

Geometria Analítica

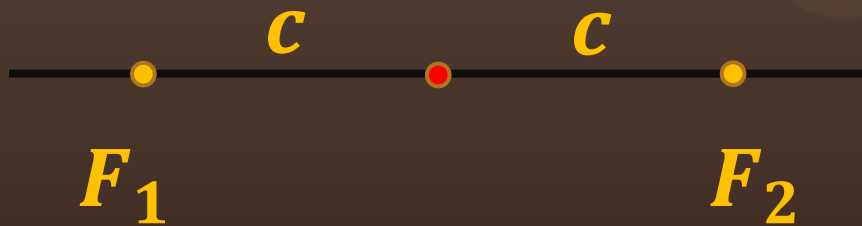
Licenciatura em Química

Aula 10 – Cônicas Elipse

¹ Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Elipse

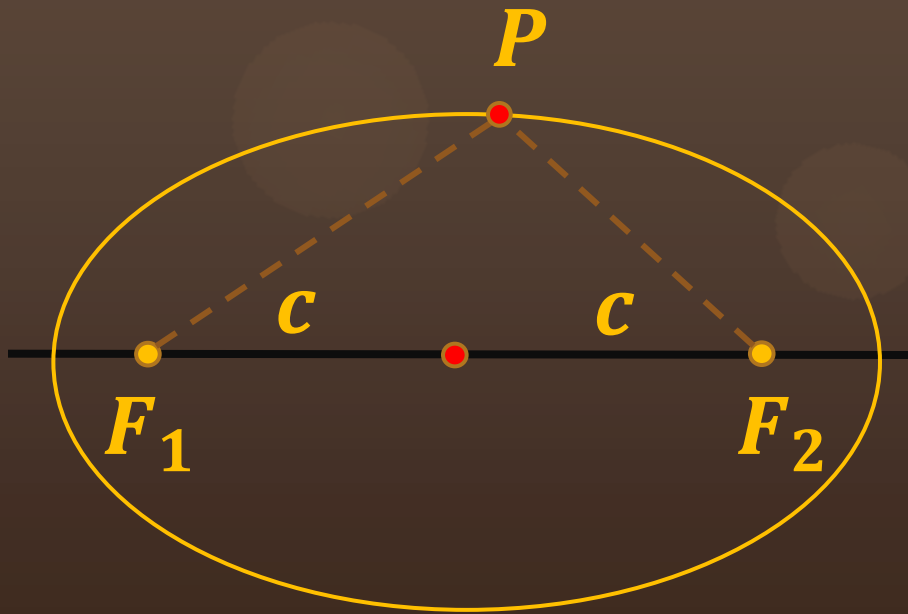
Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$



Elipse

Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$

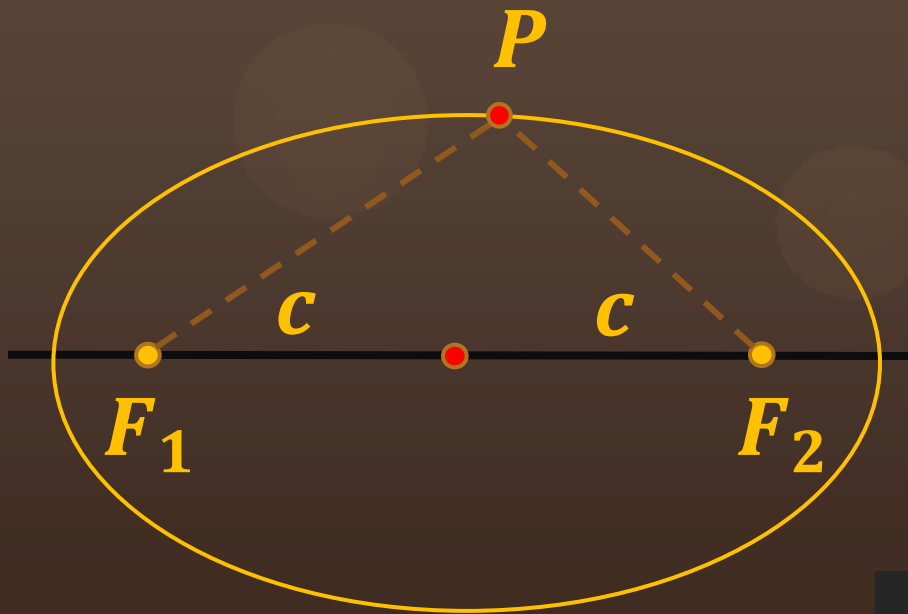
Estabelecendo como fixa a soma das distâncias $d(F_1, P)$ e $d(F_2, P)$, constrói-se a curva seguinte:



Elipse

Sejam dois pontos F_1 e F_2 em que a distância entre estes é expressa por: $d(F_1, F_2) = 2c$

Estabelecendo como fixa a soma das distâncias $d(F_1, P)$ e $d(F_2, P)$, constrói-se a curva seguinte:

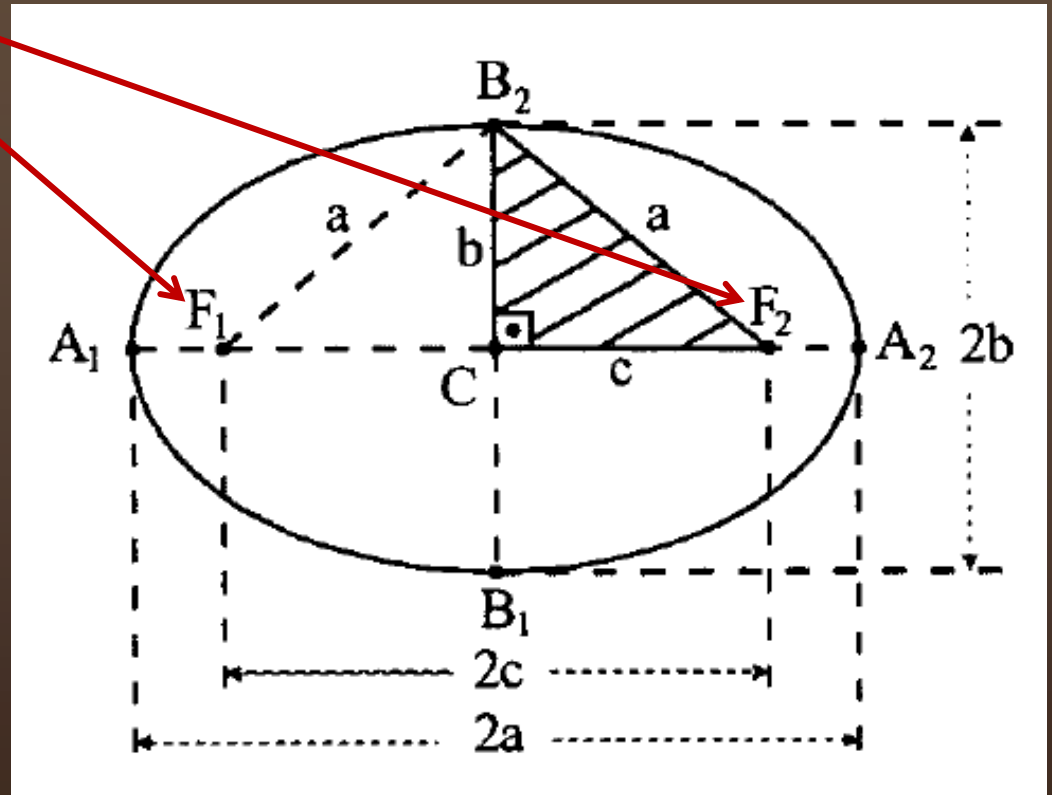


Elipse é o conjunto de todos os pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

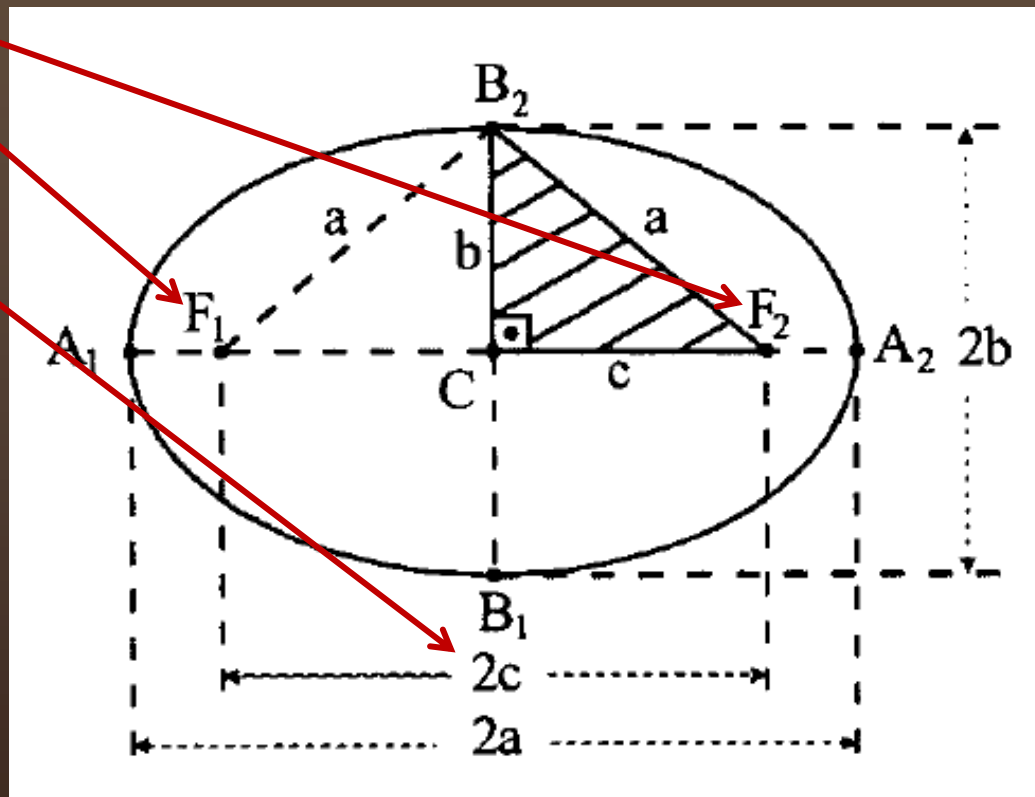
Elementos da Elipse

- **Focos:** F_1 e F_2
- **Distância Focal:**
 $d(F_1, F_2) = 2c$
- **Centro:** C
- **Eixo maior:** $2a$
- **Eixo menor:** $2b$
- **Vértices:** A_1, A_2, B_1, B_2



Elementos da Elipse

- **Focos:** F_1 e F_2
- **Distância Focal:**
 $d(F_1, F_2) = 2c$
- **Centro:** C
- **Eixo maior:** $2a$
- **Eixo menor:** $2b$
- **Vértices:** A_1, A_2, B_1, B_2



Elementos da Elipse

➤ **Focos:** F_1 e F_2

➤ **Distância Focal:**

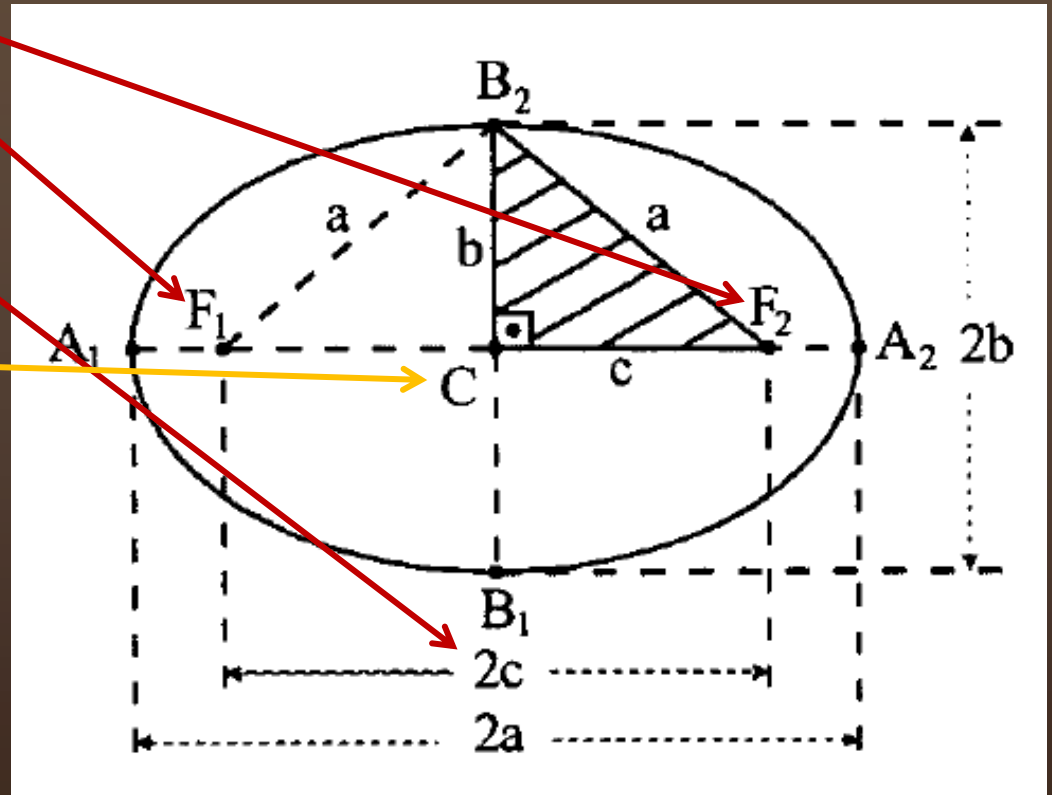
$$d(F_1, F_2) = 2c$$

➤ **Centro:** C

➤ **Eixo maior:** $2a$

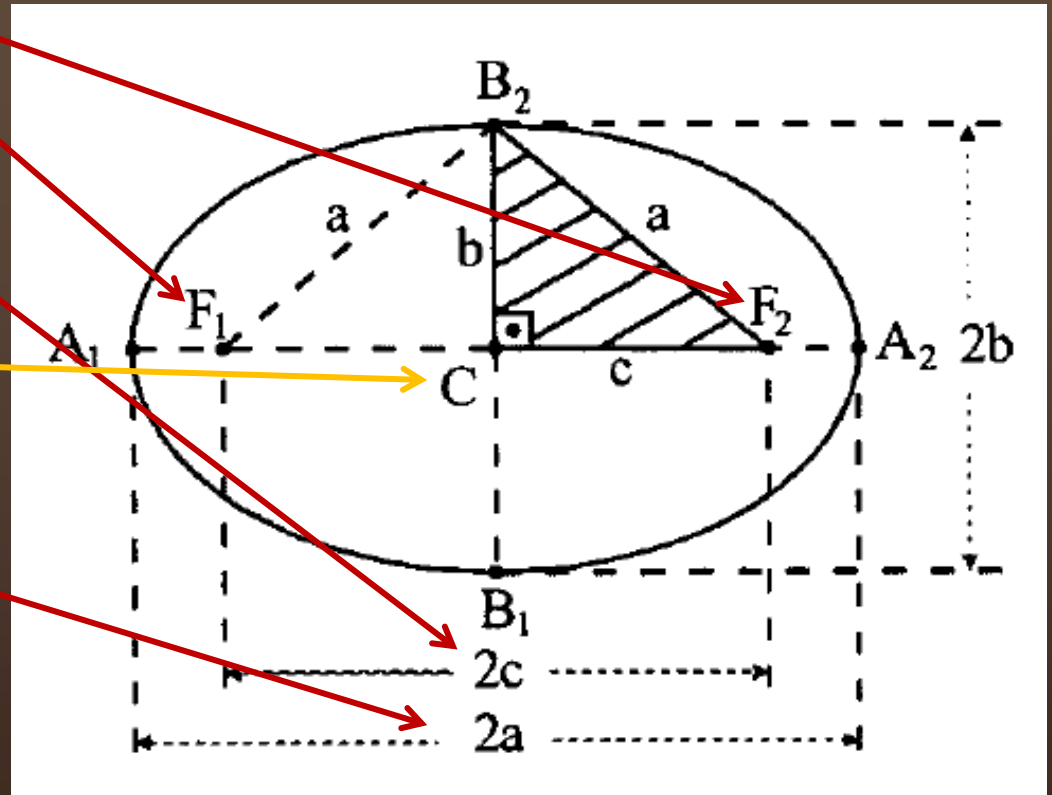
➤ **Eixo menor:** $2b$

➤ **Vértices:** A_1, A_2, B_1, B_2



Elementos da Elipse

- **Focos:** F_1 e F_2
- **Distância Focal:**
 $d(F_1, F_2) = 2c$
- **Centro:** C
- **Eixo maior:** $2a$
- **Eixo menor:** $2b$
- **Vértices:** A_1, A_2, B_1, B_2



Elementos da Elipse

➤ Focos: F_1 e F_2

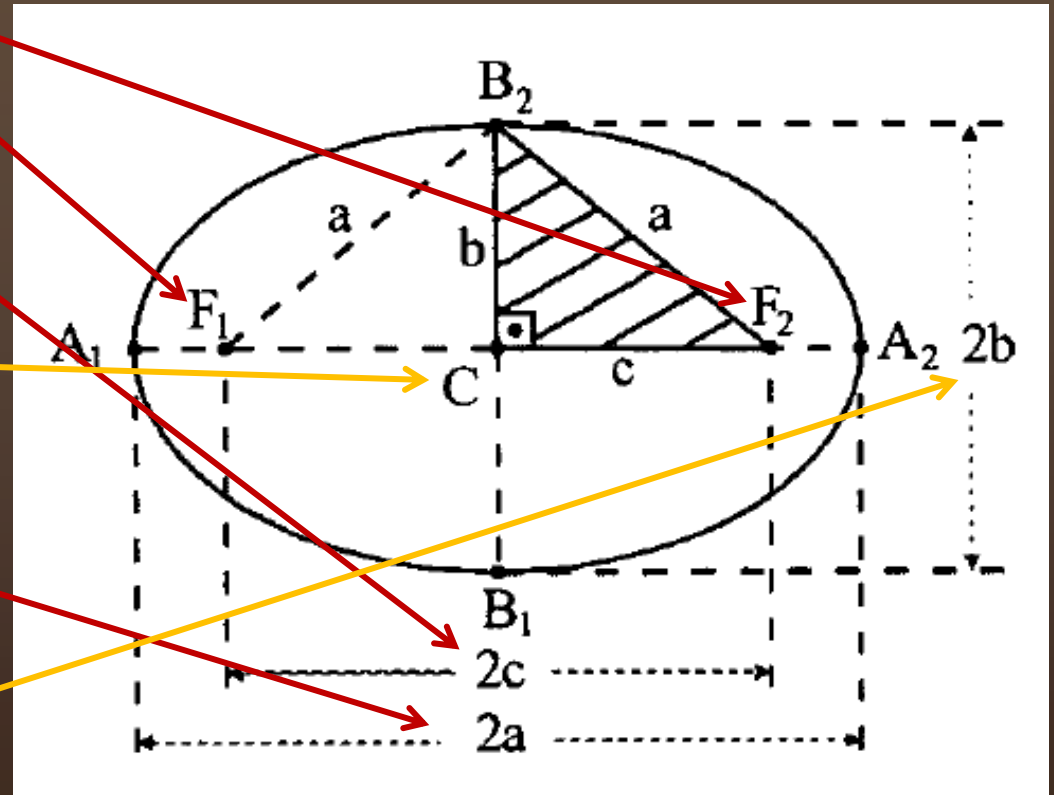
➤ Distância Focal:

$$d(F_1, F_2) = 2c$$

➤ Centro: C

➤ Eixo maior: $2a$

➤ Eixo menor: $2b$



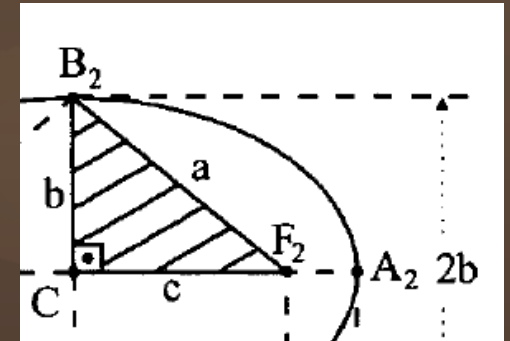
➤ Vértices: A_1, A_2, B_1, B_2

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Excentricidade da elipse

Número real $0 < e < 1$ obtido pela razão:

$$e = \frac{c}{a}$$



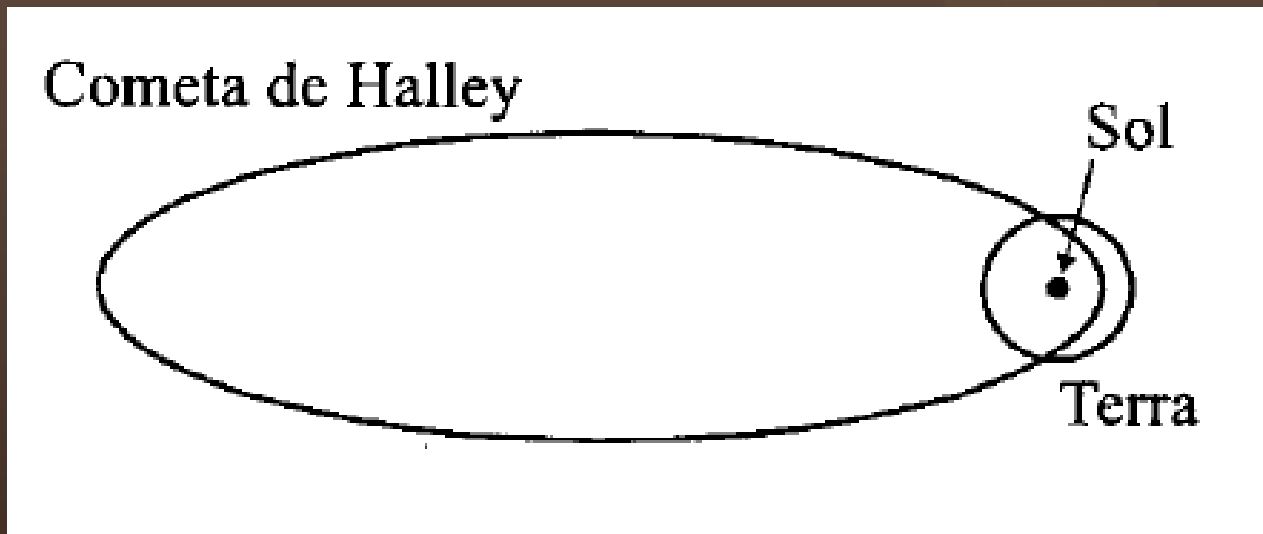
A excentricidade é responsável pela forma da elipse.

- $e \cong 0$ se aproximam de uma circunferência;
- $e \cong 1$ elipses achatadas.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Excentricidade da elipse

O corpo com órbita mais excêntrica no sistema solar é o cometa Halley: $e = 0,967$. Ele leva 76 anos para completar uma volta em torno do sol (revolução).



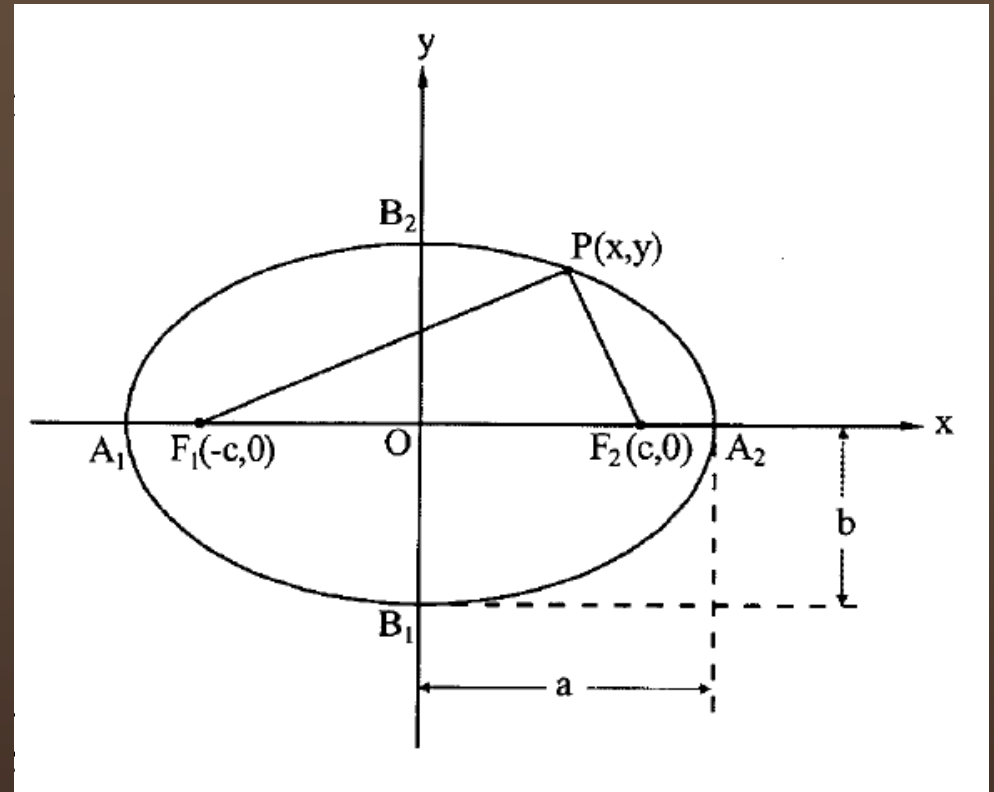
Enquanto a excentricidade da órbita da terra em torno do sol: $e = 0,02$.

Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x .

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



Pela definição:

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$|\overrightarrow{F_1P}| + |\overrightarrow{F_2P}| = 2a$$

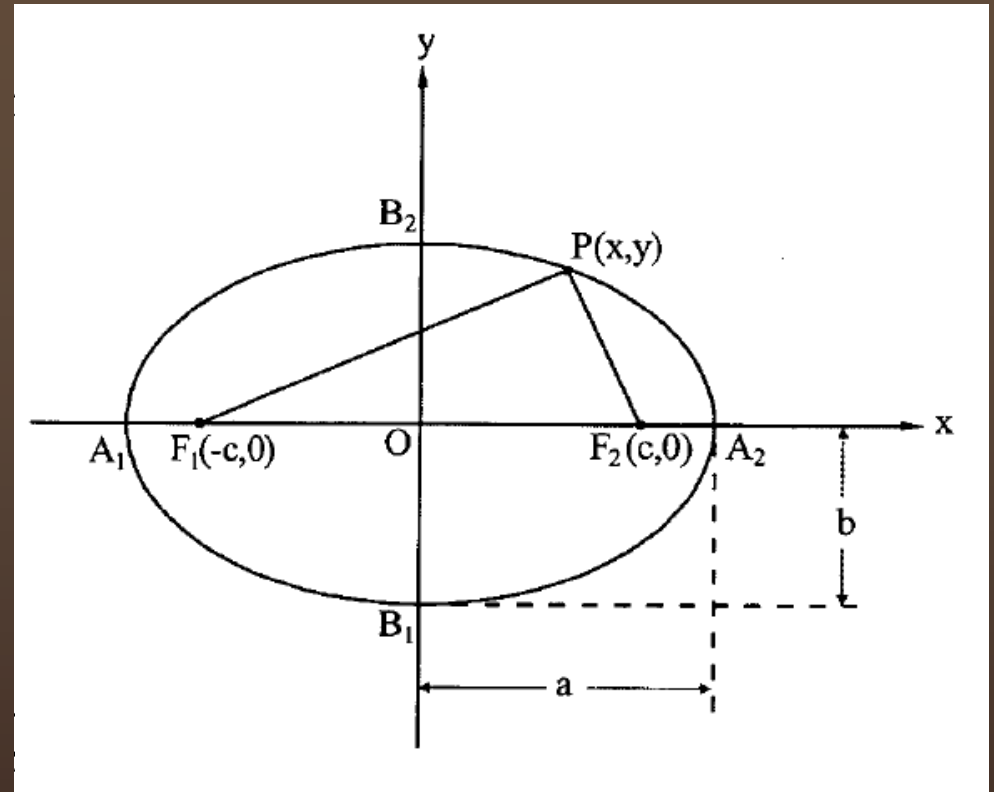
$$|(x, y) - (-c, 0)| + |(x, y) - (c, 0)| = 2a$$

Equação reduzida da elipse

1º Caso: Eixo maior sobre o eixo x .

Focos: $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$



Pela definição:

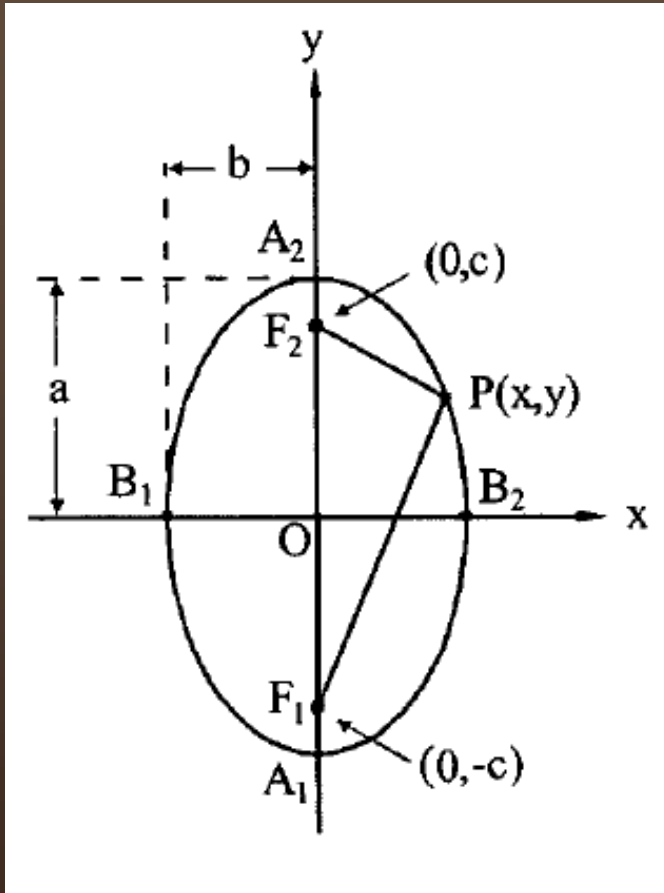
$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$|\overrightarrow{F_1P}| + |\overrightarrow{F_2P}| = 2a$$

$$|(x, y) - (-c, 0)| + |(x, y) - (c, 0)| = 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equação reduzida da Elipse



2º Caso: Eixo maior sobre o eixo y .

Foco:

$F_1(0, -c)$ e $F_2(0, c)$

Pela definição:

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

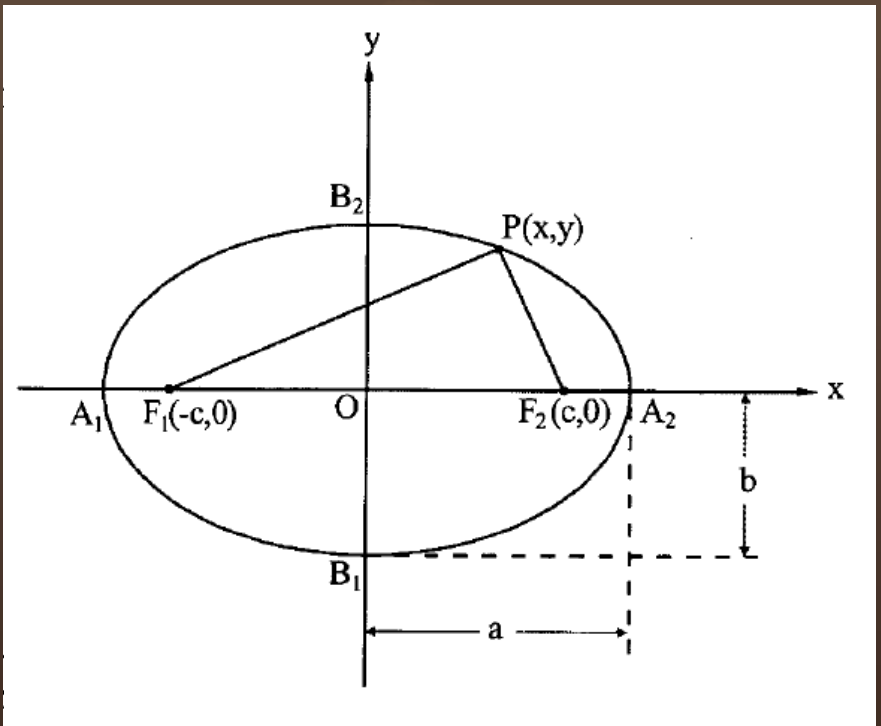


$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Como identificar o eixo maior?

Na representação, sempre para elipse: $a > b$

Então:



Como identificar o eixo maior?

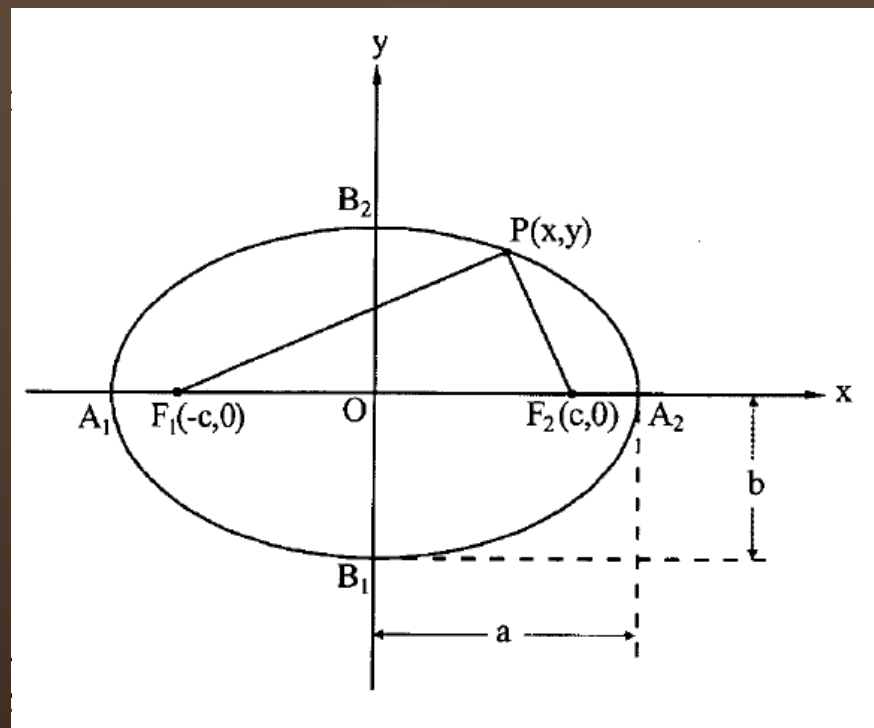
Na representação, sempre para elipse: $a > b$

Então:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Eixo maior

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



Exemplo 1

Resp.: $F_1(0, -\sqrt{12})$ $e = 0,86$

Determine para a elipse $4x^2 + y^2 - 16 = 0$.

- a) A medida dos semieixos; b) Os Focos
- c) A excentricidade; d) O esboço do gráfico

Exercício em classe

$$\text{Resp.: } F_1(\sqrt{7}, 0) \quad e = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

Determine para a elipse $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$.

- a) A medida dos semieixos; b) Os Focos
- c) A excentricidade; d) O esboço do gráfico

Círculo

Círculo

- Elipse degenerada;
- O plano π que secciona a superfície cônica é paralelo ao eixo vertical desse cone;
- O que resulta na equação da elipse em $a = b = r$ e define o raio r do círculo;
- Os focos coincidem com o centro.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

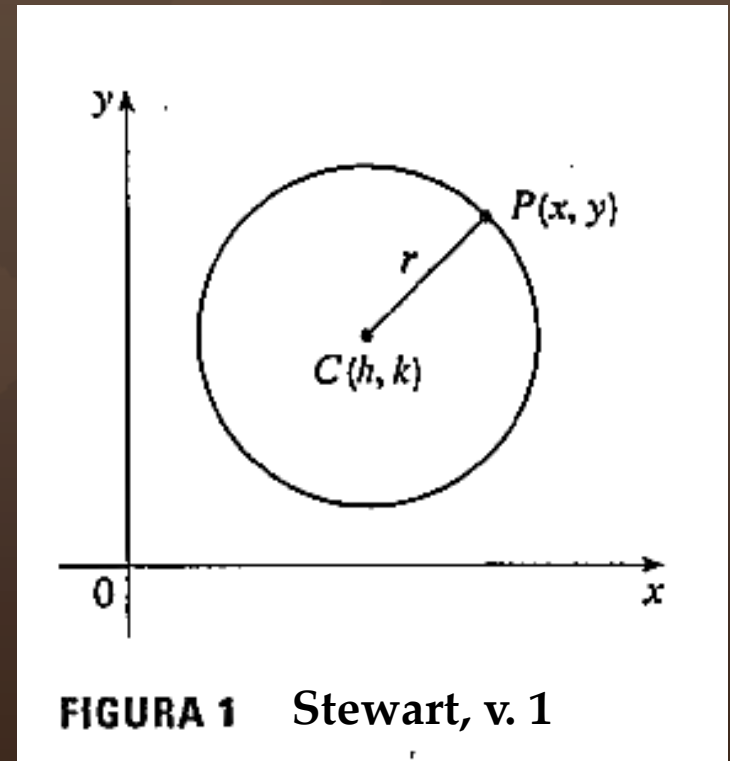
Equação da circunferência
centrada na origem

Círculo

- Se o centro do círculo estiver deslocado: $C(h, k)$;
- A equação geral ficará, então:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Equação da
circunferência
de centro $C(h, k)$



Exemplo 2

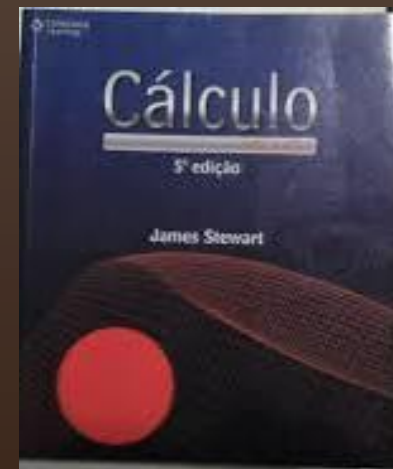
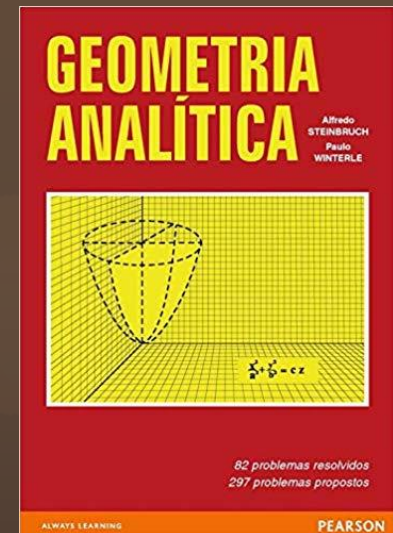
Esboce o gráfico da equação $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$ mostrando, primeiro, que ela é um círculo. Determine o seu raio e seu centro.

Resp.: $r = \sqrt{3}$ e $C(-1, 3)$

Bibliografia - GA

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P.
Geometria Analítica. 2. Ed. São
Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

Numeração dos exercícios
com base na 2^a ed. ----->>



Stewart, James. Cálculo volume 1,
5^a ed. São Paulo: Cengage, 2008.

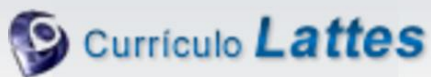
Contatos e redes sociais



profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br



<http://lattes.cnpq.br/1614784455223743>