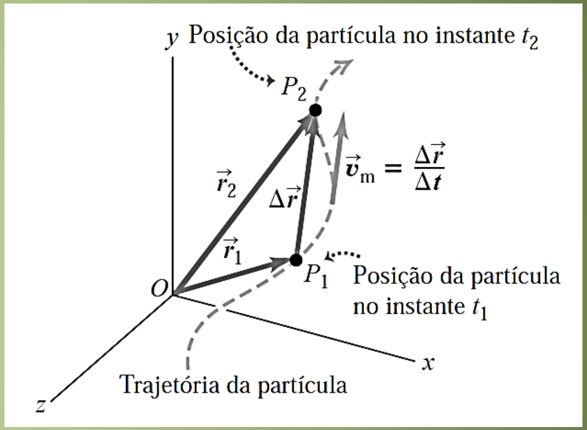


Figura 3.2 Sears e Zemansky

Figura 3.3 Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são velocidades instantâneas nos pontos P_1 e P_2 mostrados na Figura 3.2.

Fonte: Sears e Zemansky

Velocidade instantânea

- Cálculo usando componentes:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Velocidade instantânea

- Cálculo usando componentes:

$$\boldsymbol{v_x = \frac{dx}{dt}} \qquad \boldsymbol{v_y = \frac{dy}{dt}} \qquad \boldsymbol{v_z = \frac{dz}{dt}}$$

- A componente x de $\vec{\boldsymbol{v}}$ é igual à equação da velocidade instantânea do movimento retilíneo.

Velocidade instantânea

- Cálculo usando componentes:

$$\boldsymbol{v_x = \frac{dx}{dt}} \qquad \boldsymbol{v_y = \frac{dy}{dt}} \qquad \boldsymbol{v_z = \frac{dz}{dt}}$$

- A componente x de $\vec{\boldsymbol{v}}$ é igual à equação da velocidade instantânea do movimento retilíneo.

- Na forma completa com os vetores de base:

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{d\vec{r}}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{dx}}{\boldsymbol{dt}}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\boldsymbol{dy}}{\boldsymbol{dt}}\vec{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\boldsymbol{dz}}{\boldsymbol{dt}}\vec{\boldsymbol{k}}$$

Velocidade instantânea

- Módulo do vetor velocidade instantânea:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}$$

Velocidade instantânea

- Módulo do vetor velocidade instantânea:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2}$$

- No plano serão somente duas coordenadas.

$$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$$

Velocidade instantânea

- Módulo do vetor velocidade instantânea:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}$$

- No plano serão somente duas coordenadas.

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

- A direção da velocidade instantânea no plano é calculada pelo ângulo em relação ao componente x.

$$tg \propto = \frac{v_y}{v_x}$$

Velocidade instantânea no plano

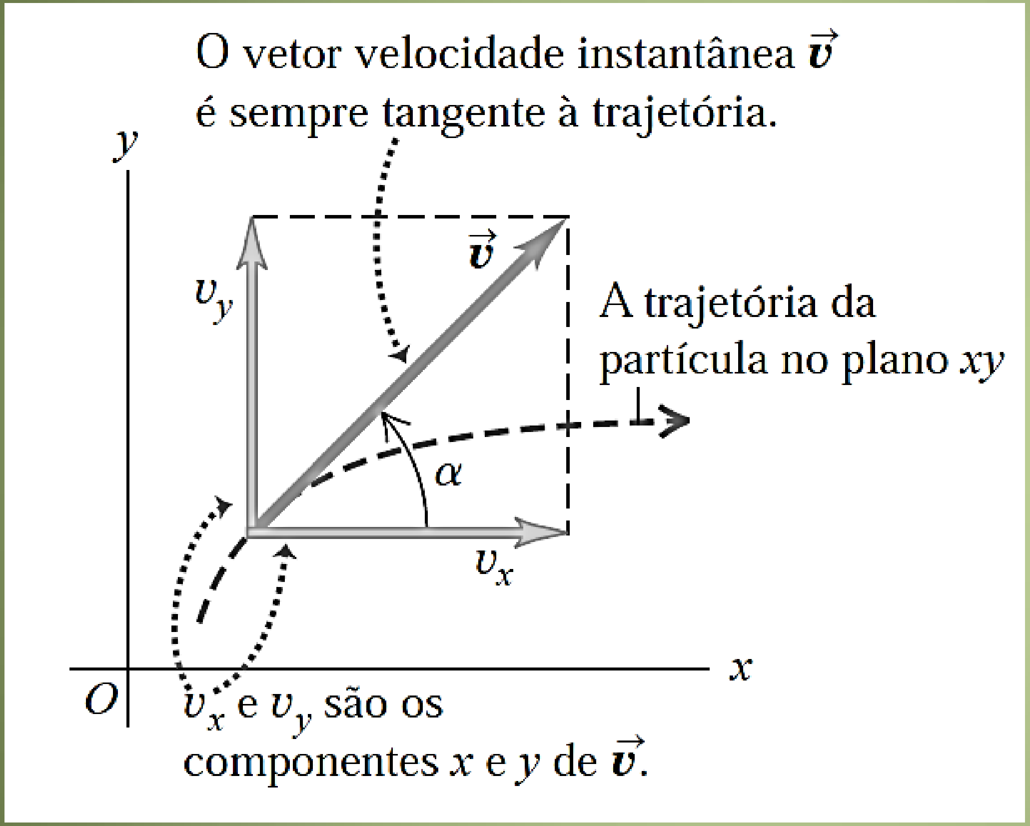
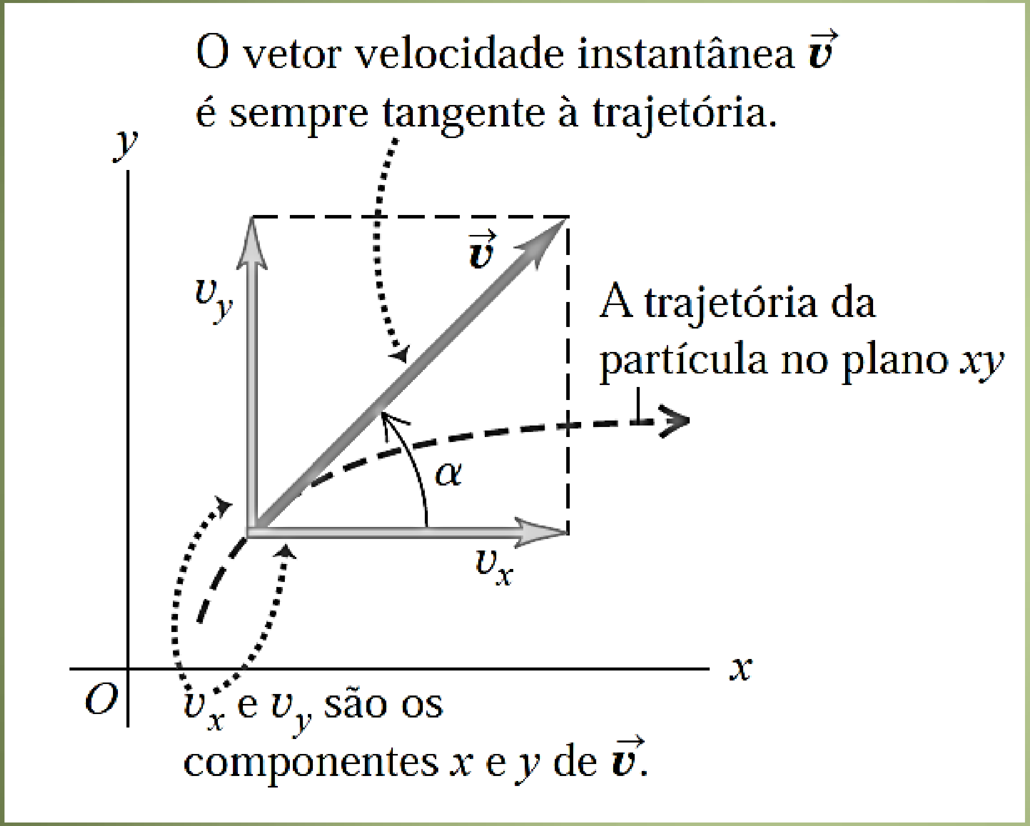


Figura 3.4 Os dois componentes da velocidade para um movimento no plano *xy*.
Fonte: Sears e Zemansky

Velocidade instantânea no plano



$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

$$tg \propto = \frac{v_y}{v_x}$$

Figura 3.4 Os dois componentes da velocidade para um movimento no plano *xy*.
Fonte: Sears e Zemansky

Exemplo 3.1

CÁLCULO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA E DA VELOCIDADE MÉDIA: Um veículo robótico está explorando a superfície de Marte. O módulo de aterrissagem é a origem do sistema de coordenadas e a superfície do planeta é o plano xy. O veículo, que será representado por um ponto, possui componentes x e y que variam com o tempo de acordo com:

$$x = 2{,}0\ \mathrm{m} - (0{,}25\ \mathrm{m/s^2})\,t^2$$
$$y = (1{,}0\ \mathrm{m/s})\,t + (0{,}025\ \mathrm{m/s^3})\,t^3$$

Exemplo 3.1

CÁLCULO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA E DA VELOCIDADE MÉDIA: Um veículo robótico está explorando a superfície de Marte. O módulo de aterrissagem é a origem do sistema de coordenadas e a superfície do planeta é o plano xy. O veículo, que será representado por um ponto, possui componentes x e y que variam com o tempo de acordo com:

$$x = 2{,}0\ \mathrm{m} - \left(0{,}25\ \mathrm{m/s^2}\right) t^2$$

$$y = \left(1{,}0\ \mathrm{m/s}\right) t + \left(0{,}025\ \mathrm{m/s^3}\right) t^3$$

Calcule:

(a) Coordenadas e distância do módulo no instante t = 2,0 s;

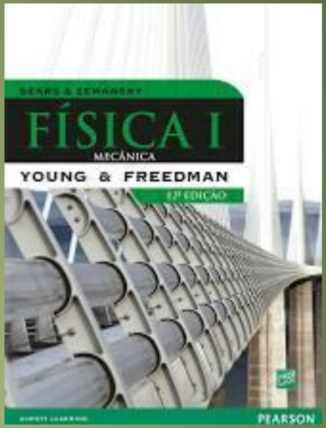
(b) vetor deslocamento e o vetor velocidade média no intervalo de tempo entre t = 0,0 s e t = 2,0 s;

(c) Deduza uma expressão para o vetor velocidade instantânea;

Expresse a velocidade instantânea em t = 2,0 s, usando componentes e também em termos do módulo, direção e sentido.

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847

Contatos

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br