Física I

Semana 04 - Aula 1

Movimento de um projétil

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Projétil

- Corpo lançado com uma velocidade inicial.
- Trajetória determinada exclusivamente pela aceleração da gravidade e pela resistência do ar.
- A curva descrita pelo projétil é a sua trajetória.

Projétil – modelo idealizado

- O projétil é considerado como uma partícula.

- A aceleração devida à gravidade é constante em módulo, direção e sentido.

- São desprezados os efeitos de resistência do ar, a curvatura e a rotação da Terra.

Projétil – modelo idealizado

- O projétil é considerado como uma **partícula**.

- A **aceleração** devida à gravidade é **constante** em módulo, direção e sentido.

- São **desprezados os efeitos de resistência do ar**, a curvatura e a rotação da Terra.

Trajetória de um projétil - idealizada

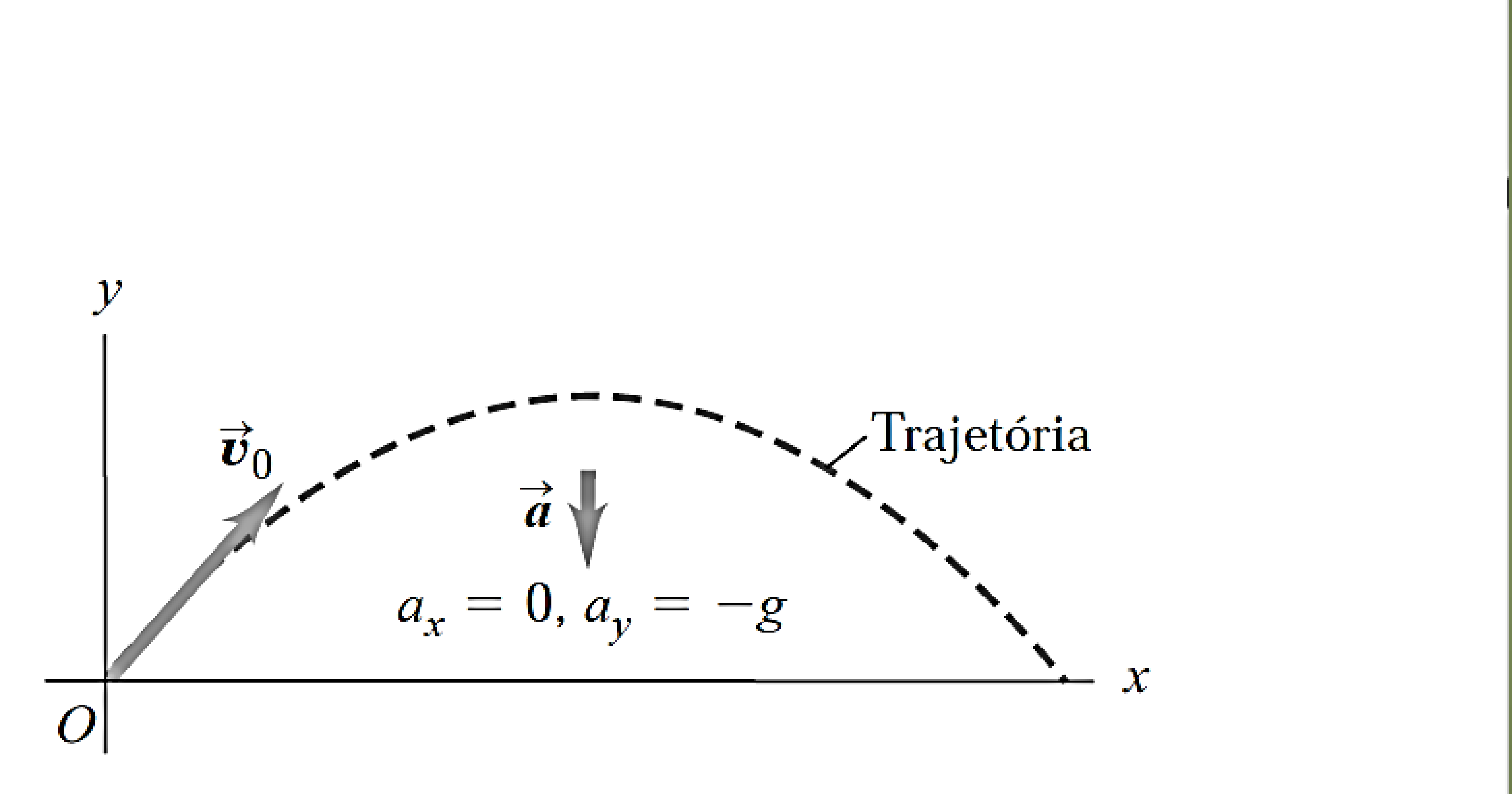


Figura 3.15 A trajetória de um projétil.
Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil - idealizada

- O movimento de um projétil ocorre em um plano vertical contendo o vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$.

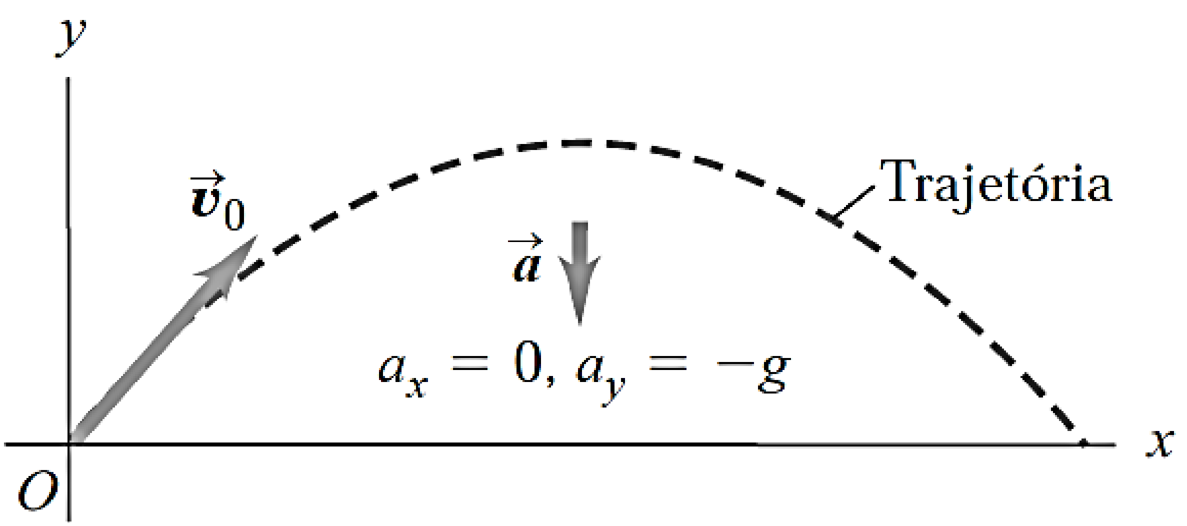


Figura 3.15 A trajetória de um projétil.
Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil - idealizada

- O movimento de um projétil ocorre em um plano vertical contendo o vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$.
- Sua trajetória depende somente de $\vec{v}_0$ e da aceleração descendente em função da gravidade.

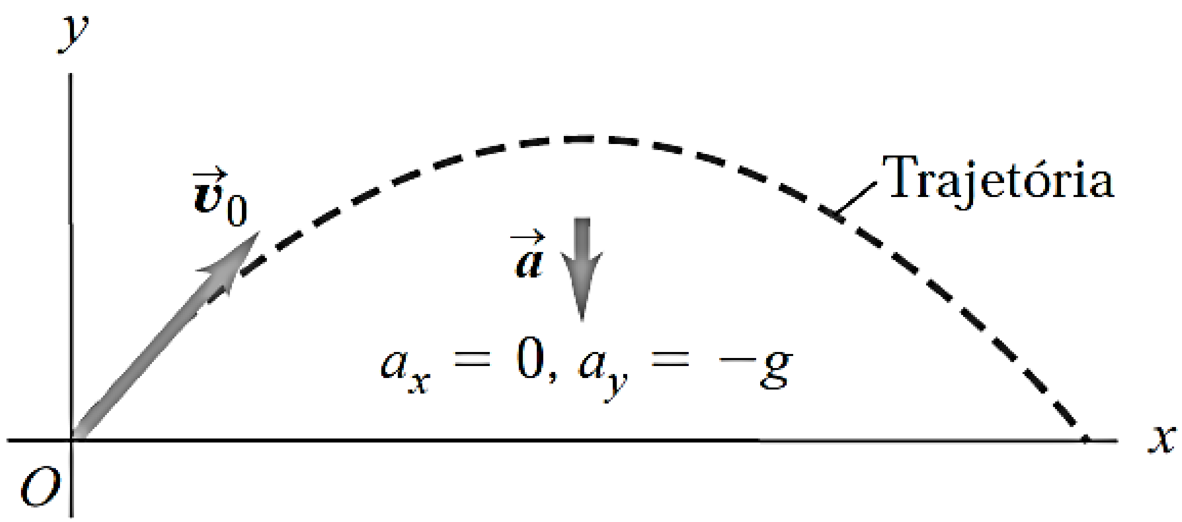


Figura 3.15 A trajetória de um projétil.
Fonte: Sears e Zemansky

Chave para analisar o movimento

- Tratar as coordenadas x e y separadamente.

Chave para analisar o movimento

- Tratar as coordenadas x e y separadamente.

- O componente x da aceleração é igual a zero, e o componente y é constante de valor – g.

Chave para analisar o movimento

- Tratar as coordenadas x e y separadamente.

- O componente x da aceleração é igual a zero, e o componente y é constante de valor – *g*.

- O movimento de um projétil é considerado como combinação de:
  - um movimento **horizontal** com **velocidade constante**.
  - e um movimento **vertical** com **aceleração constante**.

Trajetória de um projétil - idealizada

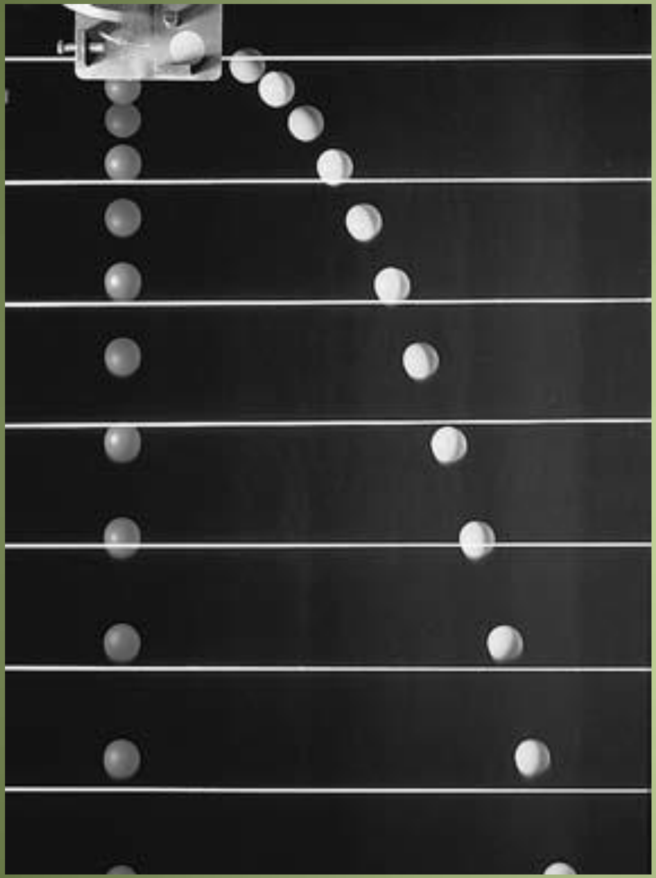
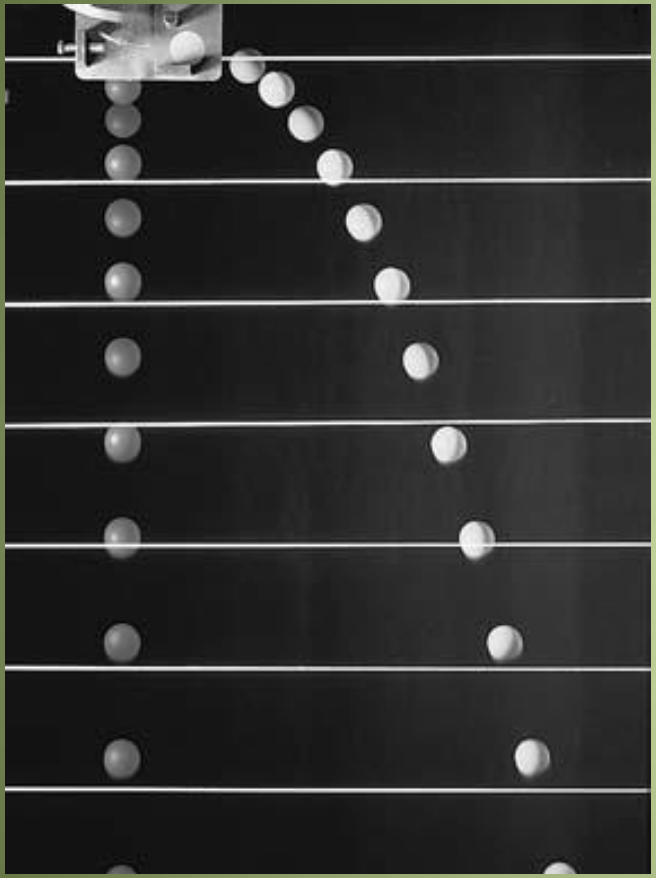


Figura 3.16 A bola da esquerda é largada verticalmente sem velocidade inicial. Simultaneamente, a bola da direita é lançada horizontalmente do mesmo ponto.
Fonte: Sears e Zemansky

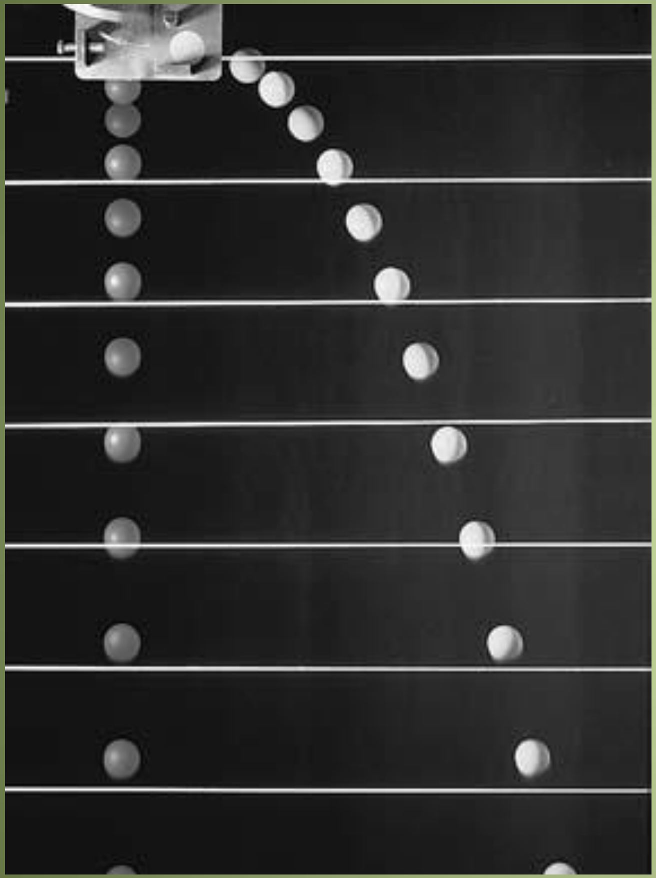
Trajetória de um projétil - idealizada



- Para cada intervalo de tempo, as duas bolas possuem os mesmos componentes *y* da posição, da velocidade e da aceleração.

Figura 3.16 A bola da esquerda é largada verticalmente sem velocidade inicial. Simultaneamente, a bola da direita é lançada horizontalmente do mesmo ponto.
Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil - idealizada



- Para cada intervalo de tempo, as duas bolas possuem os mesmos componentes *y* da posição, da velocidade e da aceleração.

- Embora os componentes *x* da posição e da velocidade sejam diferentes.

Figura 3.16 A bola da esquerda é largada verticalmente sem velocidade inicial. Simultaneamente, a bola da direita é lançada horizontalmente do mesmo ponto.
Fonte: Sears e Zemansky

Relações vetoriais para a posição, velocidade e aceleração

- Usa-se equações separadas para os componentes horizontais e perpendiculares.

Relações vetoriais para a posição, velocidade e aceleração

- Usa-se equações separadas para os componentes horizontais e perpendiculares.

- O movimento efetivo do projétil é a superposição desses movimentos separados.

Relações vetoriais para a posição, velocidade e aceleração

- Usa-se equações separadas para os componentes horizontais e perpendiculares.

- O movimento efetivo do projétil é a superposição desses movimentos separados.

- Nesse modelo idealizado podemos usar as equações para o movimento com aceleração constante.

Equações da trajetória do projétil

- Componente da aceleração:

$$\boldsymbol{a_x = \ 0 \quad e \quad a_y = -g}.$$

Equações da trajetória do projétil

- Componente da aceleração:

$$\boldsymbol{a_x = \ 0 \ \ e \ \ a_y = -g}.$$

- Substituindo $\boldsymbol{a_x}$ por 0 nas equações do **eixo x**:

$$\boldsymbol{v_x = \ v_{0x}}$$

$$\boldsymbol{x = \ x_0 + \ v_{0x} t}$$

Equações da trajetória do projétil

- Movimento no **eixo *Oy***:

$$\boldsymbol{v_y = v_{0y} - gt}$$

$$\boldsymbol{y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2}$$

Equações da trajetória do projétil

- Movimento no **eixo *Oy***:

$$\boldsymbol{v_y = v_{0y} - \ gt}$$

$$\boldsymbol{y = \ y_0 + \ v_{0y}t \ - \frac{1}{2}gt^2}$$

- Normalmente é mais simples considerar no instante inicial (t = 0) a posição inicial como a origem:

$$\boldsymbol{x_0 = y_0 = 0}$$

Trajetória de um projétil início na origem

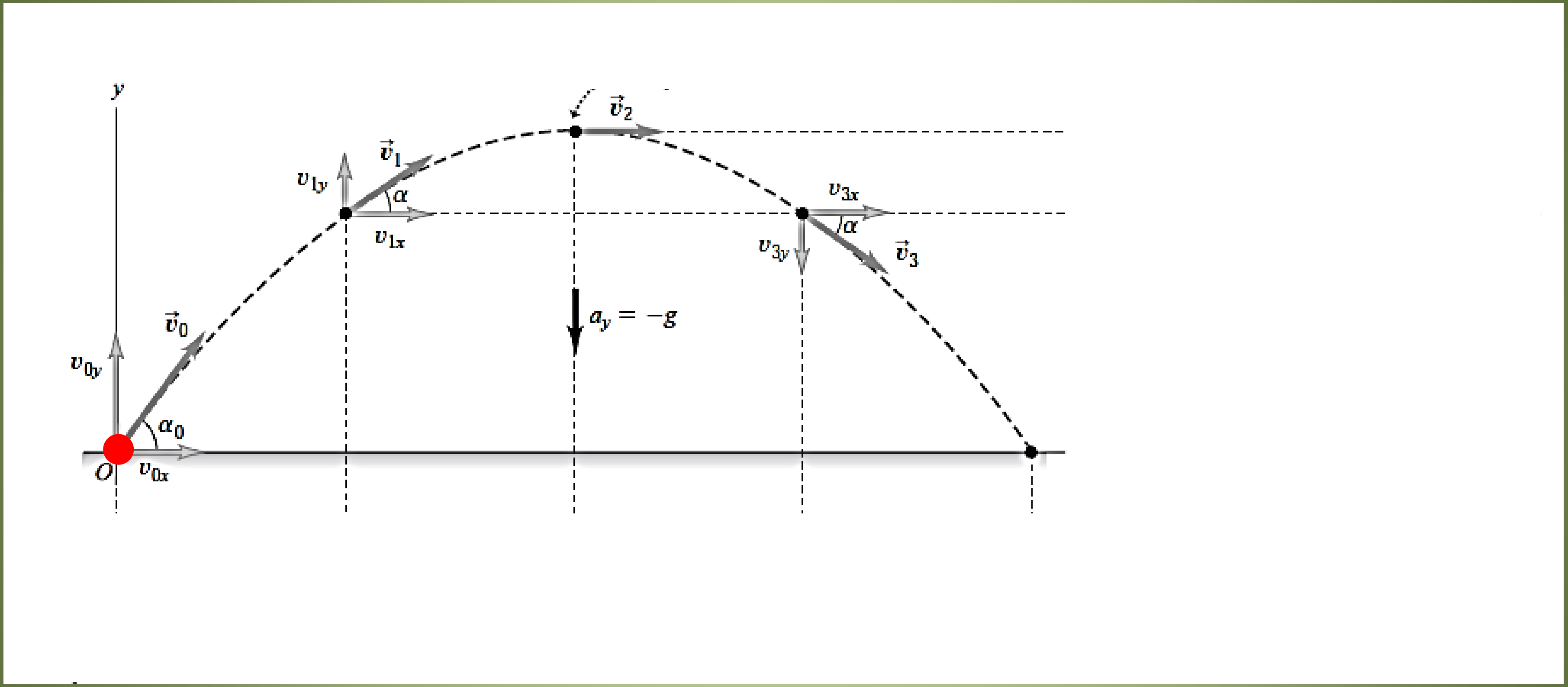


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

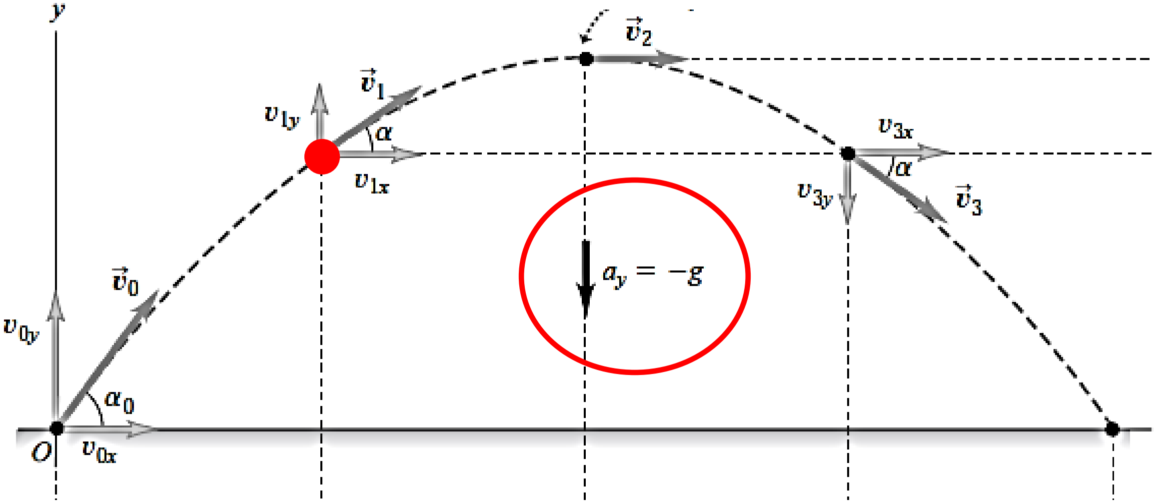


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

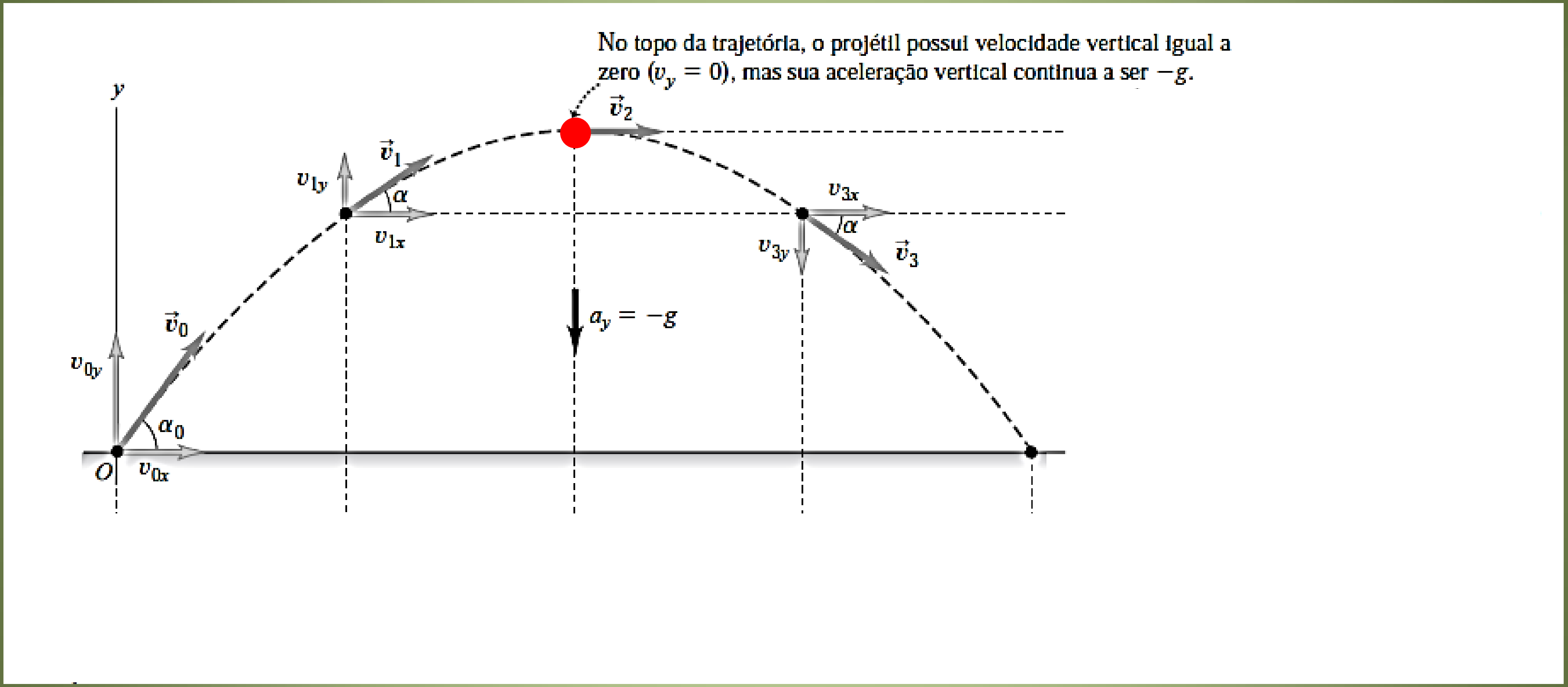


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

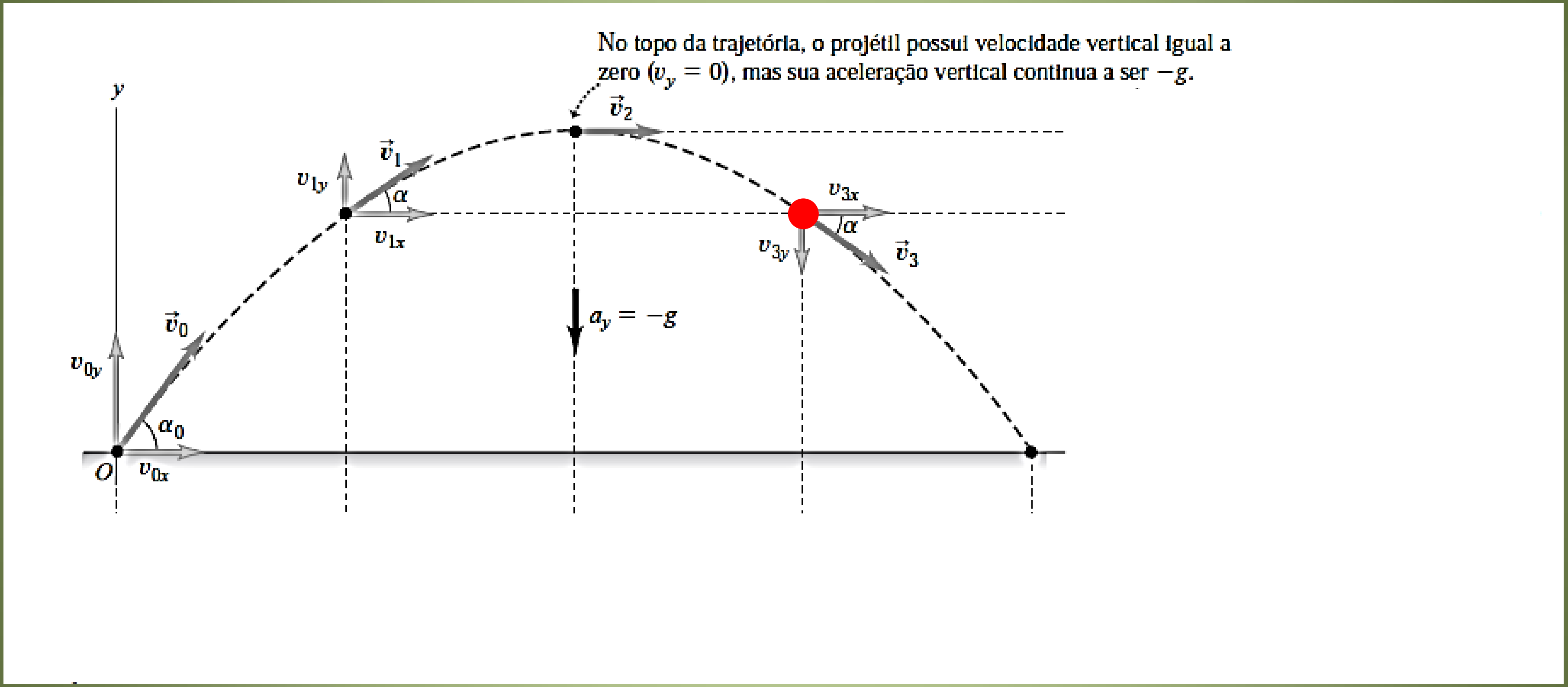


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

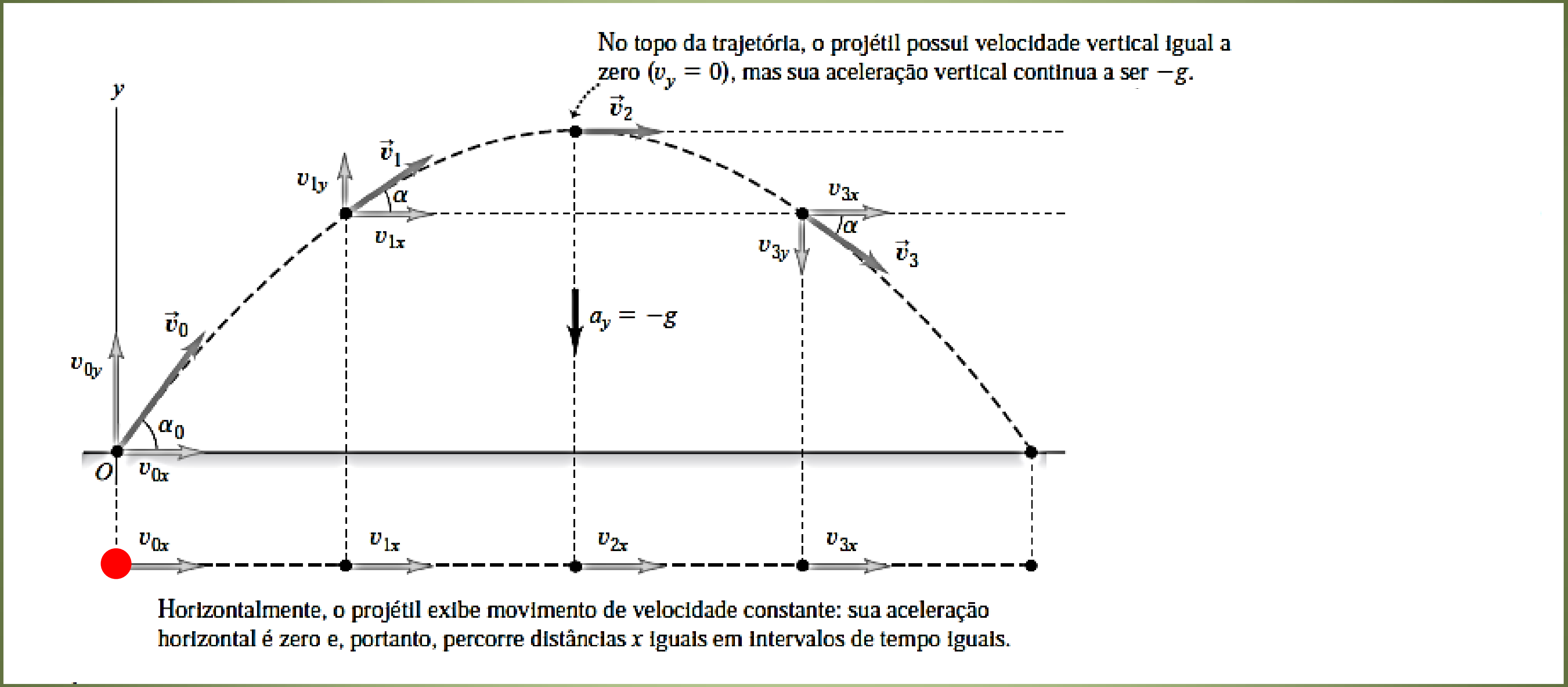


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

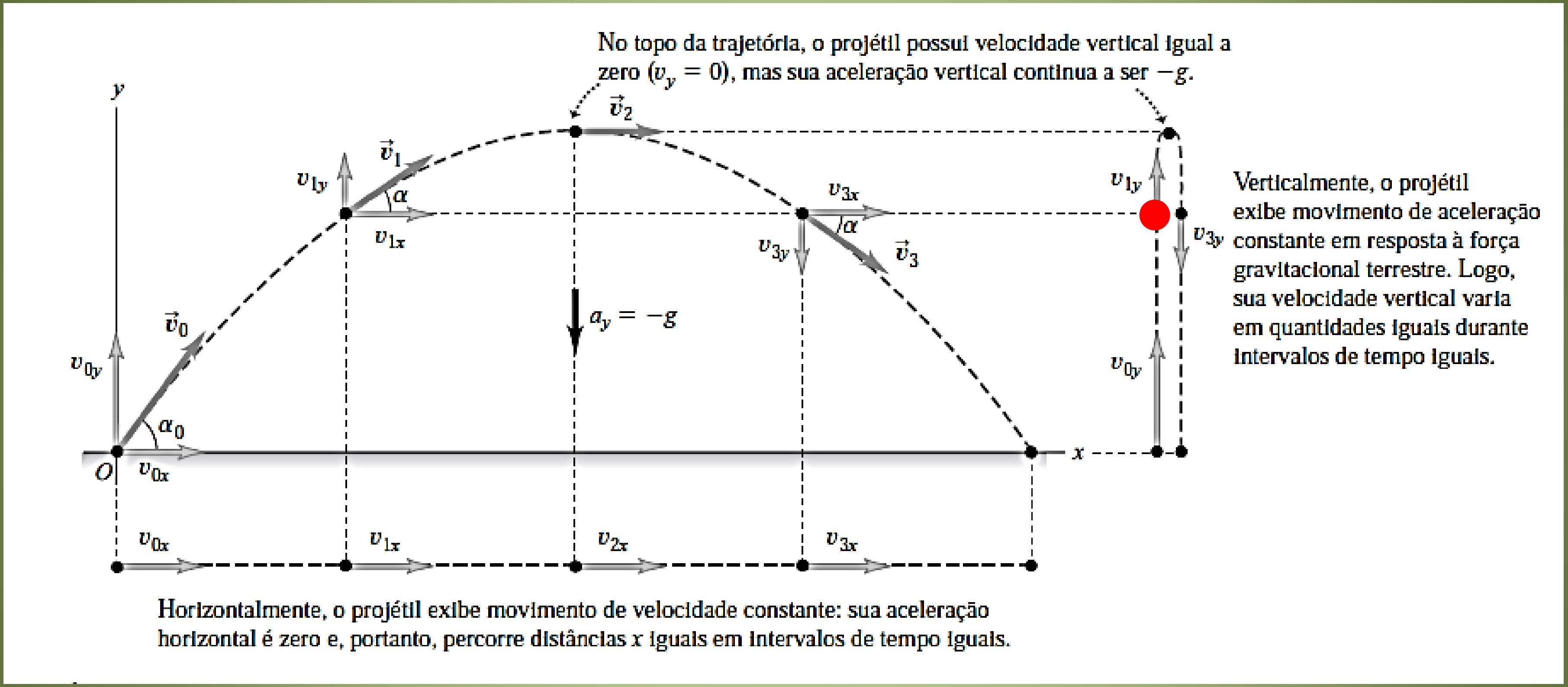


Figura 3.17 Se desprezarmos a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma combinação do movimento horizontal com a velocidade constante e do movimento vertical com a aceleração constante.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

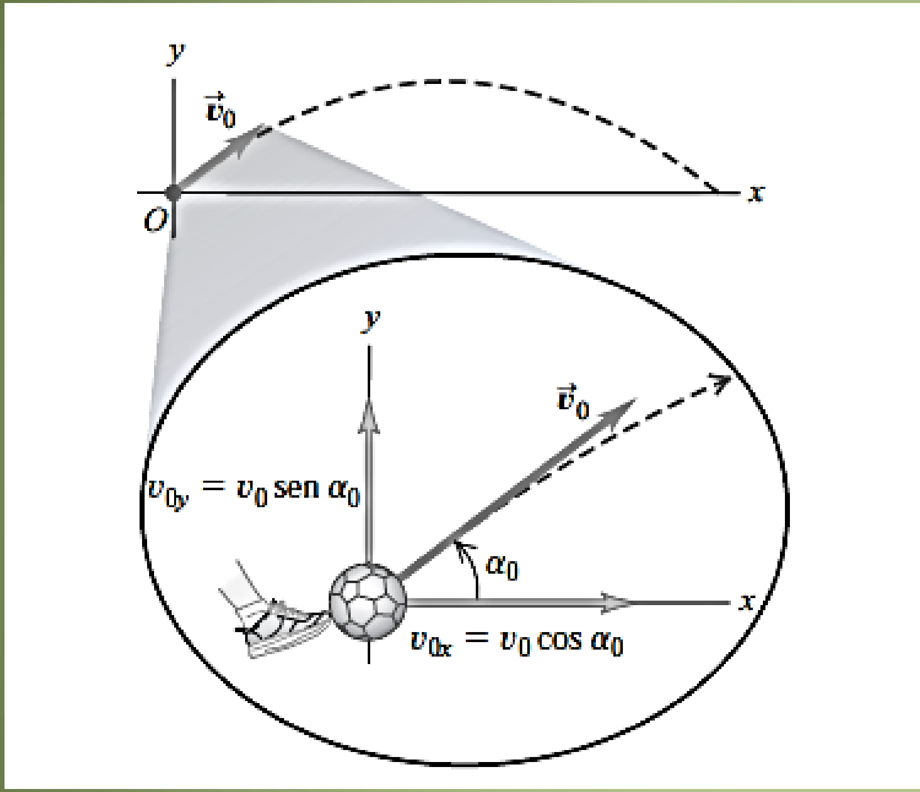
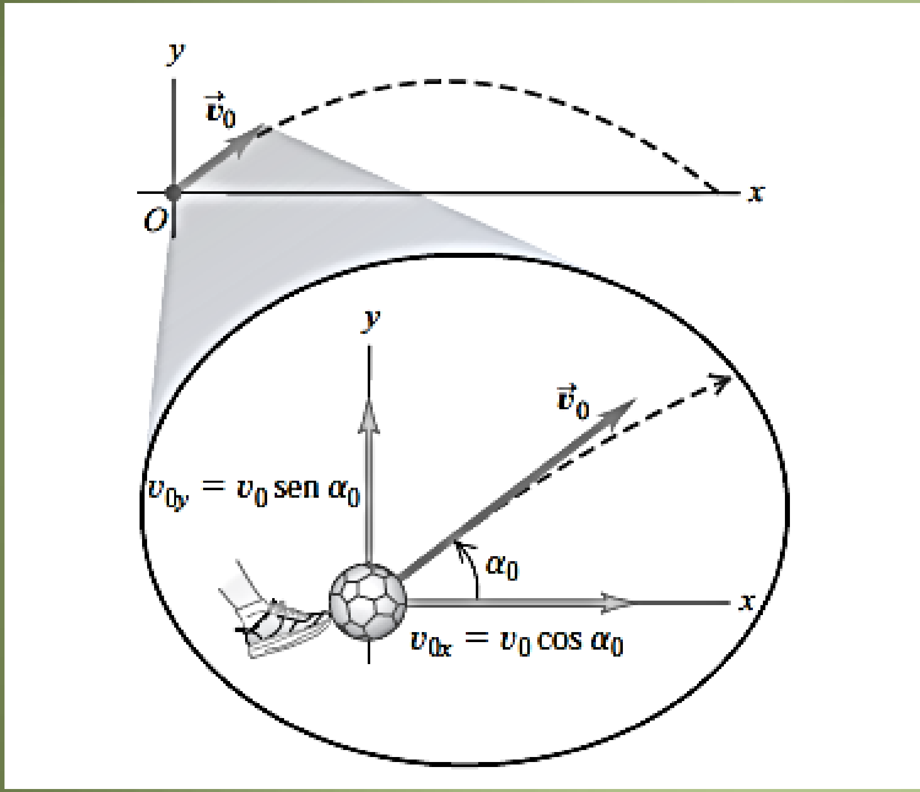


Figura 3.18 Os componentes de velocidade inicial v_{0x} e v_{0y} de um projétil (bola de futebol) se relacionam com a velocidade escalar inicial v_0 e o ângulo inicial α_0).
Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem



$$v_{ox} = v_0 \, cos \propto_0$$

$$v_{oy} = v_0 \, sen \propto_0$$

Figura 3.18 Os componentes de velocidade inicial v_{0x} e v_{0y} de um projétil (bola de futebol) se relacionam com a velocidade escalar inicial v_0 e o ângulo inicial α_0).
Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

- Utilizando as relações de ângulo e considerando o início da trajetória na origem:

$$\boldsymbol{x = (v_0 \, cos \propto_0)t}$$

$$\boldsymbol{y = (v_0 \, sen \propto_0)t - \frac{1}{2} g t^2}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- Utilizando as relações de ângulo e considerando o início da trajetória na origem:

$$\boldsymbol{x = (v_0\, cos \propto_0)t}$$

$$\boldsymbol{y = (v_0\, sen \propto_0)t - \frac{1}{2} g t^2}$$

- Assim as velocidades ficam:

$$\boldsymbol{v_x = v_0\, cos \propto_0}$$

$$\boldsymbol{v_y = v_0\, sen \propto_0 - gt}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- Em qualquer instante, a distância $\boldsymbol{r}$ entre o projétil e a origem será o módulo do vetor posição:

$$\boldsymbol{r} = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- Em qualquer instante, a distância $\boldsymbol{r}$ entre o projétil e a origem será o módulo do vetor posição:

$$\boldsymbol{r} = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$$

- A velocidade escalar $\boldsymbol{v}$ do projétil em qualquer instante:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{v_x}^2 + \boldsymbol{v_y}^2}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- Em qualquer instante, a distância $\boldsymbol{r}$ entre o projétil e a origem será o módulo do vetor posição:

$$\boldsymbol{r} = \sqrt{\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2}$$

- A velocidade escalar $\boldsymbol{v}$ do projétil em qualquer instante:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{v_x}^2 + \boldsymbol{v_y}^2}$$

- A direção e o sentido da velocidade em termos do ângulo $\propto$ **com o sentido positivo do eixo Ox** são dadas:

$$\boldsymbol{tg} \propto = \frac{\boldsymbol{v_y}}{\boldsymbol{v_x}}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- A forma da trajetória pode ser deduzida eliminando *t* das equações das componentes *x* e *y*:

$$\boldsymbol{y = (tg \propto_0)x - \frac{g}{2v_o{}^2 cos^2 \propto_o} x^2}$$

Trajetória de um projétil início na origem

- A forma da trajetória pode ser deduzida eliminando t das equações das componentes x e y:

$$\boldsymbol{y = (tg \propto_0)x - \frac{g}{2v_o{}^2 cos^2 \propto_o} x^2}$$

- Como as grandezas v_o, tg, $\propto_0$, $\cos \propto_o$ e g são constantes, essa equação tem a forma de uma parábola:

$$\boldsymbol{y = bx - cx^2}$$

-

Trajetória de um projétil início na origem

- A forma da trajetória pode ser deduzida eliminando t das equações das componentes *x* e *y*:

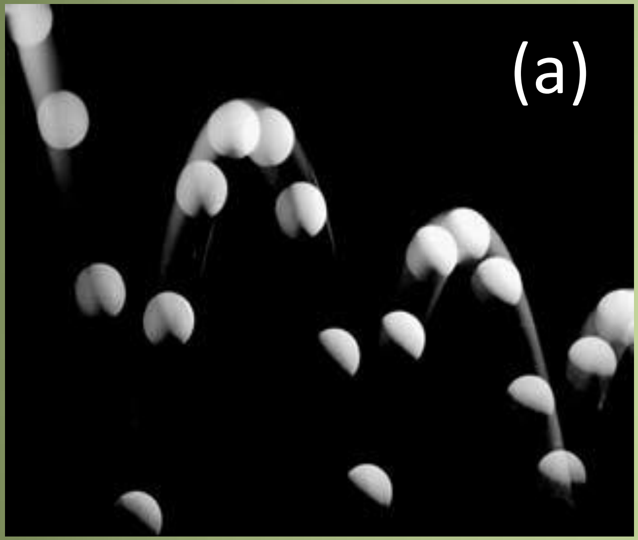
$$\boldsymbol{y = (tg \propto_0)x - \frac{g}{2v_o{}^2 cos^2 \propto_o} x^2}$$

- Como as grandezas v_o, tg, $\propto_0$, $\cos \propto_o$ e g são constantes, essa equação tem a forma de uma parábola:

$$\boldsymbol{y = bx - cx^2}$$

- **A trajetória de um projétil, com o modelo simplificado, é sempre uma parábola** .

Trajetória de um projétil início na origem



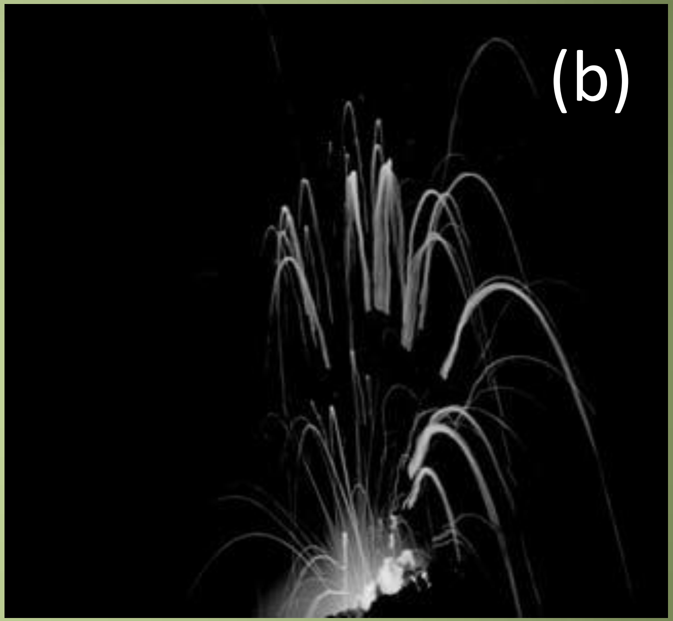


Figura 3.19 As trajetórias aproximadamente parabólicas de (a) uma bola que quica e (b) bolhas de rocha derretida que são ejetadas por um vulcão.

Fonte: Sears e Zemansky

Trajetória de um projétil início na origem

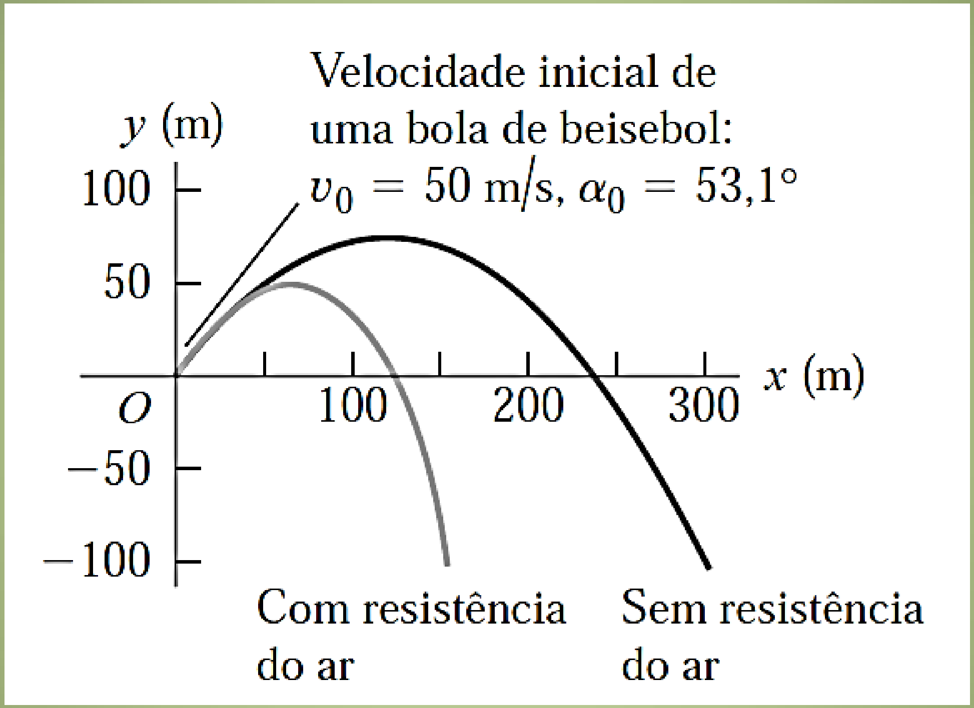


Figura 3.19 A resistência do ar tem um efeito amplo no movimento de uma bola de beisebol.

Fonte: Sears e Zemansky

Exemplo 3.7

ALCANCE E ALTURA DE UM PROJÉTIL I: UMA BOLA DE BEISEBOL: Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com uma velocidade inicial de $\boldsymbol{v_0}$ **= 37,0 m/s** com um ângulo inicial de $\boldsymbol{\propto_0}$**= 53,1º** em um local onde ***g*** **= 9,80 m/s²**.

Exemplo 3.7

ALCANCE E ALTURA DE UM PROJÉTIL I: UMA BOLA DE BEISEBOL: Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com uma velocidade inicial de $\boldsymbol{v_0}$ **= 37,0 m/s** com um ângulo inicial de $\boldsymbol{\propto_0}$**= 53,1º** em um local onde ***g* = 9,80 m/s²**.

(a) Ache a posição da bola e o módulo, a direção e o sentido de sua velocidade para *t* = 2,0 s;

(b) Calcule o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima de sua trajetória e ache a altura *h* desse ponto;

(c) Ache o alcance horizontal R, ou seja, a distância entre o ponto inicial e o ponto onde a bola atinge o solo.

Exemplo 3.7

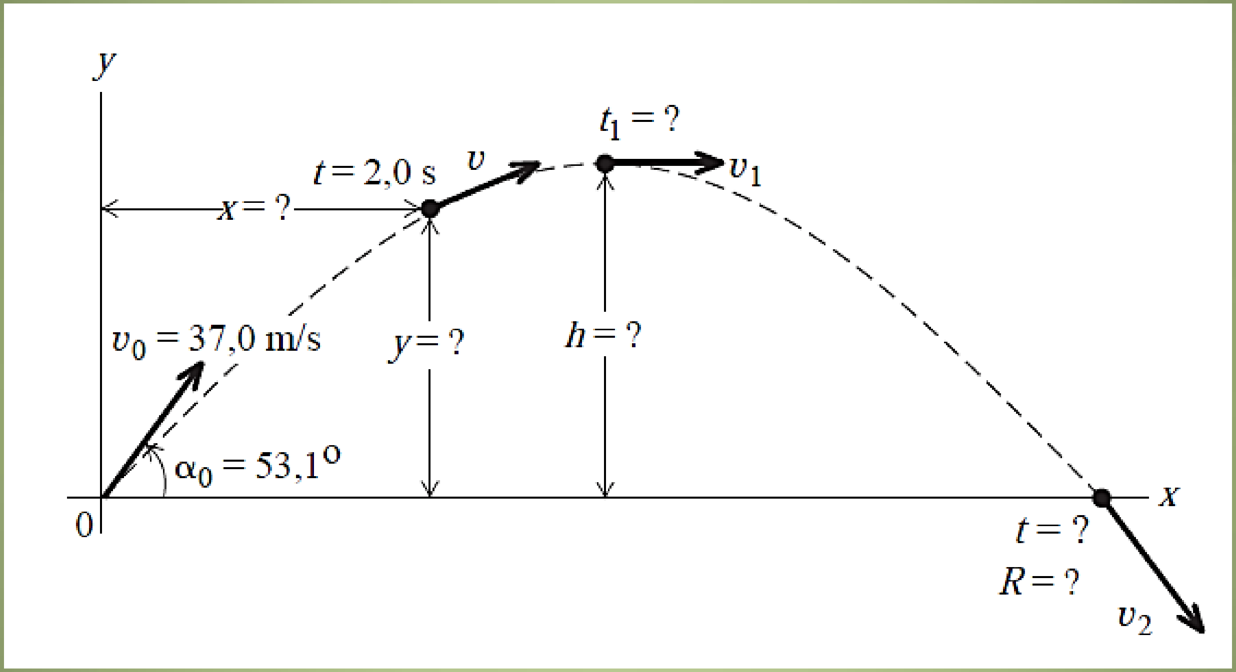
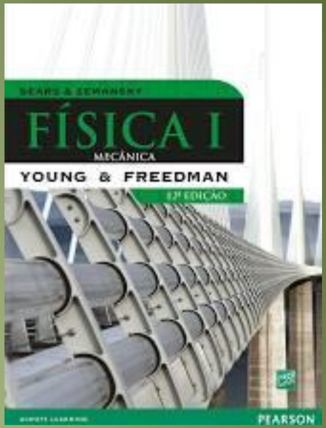


Figura 3.23 Visualização do exemplo 3.7
Fonte: Sears e Zemansky

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847

Contatos

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br