

Geometria Analítica

Licenciatura em Química

Aula 04

Decomposição de vetores no espaço

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Vetor no espaço

Um vetor \vec{v} no espaço é construído como combinação linear de três vetores de base.

$$\vec{v} = a_1 \vec{v}_1 + a_2 \vec{v}_2 + a_3 \vec{v}_3$$

a_1, a_2, a_3 : são componentes de \vec{v} ;

$\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$: são os vetores da base considerada.

Vetor na base canônica

$$\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

x, y, z : componentes de \vec{v} ;

$C = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$: vetores da base canônica.

Os vetores da base canônica $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ são ortogonais dois a dois.

Sistema Cartesiano Ortogonal Oxyz

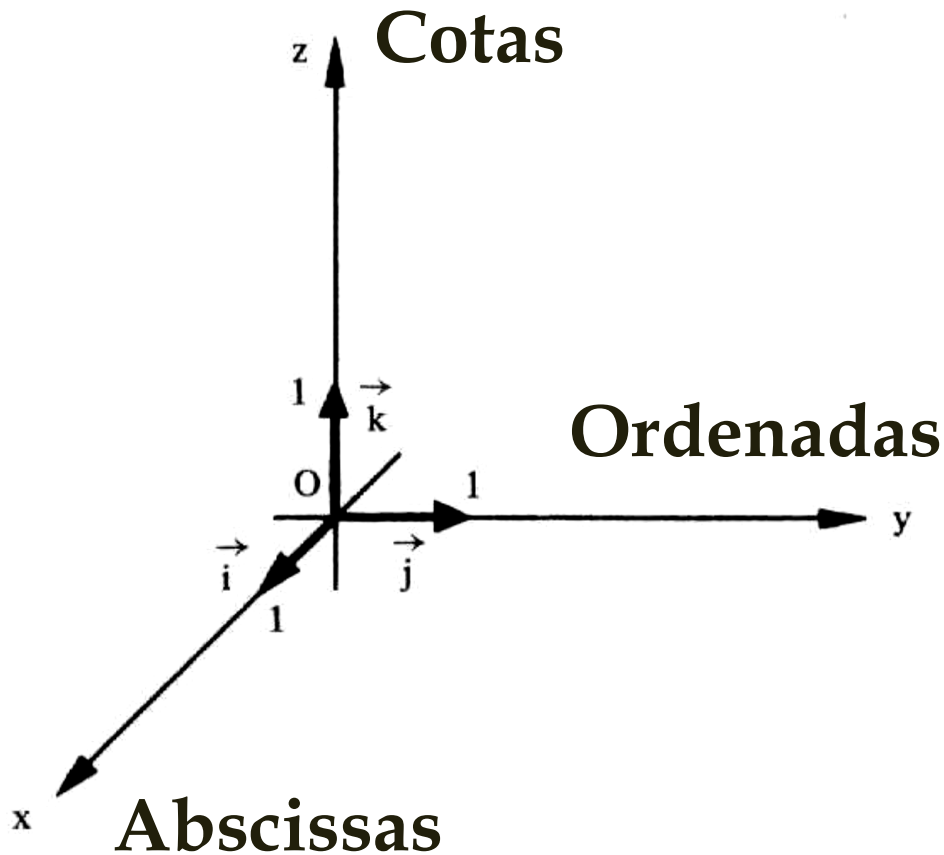
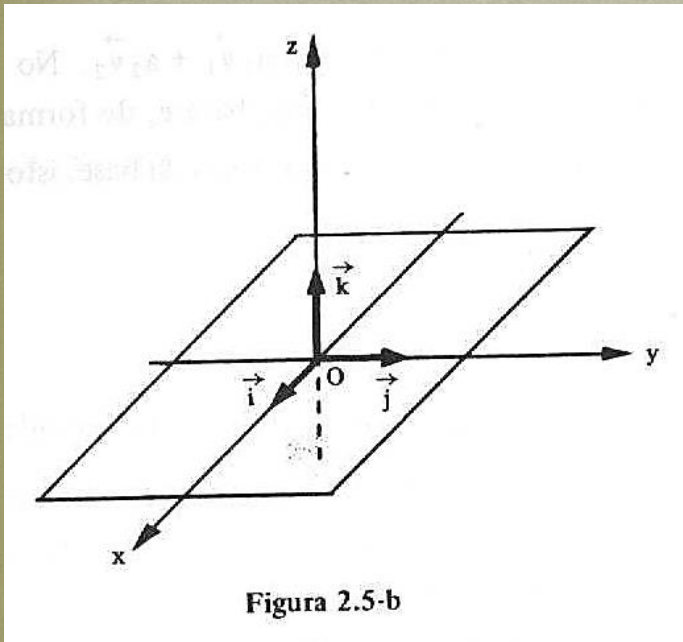


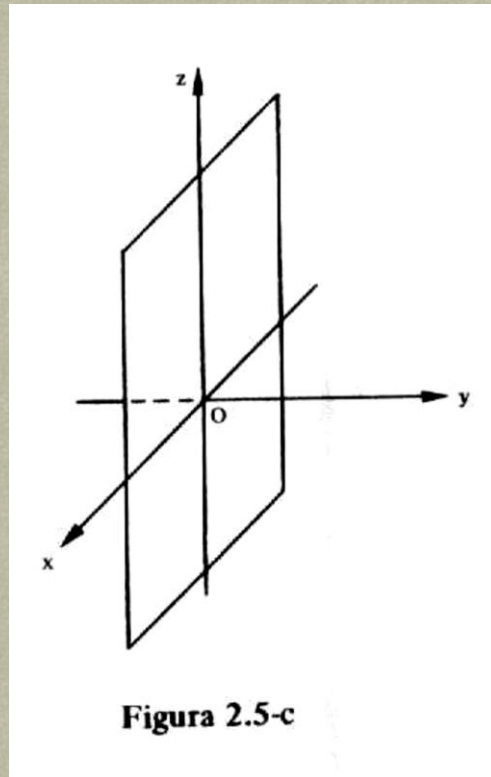
Figura 2.5-a

Eixos coordenados:
Sentido positivo a partir de **0** (origem)

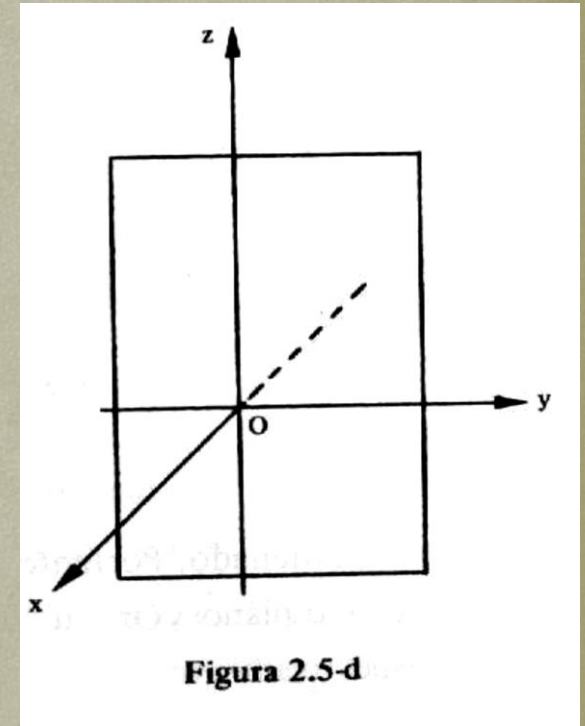
Planos determinados por dupla de eixos



Eixos: x e y
Plano: xOy

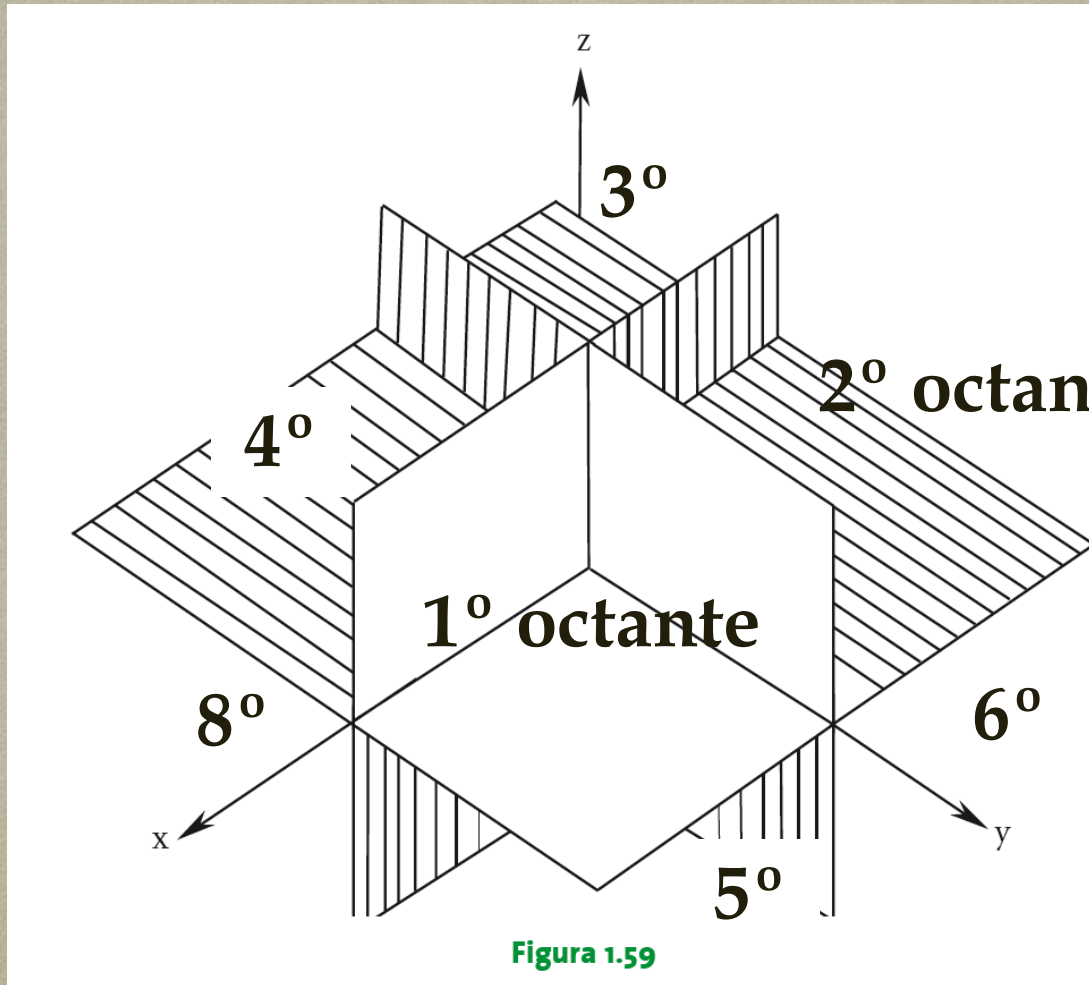


Eixos: x e z
Plano: xOz



Eixos: y e z
Plano: yOz

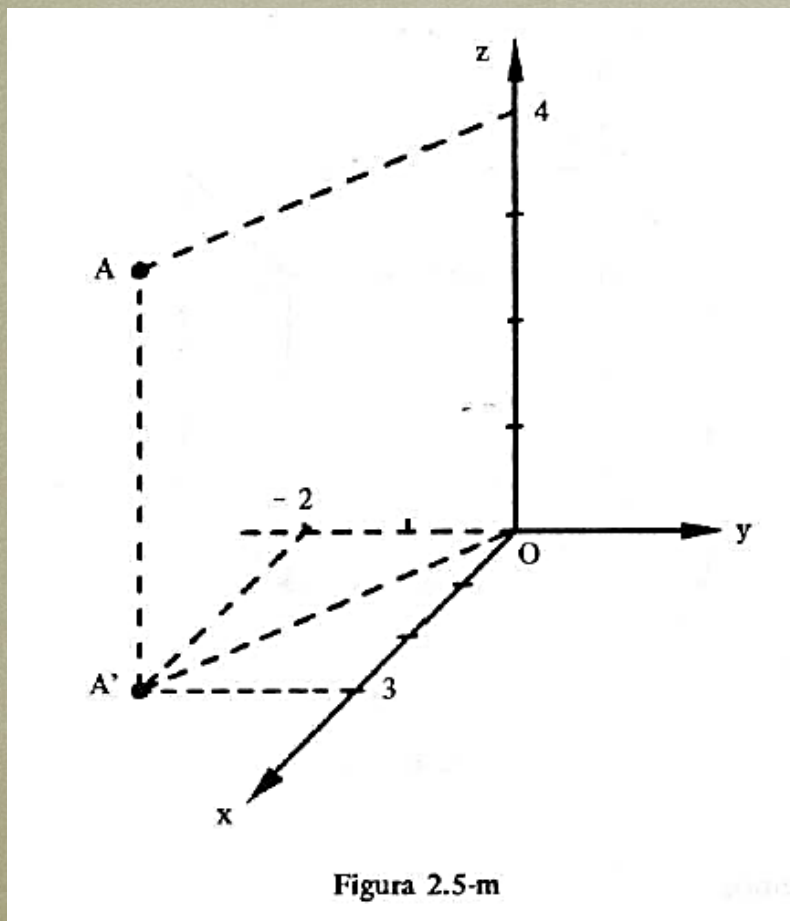
Espaço dividido em oito Octantes



Winterle, 2 ed.

Representação de um ponto no espaço

$A(x, y, z)$: terna de números reais;



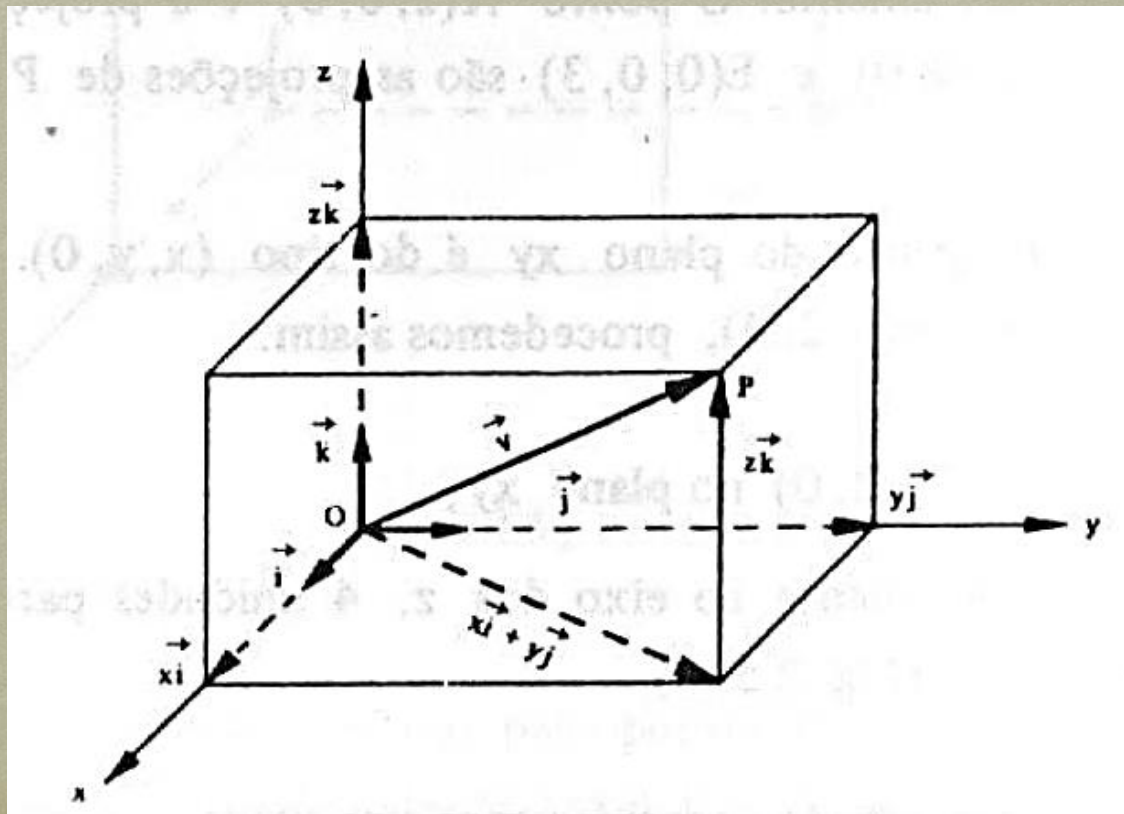
Como marcar o ponto

$A(3, -2, 4)$?

Representação de um vetor em 0xyz

Seja um vetor $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, em que:

x, y, z são as componentes de \vec{v} e $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ a base no sistema cartesiano ortogonal.



Exemplos

$$a) \vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$b) \vec{v} = (1, -1, 0)$$

$$c) \vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$d) \vec{v} = (0, 0, 4)$$

Em particular, os vetores da base canônica:

$$\vec{i} = (1, 0, 0) \quad \vec{j} = (0, 1, 0) \quad \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Espaço como conjunto de pontos ou conjunto de vetores



Figura 2.5-o

Unidimensional

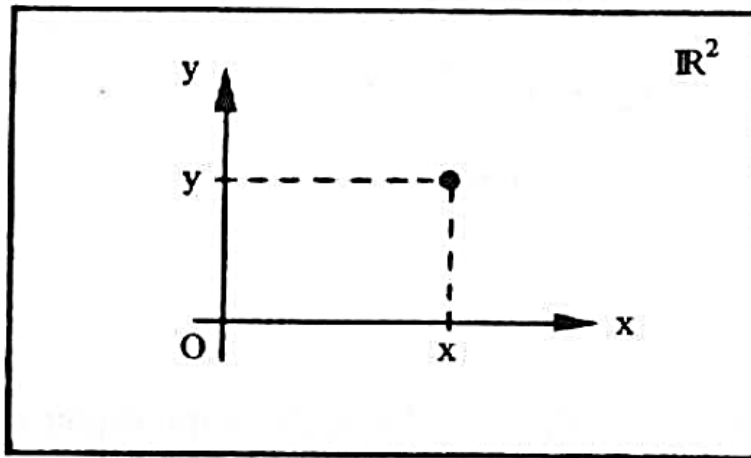
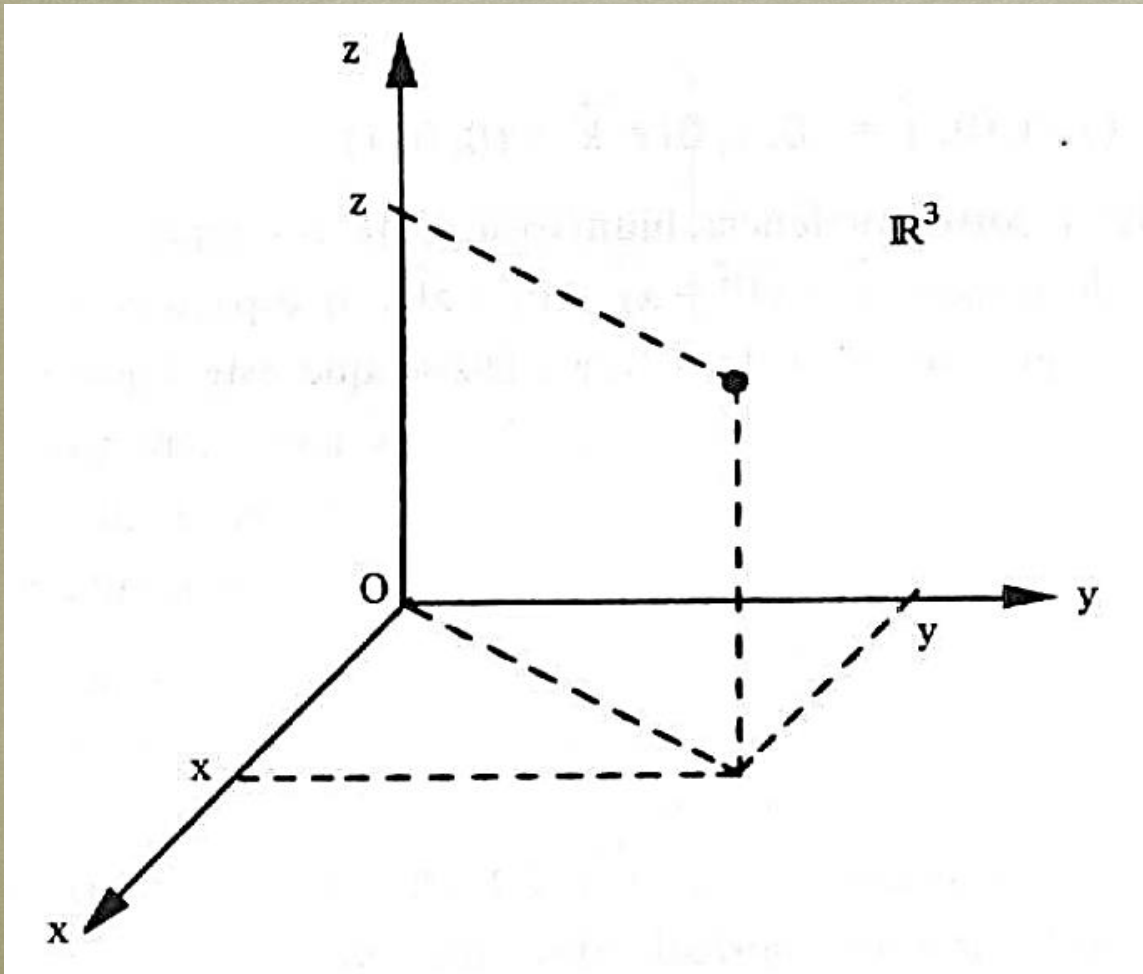


Figura 2.5-p

Bidimensional

Espaço como conjunto de pontos ou conjunto de vetores



Tridimensional

Exemplo

Dados os pontos $A(0, 1, -1)$ e $B(1, 2, -1)$, os vetores $\vec{u} = (-2, -1, 1)$, $\vec{v} = (3, 0, -1)$ e $\vec{w} = (-2, 2, 2)$ verificar se existem os números a_1 , a_2 , a_3 tais que:

$$\vec{w} = a_1 \overrightarrow{AB} + a_2 \vec{u} + a_3 \vec{v}$$

Resposta: $\vec{w} = 3\overrightarrow{AB} + 1\vec{u} - 1\vec{v}$

Igualdade, soma e multiplicação por escalar de um vetor no espaço

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ $a \in \mathbb{R}$

I. Igualdade:

$$\vec{u} = \vec{v} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2; \quad y_1 = y_2; \quad z_1 = z_2$$

II. Soma:

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

III. Multiplicação por escalar:

$$a\vec{u} = (ax_1, ay_1, az_1)$$

Paralelismo entre dois vetores no espaço

Se $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são colineares ou paralelos, existe um número $k \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(x_1, y_1, z_1) = k(x_2, y_2, z_2)$$

$$(x_1, y_1, z_1) = (kx_2, ky_2, kz_2)$$

$$x_1 = kx_2 \quad y_1 = ky_2 \quad z_1 = kz_2$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$$

Multiplicação de vetor por escalar

Dado um vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ no espaço e um número real $k \neq 0$, chama-se produto do número real k pelo vetor \vec{v} , o vetor $k\vec{v}$ no espaço tal que:

a) $|k\vec{v}| = |k| |\vec{v}|$

b) $k\vec{v}$ é paralelo a \vec{v}

c) Se $k > 0$, $k\vec{v}$ tem mesmo sentido de \vec{v}

Se $k < 0$, $k\vec{v}$ tem sentido contrário de \vec{v}

Se $k = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, então: de $k\vec{v} = \vec{0}$

Propriedades da multiplicação por escalar

Sejam \vec{u}, \vec{v} vetores quaisquer no espaço e a, b números reais, então valem as propriedades:

$$\text{I) } (ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$$

$$\text{II) } (a + b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$$

$$\text{III) } a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$$

$$\text{IV) } 1\vec{v} = \vec{v}$$

Exemplo

Determinar os valores de m e n para que os vetores $\vec{u} = (m + 1, 3, 1)$, $\vec{v} = (4, 2, 2n - 1)$ sejam paralelos.

Resposta: $m = 5$ e $n = 5/6$

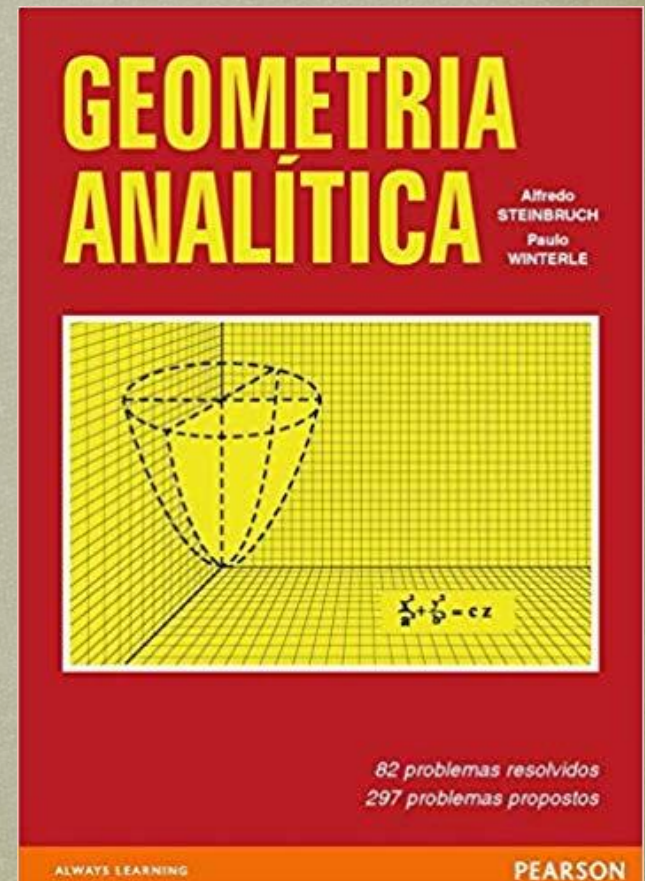
**Resolver os problemas
propostos da p. 37:**

7, 9, 10, 11, 12, 13 e 15

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P.
Geometria Analítica. 2. Ed. São
Paulo: Pearson Makron Books,
1987.

Numeração dos exercícios
com base na 2^a ed. ----->>



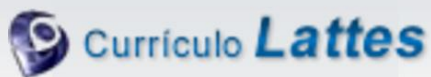
Contatos e material de apoio



profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br



<http://lattes.cnpq.br/1614784455223743>