Geometria Analítica

Engenharias

Semana 10 – Aula 1
Definição de cônicas
Parábola

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

Cônicas

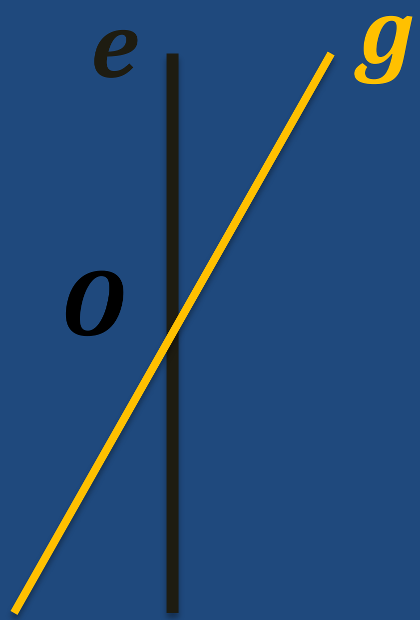
- Curvas planas que se caracterizam pelas formas da parábola, elipse, círculo e hipérbole;

Cônicas

- Curvas planas que se caracterizam pelas formas da parábola, elipse, círculo e hipérbole;
- Aplicações:
  - Reflexão de ondas (mecânicas e eletromagnéticas);
  - Movimento de projéteis;
  - Astronomia.

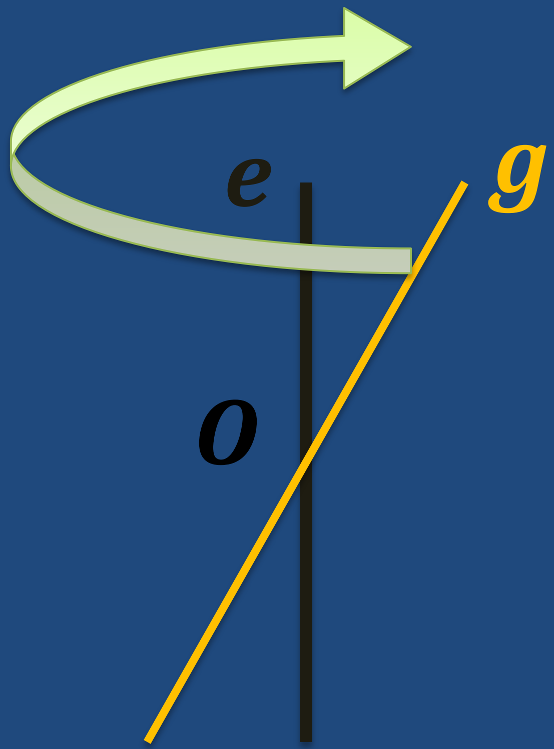
Cônicas

Sejam duas retas $\boldsymbol{e}$ (eixo) e $\boldsymbol{g}$ (geratriz), não perpendiculares e concorrentes em $\boldsymbol{O}$.



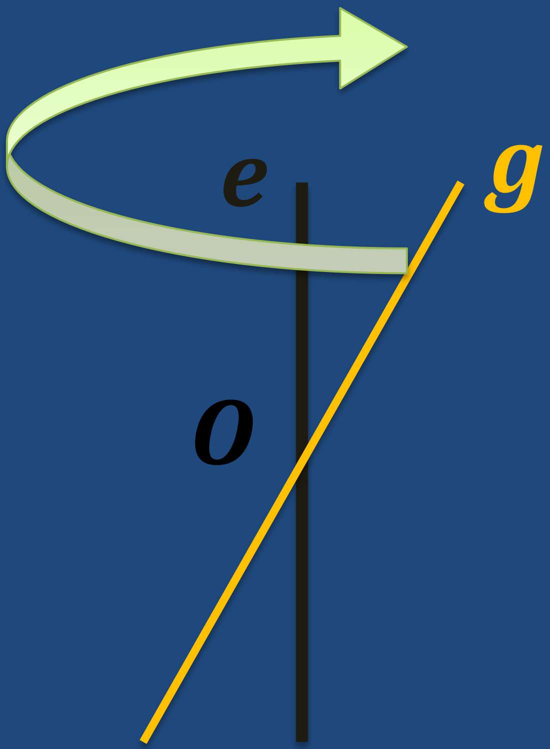
Cônicas

Sejam duas retas $\boldsymbol{e}$ (eixo) e $\boldsymbol{g}$ (geratriz), não perpendiculares e concorrentes em $\boldsymbol{O}$.



Cônicas

Sejam duas retas e (eixo) e g (geratriz), não perpendiculares e concorrentes em O.



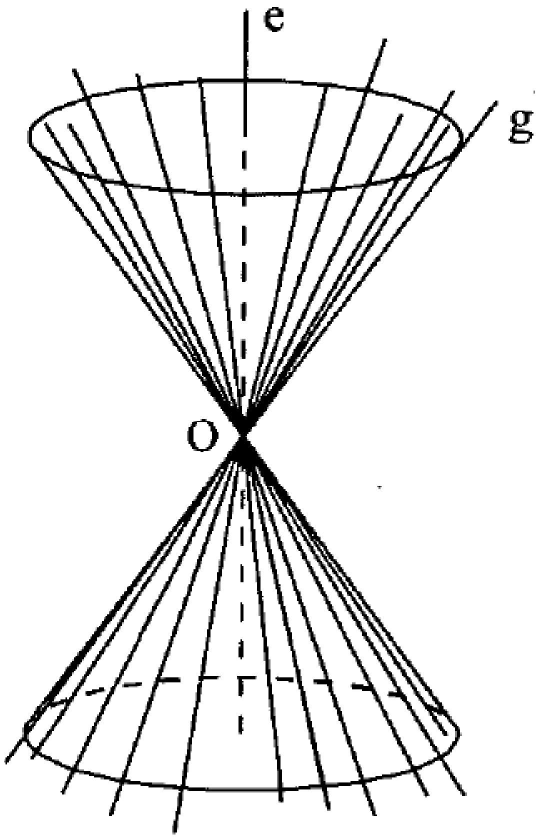


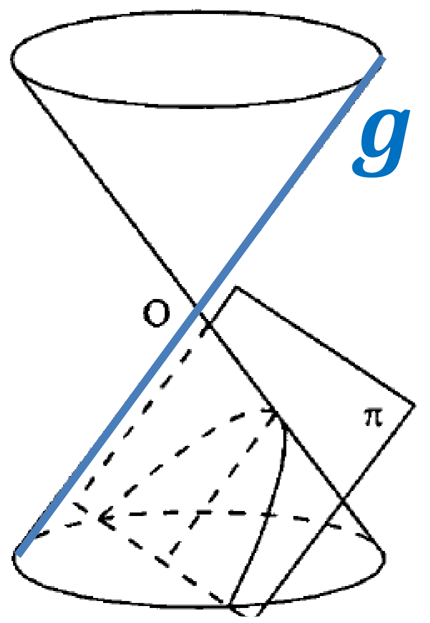
Figura 8.1

Seções cônicas

- Seccionando a superfície cônica por um plano π resultarão seções características.
- O conjunto de pontos do plano que interceptam a superfície é chamado cônica.

Seções cônicas

- ✓ Seccionando a superfície cônica por um plano π resultarão seções características.
- ✓ O conjunto de pontos do plano que interceptam a superfície é chamado cônica.



Parábola

Seções cônicas

- ✓ Seccionando a superfície cônica por um plano π resultarão seções características.
- ✓ O conjunto de pontos do plano que interceptam a superfície é chamado cônica.

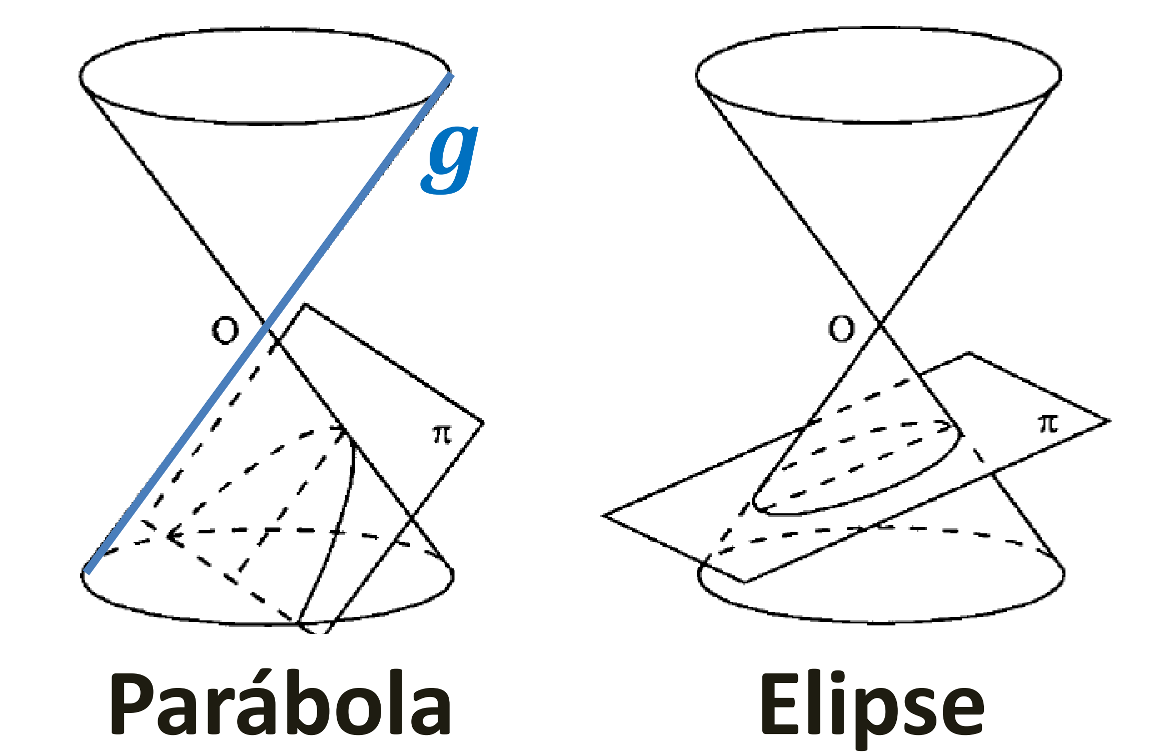


Figura 8.2

Seções cônicas

- ✓ Seccionando a superfície cônica por um plano π resultarão seções características.
- ✓ O conjunto de pontos do plano que interceptam a superfície é chamado cônica.

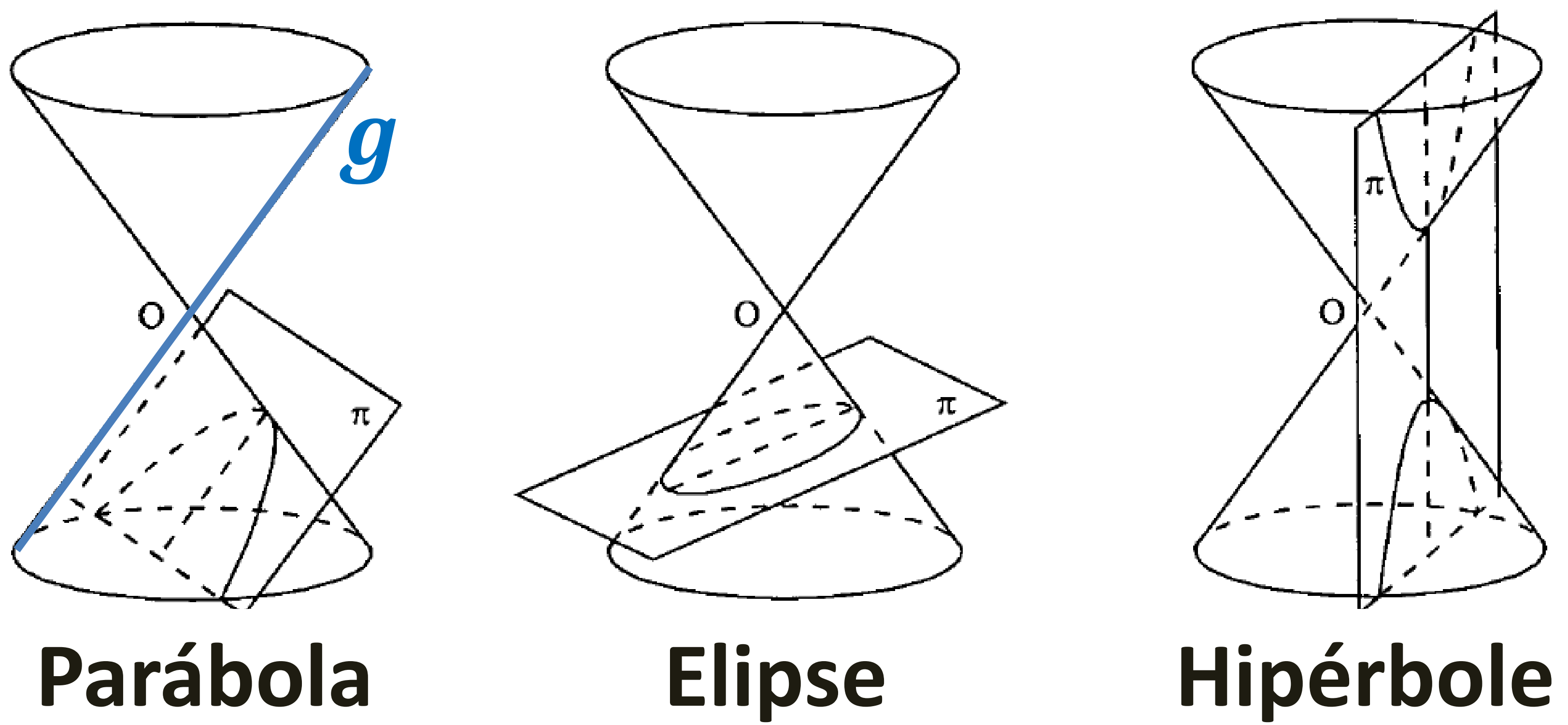
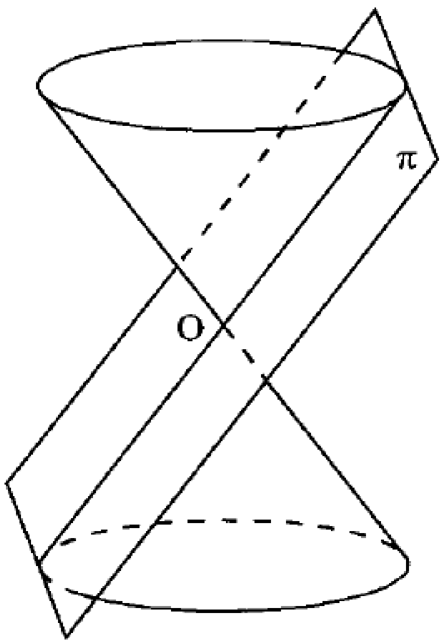


Figura 8.2

Seções cônicas degeneradas

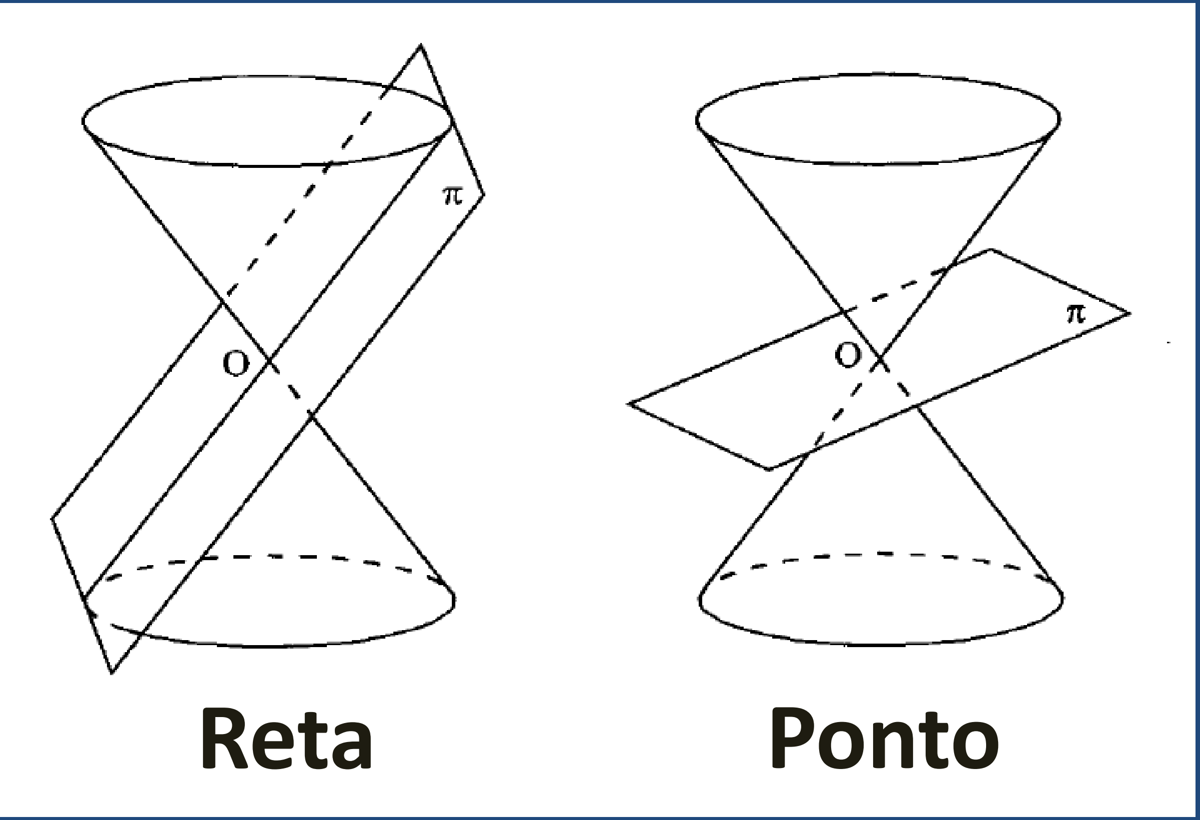
- ✓ Se os planos secantes forem transladados paralelamente até o vértice, obtém-se cônicas degeneradas.



Reta

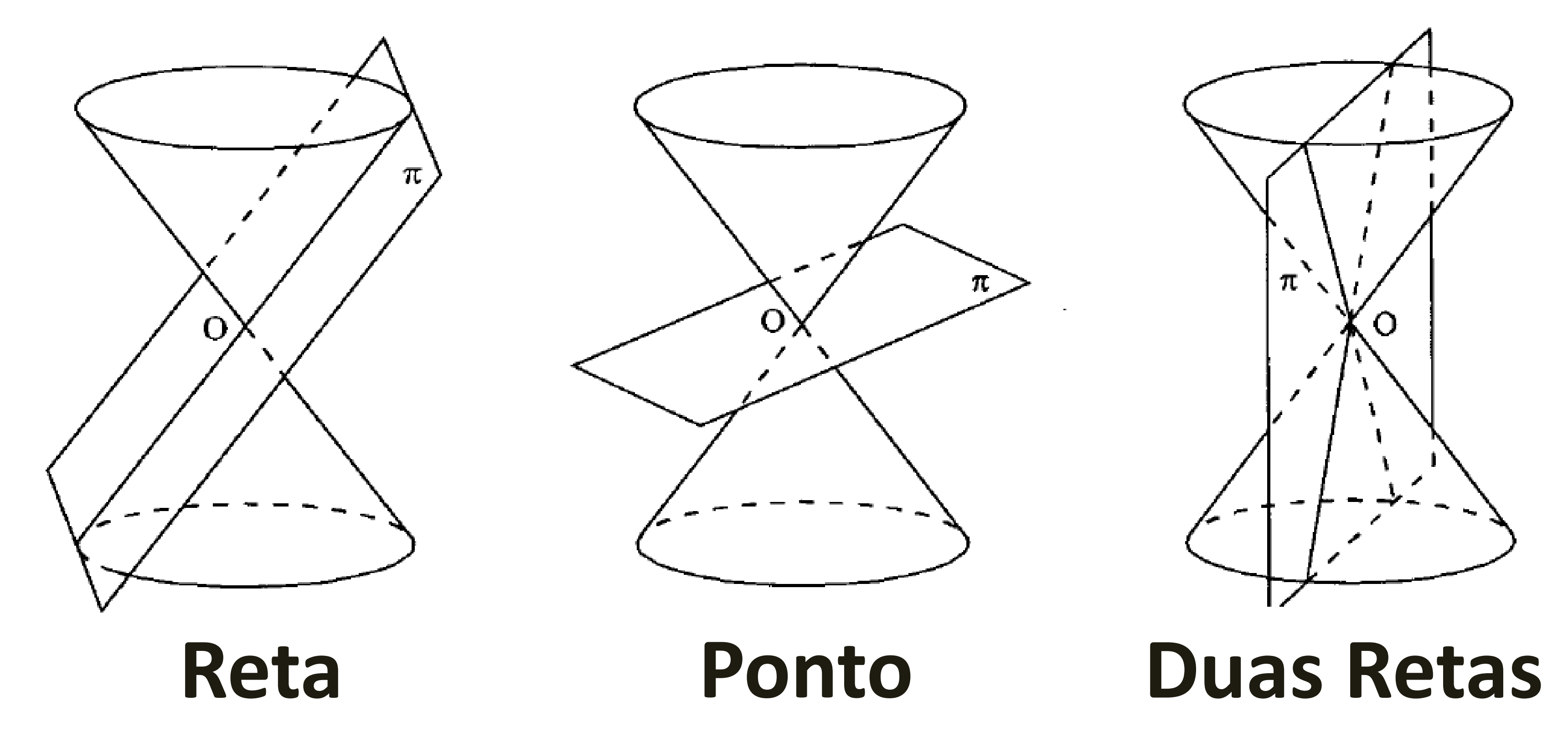
Seções cônicas degeneradas

- ✓ Se os planos secantes forem transladados paralelamente até o vértice, obtém-se cônicas degeneradas.



Seções cônicas degeneradas

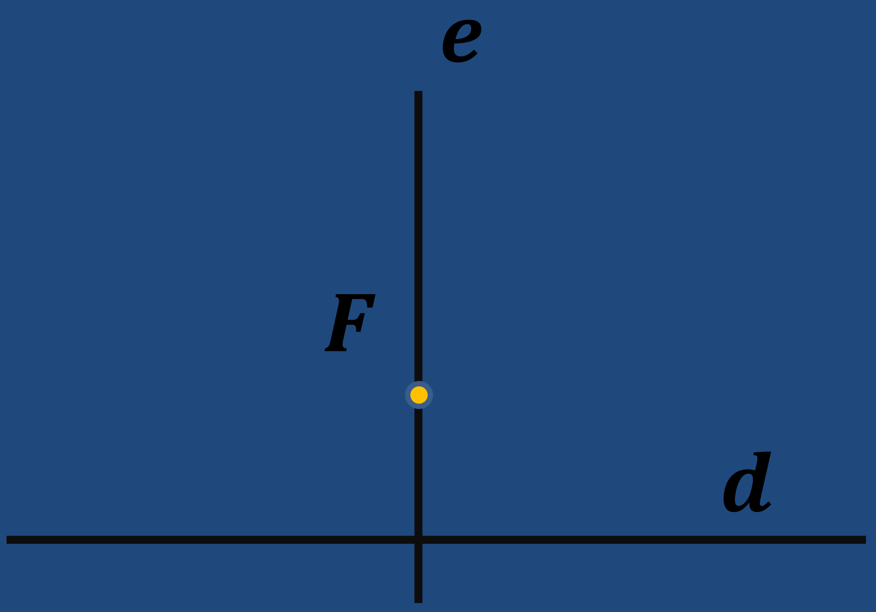
✓ Se os planos secantes forem transladados paralelamente até o vértice, obtém-se cônicas degeneradas.



Parábola

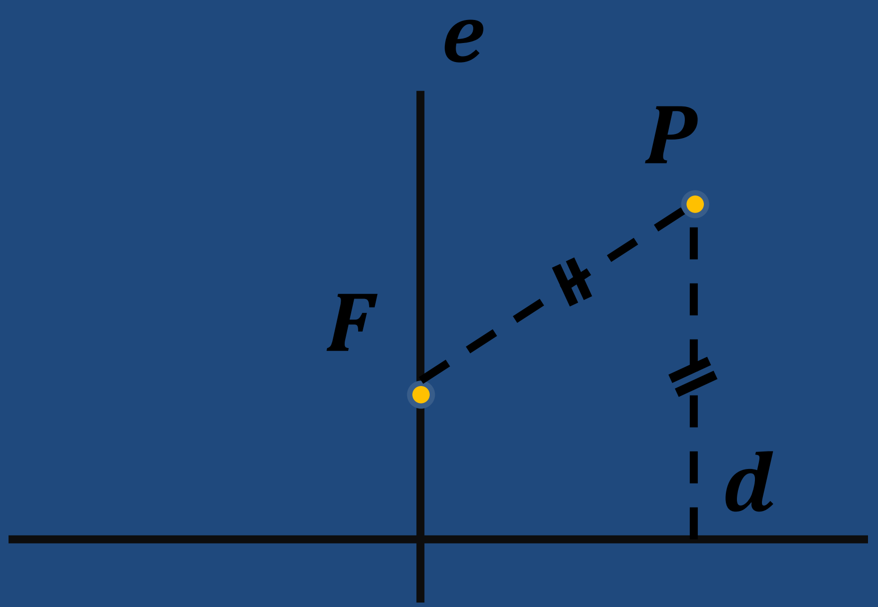
Parábola

Seja uma reta $\boldsymbol{d}$ contida em um plano representado pela tela (ou papel) e um ponto $\boldsymbol{F}$ não pertencente a $\boldsymbol{d}$.



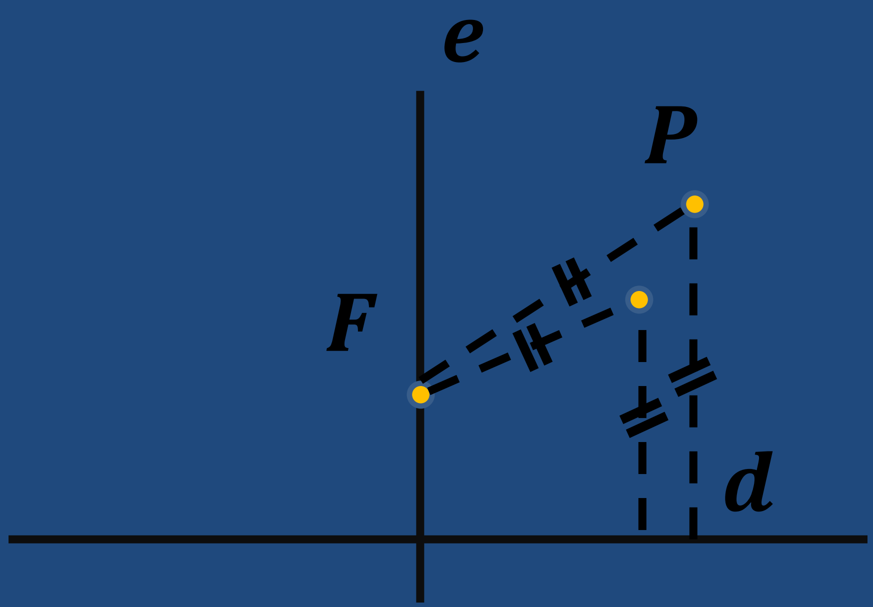
Parábola

Seja uma reta $\boldsymbol{d}$ contida em um plano representado pela tela (ou papel) e um ponto $\boldsymbol{F}$ não pertencente a $\boldsymbol{d}$.



Parábola

Seja uma reta $\boldsymbol{d}$ contida em um plano representado pela tela (ou papel) e um ponto $\boldsymbol{F}$ não pertencente a $\boldsymbol{d}$.



Parábola é o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de $\boldsymbol{F}$ e $\boldsymbol{d}$.

Parábola

Seja uma reta $\boldsymbol{d}$ contida em um plano representado pela tela (ou papel) e um ponto $\boldsymbol{F}$ não pertencente a $\boldsymbol{d}$.

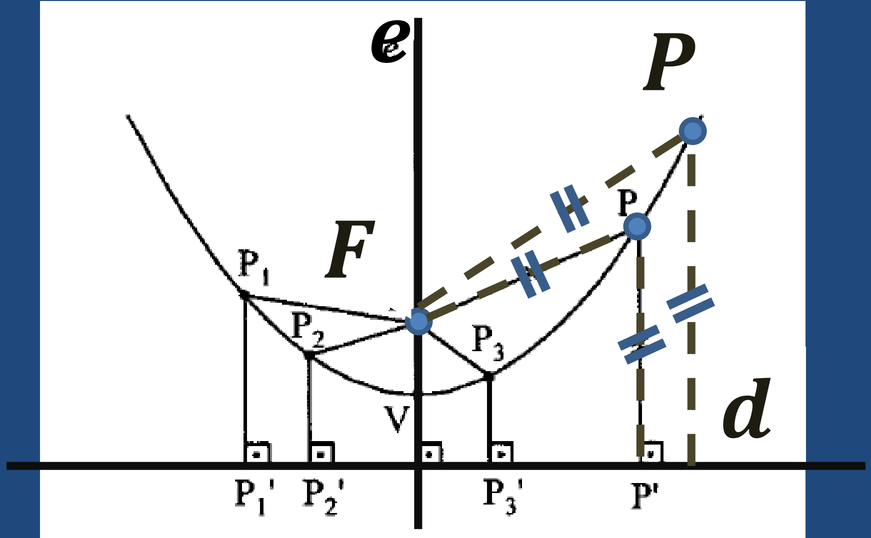


Figura 8.5

Parábola é o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de $\boldsymbol{F}$ e $\boldsymbol{d}$.

$$\boldsymbol{d(P,F) = d(P,d)}$$

Elementos da Parábola

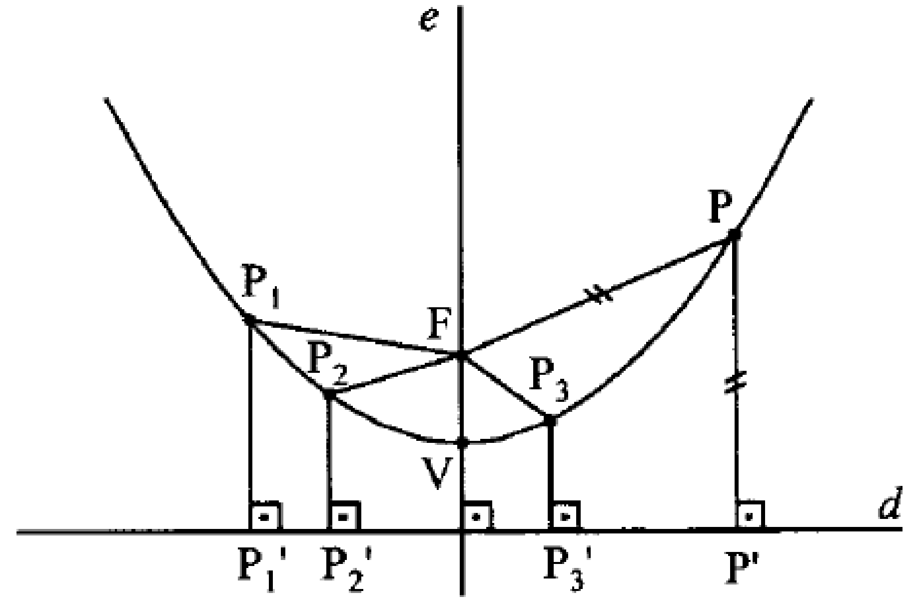


Figura 8.5

Elementos da Parábola

- **Eixo de simetria:** reta e

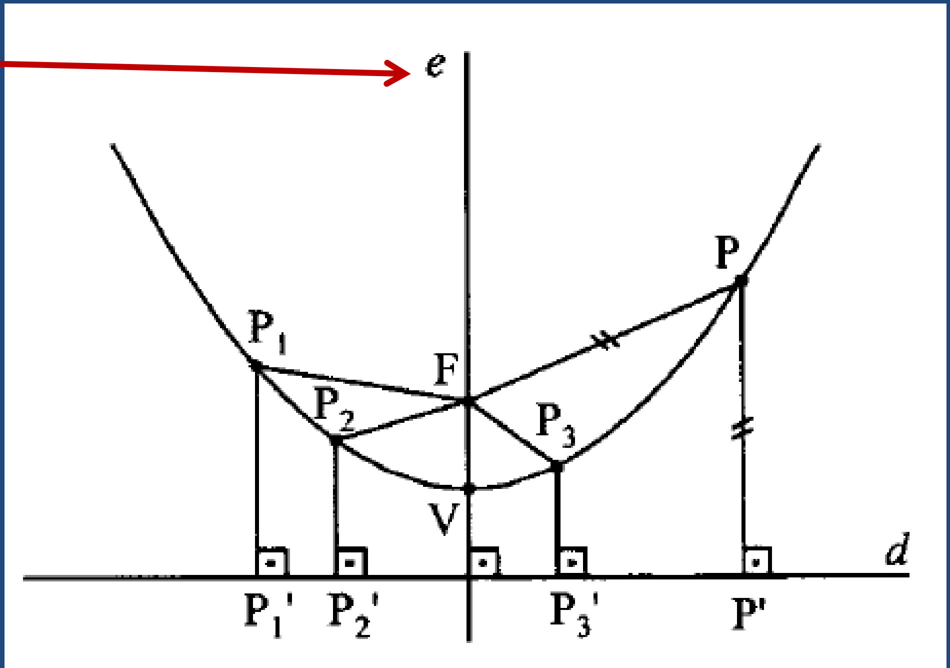


Figura 8.5

Elementos da Parábola

- **Eixo de simetria:** reta $\boldsymbol{e}$

- **Foco**: ponto $\boldsymbol{F}$

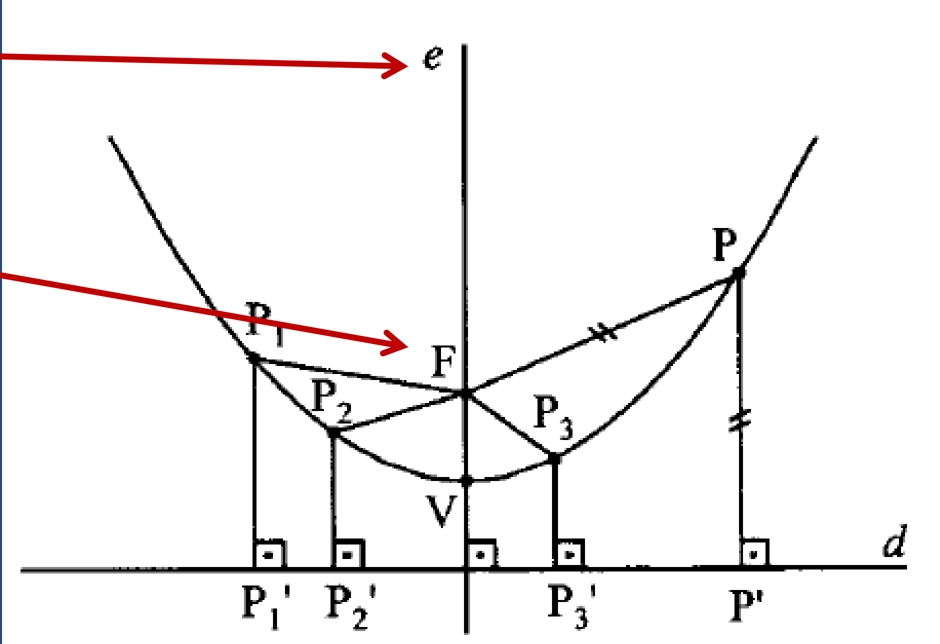


Figura 8.5

Elementos da Parábola

- **Eixo de simetria:** reta e
- **Foco:** ponto F
- **Vértice:** ponto V

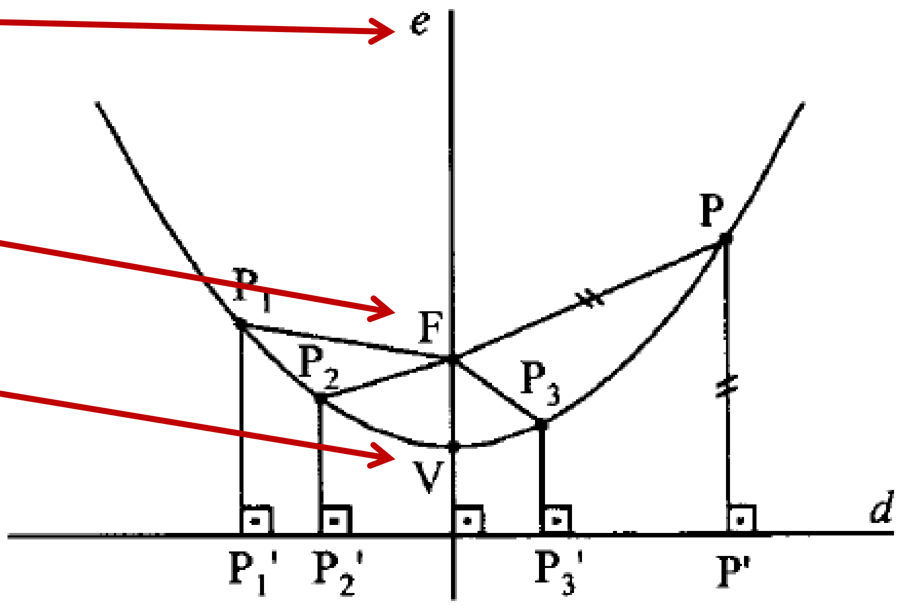


Figura 8.5

Elementos da Parábola

- **Eixo de simetria:** reta $\boldsymbol{e}$
- **Foco**: ponto $\boldsymbol{F}$
- **Vértice**: ponto $\boldsymbol{V}$
- **Diretriz**: reta $\boldsymbol{d}$
- **Parâmetro**: $\boldsymbol{p}$

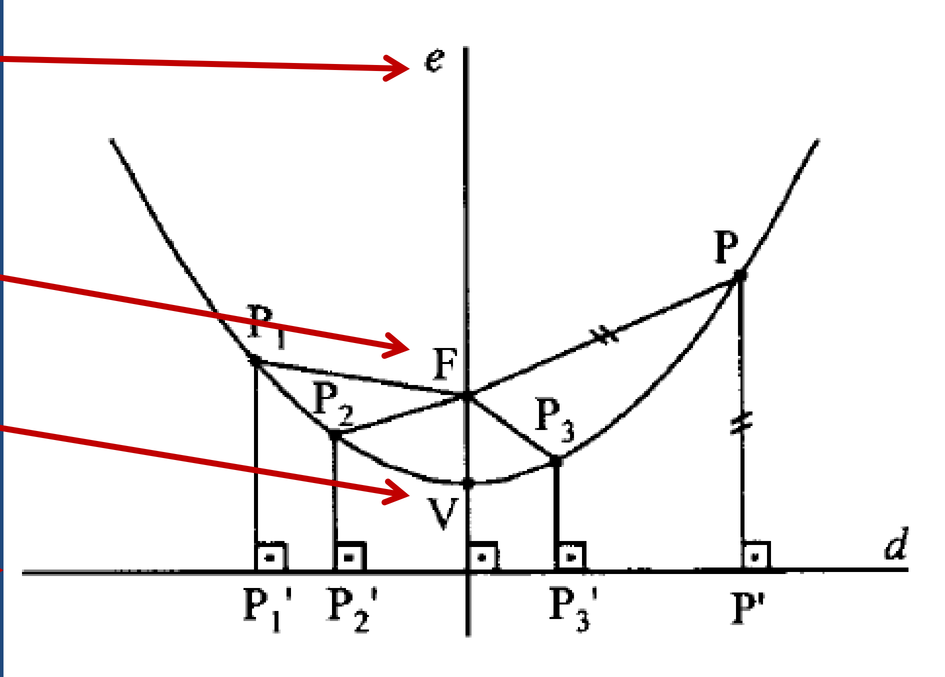


Figura 8.5

Equação reduzida da Parábola

1º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo y.

Foco: $\mathbf{F}\left(\mathbf{0}, \frac{p}{2}\right) \quad p \in \mathbb{R}$

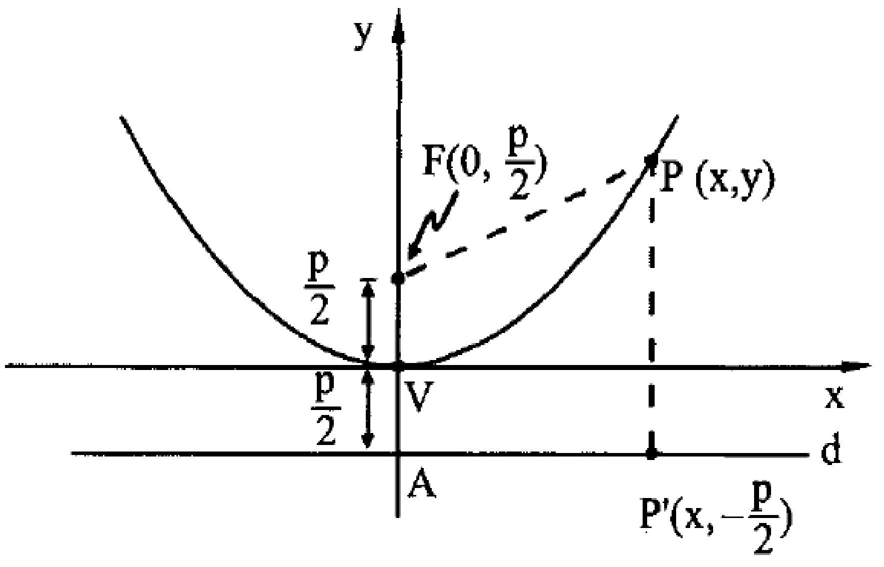


Figura 8.6

Equação reduzida da Parábola

1º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo y.

Foco: $\mathbf{F}\left(\mathbf{0}, \frac{p}{2}\right) \quad p \in \mathbb{R}$

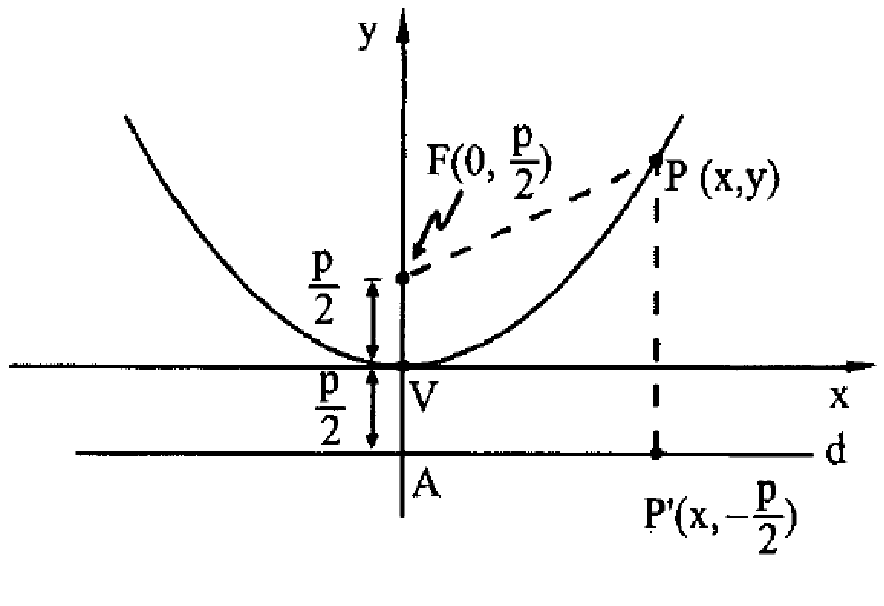


Figura 8.6

Pela definição:

$$d(P,F) = d(P,d)$$

$$|\overrightarrow{FP}| = |\overrightarrow{PP'}| \quad \rightarrow \quad \left|\left(x - 0, y - \frac{p}{2}\right)\right| = \left|\left(x - x, y + \frac{p}{2}\right)\right|$$

Equação reduzida da Parábola

1º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo y.

Foco: $\mathbf{F}\left(\mathbf{0},\frac{p}{2}\right) \quad p \in \mathbb{R}$

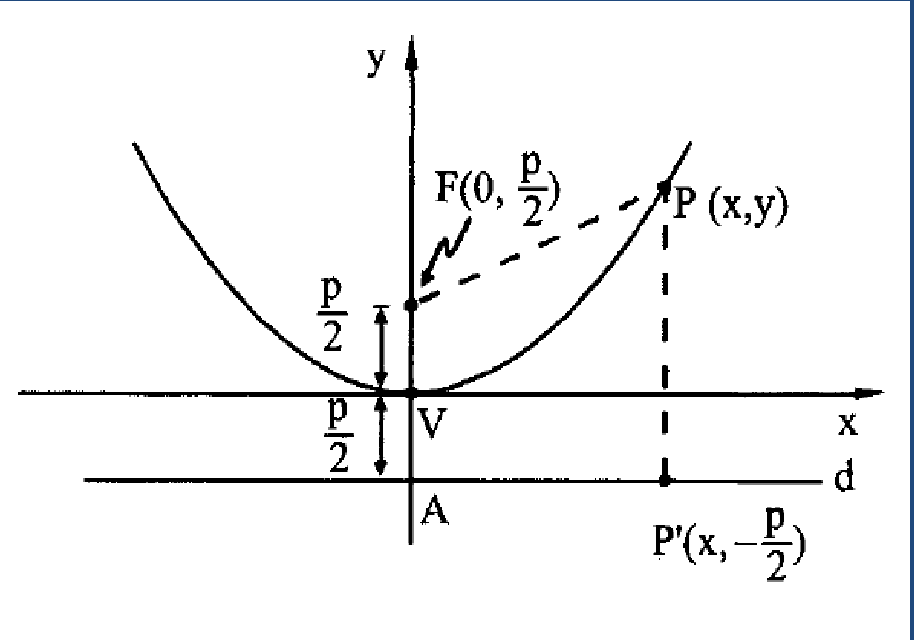


Figura 8.6

Pela definição:

$$d(P,F) = d(P,d)$$

$$\left|\overrightarrow{FP}\right| = \left|\overrightarrow{PP'}\right| \quad \rightarrow \quad \left|\left(x-0, y-\frac{p}{2}\right)\right| = \left|\left(x-x, y+\frac{p}{2}\right)\right|$$

$$\rightarrow \quad \boxed{x^2 = 2py}$$

Equação reduzida da Parábola

Equação reduzida da Parábola

1º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo y.

Como: $x^2 = 2py$ $py > 0\ (sempre)$

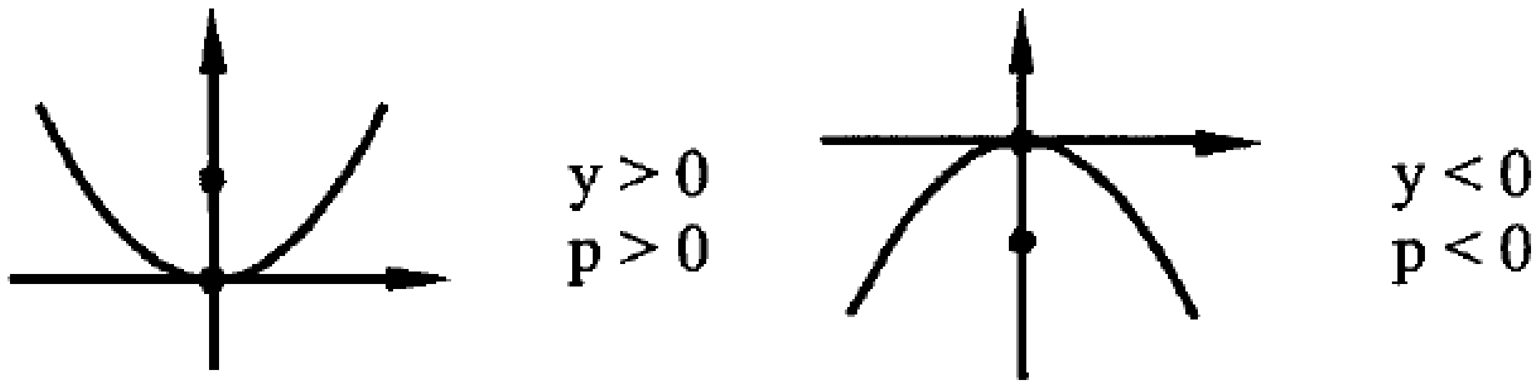


Figura 8.7

Equação reduzida da Parábola

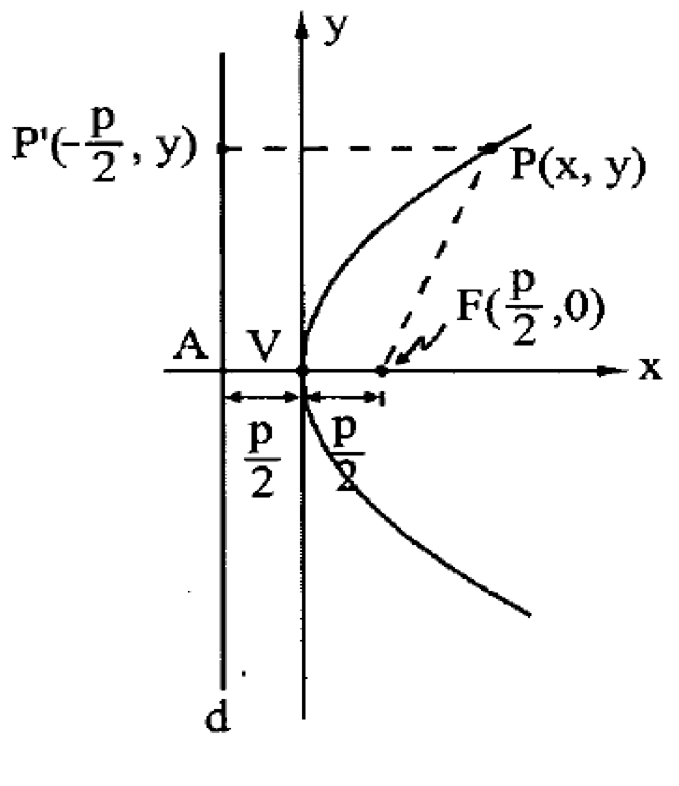


Figura 8.8

2º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo x.

Foco: $\mathbf{F}\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ $\quad p \in \mathbb{R}$

Equação reduzida da Parábola

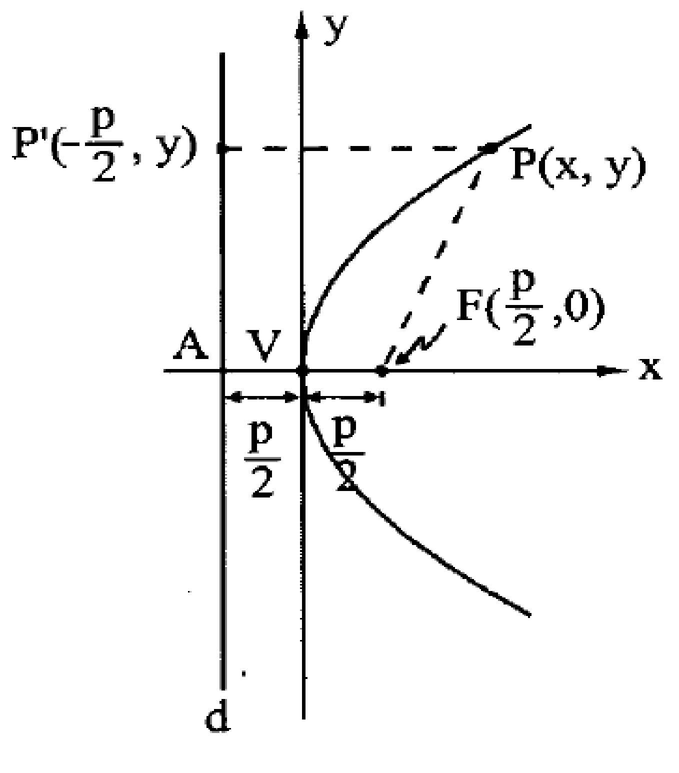


Figura 8.8

<u>2º Caso:</u> Eixo de simetria coincide com eixo x.

Foco: $\mathbf{F}\left(\frac{p}{2}, \mathbf{0}\right) \quad p \in \mathbb{R}$

Pela definição:

$$\left|\overrightarrow{FP}\right| = \left|\overrightarrow{PP'}\right|$$

Fazer como exercício ...

Equação reduzida da Parábola

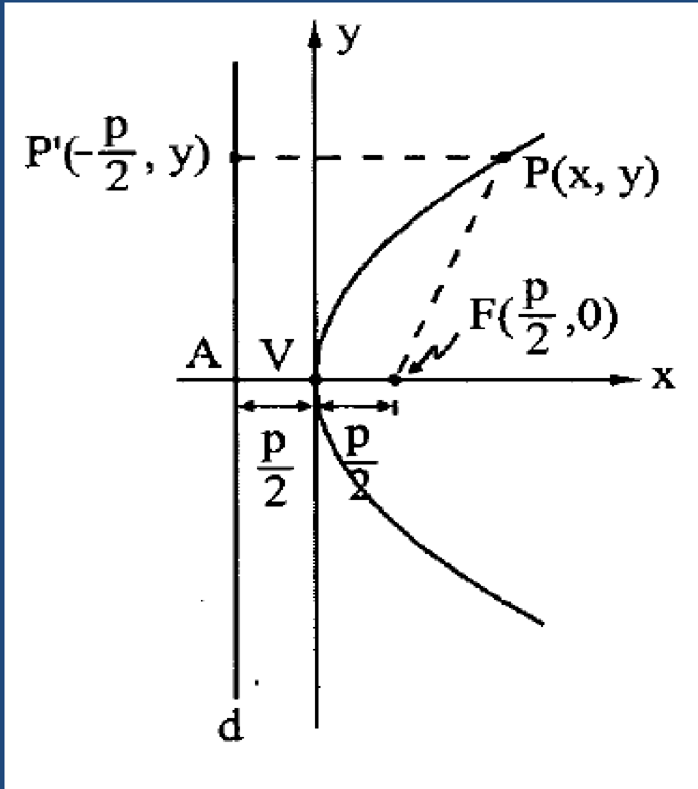


Figura 8.8

2º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo x.

Foco: $\mathbf{F}\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ $\quad p \in \mathbb{R}$

Pela definição:

$$\left|\overrightarrow{FP}\right| = \left|\overrightarrow{PP'}\right|$$

Fazer como exercício ...

$$y^2 = 2px$$

Equação reduzida da Parábola

Equação reduzida da Parábola

2º Caso: Eixo de simetria coincide com eixo x.

Como: $\boldsymbol{y^2 = 2px}$ $\quad$ $\boldsymbol{px > 0\ (sempre)}$

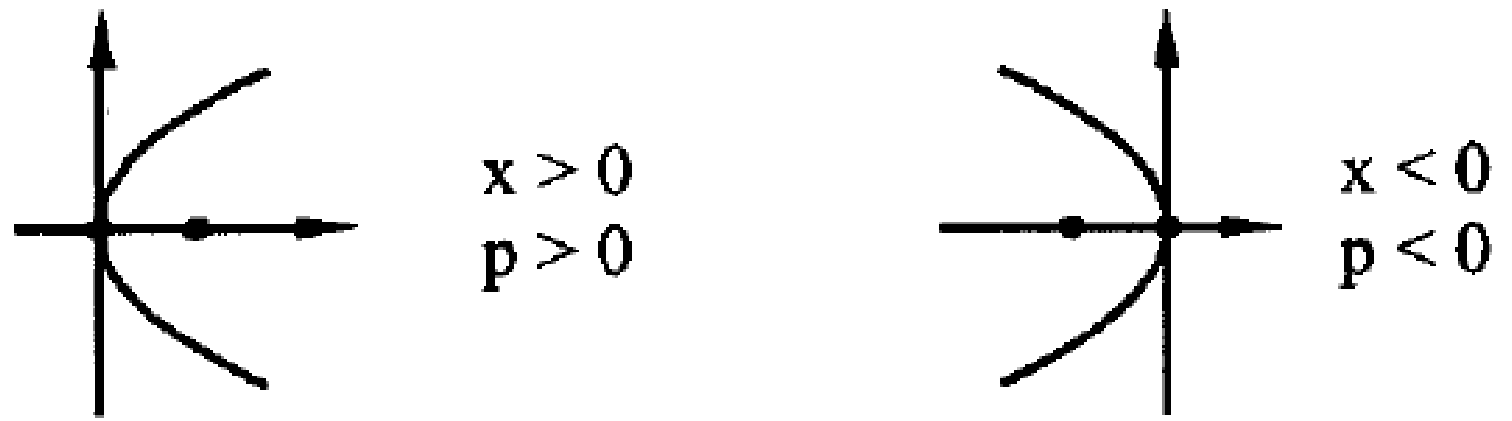
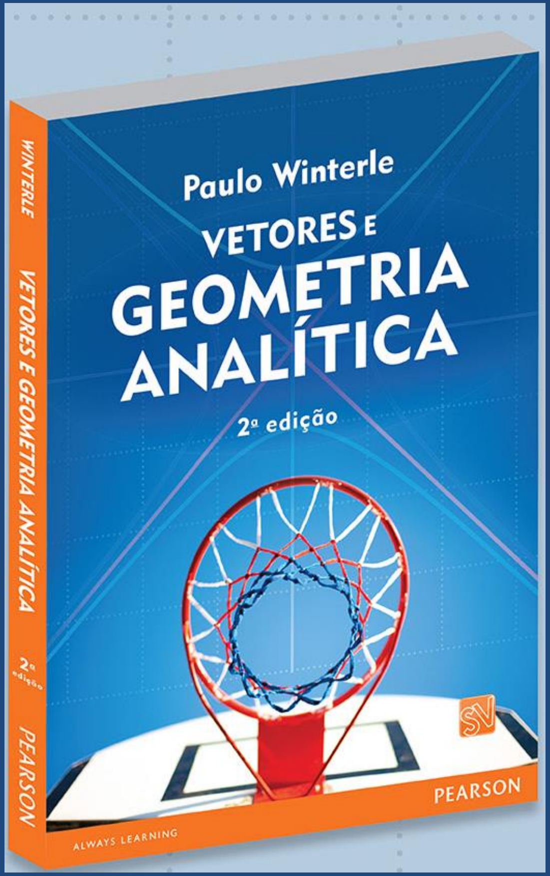


Figura 8.9

Exemplo 1

Uma parábola é definida pela equação reduzida $\boldsymbol{x = -\frac{1}{2}y^2}$. Encontre o foco, a equação da diretriz e esboce o gráfico desta parábola. Resp.: $F\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ $\boldsymbol{x = 1/2}$

Referência



WINTERLE, P. Vetores e Geometria Analítica. 2ª ed. São Paulo: Pearson, 2014.

Numeração dos exercícios com base na 2ª ed.

Contato

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br