

# Física I

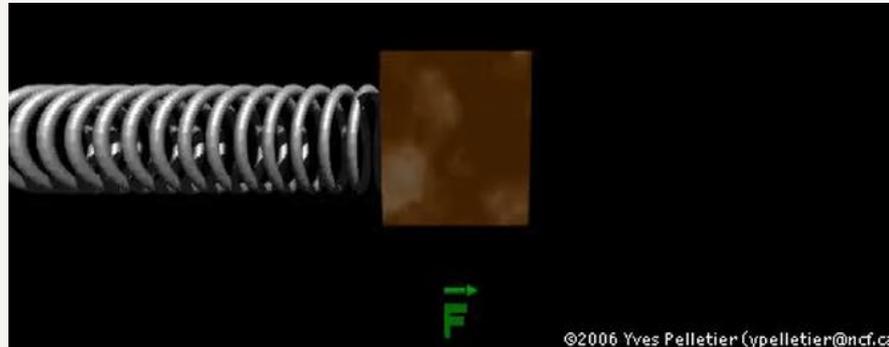
**Semana 10 - Aula 1**

**Trabalho com  
forças variáveis**

**Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria**

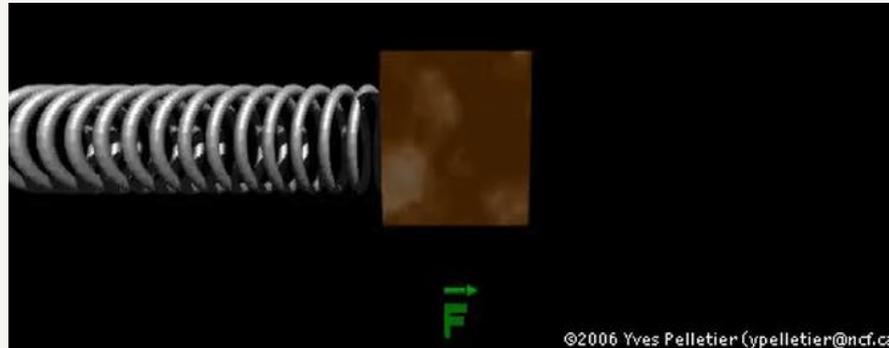
# Trabalho com forças variáveis

- O que ocorre quando se comprime ou se estica uma mola?



# Trabalho com forças variáveis

- O que ocorre quando se comprime ou se estica uma mola?



- Quanto mais ela se estica, maior é o esforço para puxá-la.
- Nesse caso a força exercida não é constante.

# Trabalho com forças variáveis

- Em diversas situações, as forças aplicadas variam em módulo, direção e sentido ou o corpo se desloca em uma trajetória curva.

# Trabalho com forças variáveis

- Em diversas situações, as forças aplicadas variam em módulo, direção e sentido ou o corpo se desloca em uma trajetória curva.
- Felizmente, o teorema do trabalho-energia permanece válido, mesmo quando consideramos forças variáveis e quando o corpo descreve uma trajetória curva.

# Trabalho com forças variáveis

(a) Partícula que se move de  $x_1$  para  $x_2$  em resposta a uma variação da força na direção de  $x$ .



O módulo da Força é variável

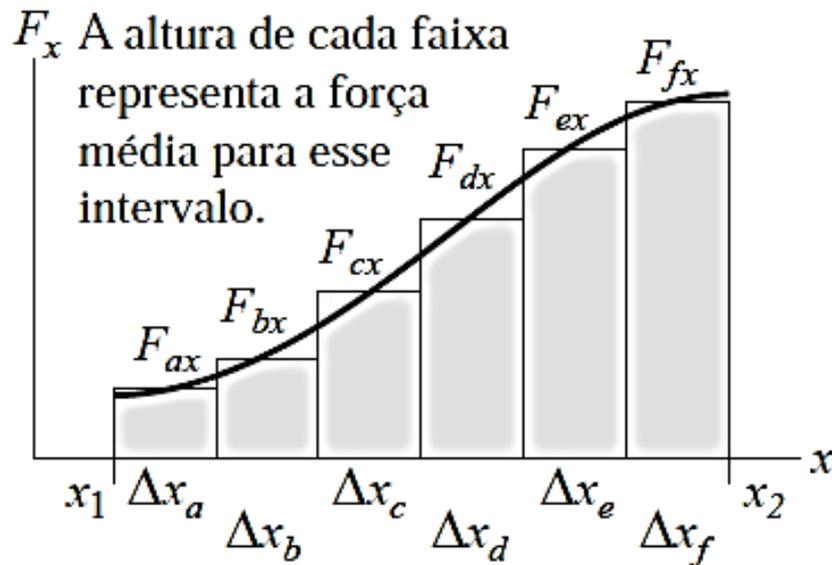
**Figura 6.16** Cálculo do trabalho realizado por uma força variável  $F_x$  na direção de  $x$ , enquanto uma partícula se move de  $x_1$  para  $x_2$ .

**Fonte:** Sears e Zemansky



# Trabalho com forças variáveis

(c)



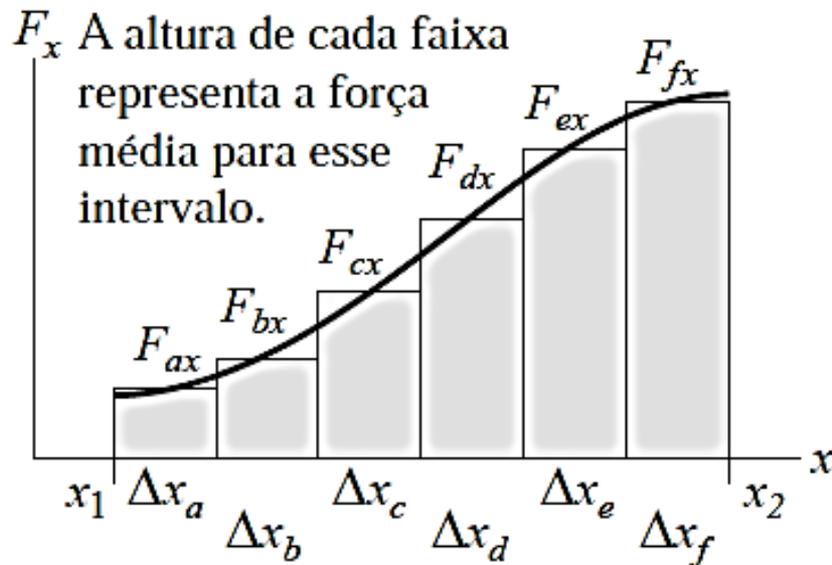
Dividimos o deslocamento total em pequenos segmentos.

**Figura 6.16** Cálculo do trabalho realizado por uma força variável  $F_x$  na direção de  $x$ , enquanto uma partícula se move de  $x_1$  para  $x_2$ .

**Fonte:** Sears e Zemansky

# Trabalho com forças variáveis

(c)



Dividimos o deslocamento total em pequenos segmentos.

Aproximamos o trabalho realizado pela força no deslocamento  $\Delta x_a$  como a força média  $F_{ax}$  neste intervalo multiplicada por este deslocamento.

**Figura 6.16** Cálculo do trabalho realizado por uma força variável  $F_x$  na direção de  $x$ , enquanto uma partícula se move de  $x_1$  para  $x_2$ .

**Fonte:** Sears e Zemansky

# Trabalho com forças variáveis

- O trabalho realizado pela força no deslocamento de  $x_1$  a  $x_2$  é dado aproximadamente por:

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \dots$$

# Trabalho com forças variáveis

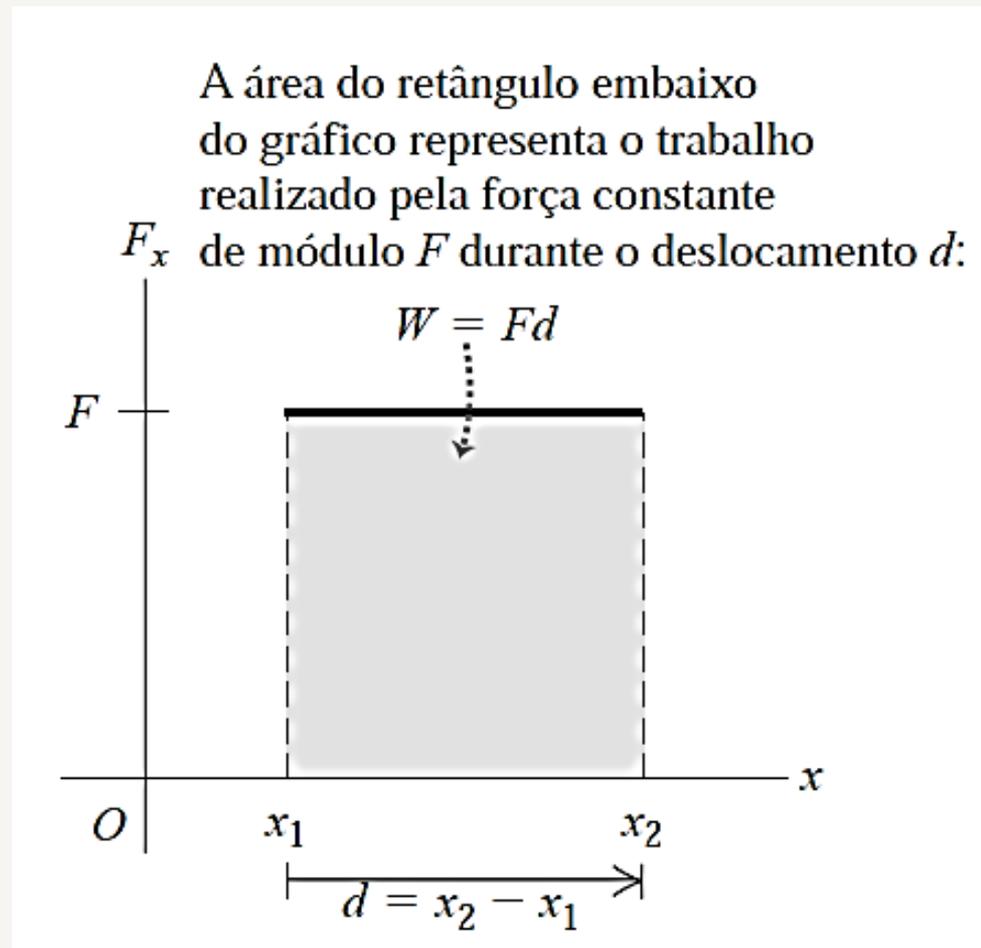
- O trabalho realizado pela força no deslocamento de  $x_1$  a  $x_2$  é dado aproximadamente por:

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \dots$$

- À medida que o número de segmentos aumenta, essa soma fornece (no limite) a integral de  $F_x$  de  $x_1$  a  $x_2$ :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

# Trabalho com forças variáveis

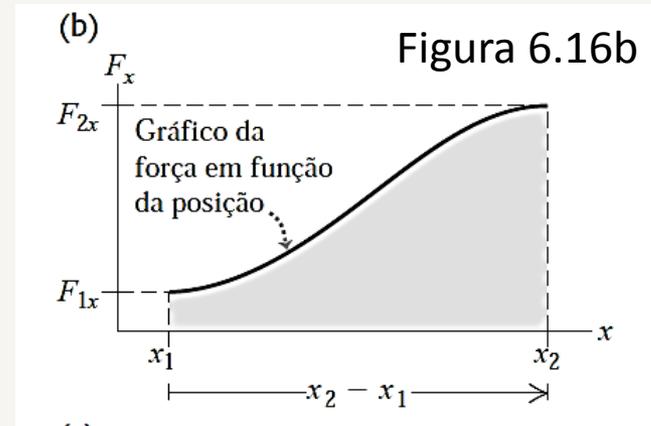


**Figura 6.17** O trabalho realizado por uma força  $F$  constante no sentido do eixo  $Ox$  enquanto uma partícula se move de  $x_1$  para  $x_2$ .

**Fonte:** Sears e Zemansky

# Trabalho com forças variáveis

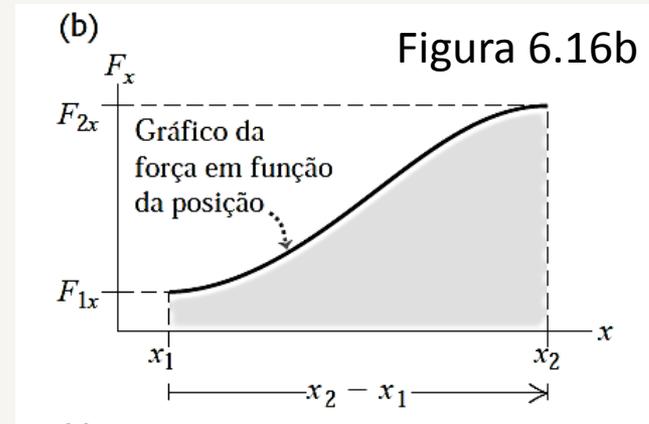
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



- A integral representa a área abaixo da curva da Figura 6.16b no deslocamento de  $x_1$  a  $x_2$ .

# Trabalho com forças variáveis

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



- A integral representa a área abaixo da curva da Figura 6.16b no deslocamento de  $x_1$  a  $x_2$ .

*Em um gráfico da força em função da posição, o trabalho total realizado pela força é representado pela área abaixo da curva entre a posição inicial e a posição final.*

# Trabalho com forças variáveis

- A integral também se aplica no caso particular em que o componente  $x$  da força  $F$  for constante:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x (x_2 - x_1) = F_x d$$

# Trabalho com forças variáveis

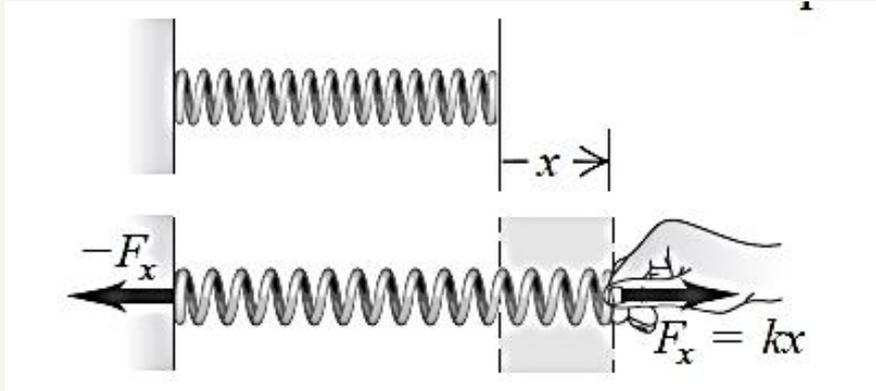
- A integral também se aplica no caso particular em que o componente  $x$  da força  $F$  for constante:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x (x_2 - x_1) = F_x d$$

- O que concorda com a equação do trabalho para uma força constante em um deslocamento  $d$ :

$$W = Fd$$

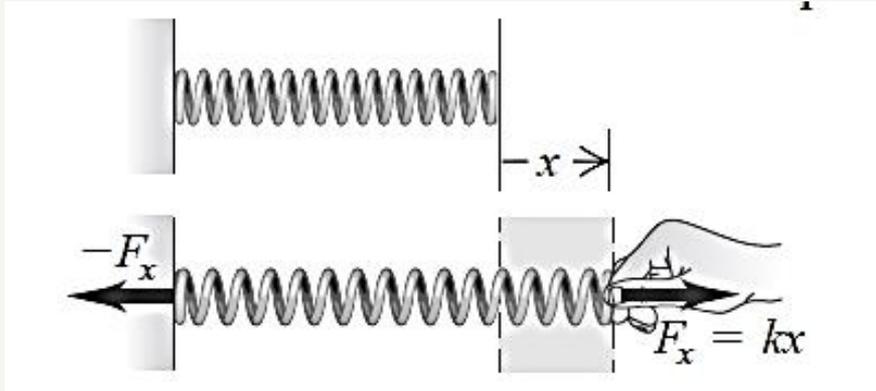
# Deformação de molas



Para esticar a mola de uma distância  $x$  além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo  $F$  em cada uma de suas extremidades.

**Figura 6.18** A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas



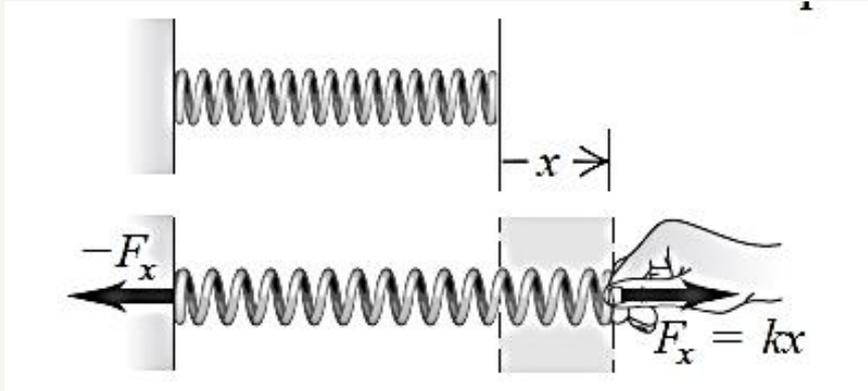
Para **esticar a mola** de uma distância  $x$  além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo  $F$  em cada uma de suas extremidades.

$$F_x = kx$$

**$K$** : denominada **constante da força** ou **constante da mola**

**Figura 6.18** A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas



Para **esticar a mola** de uma distância  $x$  além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo  $F$  em cada uma de suas extremidades.

$$F_x = kx$$

**$K$** : denominada **constante da força** ou **constante da mola**

$k = 1 \text{ N/m}$  *Brinquedo*

$k = 10^5 \text{ N/m}$  *Suspensão automotiva*

**Figura 6.18** A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.

# Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.
- Sendo conhecida como **lei de Hooke**, embora seja uma relação específica e não uma lei.

# Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.
- Sendo conhecida como **lei de Hooke**, embora seja uma relação específica.
- As molas reais não obedecem à Equação  $F_x = kx$  de modo exato, contudo ela é um modelo idealizado bastante útil.

# Deformação de molas

- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ( $F_x = kx$ ) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.

**Figura 6.19** Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento  $X$ . **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

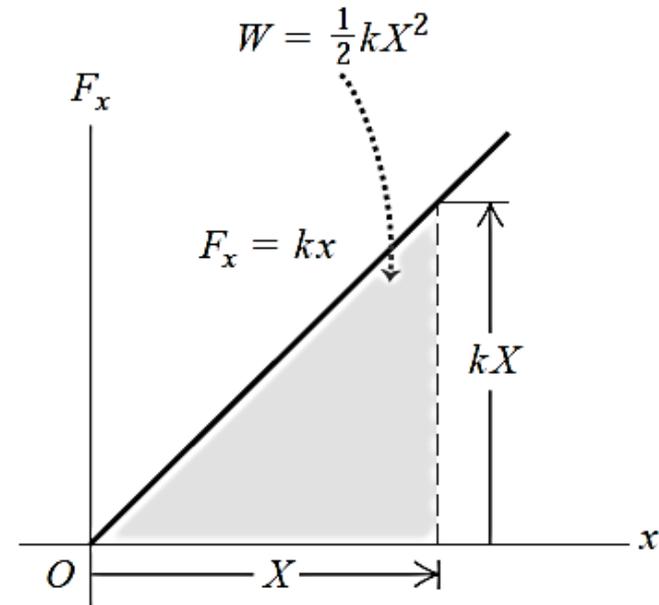
- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ( $F_x = kx$ ) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.
- Ou seja realizar um trabalho.

**Figura 6.19** Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento  $X$ . **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ( $F_x = kx$ ) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.
- Ou seja realizar um trabalho.

A área abaixo do gráfico representa o trabalho realizado sobre a mola, enquanto a mola é alongada de  $x = 0$  até um valor máximo  $X$ :



$$W = \int_0^X F_x dx = \int_0^X kx dx = \frac{1}{2}kX^2$$

**Figura 6.19** Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento  $X$ . **Fonte:** Sears e Zemansky

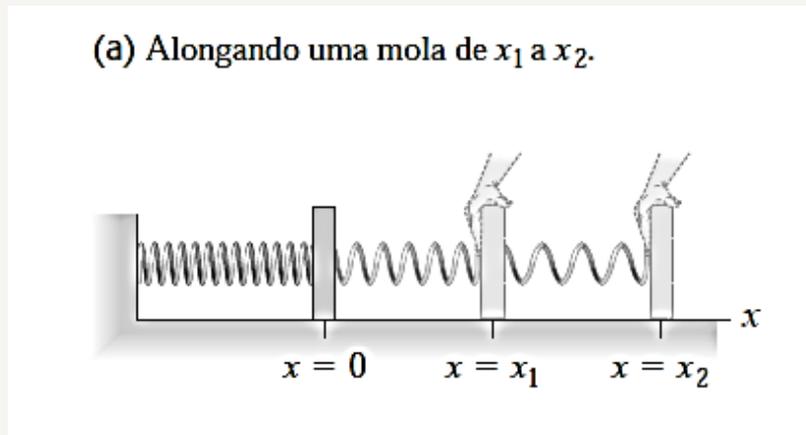
# Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial  $x_1$ , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final  $x_2$  é dado por:

**Figura 6.20** Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial  $x_1$ , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final  $x_2$  é dado por:



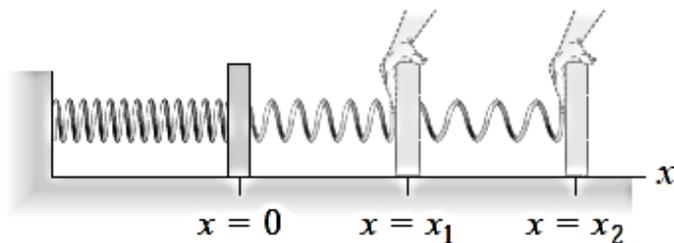
**Figura 6.20** Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial  $x_1$ , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final  $x_2$  é dado por:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

(a) Alongando uma mola de  $x_1$  a  $x_2$ .



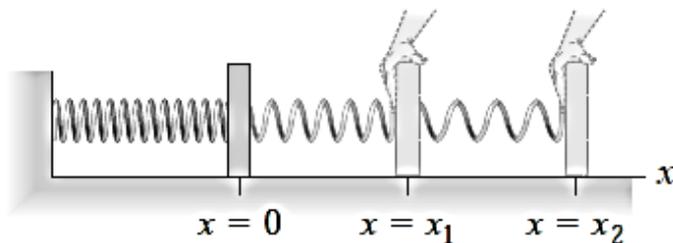
**Figura 6.20** Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

# Deformação de molas

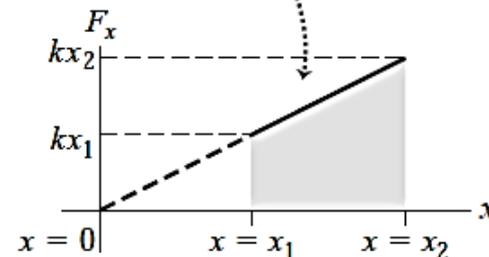
- Se a mola sofre um alongamento inicial  $x_1$ , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final  $x_2$  é dado por:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

(a) Alongando uma mola de  $x_1$  a  $x_2$ .



A área trapezoidal sob o gráfico representa o trabalho realizado sobre a mola para alongá-la de  $x = x_1$  para  $x = x_2$ :  $W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$



**Figura 6.20** Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

# Trabalho realizado sobre uma mola versus trabalho realizado por uma mola

- A Equação que deduzimos ( $F_x = kx$ ) fornece o **trabalho que se deve produzir sobre uma mola para mudar seu comprimento.**

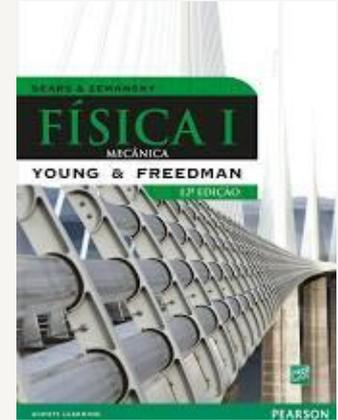
# Trabalho realizado sobre uma mola versus trabalho realizado por uma mola

- A Equação que deduzimos ( $F_x = kx$ ) fornece o trabalho que se deve produzir sobre uma mola para mudar seu comprimento.
- Por outro lado, **o trabalho que a mola realiza sobre o corpo** ao qual está atrelado é dado pela negativa da Equação ( $F_x = -kx$ ).

# Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270>



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847>



# Contatos



[profhenriquefaria.com](http://profhenriquefaria.com)



henrique.faria@unesp.br